V506.437
C423

ACADÉMIE TCHÈQUE DES SCIENCES
(ČESKÁ AKADEMIE VĚD A UMĚNÍ)

BULLETIN INTERNATIONAL

RÉSUMÉS DES TRAVAUX PRÉSENTÉS

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES, NATURELLES
ET DE LA MÉDECINE

XXVIIe ANNÉE

(1926)

SMITHSONIAN INSTITUTION
280628
U. S. NATIONAL MUSEUM

PRAGUE.
PUBLIÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
1926.

ACADÉMIE TCHÈQUE DES SCIENCES
(ČESKÁ AKADEMIE VĚD A UMĚNÍ)

BULLETIN INTERNATIONAL

RÉSUMÉS DES TRAVAUX PRÉSENTÉS

CLASSE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES, NATURELLES ET DE LA MÉDECINE

XXVIIe ANNÉE

(1926)

PRAGUE.
PUBLIÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
1926.

Tiskem Aloisa Wiesnera v Praze, knihtiskaře České akademie věd a umění a Českého vysokého učení technického v Praze.

TABLE DES MATIÈRES.

Page

O. Pacák: Les roches éruptives de la région attenante au versant nord des Beskides moraves. (Avec 13 fig. dans le texte, 3 planches et 1 carte) 1

A. Jílek et J. Lukas: Sur la séparation du bismuth par électrolyse rapide en liqueur acide 99

Dr. B. Polland: La limite d'absorption en *K*-série de l'élément Nro at. 75 101

MUDr. Jan Volf: Sur le déversement de l' acide chondroïtinsulfurique du cartilage dans les vaisseaux sanguins. (Avec 2 planches) 104

Dr. Jan Obenberger: Orthoptères et Dermaptères de la République Tchécoslovaque. (Avec 4 planches et 25 fig.) 114

J. Petrbok: On the stratigraphy of the Palestine palaeolithic. (First report.) (108 figures.) 239

V. Šťastný: Sur les îlots mésozoïques du bassin de Liptov, au Sud de la Haute Tatra. (Avec une carte géologique.) 257

V. Breindl: Études sur les Plasmodium 261

J. Petrbok: The age of Pectunculus sediments near Jaffa in Palestine (4 figures) 270

V. Trkal: A Contribution to the Dynamics of the Neutral Helium Atom 274

R. Kettner: Sur les dislocations affectant le massif granitique de la Bohême centrale. (Avec une carte géologique schématique)..... 292

V. Kořínek: Le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires, positives, de discriminant donné 302

Dr. *B. Němec* a Dr. *P. F. Milovidov:* Bacteria in plant and human cells. (With one plate.) 333

MUDr. *Jan Wolf:* Sur les ruptures spontanées et lyses du cartilage costal de l' homme 336

Dr. *J. Klobouček:* Quadrique osculatrice le long d' une génératrice de la surface réglée donnée par trois courbes infiniment voisines. Quadrique de Lie. L' élément de surface du 3e et 4e ordre.... 342

V. Jarník: Sur les fonctions de la première classe de Baire..... 350

Prof. Dr. *Jar. Hýbl:* Cavitation dans les turbines hydrauliques. (Avec 14 fig.) 361

Page

MUDr. *Jan Wolf:* Contribution à la question de la genèse des fibres collagènes. (Avec 2 planches) 377

J. Sobotka: Sur les propriétés polaires de certains systèmes de coniques. I. 385

J. Sobotka: Sur les propriétés polaires de certains systèmes de coniques. II. 399

F. Němejc: Contribution to the knowledge of the carbonian flora in the eastern part of the Kladno-Rakovník-coal-basin..... 426

Dr. *J. Klíma:* Sur la surface de l' arrière-voussure de Montpellier. 431

O. Quadrat: Etude sur les scories basiques Martin 439

Dr. *E. Polák:* Sur les relations de l' ergotamine et d' action des électrolytes 440

Dr. *J. Petrová:* A contribution to the study of radioactivity of potassium and rubidium 442

B. Polland: et *B. Hála:* Les radiographies de l' articulation des sons tchèque 444

J. Petrbok: Stratigraphy and fauna of the neolithic strata at Kinneret in Palestina 448

J. Charvát: Le troubles de la glycorégulation chez les hyperthyroïdiens 456

J. Sobotka: Sur le théorème de Hart et sa généralisation. (1ère partie) 460

K. Petr: Sur l' équation de Pell 470

Dr. *Em. Švagr:* Les mydriatiques des graines de stramoine cultivée en Bohême 477

Dr. *Ant. Pleskot:* La construction cinématique de la normale et du rayon de courbure pour la cornoïde 478

V. Hlavatý: Deux notes sur la métrique 481

Doc. Dr. *V. Tůma:* Contribution à la connaissance de la morphologie du sang chez Scorpaena porcus L. (Avec 1 tableau en couleurs) 482

Dr. *B. Prusík:* La pituitrine et son action sur les vaisseaux et le coeur 486

Dr. *J. Jarušek:* Les perpetuantes..... 497

J. Sobotka: Sur une relation entre quatre sécantes doubles d' une cubique gauche 500

F. Rádl: Sur la division du polynôme différentiel du 3ème ordre par le polynôme diff. du 2ème ordre 504

R. Ružička: Faune des couches à Euloma du gisement ferrugineux près de Holoubkov (à Ouzký) 506

R. Jirkovský: Contribution à l' étude biochimique des travertins d' eau douce tchèques basée sur l' analyse chimique des travertins de Kosoř et de Sv. Jan pod Skalou 530

Dr. *J. V. Daneš:* Limestone physiography (karst phenomena) in the United States of America 532

R. Lukeš: Etude sur les pyrrolones 535

Page

B. Bouček: Contribution à la connaissance de la stratigraphie des couches de Šárka $d\gamma^1$ de l' Ordovicien de la Bohême. (Avec trois figures dans le texte) 537

A. Vimmer: Appareil trachéen des larves des Schizophores (Diptères) 545

J. Petrbok: First supplement to the Stratigraphy and Palaeontology of the pluvial terrace of the Jordan at Daganea Alef... 550

K. Weber: Classification des arythmies au mécanisme cardiaque anormal. (Avec 25 figures et 3 planches.) 568

Dr. *V. Podroužek:* Une contribution à l' étude de l' adsorption sur les particules colloïdales du charbon. (2 figures.) 619

Les roches éruptives de la région attenante au versant nord des Beskides moraves.

Par

OLDŘICH PACÁK.

Résumé du texte tchèque. Avec 13 fig. dans le texte, 3 planches et 1 carte.

Présenté le 4 juin 1926.

A mon Maître,
M. FRANTIŠEK SLAVÍK,
Professeur à l'Université Charles à Prague,
à l'occasion de son 50ième anniversaire
hommage respectueux
L'auteur.

Introduction.

Les roches éruptives que l'on trouve au pied du versant nord des Beskides attiraient déjà depuis longtemps l'attention des naturalistes à cause de leur composition particulière. On les désignait différemment; *Hohenegger* (46) déjà nomma „*Teschinite*" l'espèce qu'il considérait être d'âge crétacé, les autres — d'âge tertiaire selon lui — étaient désignées sous le nom de basalte. G. Tschermak étudia pour la première fois les roches éruptives subbeskides au microscope polarisant. Il distingue les roches de teinte plus claire, désignées autrefois sous le nom de syénite et diorite et composées principalement de pyroxène, amphibole, plagioclase et analcime, leur appliquant, suivant l'exemple de Hohenegger, le nom „teschinite" (Tschermak écrit teschénite), puis les roches foncées, porphyriques, rapportées antérieurement à la diabase, l'aphanite et le basalte; les phénocristaux d' olivine y constituent presque la moitié, la pâte est formée surtout d'augite et de verre; il appelle cette roche *picrite* à cause de sa teneur considérable en magnésium. Möhl (70) trouva une péridotite près de Zpupná Lhota. Zirkel (126) range par erreur la teschénite parmi les roches éruptives contenant la néphéline. Rosenbusch (89) considère la teschénite comme seul représentant des roches plagioclaso - néphéliniques d'âge antétertiaire. Il désigne la picrite de Tschermak comme picrite porphyrique, tandis que le nom de picrite est réservé aux „paléopicrites" de Gümbel, la péridotite de Lhota y étant également rattachée, c'est à dire rangée parmi les roches de profondeur. Rohrbach (87) porte son attention surtout sur les teschénites, distinguant le cas, où les minéraux colorés ont cristallisé d'abord, et celui, où le plagioclase

c'est formé le premier (à structure ophitique) ; puis il prend en considération la grosseur du grain et la quantité relative de l'augite et de l'amphibole. Il nie la présence de la néphéline dans les teschénites. Cet ouvrage a eu comme conséquence le fait que Rosenbusch (90, 91, 94 et 95) subdivisa les teschénites en deux groupes, dont l'un se rattache aux roches plagioclaso-néphéliniques et l'autre fait partie des diabases. Dans la 4me édition de la Mikroscopische Physiographie (92) il dit qu'il a pu constater sur un échantillon de teschénite de Bluschowitz des pseudomorphoses évidentes de la néphéline et conserve, par conséquent, le point de vue énoncé dans la 1re éd., suivant lequel la teschénite fait partie des roches théralitiques. Il est nécessaire de remarquer que la localité Bluschowitz est inconnue dans la région subbeskide. Dans la 3me édition des „Eléments" (96) il remarque, dans l'annotation à la page 207, que les teschénites de Těšín et de Nov. Jičín, ainsi que celles du Portugal, devraient être classées parmi les trachydolérites paléovolcaniques, et dans la 4me édition du même ouvrage A. Osann (97) incorpore déjà les teschénites dans la suite des trachydolérites en les réunissant avec les diabases essexitiques et théralitiques. A. Lacroix (63) rapporte la teschénite au type analcimique. G. W. Tyrrell (128) la considère comme étant un gabbro à analcime.

Jos. Klvaňa (53 et 54) a le mérite incontestable d'avoir cherché à donner un aperçu complet des roches éruptives de la région subbeskide morave avec toutes les différentes variétés et d'avoir ramassé un matériel abondant de tous les gisements connus en Moravie. L'ouvrage resta, cependant, inachevé ; il ne contient que la description des localités, du mode de gisement géologique des roches éruptives subbeskides et se trouve complété par les données concernant l'âge et l'ordre d'éruption de chacun des types.

Le présent travail devait être la continuation de l'oeuvre de Klvaňa et se base en majeure partie sur son matériel de coupes minces. Bientôt, cependant, la nécessité d'une conception indépendante dans le travail apparût. L'étude détaillée au microscope démontra que les deux types extrêmes, la teschénite et la picrite, sont reliés entre eux par des passages insensibles ; de plus, ils offrent le même mode de gisement et sont du même âge, formant ainsi une *région pétrographique distincte*. La parenté des deux types était pressentie par Hohenegger (46) et formulée clairement par V. Uhlig (120).

Physiographie des minéraux.

Olivine.

L'olivine constitue l'élément essentiel des péridotites et des picrites, des péridotites et des picrites teschénitiques, ainsi que des teschénites à olivine ; elle fait généralement défaut dans les teschénites à analcime et néphé-

line. Son caractère est celui de l'olivine basaltique. Dans les péridotites et les picrites, où elle occupe plus de la moitié de la masse, elle est souvent parfaitement intacte. Dans les péridotites et les picrites teschénitiques, ainsi que dans la teschénite à olivine, où sa quantité décroît jusqu'à 5%, elle se trouve généralement altérée. Quelquefois elle est transformée en antigorite. Les pseudomorphoses en antigorite sont par places homogènes ; fréquemment, le pléochroïsme et la biréfringence plus élevée trahissent la présence de la serpentine secondaire, phénomène que Brauns (12) désigne comme stade transitoire (*villarsite*), dont le produit final est la serpentine. Rarement, on trouve la transformation en *iddingsite*, comme p. ex. dans la teschénite à olivine de Ženklava. Comme règle générale, les pseudomorphoses en serpentine se trouvent en partie, ou entièrement, remplacées par la calcite. Ce phénomène est vraisemblablement en relation avec l'absorption de la calcite sédimentaire provenant des couches du Crétacé que ces roches éruptives percent. Dans le magma ainsi transformé, l'olivine déjà formée fut changée en serpentine, et celle-ci, à son tour, remplacée métasomatiquement par le carbonate. Lorsque les sédiments que traversaient les roches intrusives subbeskides avaient une teneur en quartz plus forte, comme p. ex. les grès de Grodiště, leur assimilation par les venues magmatiques avait fourni le quartz allothigène qui épigénisa ensuite l'olivine. Très intéressantes sont les pseudomorphoses de l'olivine en *phillipsite* dans la picrite teschénitique près de la gare de Paskov. Celles-ci aussi peuvent être expliquées le plus aisément par l'enlèvement du minéral primaire suivi du dépôt de la phillipsite dans la cavité.

Pyroxène.

Le pyroxène forme le constituant essentiel de tous les types de roches éruptives subbeskides. Il est représenté surtout par la série comprenant les termes depuis l'augite diabasique jusqu' à la titanaugite avec les passages graduels, accessoirement l'aegyrine-augite et l'aegyrine qui sont également reliés entre elles et avec l'augite par une série continue de membres de transition. La série *augite diabasique — titanaugite* est caractérisée par une coloration violacée, due à la présence de Ti. Les passages entre les deux membres extrêmes s 'expriment aussi bien morphologiquement, qu' optiquement. L'augite diabasique se présente sous forme de baguettes courtes avec le prisme primitif et les deux pinacoïdes également développés ; l'hémipyramide positive forme la terminaison. La coloration est plus faible, le pléochroïsme moins prononcé, la réfringence plus petite, l'angle d'extinction $c : \gamma = 48^0$. La structure zonée (fig. 1.) est fréquente. L'habitus de la titanaugite, plaquette épaisse, est dû à la prédominance de l'orthopinacoïde: coloration — violet foncé, souvent avec une nuance brune, pléochroïsme considérable: γ — jaune, β — violet foncé, α — violet clair. Réfringence plus élevée, angle d'extinction $c : \gamma = 54^0 - 60^0$. La macle est fréquente

suivant le plan (100), quelquefois aussi suivant (101) et ($\bar{1}$22) ; on observe souvent les agrégats radiés. La structure en sablier est fréquente. La dispersion intense $\rho > \upsilon$ provoque des teintes d'interférence anormales, surtout sur les sections perpendiculaires à l'axe optique B.

La décomposition de l'augite donne naissance à la *chlorite* qui se trouve remplie de grains de *leucoxène*. Parfois, l'action de transformation était si puissante que l'augite fut épigénisée d'une façon homogène par la chlorite. Par places, on observe le pyroxène transformé en *céladonite*. Dans les péridotites et les picrites teschénitiques, ainsi que dans les teschénites à olivine, on voit souvent que l'augite zonée se trouve traversée par des veinules sinueuses, remplies surtout par les carbonates, plus rarement par la chlorite ou les zéolites. Quelquefois, les cavités creusées sous l'action de la

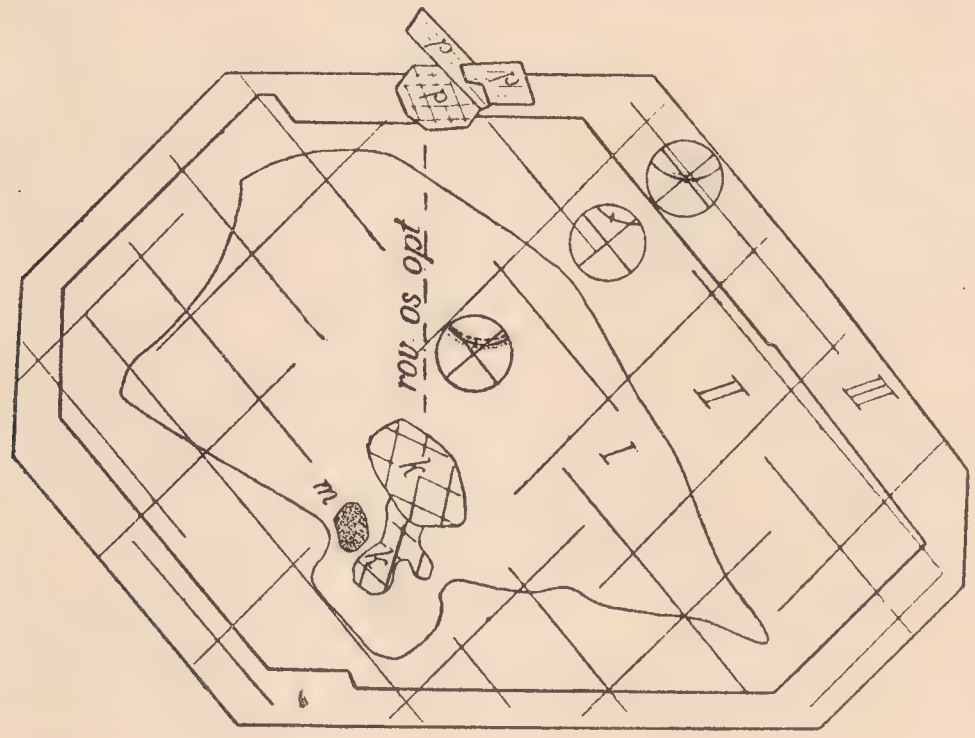


Fig. 1. *Structure zonée du pyroxène.* La coupe est à peu près perpendiculaire à l'axe *B*. — La zone interne I, de couleur brun-violette, est considérablement atteinte par la corrosion sur les bords et à l'intérieur (l'intérieur est rempli par la calcite (k)) ; la dispersion est forte ϱ (- - -) $> \nu$ (. . .). La zone moyenne, d'un gris-verdâtre clair montre un axe, déplacé du centre du champs de vision, et une dispersion peu perceptible. Son caractère est celui du diopside. La zone externe III a de nouveau une coloration brun-violette ; en lumière convergente, elle se présente identique à la zone I ; de nombreux pyroxènes (*p*) plus jeunes s'y trouvent inclus. — Les zones I et III ont l'allure de la titanaugite.

corrosion atteignent de plus grandes dimensions et sont alors remplies surtout par *l'amphibole* et la *biotite*. Le fait que ces minéraux n'ont pas de contours cristallins propres dans ce cas, qu'ils ne remplissent pas entièrement les cavités irrégulières des augites, qu'ils sont idiomorphes ailleurs, — nous prouve qu'il ne s'agit nullement de minéraux formées d'abord et englobés ensuite. On peut expliquer le plus facilement cette corrosion, qui se manifeste d'une façon identique sur l'olivine et sur l'augite, par l'assimilation des sédiments carbonatés qui changea considérablement la composition du magma ; les minéraux déjà formés ne purent rester en équilibre avec la phase liquide et furent fortement résorbés. Dans les cavités de corrosion se déposèrent ensuite les minéraux plus jeunes, une zone de pyroxène plus riche en Ca,

c'est à dire à caractère diopsidique, vint envelopper la surface des cristaux d'augite.

Lorsque l'influence du sédiment digéré tut complètement écartée, vint se former une zone extérieure de même nature que la zone intérieure. La série de l'*aegyrine-augite* et de l'*aegyrine* est moins abondamment représentée que la précédente. Le plus souvent, ces minéraux se rencontrent sur l'augite ou l'amphibole soit en l'enveloppant, soit en coiffant les extrémités des cristaux par de petits capuchons. Moins fréquemment, ce sont des individus très allongés, isolés ou réunis en groupes révélant des formes bizarres de roseau, verge ou brosse (voir tableau I, fig. 2 et 3). L'aegyrine-augite a une couleur vert-grisâtre, pléochroïsme faible: γ — vert-gris jaunâtre, α — vert-gris foncé, réfringence plus faible et biréfringence plus basse que celles de l'aegyrine, l'angle d'extinction c : γ est égal à 60^0. L'aegyrine se distingue par une couleur vert-herbe avec pléochroïsme intense: γ — vert jaunâtre, α — vert foncé. L'absorption est $\alpha > \beta > \gamma$; la biréfringence donne des teintes du IVme ordre, c : $\gamma = 94^0$, donc signe d'allongement négatif. Même suivant la direction α, l'indice de réfraction est plus élevé que celui du iodure de méthylène (= 1.740). Dans la teschénite néphélinique de Borošín, l'aegyrine se rencontre en cristaux isolés ayant la forme de fer de lance avec section transversale lentiforme due aux prismes dérivés; le même fait a été établi par Brögger (15) pour les aegyrines des pegmatites néphéliniques de la Norvège du Sud. Dans la teschénite biotitique de Lichnov, qui ne contient pas de minéraux alcalins discernables, apparaît une enclave de calcite, où l'on voit s'accumuler l'aegyrine vert-herbe qui, sur les bords de l'enclave, se trouve en partie accolée aux augites incolores. Cette paragenèse avec la calcite fait penser à la supposition de *Daly* touchant l'origine de l'alcalinité des roches. C'est pour la première fois que l'aegyrine a été reconnue parmi les constituants des roches subbeskides.

Amphibole.

L'amphibole offre tous les termes de passage entre la hornblende commune brune et la barkévikite. Comme le pyroxène, l'amphibole est représentée dans tous les types de roches éruptives subbeskides, mais elle est moins abondante que celui-ci. Elle en diffère par la forme cristalline, l'éclat semi-métallique et le clivage parfait. Ce sont soit des cristaux très allongés sans terminaisons, soit des prismes courts limités à l'extrémité par trois faces (001) ($\bar{1}11$). Dans la zone verticale, les faces (110) et (010) se trouvent développées, quelquefois de petites faces étroites représentent l'orthopinacoïde. Macle suivant (100) fréquente. La hornblende commune brune se distingue de la barkévikite par une teinte plus claire, un pléochroïsme moins prononcé, une réfringence et une biréfringence plus faibles. L'alcalinité augmentant, la réfringence et la biréfringence croissent, la couleur

brune de la hornblende commune change en celle, brun-rouge, de la barkévikite. L'angle d'extinction varie, $c : \gamma = 10-20^0$, dispersion $\upsilon > \rho$. La perle du sel de phosphore prouve la présence de Ti par sa coloration violette dans la flamme réductrice.

L'amphibole est plus stable que le pyroxène, mais sous une action plus intense et prolongée des agents de désagrégation elle se trouve décomposée, fournissant les mêmes produits d'altération que le pyroxène. Dans la péridotite de Perná (23)*) on observe la barkévikite passant à une *amphibole incolore* (tab I, fig. 4) avec indice de réfraction plus petit et pléochroïsme plus faible: γ — complètement incolore, α — légèrement jaunâtre. Probablement, il s'agit du début d'une transformation. *Rinne* (92, p. 1179) a observé dans la diabase de Steinberg près Goslar des augites bordées d'un liséré d'amphibole incolore là, où elles se trouvent en contact avec le plagioclase. Kretschmer (60) décrit sous le nom d'achromaïte une amphibole incolore.

Tandis que dans les roches grenues l'amphibole est aussi abondante que le pyroxène, dans les types effusifs elle fait complètement défaut ou ne se trouve représentée qu'en quantité insignifiante par de petits cristaux imparfaitement développés. Par places, surtout autour des cavités amygdaloïdes et dans les endroits, où la pâte est plus abondante, l'amphibole s'entasse en cristaux plus grands, plus abondants et mieux limités. Ces parties représentent les régions, où se concentraient les constituants volatils de la lave.

Biotite.

La biotite se rencontre également dans tous les types de roches subbeskides. Elle possède souvent des contours idiomorphes, délimitant des paillettes hexagonales qui viennent s'imbriquer quelquefois l'une sur l'autre comme des tuiles et atteignent jusqu' à 1 *cm.* de diamètre. La teinte est d'un brun foncé allant jusqu' au brun-rouge, quelquefois jaune-laiton à la surface, l'éclat est semi-métallique. La réfringence est plus élevée qu'ordinairement celle de la biotite. La teschénite de Christhübel à l'Est de Ženklava contient une biotite avec $\beta = \gamma = 1.649$, la biotite provenant de la teschénite de Lahmberg près Žilina montre $\beta = \gamma = 1.665$. L'angle des axes optiques est égal à 0^0 ou est petit. La position du plan des axes optiques est d'ordinaire normale, rarement elle trahit le mica de première classe, l'*anomite*. La coloration brun-rouge et le fort pléochroïsme sont conditionnés, selon Pirsson, par la teneur en Ti. Les valeurs plus élevées des indices de réfraction de la lumière résultent, d'après *Grout* (36), de l'augmentation de Fe et de la diminution de Mg.

---

*) Les chiffres accompagnant les roches se rapportent aux collections de coupes minces de Klvaňa et correspondent aux chiffres de la carte de Klvaňa jointe à la fin de cet ouvrage.

Néphéline.

Tschermak (117) ne cite pas la néphéline parmi les composants de la teschénite. F. Zirkel (126), dans son exposé sur la répartition de la néphéline, mentionne la teschénite comme roche qui en contient.

H. Rosenbusch (89) rangea la teschénite parmi les théralites à cause de la présence de la néphéline. Rohrbach (87, p. 29 et 30) ne reconnaît pas la néphéline comme élément de la teschénite et remarque que la donnée de Zirkel concernant le présence de la néphéline dans les teschénites est basée sur une erreur, l'apatite ayant été confondue avec la néphéline, ce que Zirkel lui-même avoue. En raison de ceci, Rosenbusch (90 et 91) ne mentionne pas la néphéline parmi les composants de la teschénite dans la 2me et la 3me éd. de la Mikroskopische Physiographie. Ce n'est que dans la 4me édition de 1907/8 (92) qu'il revient à la notion de la teschénite exprimée dans la 1re édition, car il a réussit à trouver une néphéline fraîche dans la teschénite de „Bluschowitz". En étudiant les roches volcaniques subbeskides je n'arrivais pas, pendant longtemps, à trouver la néphéline et j'éprouvais un profond embarras ayant établi que la localité Bluschowitz, citée par Rosenbusch, n'existe pas dans la région subbeskide. Ce n'est qu'en examinant au microscope les collections de M. Weigel de Nový Jičín pendant les vacances 1924, que j'ai eu la chance de rencontrer quelques échantillons intéressants, dont quelques-uns étaient remarquables par l'association des minéraux alcalins. Dans la teschénite de Kriegshübel près Šenov (No 348) qui contient l'aegyrine adaptant la forme de tiges de roseau (tab. I, fig. 2), on trouve des sections hexagonales et tétragonales d'un minéral ayant l'aspect d'un feldspath, à réfringence légèrement plus élevée que celle de l'anorthose et, par contre, contenant passablement de zéolites secondaires. La section basale a permis de constater la figure des minéraux uniaxes négatifs. Sur les sections longitudinales perpendiculaires à la base, on observe les traces de clivage suivant le prisme ($10\bar{1}0$) et la base (0001), la biréfringence est faible, se manifestant par la couleur de polarisation grise de I-er orde. Plus tard, M. Ulrich m'envoya une coupe mince de teschénite de Bohušovice près Těšín (cette coupe appartient à la collection d'enseignement de l'Université d'Oslo) qui contenait des pseudomorphoses de néphéline idiomorphe en zéolite. Celui-ci s'est formé après les minèraux colorés, mais avant le feldspath qui en contient comme inclusion. Ces signes m'ont aidé à constater également les pseudomorphose de néphéline dans la teschénite de Čertův mlýn (88—94) et dans quelques teschénites de Perná (19) Habituellement, la néphéline est changée ici en *bergmannite* fibreuse, celle de la teschénite de Borošín est transformée aussi en *hydronéphélite* (*ranite*). Ordinairement, elle est accompagnée de feldspaths alcalins, l'anorthose et l'albite, fréquemment aussi de prehnite. En général, les roches contenant la néphéline sont rares dans la région subbeskide. Ainsi, la discussion Rohr-

b a c h -R o s e n b u s c h qui resta inachevée même après la 4me édition de la Mikroskopische Physiographie à cause de l'indication douteuse de la localité, se trouve finalement résolue.

F e l d s p a t h s .

Les feldspaths constituent l'élément essentiel des teschénites; leur quantité diminue dans les termes de passage aux roches à olivine; les picrites et les péridotites en sont complètement dépourvues. On distingue l'anorthose, l'albite et les autres plagioclases.

L'*anorthose* se rencontre avec l'albite et la néphéline dans les teschénites néphéliniques de Perná, de Čertův mlýn et de Šenov. Elle est tabulaire suivant M, avec clivage parfait suivant P. Les indices de réfraction de la lumière sont: $\alpha' = 1.524$, $\beta' = 1.524$, l'angle des axes optiques est petit, le caractère du minéral est négatif, la dispersion $\rho > \upsilon$ est perceptible. Décomposée par l'acide fluorhydrique, elle donne beaucoup de fluosilicate de sodium et peu de fluosilicate de potassium. Par ceci, la présence de l'anorthose est prouvée pour la première fois dans les roches éruptives subbeskides.

L'*albite* se rencontre également dans les teschénites à analcime. Elle diffère de l'anorthose par une réfringence plus élevée: $\alpha = 1.529$, $\beta = 1.532$; le caractère du minéral est positif, la dispersion $\upsilon > \rho$.

Quant aux *autres plagioclases*, on peut distinguer ceux qui se rencontrent dans les roches, grenues, consolidées plus profondément ou en masses plus considérables et ceux qui sont contenus dans les roches superficielles, éventuellement dans les intrusions plus petites. Dans le premier cas, les plagioclases sont prismatiques ou forment des grains isométriques, les cristaux sont maclés polysynthétiquement, tantôt suivant la loi de l'albite, tantôt suivant celle de la péricline, la combinaison des macles suivant les deux lois apparaît fréquemment. Généralement ils possèdent une structure zonée, la basicité allant en augmentant du bord vers le centre depuis *l'oligoclase* jusqu'au *labrador-bytownite*. Les plagioclases des roches superficielles sont écailleux et, d'habitude, incomplètement développés, donnant lieu à des figures arborescentes, semblables à celles de la glace. Dans la règle, les macles ne comprennent que deux individus, l'extinction est presque droite et c'est à l'*oligoclase* qu'ils appartiennent.

Orthose. Tschermak (117 et 119) mentionne la sanidine qui se trouve mêlée aux feldspaths tricliniques des teschénites. R o s e n b u s c h (92) remarque que le feldspath monoclinique n'est qu'accidentel. R o h r b a c h (87) considère l'orthose comme un composant de la teschénite. Je ne suis pas arrivé à prouver l'orthose par les méthodes optiques. Cependant, les nombreuses analyses indiquaient une proportion de K_2O, qu'il était impos-

sible d'expliquer d'une manière satisfaisante par la présence de minéraux contenant le potassium. C'est pourquoi je cherchais à découvrir le feldspath potassique sous forme de mélange dans les plagioclases. Ayant utilisé la méthode décrite par Dittler dans son ouvrage sur la synthèse des plagioclases basiques avec l'orthose (23), je parvins à constater la présence du feldspath potassique sous forme de mélange dans les plagioclases de la teschénite.

Zéolites.

Parmi les éléments constitutifs des roches éruptives subbeskides, nous rencontrons souvent les zéolites; particulièrement abondantes sont l'analcime et la natrolite. La façon dont elles prennent part à la constitution des roches, atteste leur origine primaire. Tschermak (117 et 119) considère l'analcime comme primaire, Rosenbusch (89) admet qu'elle s'est formée secondairement aux dépens de la néphéline, Rohrbach (87) affirme qu'elle prend naissance par la décomposition des feldspaths. Vu l'autorité de Rosenbusch (92), l'opinion admettant la nature primaire des zéolites ne se frayait une voie que difficilement. Ce sujet a été traîté dans les ouvrages de Pirsson (81), Hibsch (40, 41), Pelikan (76, 76, 77), F. Cornu et C. Schuster (20), Michel (68 et 69), C. Doelter (25 et 27), H. S. Washington (122), A. Lacroix (63) et autres.

La formation des zéolites primaires peut être expliquée de la façon suivante: le magma contenant l'eau conserve sa fluidité jusqu'à des températures convenant à la formation des zéolites, c'est à dire, d'après les recherches de Baur (2) et Doelter (25), inférieures à 500—400°. Ceci est possible grâce aux propriétés que possède l'eau à des températures élevées (H. E. Boeke — W. Eitel 9). La température critique de l'eau, d'après les données de Holborn et Baumann, est exprimée par 374·07 — 374·62°, avec une pression critique de 225 kgr par cm^2. Lorsque la température s'élève, la densité diminue et, simultanément, le volume augmente. À 320° la densité est égale à 0·66, le volume à 1·51 par rapport à la vapeur à 100° et sous une pression de 1 atmosphère. Watson a établi que peu au-dessus de la température critique l'eau se conduit comme un gaz parfait avec coefficient de dilatation constant. La viscosité de l'eau diminue rapidement avec l'accroissement de la température, tandis que la fluidité (= valeur inverse de la viscosité) augmente incessamment. D'après Thorp et Rodger la valeur de la viscosité de l'eau est:

à $25^0 — \frac{1}{2}$ de sa valeur à 0^0
à $45^0 — \frac{1}{3}$ de sa valeur à 0^0
à $100^0 — \frac{1}{6}$ de sa valeur à 0^0

ce qu'on explique par le fait qu'à des températures inférieures l'eau est constituée par une association de deux ou plusieurs molécules, tandis

qu'à des températures plus élevées une dissociation en molécules simples a lieu. Avec l'accroissement de la température, la dissociation électrolytique en ions H· et OH′ augmente également, ce qui communique à l'eau les propriétés d'acide et de base. A 18⁰ l'acide silicique est un acide 100 fois plus fort que l'eau. Avec l'élévation de la température le rapport change en faveur de l'eau. D'après les mesures d'*Arrhenius* faites jusqu'à 50⁰, on parvient à calculer par extrapolation qu'à 300⁰ les deux acides possèdent la même force, tandis qu'à 1000⁰ l'eau est un acide 80 fois plus fort. Grâce à ce fait, à des températures élevées l'acide silicique est remplacé dans ses combinaisons par l'eau.

La grande fluidité de l'eau aux températures élevées et, par suite, son fort pouvoir diffusif font que le magma contenant les vapeurs d'eau s'en trouve imprégné dans toute sa masse et devient un tout beaucoup plus fluide, qu'il ne le serait dans les mêmes conditions (de température et de pression) dans un magma sec. La dissociation électrolytique considérable de l'eau aux hautes températures et, comme conséquence, les propriétés d'un acide fort sont les causes retenant pendant longtemps les bases libres (alcalines et alcalino-terreuses) dans le magma hydraté ; celles-ci neutralisent les ions libres OH′ jusqu'au moment, où la température devient propice à la formation des silicates hydratés.

Dans la région subbeskide, on trouve réalisées toutes les conditions favorables à la formation des zéolites primaires. L'intrusion du magma riche en constituants volatils, surtout en vapeurs d'eau, s'est produite au milieu de schistes imperméables, argileux et marneux, dits schistes de Veřovice, et des couches de Těšín supérieures, de nature très semblable, qui s'opposaient à l'échappement de vapeurs. Le magma fut ainsi maintenu fluide jusqu'aux températures propices à la formation des zéolites. Ces conditions génétiques ont déterminé la séparation des zéolites en dernier lieu ; on constate qu'elles moulent tous les autres éléments, n'affectant des formes cristallines qu'au contact avec les carbonates qui cristallisèrent plus tard.

L'analcime est la plus fréquente des zéolites, représentant le constituant essentiel des teschénites à analcime et à olivine et se rencontrant aussi sporadiquement dans les autres types de roches subbeskides. De temps en temps, on la trouve limitée par quelques faces cristallines au moins ; tantôt la forme est simple (211), tantôt en combinaison avec (100). Elle peut être transparente et légèrement rosée ou d'un blanc laiteux. L'indice de réfraction varie de 1.486 jusqu'à 1.493. Un indice plus élevé a été généralement constaté sur le minéral, dont la déshydratation était plus avancée. Au pied de la Petřkovská hora, sur la route de Kojetín à Straník, j'ai trouvé dans une roche teschénitique microgrenue une cavité amygdaloïde, dont les parois étaient tapissées d'icositétraèdres deltoïdes d'analcime. Les fentes de la teschénites de Prostřední Bludovice dans la région de Těšín contiennent de l'analcime accompagnée de natrolite, thomsonite et calcite ; l'analcime présente la combinaison des faces (211) et (100). K l v a ň a (56) donne la

description de gros nids de zéolites dans une roche picritique de la carrière de M. Rábl (Ráblův lom) à Janovice. On est en présence d'un cas de paragenèse de l'analcime avec la natrolite et la calcite. L'analcime présente la forme (211), elle a pris naissance avant les minéraux qu'on vient de citer. A côté de cela, on trouve également l'analcime secondaire formée aux dépens des plagioclases.

La *natrolite* est un élément primaire des teschénites néphéliniques, où on la rencontre sous forme d'agrégats fibreux et radiés remplissant les espaces entre les autres éléments. Toute aussi fréquente est la natrolite secondaire, qui prend naissance par décomposition de la néphéline (bergmannite) et de l'anorthose. Avec l'apophyllite, elle remplit les cavités amygdaloïdes de la picrite teschénitique de Libhošť, on la trouve dans les fissures de la teschénite de Prostřední Bludovice (région de Těšín) accompagnée d'analcime, thomsonite et calcite. Avec l'analcime et la calcite, elle tapisse de grandes géodes d'une roche à olivine de la carrière de M. Rábl à Janovice. Les cristaux de natrolite atteignent ici une longueur de 6—12 *cm*, avec une épaisseur de 1—10 *mm*., ils sont plus jeunes que l'analcime et antérieurs à la calcite (Klvaňa 56).

L'*apophyllite* constitue la plus grande partie du remplissage des cavités amygdaloïdes de la picrite teschénitique de Libhošť. Elle apparaît en masses parfaitement clivables suivant la base, tantôt transparente, tantôt blanche, avec lustre vitreux; les surfaces de clivage ont un éclat perlé. Indice de réfraction $\varepsilon = 1.538$, biréfringence faible, souvent anormale. Microchimiquement on constate K, Na et Ca. Elle renferme souvent, à côté de la natrolite, de la calcite et de nombreuses aiguilles d'un minéral transparent à pouvoir réfringent faible, qui représente, le plus probablement, la *mésolite*. Des cavités amygdaloïdes l'apophyllite pénètre aussi dans la roche et participe à la constitution de la pâte, donc elle est réellement un minéral des roches. L'apophyllite de Libhošť est un produit de métamorphisme de contact endogène, ce que démontre sa paragenèse avec la calcite.

La *thomsonite se* rencontre ensemble avec l'analcime, la natrolite et la calcite remplissant les fentes de la teschénite de la carrière de M. Kuboš (Kubošův lom) à Prostřední Bludovice dans la région de Těšín. Elle forme ici des agrégats globulaires filandreux de 10 à 13 *mm* de diamètre. Le clivage est parfait suivant (010), bon suivant (100). La coloration est d'un léger blanc laiteux, le lustre est vitreux. Indices de réfraction: $\alpha - 1.530$, $\beta - 1.532$ $\gamma - 1.5437$. Extinction droite. Sur les écailles de clivage on voit sortir la bissectrice aiguë, le minéral est positif, $2\,E = 74^0\ 26$, dispersion $\rho < \upsilon$, plan des axes optiques (001). Les valeurs des indices de réfraction la rapprochent de la thomsonite calcique de Franklin dans l'Etat de New Jersey ($\alpha = 1.530$, $\beta = 1.532$, $\gamma = 1.542$, $2\,N = 48^0$, signe optique +, h = 2.405 $Na_2O : CaO = 1 : 5$. G. Gordon 35). La thomsonite de Prostřední Bludovice est également calcique. Parfois, elle présente un accolement avec la natrolite suivant les axes verticaux; s'agit-il d'un assemblage orienté de la même

façon que celui décrit par A. S c h e i t (105) de Jakuben du České Středohoří — la question n'a pu être tranchée à cause des petites dimensions et du développement imparfait des cristaux. La thomsonite se rencontre en quantité modeste comme éléments de quelques teschénites néphéliniques.

La *phillipsite* n'entre que rarement dans la constitution des roches subbeskides. Elle se reconnaît par sa coloration orangée, due à l'oxyde de

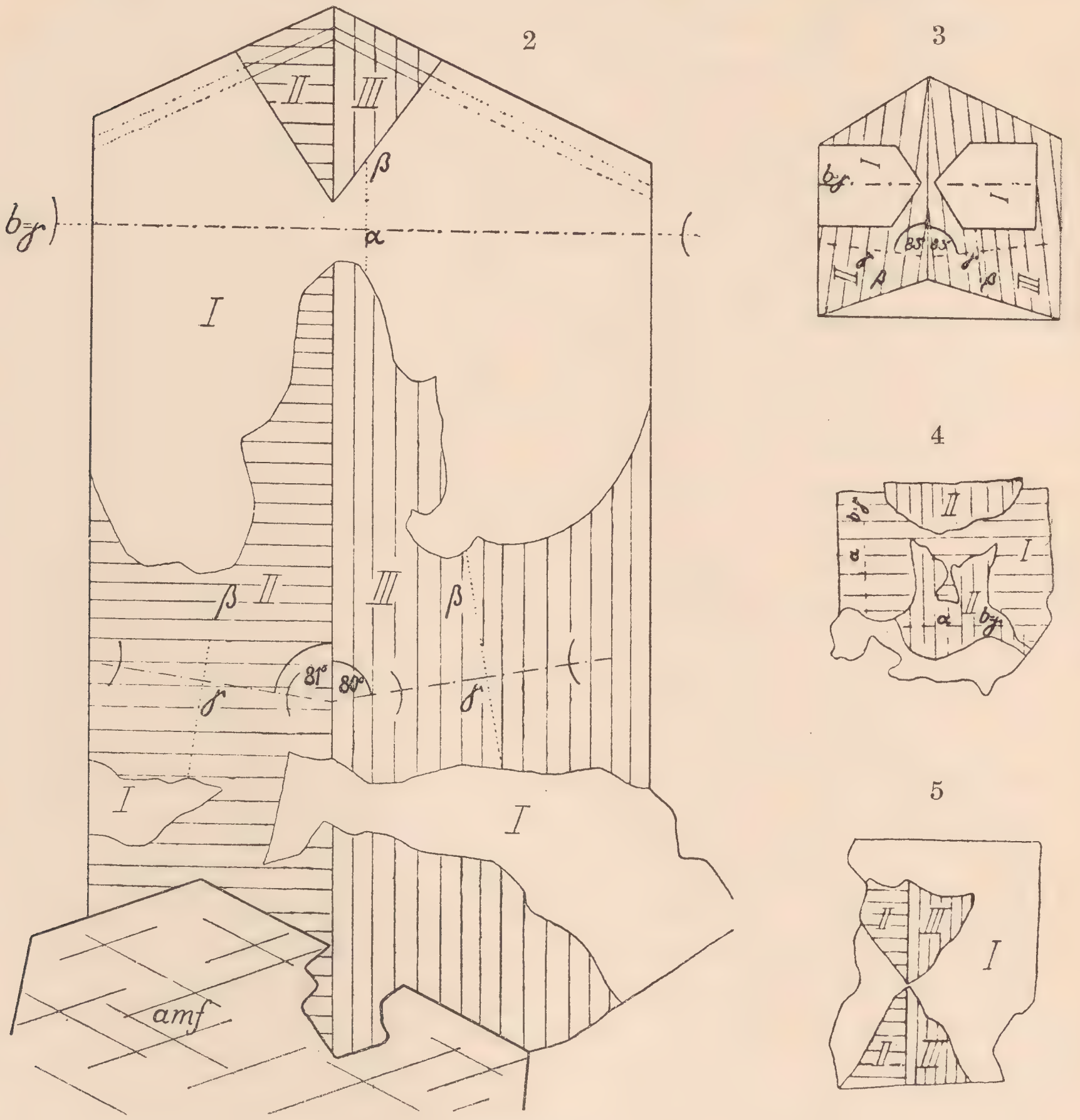


Fig. 2—5. Macles de la phillipsite.

fer qu'elle absorbe. Assez abondante dans la teschénite qui affleure à peu près au milieu de la pente nord du Tannenberg. Avec la calcite, elle remplit les espaces entre les autres éléments de la roche. Contrairement à la calcite, la thomsonite est idiomorphe. Les individus atteignent jusqu'à 0·6 *mm* de longueur et leur agrégats peuvent avoir jusqu'à 1·6 *mm* de diamètre. Ils semblent être tous des macles combinées. La fig. 2 représente la section d'une macle composée de trois individus. L'individu I est coupé sensiblement suivant la base, les individus II et III approximativement suivant le clino-

pinacoïde et font voir l'accolement suivant la base (001). La terminaison de la macle est effectuée par les prismes des individus II et III. Le plan des axes optiques est incliné d'un angle de 80⁰ par rapport à la base, il est presque perpendiculaire au clinopinacoïde $b = \gamma$, α sensiblement perpendiculaire à 001. Les macles appartiennent au type de Marburg avec les faces (010) tournées au dehors. Le clivage (010) est parfait, sur le clinopinacoïde, la striation parallèle à l'arête (110) est observable. A côte de ces macles régulières, on est très souvent en présence de macles, dont la position du plan d'accolement est irrégulière, comme l'indique *Lacroix* (62, p,. 301 fig. 11) voir fig. 4 et 5. L'indice de réfraction moyen est n = 1,512, biréfringence faible. Les réactions microchimiques indiquent K, Na et Ca. D'après l'orientation optique, le minéral paraissait être plutôt l'harmotome, c'est pourquoi on a essayé de découvrir Ba à l'aide du fluosilicate d'ammonium (Behrens-Cley 6), le résultat cependant a été négatif. Un éclaircissement partiel peut être tiré des études de St. J. Thugutt et T. Woyno (113). Le troisième type de phillipsite, qu'ils ont déterminé comme calco-potasso-sodique, fait voir le plan des axes optiques perpendiculaire à (010), la normale optique (β) formant un angle oscillant de 3½⁰ à 7½⁰ avec le plan basal dans l'angle aigu que dessinent les traces des faces (001) et (100). Malheureusement, une détermination plus précise était de nouveau rendue impossible par la petitesse des cristaux. La phillipsite se rencontre de même dans la roche picritique de la carrière de M. Segeťa (Seget'ův lom) à l'Ouest de Vlčnov, en quelques endroits de la Petřkovská hora et près de la gare de Paskov, où elle épigénise l'olivine. Dans la région des roches éruptives subbeskides, la phillipsite est découverte pour la première fois.

Hydronéphélite (*ranite*). Dans la teschénite de Borošín et dans celle de ogušovice, on aperçoit un minéral écailleux, avec réfringence variant autour e celle du xylol 1.491, plus petite cependant que 1.500. Attaquable par HCl ilué avec formation de gelée de SiO_2 et cubes de NaCl ; l'addition de l'acide sulfurique dilué provoque une précipitation de cristaux de sulfate de calcium. On conclut d'après cela qu'il s'agit, le plus probablement, de ranite.

La heulandite est citée pour la région subbeskide par Kolenati (58) ; cette donnée a été répétée ensuite dans les ouvrages de Zepharovich (125), Klvaňa et Kučera (61). M. E. Burkart de Brno m'a prêté aimablement sont matériel pour les recherches. L'échantillon provenant du flanc sud de la Petřkovská hora contenait des agrégats globulaires composés de fibres rayonnantes avec un diamètre de 4—5 *mm*, le minéral est parfois incolore, mais dans la règle il est coloré par les matières chloritiques. Les fragments de clivage montrent des fissures de clivage parallèles, l'extinction est droite, signe d'allongement positif. Indices de réfraction: N = 1.487, n = 1482. La figure en lumière convergente, d'ailleurs indistincte, laisse voir la bissectrice obtuse négative sortant perpendiculairement. On est donc, vraisemblablement, en présence d'un minéral orthorhombique, clivable suivant les deux pinacoïdes, avec plan des axes optiques parallèle à

l'un des pinacoïdes, c = γ, signe du minéral +. Par réactions microchimiques on prouve K, Na, Ca. Il est évident que ce minéral diffère de la heulandite, mais il ne peut également pas être identifié à aucun autre zéolite connue.

Prehnite.

La prehnite entre dans la composition des teschénites néphéliniques de Čertův mlýn et de Kriegshübel près Šenov. On la trouve en paragenèse avec la natrolite, la thomsonite, l'anorthose et l'albite. A Libhošť elle forme avec l'apophyllite, la natrolite et la calcite le remplissage des cavités amygdaloïdes. Sa pureté parfaite la distingue des autres minéraux leucocrates. Elle affecte la forme d'agrégats en rosette, composés de segments biseautés et atteignant 4 *mm* en diamètre. Indices de réfraction: $\alpha = 1.616$, $\beta = 1.627$, $\gamma = 1.649$. Ses vives couleurs d'interférence la font aussi facilement reconnaître parmi les autres éléments clairs. Probablement, comme l'apophyllite, c'est un minéral de contact endogène. C'est sa première identification dans la contrée subbeskide morave.

Pectolite.

La pectolite forme des filons, puissants de 15 *mm* environ, dans la picrite de Libhošť. On la voit apparaître dans un creux près du chemin qui, partant du milieu du village, conduit par les champs à la grande route d'Etat. C'est un minéral finement filandreux, avec fibres groupées en faisceaux. Couleur blanche, lustre soyeux, transparente. Quant à l'aspect macroscopique, la pectolite ressemble beaucoup à la natrolite, elle s'en distingue, cependant, par la réfringence élevée dont la valeur est $\gamma = 1.632$ parallèlement aux fibres et $n = 1.600$ dans la direction transversale. Extinction droite, signe d'allongement positif. Attaquable difficilement par l'acide chlorhydrique avec séparation de silice pulvérulente. Par évaporation, on obtient des cubes de chlorure de sodium, l'addition de l'acide sulfurique provoque la formation d'aiguilles de sulfate de calcium.

Nous sommes les premiers à signaler la pectolite en Moravie et dans la République. Sa paragenèse avec la calcite fait supposer qu'elle a prit naissance dans un magma mixte carbonato-silicaté.

Apatite.

L'apatite est toujours présente comme élément des roches subbeskides, atteignant dans certaines roches de la partie méridionale du pays subbeskide une quantité de 10% environ (la roche de Tichá en contient 12%). Elle a l'apparence de fines baguettes allongées ou d'aiguilles disposées pa-

rallèlement, ce qui se traduit sur les sections transversales par des alignements en chapelet. La zone centrale est souvent d'un gris trouble, ce qui est provoqué par d'innombrables inclusions gazeuses, extrêmement petites, reflétant totalement la lumière par leur surface (fig. 6).

La corrosion est fréquente,la zone centrale lui résiste beaucoup moins que l'enveloppe (fig. 7). Un orifice relativement petit dans la paroi fut suffisant pour entraîner la résorption de tout l'intérieur. Ce phénomène explique les inclusions apparentes de quelques minéraux de formation postérieure (amphibole, biotite, chlorite, calcite).

Fig. 6. Apatite zonée. La zone moyenne est remplie de bulles de gaz, la zone externe est limpide.

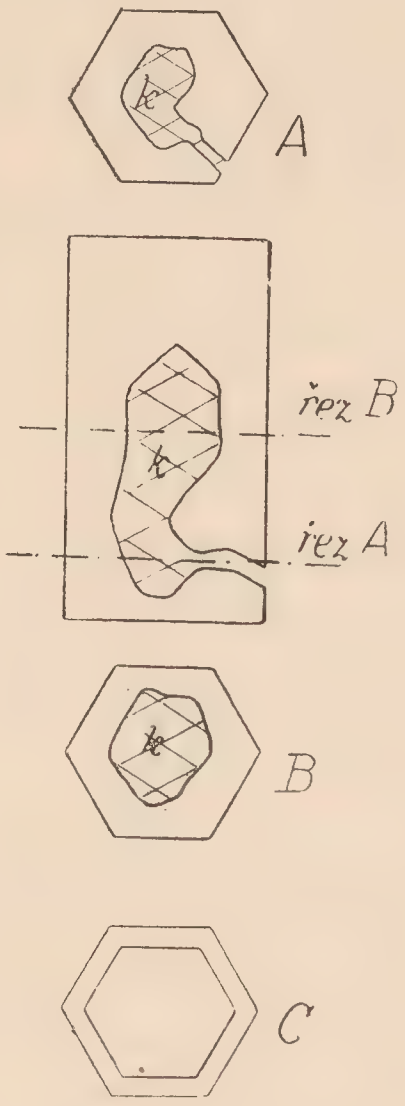


Fig. 7. Apatite affectée par la corrosion.

Pérovskite.

La pérovskite n'a pu être constatée que sur une seule coupe appartenant à la collection de † Stephan Weigel de Nový Jičín. Elle provient de Kriegshübel (Bannerbrünnl) près Šenov. Le minéral est fusiforme, avec des grains variant de 0·05 à 0·27 *mm*, constitue des agrégats atteignant 0·43 *mm* de longueur. Coloration brun-violette, transparent, relief fort. En général, faiblement anisotrope. La pérovskite est prouvée pour la première fois en Moravie par la présente étude (V. tab. II, fig. 7).

Magnétite.

La magnétite se rencontre dans tous les types de roches subbeskides, soit comme des grains plus gros, mais clairsemés, dans les roches grenues,

soit comme des petits granules abondants dans les roches effusives. Les effets d'une corrosion considérable sont parfois visibles; quelquefois, la magnétite affecte des figures squellettiques arborescentes ou finement réticulées. L'accolement avec l'ilménite est fréquent. Elle se forme aussi secondairement lors de la décomposition de l'olivine.

Ilménite.

L'ilménite est tout aussi fréquente que la magnétite et ne peut en être distinguée que dans le cas, où elle se trouve changée en leucoxène. Adopte également des formes de squelettes arborescents (tab. II., fig. 8). Souvent accompagnée de titanite.

Titanite.

La titanite est un élément accessoire assez commun de la teschénite. Elle est tantôt prismatique, tantôt fusiforme ou même a l'apparence d'un sceptre. Faiblement pléochroïque: incolore suivant la plus grande diagonale de la section rhombique transversale et roussâtre suivant la diagonale la plus petite. Réfringence et biréfringence élevée, 2 E se rapproche de 50°, signe du minéral positif, dispersion inclinée $\rho > \upsilon$. Sa formation dans le magma a été postérieure à celle des minéraux colorés, elle se trouve juxtaposée à la titan-augite, la barkévikite ou l'ilménite. Par endroits, elle forme des concentrations, comme par exemple dans l'enclave à analcime de la teschénite de Lahmberg, dans l'enclave calcitique de la teschénite biotitique de Lichnov, dans la partie transformée par contact de la teschénite de Čertův mlýn (93). On est, par conséquent, conduit à interpréter son origine comme due à l'assimilation des roches calcaires lors du métamorphisme de contact endogène.

Pyrite.

La pyrite est répandue en quantité plus modeste que la magnétite et l'ilménite, mais, néanmoins, elle est présente dans toutes les roches subbeskides. Elle forme souvent des petites accumulations dans la magnétite et l'ilménite, expulse même la magnétite née secondairement aux dépens de l'olivine. On peut conclure de ce fait que la pyrite s'est formée aux dépens de la magnétite lors des éruptions additionnelles d'hydrogène sulfuré.

Hématite.

Elle est le produit de la décomposition de la pyrite. Colore souvent les zéolites.

Chromite.

On ne la trouve que rarement dans quelques roches riches en olivine. Elle se reconnaît par ses sections rectangulaires, brunes, translucides ou même transparentes, isotropes. Elle se présente sous cet aspect dans les coupes minces 145, 151, 155, 287, 334. Jusqu'à présent, elle n'a pas été constatée dans cette région.

La **limonite** est un produit de désagrégation des roches subbeskides; elle détermine la couleur tabac des champs labourés constitués de matériel provenant de la destruction des roches subbeskides et se trouve comme ocre brun au fond des vacuoles laissées par l'olivine désagrégée.

Le **wad** forme des enduits d'un noir-bleuâtre sur la surface des blocs qui résultent de la décomposition des roches subbeskides. Il tire son origine des silicates (pyroxènes et amphiboles), où Mn vient en partie remplacer isomorphiquement Fe.

Quartz.

Le quartz n'est pas un élément authigène des roches éruptives subbeskides. Son origine doit être recherchée dans les sédiments crétacés que venait percer le magma et qu'il entraînait partiellement, c'est à dire dans les grès de Grodiště et les couches de Veřovice à facies gréseux. Très rarement, il se trouve comme élément accessoire dans les roches, comme p. ex. dans la palackyte de la carrière de M. Bartoň (Bartoňův lom) à Hodslavice, plus fréquemment, on le rencontre épigénisant, avec la calcite, l'olivine. Dans la carrière de M. Mertig (Mertigův lom) à Bludovice, à proximité de la station, il tapisse avec la pyrite et la calcite des géodes de 10 *cm* de diamètre environ; il est le plus récent et le plus abondant des minéraux mentionnés. Dans les cavités amygdaloïdes de la teschénite de Christhübel près Ženklava, on le trouve recouvrant la calcite d'une croûte cristalline. Associé à la pyrite, la calcite et l'ankérite, il forme le remplissage des veines dans la palackyte à l'extrémité sud de Životice.

Dans la teschénite de Skalky près Nov. Jičín, la silice s'est déposée sous forme de calcédoine qui est d'un blanc laiteux, fibreuse, avec indice de réfraction $\gtrless$ 1.537.

Chlorite.

La chlorite apparaît tantôt comme minéral secondaire dû à la décomposition des pyroxènes, plus rarement — des amphiboles, tantôt elle remplit avec la calcite et les zéolites les interstices entre les minéraux formés antérieurement et, enfin, elle peut prendre naissance dans les mêmes conditions

que les zéolites primaires. Elle peut être grenue, fibreuse, écailleuse, quelquefois radiée. Les *pseudomorphoses homogènes* du pyroxène en chlorite sont dignes d'intérêt. Un individu de pyroxène se trouve remplacé par un individu de chlorite, ce qui est mis en évidence par l'extinction uniforme. L'orientation est toujours la même, à savoir: b du pyroxène = β de la chlorite, *c* du pyroxène = γ de la chlorite ou s'écarte de la verticale de 5⁰ dans l'angle aigu β. Pléochroïsme: γ = β — vert foncé avec nuance bleue, α — jaunâtre. Absorption de la lumière $\gamma \geqq \beta > \alpha$, caractère du minéral — négatif, angle des axes optiques petit ou 0⁰ — *pennine.*

Céladonite.

La présence de la céladonite, comme produit de décomposition des augites dans les roches volcaniques subbeskides, a été signalée déjà par Tschermak (119, p. 262 et 264). Rohrbach (87, p. 34) ne parle que d'un minéral semblable à une argile verte. Haidinger décrit la céladonite (38,p. 86) remplissant les espaces entre les paramorphoses de l'aragonite en calcite. Au point de vue optique, la céladonite n'a pas été définie, c'est pourquoi on ne peut pas la distinguer optiquement de la chlorite. Les roches éruptives subbeskides sont caractérisées par une teneur constante en oxyde de potassium. Le calcul des éléments minéralogiques, basé sur les analyses chimiques, montre une quantité de biotite plus grande qu'elle ne l'est réellement dans la coupe et l'échantillon. Il est, par conséquent, probable que l'oxyde de potassium doit également entrer dans la composition d'un autre minéral. Parmi les produits d'altération des éléments colorés, on trouve quelques minéraux „chlorito-serpentiniques", dont l'allure microscopique diffère de celle des chlorites et des serpentines. Plusieurs d'entre eux sont contenus dans la pâte, d'autres se rencontrent dans les roches grenues, offrant absolument l'apparence de minéraux hydrothermaux. Ils sont amorphes, cryptocristallins ou phanérocristallins, englobant poecilitiquement les minéraux formés avant (coupes 276, 264a). Particulièrement intéressants sont les rapports des variétés amorphe, cryptocristalline et à cristallinité visible. A cause des petites dimensions et de la pénétration abondante des autres minéraux on ne pouvait avoir la certitude de posséder un matériel pur même pour l'analyse qualitative. Pour cette raison, on a choisi pour l'analyse une terre verte provenant d'une roche calcique affleurant dans les champs entre Kojetín et Janovice et qui semble être identique à la roche à céladonite décrite par Haidinger (38, p. 86). C'est une substance compacte, de couleur bleu-verte allant jusqu'au vert pomme, à éclat gras. Elle a une dureté variable, mais peut facilement être rayée par le canif. L'analyse a été faite par M. Václav Veselý au laboratoire chimique du Státní geologický ústav RČS.

SiO_2	73·84%
TiO_2	0·20
Al_2O_3	8·52
Fe_2O_3	2·84
FeO	1·38
CaO	1·83
MgO	1·94
K_2O	2·88
Na_2O	0·16
H_2O jusqu'à 105⁰	3·02
H_2O combinée chim.	2·74
CO_2	1·00
Somme	100·35%

Des 20 analyses de céladonites que donne Doelter (27, tome II, partie 3), aucune ne possède une si grande quantité de SiO_2, celle-ci variant de 60·09% à 34·17%. De même,les analyses de la glauconie contiennent moins de SiO_2, la quantité maximum étant de 58·74%, la quantité minimum — 40·00%.

Les proportions des autres oxydes ne dépassent, cependant, pas les limites des valeurs constatées pour les autres gisements et, prenant en considération les grands écarts dans la composition de cette substance, nous trouvons légitime d'attribuer notre minéral à la céladonite.

Carbonates.

La *calcite* est abondante dans les roches éruptives subbeskides. Elle a été envisagée comme minéral secondaire, parce qu'elle accompagne surtout les roches métamorphisées. Cependant, elle est également présente dans les roches absolument intactes de tous les types subbeskides. Son origine est allothigène primaire. Le magma, riche en vapeurs d'eau et en anhydride carbonique, engloba une quantité de sédiments calcaires néocomiens, qui ont été partiellement dissous par la solution-mère hydratée et lors de la phase hydrothermale la calcite s'en est séparée en dernier lieu. C'est pourquoi elle est xénomorphe, même lorsqu'elle se trouve en compagnie de zéolites, ce qui est le cas le plus fréquent. Elle forme souvent de plus grandes concrétions, donnant à la roche une apparence amygdaloïde. On rencontre ces roches pseudo-amygdaloïdes sur le Kojetínský kopec (colline de Kojetín) au pied de la Libhošťská hůrka (Mont de Libhošť) à l'Ouest de Závěšice, près de Kunvald et, enfin, près de la gare de Paskov. Dans la carrière de M. Seget'a, côte 352 *m*, à l'Ouest de Vlčnov, les concrétions de calcite atteignent des dimensions de plusieurs dm^3. Elles sont constituées par une masse

calcitique clivable, d'un rose clair, avec éclat perlé sur les surfaces de clivage. Le minéral a été analysé par M. Rudolf J i r k o v s k ý.

Résidu insoluble	0·30%
CaO	55·09
MgO	0·20
MnO	0·20
CO_2	44·30
H_2O (hygroscop.)	0·02
Somme	100·11%

L'essai pour Fe s'est montré négatif. Les éruptions subséquentes, contenant surtout des résidus cristallisables alcalins et riches en matières volatiles, ainsi que la dissociation partielle des sédiments calcaires augmentaient la tension du magma, déterminant des fissures dans les intrusions consolidées ou se consolidant. Les solutions aqueuses chargées de matières alcalines et de carbonate de calcium circulaient dans ces fentes, déposant les minéraux. Lorsqu'il s'agissait de masses incomplètement refroidies, des ségrégations prennaient naissance, tandis que dans les roches tout à fait consolidées, ce sont les filons de carbonate qui se formaient.

La *calcite de filon* est fréquente dans la région subbeskide. On la trouve surtout à Žilina au Nord de la scierie de M. Stanovský (Stanovského pila), au-dessus de la station de Bludovice près de la côte 412 *m*, dans l'ancienne carrière de M. Palacký (lom Palackých) au Nord de Hodslavice, dans la carrière de M. Mertig à Bludovice, sur le Kojetínský kopec et ailleurs. La calcite possède ici un aspect fibreux, les fibres étant disposées perpendiculairement aux surfaces limitant le filon. R o h r b a c h et K l v a ň a attribuaient ce carbonate fibreux à l'aragonite et, cependant, la réaction de Meigen indique nettement la calcite. L. J. S p e n c e r (109), en faisant des recherches sur la calcite fibreuse „sattins-par" d'Alston dans le Cumberland, s'est également occupé du carbonate fibreux des environs de Nov. Jičín et en fit la détermination exacte, trouvant qu'il s'agit d'un rhomboèdre de calcite extraordinairement allongé suivant 2 paires d'arêtes du rhomboèdre primitif. Les fibres sont traversées obliquement par les fissures de clivage suivant le rhomboèdre primitif. D'après K l v a ň a (54), la calcite fibreuse de l'ancienne carrière de M. Palacký contient du strontium. Puisque par la coloration de la flamme on n'arrivait pas à déceler Sr, M. V e s e l ý a bien voulu faire l'analyse par voie humide. Ses résultats prouvent que le calcaire de l'ancienne carrière de M. Palacký et le calcaire affleurant au N. de la scierie de M. Stanovský à Žilina contiennent des traces évidentes de Sr (on les estime représenter des centièmes de %). Dans le calcaire de la carrière près de la route menant de Bludovice à Žilina, Sr n'a pas pu être constaté, même en laissant reposer pendant 12 h la solution avec le réactif.

Les *ségrégations de calcite* sont en rapports plus étroits avec les roches silicatées, dans lesquelles elles envoient de nombreux filonnets. La calcite se

présente ici en grains isodiamétriques qui s'interpénètrent volontiers ; le clivage est toujours évident suivant le rhomboèdre primitif, macle fréquente suivant — ½ R. A côté de la calcite, on aperçoit aussi à l'état disséminé la pyrite, l'aegyrine avec l'aegyrine-augite, la titanite, parfois aussi les plagioclases acides, les zéolites et le quartz. Généralement, ils n'atteignent que des dimensions microscopiques. Macroscopiquement, ces minéraux sont visibles dans la carrière Velikonoce, au S de Zámrsk, dans la région montueuse de Jaseník et Bludovice, près de Hodslavice, à Veřovice dans la carrière située derrière l'école, à Lichnov, à Kozlovice au pied de la montagne Tábor et en plusieurs autres endroits.

Dans certaines localités, la calcite apparaît comme minéral des *fissures*. Sur la colline Christhübel à l'E. de Ženklava, on la trouve formant des druses de plusieurs cm^3 de grandeur ; la forme dominante est le scalénoèdre. A l'embouchure du Libotínský potok (ruisseau de Libotín), elle forme dans la teschénite des croûtes cristallines composées du rhomboèdre — ½ R, la pyrite l'accompagne. Les fentes de la teschénite de Prostřední Bludovice dans la région de Těšín contiennent, à côté de l'analcime, de la natrolite et de la thomsonite dominantes, une petite quantité de calcite. A Libhošť également, la calcite est connue, à côté de la natrolite, comme minéral des fissures. Dans la géode de la carrière de M. Mertig à Bludovice la calcite constitue la zone moyenne, étant recouverte d'une couche de pyrite et reposant elle-même sur une couche intérieure quartzeuse. Dans une autre géode du même endroit, la calcite, avec les faces —½ R à courbure lenticulaire, a cristallisé sur le quartz. Très fréquemment, la calcite substitue, partiellement ou totalement, la serpentine épigénisant l'olivine. De cette façon naissent les fausses vacuoles amygdaloïdes. On observe les phénomènes semblables au NW de Choryň au pied du flanc nord de la colline „Bůčky", près de Příluky, sur le versant SW du Mořkovský kopec (colline de Mořkov), à l'extrémité NE de Rybí et ailleurs.

La calcite secondaire se forme aux dépens des pyroxènes, amphiboles et plagioclases. Elle a alors l'aspect d'écailles transparentes et de grains à biréfringence excessivement élevée.

Dolomie. La teschénite de Skalky près Nov. Jičín contient passablement d'agrégats grenus de carbonates, souvent en paragenèse avec l'analcime. Une partie seulement est décomposée par l'acide chlorhydrique dilué. La teneur en Ca et Mg du carbonate résiduaire a trahi la dolomie. K u č e r a (61) signale également la dolomie dans la carrière de M. Palacký à Hodslavice et à St. Jičín. Elle est, cependant, beaucoup moins répandue que la calcite.

Ankérite. Je l'ai découverte sur l'échantillon No 18913 de la collection de M. E. B u r k a r t, qui devait contenir, d'après l'indication du collectionneur, de la heulandite. C'est un morceau provenant du filon carbonaté de la carrière située sur la pente est du Mořkovský kopec, à l'extrémité sud de Životice, et contenant de la pyrite, partiellement décomposée en limonite,

du quartz, de la calcite et un autre carbonate, insoluble dans l'acide chlorhydrique dilué. L'analyse qualitative ayant démontré la présence de Fe, Ca et Mg, il doit être attribué à l'ankérite. Jusqu'à présent l'ankérite n'était pas connue dans cette région.

Pâte.

Tous les savants qui ont poursuivi l'étude microscopique des roches éruptives subbeskides sont d'accord à définir la matière qui remplit les espaces entre les autres formations effusives comme un verre. M ö h l (71) considère même le verre comme élément constitutif de la teschénite et R o s e n b u s c h (89) suppose que la masse chlorito-serpentinique des types oliviniques de profondeur s'est formée par dévitrification. Il est compréhensible que la détermination de la pâte, généralement riche en microlites de minéraux de seconde génération, empêchant son isolation parfaite, présentait de grandes difficultés. Les valeurs approximatives déduites de l'analyse chimique peuvent toujours être attribuées au verre, qui n'a pas de caractère défini au point de vue chimique. Il s'en suivait que l'on désignait souvent comme verre une pâte, dont la constitution répondait à des rapports stéchiométriques définis. D'après H u n t e r et R o s e n b u s c h (98), la monchiquite de Rio de Janeiro contient du verre. P i r s s o n (81) a cependant prouvé que c'est de l'analcime, reconnaissable non seulement par sa composition chimique, mais aussi par ses propriétés physiques. L'erreur commise par M ö h l est du même genre.

Les termes nettement effusifs, comme les picrites, à structure porphyrique évidente, possèdent une pâte qui, macroscopiquement, semble absolument compacte ; cependant, même dans ce cas, l'étude microscopique fait douter que la pâte soit entièrement vitreuse. Il est vrai que la présence de la seconde génération de minéraux démontre indiscutablement une variation brusque des conditions de cristallisation, de la température et de la pression, mais leurs contours, relativement bons, ainsi que la présence de l'amphibole et de la biotite, parlent contre une consolidation qui aurait été suffisamment rapide pour donner naissance au verre.

La pâte des types effusifs subbeskides est assez variée ; tantôt incolore, tantôt grisâtre, brunâtre ou verdâtre. L'indice de réfraction est soit considérablement plus grand, soit visiblement plus petit que celui du baume de Canada. Isotrope ou légèrement biréfringente.

L'étude de la pâte touche aussi aux cavités amygdaloïdes que l'on trouve dans les types effusifs. Celles-ci se trouvent remplies par la calcite, les zéolites et un minéral chlorito-serpentinique. A côté d'une variété visiblement cristalline, on en observe une qui est cryptocristalline ou amorphe. Ce sont des concentrations d'éléments de roches qui se sont séparés du magma en dernier lieu ; ils pénètrent à partir d'ici jusqu'aux petits espaces

vides de la pâte. La question de savoir si le verre se trouve également parmi ces composants ne peut être ni affirmée, ni contestée. Il est, cependant, certain que le rôle qui revient au verre est beaucoup plus petit, qu'on ne l'avait supposé.

Description des roches.

Je subdivise les roches éruptives subbeskides en cinq groupes; les trois premiers sont caractérisés par la proportion décroissante de l'olivine, les deux derniers par l'allure des éléments blancs. Chacun des groupes comprend trois subdivisions analogues, basées sur la présence du pyroxène, de l'amphibole et de la biotite. D'après la structure on distingue trois cas, à savoir:

a) *roches grenues*, formées par consolidation lente en plus grande profondeur ou dans des corps éruptifs plus grands;

b) *roches porphyriques*, engendrées par consolidation plus rapide plus près de la surface, en masses éruptives plus petites, ou au contact avec les sédiments;

c) roches à structure intermédiaire entre les deux cas précédents.

Le *I-ier groupe* comprend les roches avec une proportion d'olivine de 50 à 30%, les éléments incolores faisant complètement défaut ou représentés à peine par 5%. Le reste est formé dans les trois subdivisions comme suit:

1. surtout pyroxène, quelquefois avec un peu de biotite.
2. pyroxène et amphibole.
3. pyroxène, amphibole et biotite.

a) Les roches grenues sont nommées *péridotites*, *b*) les termes porphyriques désignés comme *picrites*.

II-me groupe: La proportion de l'olivine est inférieure à 25%, en moyenne 10—15%. Les feldspaths et les zéolites sont quelquefois présents en faible quantité.

Dans la subdivision 1., l'élément prédominant est le pyroxène, auquel se joint un peu de biotite,

Dans la subdivision 2., à côté du pyroxène apparaît l'amphibole, quelquefois en même quantité.

Dans la subdivision 3., le pyroxène prédomine sur l'amphibole et la biotite.

a) Les roches à structure grenue sont les *péridotites teschénitiques*, *b*) les types porphyriques — les *picrites teschénitiques*.

III-me groupe: La proportion de l'olivine diminuant, les plagioclases et l'analcime forment plus de 10%. A côté de cela on trouve:

dans la subdivision 1: pyroxène et biotite,
dans la subdivision 2: pyroxène et amphibole,
dans la subdivision 3: pyroxène, amphibole et biotite.

Dans cette subdivision, et dans les subdivisions suivantes, la différence entre les types grenus et porphyriques s'efface. Le nom de „diabase", souvent employé, se rapporte surtout aux types microgrenus de cette subdivision et des suivantes. Les roches de cette subdivision sont appelées *teschénites oliviniques*.

IV-me groupe: l'olivine a disparu complètement ou n'est présente qu'en traces insignifiantes. L'élément dominant est le feldspath, auquel se joint l'analcime.

Les minéraux foncés sont représentés:
dans la subdivision 1. — par le pyroxène, parfois avec un peu de biotite
dans la subdivision 2. — par le pyroxène et l'amphibole
dans la subdivision 3. — par le pyroxène, l'amphibole et la biotite.
Ces roches représentent la *teschénite à analcime*.

Une subdivision spéciale β) comprend les roches qui sont semblables aux précédentes par la constitution minéralogique et la structure, mais où les minéraux colorés prédominent sur les blancs. Ce sont les *pyroxénites teschénitiques*.

Le V-me groupe comprend les roches, dont les éléments incolores sont la néphéline, généralement altérée en bergmannite, les feldspaths alcalin (l'anorthose et l'albite) et les zéolites. Les minéraux colorés sont les mêmes que dans le groupe précédent. C'est la *teschénite néphélinique*. Certaines variétés possèdent aussi l'allure de *pyroxénite teschénitique*.

La calcite de filon et les mélanges de roches carbonato-silicatées, avec carbonate prédominant, font également l'objet de la dernière partie de mon exposé. En ce qui concerne la classification et la nomenclature, je dois faire les remarques suivantes:

Le I-er groupe correspond, quant à ses termes porphyriques, à la *picrite de Tschermak* (117 et 119) qui contient 50% d'olivine, ce qui constitue 20% environ de MgO. La variété grenue de même composition, qui représente l'équivalent de profondeur des picrites effusives, je la nomme, comme Möhl (70), *péridotite*. La modification apportée par Rosenbusch (89), qui désigne la picrite comme picrit-porphyrite et la roche grenue comme picrite, n'a, d'après mon avis, pas de raison.

II. La péridotite teschénitique et la picrite teschénitique ressemblent, au point de vue macroscopique, aux roches analogues du I-er groupe. Mais puisque la proportion de l'olivine et, par conséquent, celle de MgO diminue de moitié et que le nom de picrite fut donné aux roches précisément à cause de leur teneur élevée en Mg, je considère légitime de distinguer les picrites proprement dites et les roches avec une quantité inférieure d'olivine. Je l'exprime par l'adjectif „teschénitique" qui indique en même temps une tendance vers la teschénite aussi bien dans la constitution minéralogique, que dans la composition chimique. Le nom de picrite teschénitique est employé dans le même cas par G. W. Tyrrell (97, p. 463).

III. La teschénite olivinique représente le terme intermédiaire entre les roches à olivine et les teschénites; elle se rapproche des premières par la présence de l'olivine, des secondes — par celle du plagioclase et des zéolites.

La désignation „teschénite olivinique" a été employée pour la première fois par *Lacroix* (129).

Le IV-me groupe correspond à la teschénite, comme l'entendaient *Tschermak* (117 et 119) et *Rohrbach* (87), le V-me à la teschénite dans le sens de *Rosenbusch* (92). Les noms de teschénite à analcime et de teschénite néphélinique sont empruntés à *Tyrrell* (128). Le nom de pyroxénite teschénitique a été employé par *Račkovskij* (Ratchkowsky) (82) pour les roches semblables de la région de Minoussinsk en Sibérie.

I-ier groupe: Péridotite et picrite.

Les roches de ce groupe sont caractérisées par la prédominance de l'olivine, qui forme 50—30%. Elles possèdent comme autre élément essentiel l'augite, soit seule, soit avec l'amphibole et la biotite. Ce sont les termes les plus basiques, représentant le magna partiel le plus lourd, formé par différenciation du magna complet d'après le poids spécifique. Tantôt ils constituent à eux seuls des corps effusifs considérables, tantôt ils se rencontrent avec les roches du II-me groupe.

1-re subdivision

A côté de l'olivine, constituant 50%, on trouve jusqu'à 40% d'augite avec un peu de biotite.

a) La péridodite de Kriegshübel (nommé aussi Bannerbrünnl) entre Šenov et Bernatice au SW de Nov. Jičín, formait un corps intrusif important que l'on exploitait comme matériel pour l'empierrement des routes. Actuellement, on ne trouve à son emplacement qu'une flaque d'eau, autour de laquelle gisent des fragments de roches. La coloration de la roche est noire, la structure est grenue, le grain est fin ou moyen. La surface est parsemée de petits creux laissés par l'olivine décomposée, dont on peut encore reconnaître les traces, grâce à la coloration jaunâtre de la serpentine. On reconnaît également de petites paillettes brunes de biotite à éclat semi-métallique. Sur la coupe mince, l'olivine et la titanaugite représentent chacune environ 40%; les cristaux d'olivine sont moins abondants, mais plus grands; ceux de la titanaugite, plus petits, mais plus nombreux, forment de multiples groupements rayonnants. La biotite, constituant à peine 5%, est d'un rougebrun, avec bordure noir-brune absorbant intensivement la lumière. La pâte, occupant plus de 10%, est généralement chloritique, parfois cryptocristalline, délicatement fibreuse formant des lisérés autour du pyroxène; leur centre est constitué par la chlorite amorphe. La calcite primaire, plus récente que la chlorite, apparaît également.

Intéressante est l'aegyrine coiffant le pyroxène. La magnétite est assez fréquente, la pyrite est plus rare. Peu d'apatite. La roche de cette localité a été analysée par F. E. Szameit (119, p. 248), voir Aperçu après la p. 62.

Des péridotites semblables, dont la proportion des éléments constitutifs mentionnés ne varie que faiblement, se rencontrent *à l'ENE de Libhošť au croisement des routes Dreigübel* (287), dans la carrière de M. Rábl près Janovice (276), au Sud de la route menant de Kojetín à Starý Jičín (279), à l'endroit dit Vlčí hrdlo, sur le petit col séparant la montagne „Petřkovská hora" du Pohořilec (54).

b) *La picrite de Hončova Hůrka au N. de Příbor* forme une nappe d'épanchement. Dans la partie nord de la carrière elle est assez fraîche. La structure est porphyrique, les phénocristaux d'olivine, atteignant jusqu'à 1 *cm* de longueur, constituent presque la moitié. Les pseudomorphoses en serpentine sont assez rares. La pâte est compacte, représentant un enchevêtrement très épais de petits cristaux de titanaugite, sa proportion atteint presque 50%. Les phénocristaux de titanaugite sont excessivement rares. La quantité de biotite est modérée, les bordures terminales d'aegyrine sont rares. Les grains de minerais sont petits et peu nombreux. La substance interstitielle est très peu abondante, incolore, parfois légèrement anisotrope, probablement vitreuse. Par places, les phénocristaux de pyroxène sont plus nombreux, l'olivine est atteinte par une altération plus avancée et la serpentine se trouve subsituée par la calcite et le quartz. Ailleurs, les phénocristaux d'olivine et de titanaugite laissent voir fréquemment la corrosion. Tschermak (119, p. 247) donne une analyse, faite par P. Juhasz, des picrites de la Kamenná et Hončova hůrka près Příbor et du Gimpelberg au SSE de Nov. Jičín (voir Aperçu après la p. 62).

Des picrites semblables se rencontrent sur le Sovinec à l'W de Fryčovice (328), dans la région montueuse de Mořkov et Jičín au S du Gimpelberg.

c) Les roches oliviniques à structure intermédiaire se distinguent par le fait que la grandeur des individus d'augite diminue peu à peu, les contours restant absolument automorphes; simultanément, la quantité de biotite augmente, un peu d'amphibole vient également s'ajouter. On connaît les roches de ce type sur le versant est de la région montueuse de Mořkov et Jičín (185 et 187), dans la carrière „Propast" au pied du flanc sud-est du Pohořilec près Straník (37), sur la route menant de Straník par la Petřkovská hora à Janovice (40), sur la pente sud-est de Strážnice (= Stranský kopec 527 *m*) 66, 67, 68, et 146, sur le Štramberčík au N de Veřovice (244).

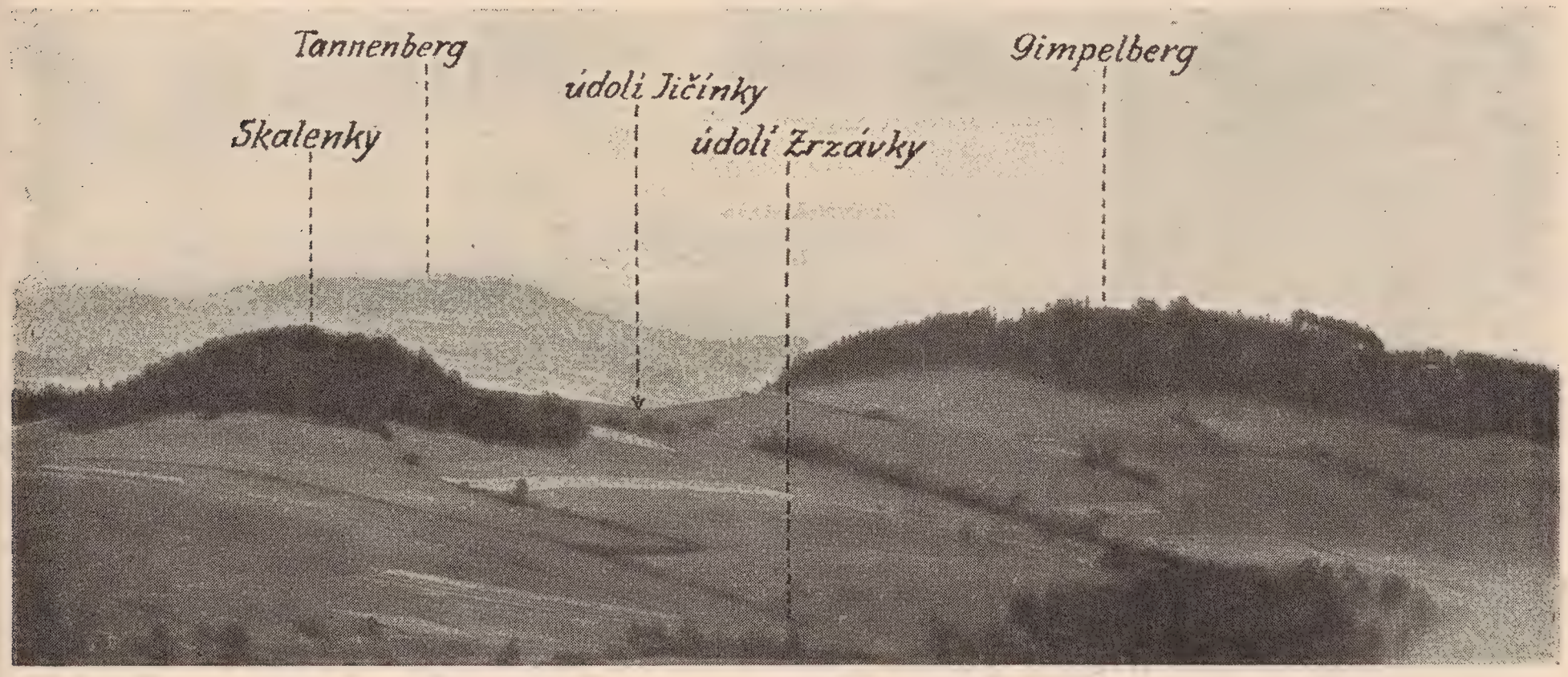
2me subdivision:

A côté de l'olivine qui constitue plus de 50%, l'augite et l'amphibole entrent en proportions égales dans la composition de la roche; parfois, l'amphibole prédomine.

a) *Péridotite de Žilina.* Sur la rive gauche de la Jičínka, derrière la scierie à vapeur de M. Stanovský, les carrières de M. Dárek (Dár-

kovy lomy) au pied du Gimpelberg sont ouvertes dans une roche olivinique. Celle-ci est à grain fin allant jusqu'au moyen, de couleur noir-grise avec nuance verdâtre. Les taches jaunâtres, ou couleur de rouille, à la surface indiquent la prédominance de l'olivine. Sur une cassure fraîche l'olivine est moins évidente, car la transformation en serpentine est assez avancée. Les petits grains d'augite et d'amphibole sont noirs et ne peuvent pas être distingués facilement les uns des autres, l'éclat plus intense dénonçant seul les amphiboles.

En coupe mince la structure grenue est quelque peu voilée par la prédominance et le développement plus parfait de l'olivine. De même, la présence de la pâte rappelle la structure porphyrique. Même en lumière naturelle, la roche offre un aspect bigarré. L'olivine dominante, avec de rares



Gimpelberg — gisement de roches oliviniques. Au premier plan on aperçoit une partie de la chaîne de Mořkov et Jičín (Gimpelberg-Skalenky), à l'arrière-plan le Tannenberg, entre les deux se trouve la vallée de la Jičínka, tout en avant — la vallée de la Zrzávka.

ligaments se trouve à moitié remplacée par une matière serpentinique verdâtre, tandis que les carreaux incolores de l'olivine fraîche viennent contraster avec les nombreux îlots noirs du minerai secondaire pulvérulent. La coloration fait ressortir parmi les cristaux d'olivine la barkévikite brun-foncée d'une part et l'augite, d'un violet légèrement rosâtre — de l'autre ; les deux ont des contours hypidiomorphes. La quantité de biotite titanifère rouge-brune, douée d'un vif pléochroisme, est considérablement plus petite. Les espaces sont remplis par une substance chloritique verdâtre, de préférence compacte ; on remarque aussi quelques sections de plagioclases à contours irréguliers, maclés suivant la loi d'albite et montrant une structure zonaire. La roche est pauvre en minerai primaire, les bâtonnets d'apatite sont rares. Sur la coupe on observe un petit filonnet rempli en partie par la serpentine, en partie par la calcite. La péridotite contient 50% d'olivine, 20% d'augite avec autant de barkévikite et 10% de pâte chloritique.

La péridotite des carrières de M. Dárek est semblable à certaines autres roches, dont tous les échantillons (190, 191, 165, 161) ont été recueillis plus loin vers le Nord, dans la direction de Nov. Jičín, sauf un, 219 *c*, provenant du rocher situé sur la rive droite de la Jičínka près de l'embouchure du Libotínský potok. L'échantillon 161 possède des plagioclasses zonés en petit nombre, les macles étant formées par les termes allant de l'anorthite à l'oligoclase-andésine, ce qui marque déjà un passage vers les teschénites. La péridotite provenant de l'embouchure du Libotínský potok a été analysée par Tschermak (119, p. 246) et Eichleiter (29, les deux analyses sont reproduites aprés la page 62. Au Sud de cet endroit, sur la pente est de la chaîne de Mořkov et Jičín, à Životice, affleure une péridotite amphibolique (181). Un autre foyer péridotitique est connu à Rybí, et plus précisément à son extrémité nord-ouest sur la pente sud du Holivák et du Söhlerbusch. La diminution de l'olivine et l'augmentation des plagioclases montre ici d'une façon splendide les passages des péridotites proprement dites, aux péridotites teschénitiques et aux teschénites oliviniques. La teschénite à analcime se rencontre ici également.

b) En connexion avec le caractère effusif, on voit la proportion de l'amphibole décroître, car les conditions de son existence nécessitent une certaine richesse en matières volatiles.

Picrite de la Kamenná hůrka au N. de Příbor. Au N. de Hončova hůrka un petit col sépare la Kamenná hůrka. Sur le flanc sud de celle-ci on trouve un affleurement de picrite, dont la surface poreuse ressemblant à une éponge est due aux olivines décomposées; la couleur est d'un brun-noir. Elle est absolument fraîche sur la fracture. Sa structure est porphyrique. Les phénocristaux d'olivine sont souillés près de la surface par l'oxyde terrique brun jaunâtre. Sur la coupe mince, ils forment à peu près la moitié de la roche; ils sont généralement intacts, quelques-uns avec petites bandelettes de serpentine. Par places, ils montrent les effets de la résorption magmatique, les cavités qui en résultent sont remplies par la pâte ou par la calcite grenue. La pâte est hypocristalline, constituée d'un réseau dense de petits cristaux de titanaugite, d'individus moins nombreux de barkévikite et d'une multitude de grains de minerai. Les rares espaces sont comblés par une substance verdâtre transparente et isotrope. avec n=1.563 qui est, le plus probablement, un verre. La pâte n'est représentée que faiblement dans la constitution; de temps en temps seulement, on trouve des régions restreintes, où la structure et les quantités relatives des éléments diffèrent de celles de la base normale. La grandeur des grains devient alors deux et même trois fois plus grande, le développement des individus fortement allongés est plus parfait, la quantité de barkévikite croît aux dépens de celle de la titanaugite. La pâte est plus abondante, mais également trouble; le plus fort grossissement semble révéler la cause de cette impureté dans les microlites d'une troisième génération de minéraux dont le caractère ne peut cependant pas être déterminé. Ces régions répresentent les espaces, où venaient se concentrer pendant la

période effusive les matières volatiles. D'autres échantillons sont plus riches en calcite remplissant les vides, laissés par l'olivine corrodée, et formant aussi des concrétions plus grandes. Fait remarquable, on observe une relation entre la pâte de composition différente et ces concrétions, autour desquelles elle vient s'amasser. Ceci prouve l'origine primaire et, notamment, hydrothermale, de la calcite. Quelquefois, les concrétions de calcite apparaissent en si grand nombre, que la roche affecte l'apparence amygdaloïde. La coupe 320 montre deux générations de titanaugite.

La roche a été analysée par M. V e s e l ý:

	I.	II.	III.
$Si O_2$	39·78	65·97	40·44
$Ti O_2$	2·39	2·98	1·83
$Zr O_2$	—	—	—
$Al_2 O_3$	8·41	8·23	5·04
$Fe_2 O_3$	4·47 = 4·03 Fe O		
$Cr_2 O_3$	0·11	0·07	0·04
Fe O	8·12	16·91	10·37
Mn O	0·15	0·21	0·13
Ni O	0·07	0·09	0·06
Ca O	9·92	17·69	10·85
Mg O	19·02	47·17	28·92
Ba O	—	—	—
$K_2 O$	0·74	0·79	0·48
$Na_2 O$	1·66	2·68	1·64
$H_2 O +$	3·42		
$H_2 O —$	1·01		
$P_2 O_5$	0·48	0·34	0·21
S	0·11		
CO_2	traces		
Cl	0·04		
	99·90	163·13	100·01

la colonne I. contient les % % en poids, fournis par l'analyse
la colonne II. contient les proportions moléculaires
la colonne III. contient les proportions moléculaires en % %.

La colonne III. permet de représenter les groupes atomiques de cette façon:

$s = 40{\cdot}44 + 1{\cdot}83 = 42{\cdot}27$ $\qquad P_2O_5 = 0{\cdot}21\ \%$ moléc.

$A = 0{\cdot}48 + 1{\cdot}64 = 2{\cdot}12$

$C = 5{\cdot}04 + 0{\cdot}04 - 2{\cdot}12 = 2{\cdot}96$

$F = (10{\cdot}37 + 0{\cdot}13 + 0{\cdot}06) + 28{\cdot}92 + (10{\cdot}85 - 2{\cdot}96) = 47{\cdot}37,$

d'où: $a = 1{\cdot}2 \quad c = 1{\cdot}7 \quad f = 27{\cdot}1$

$n = 7{\cdot}7$ (série α)

$$k = \frac{42{\cdot}27}{66{\cdot}01} = 0{\cdot}64$$

La formule est donc: $s_{42{\cdot}3}\ a_{1{\cdot}2}\ c_{1{\cdot}7}\ f_{27{\cdot}1}\ n_{7{\cdot}7}$

La densité (déterminée avec la balance de Schwarz) est de 3·04.

La teneur considérable en $H_2O +$ témoigne que la roche a été engendrée par la consolidation d'un „magma mouillé". P_2O_5 et Cl proviennent de l'apatite, S est contenu dans la pyrite. La teneur en TiO_2 est caractéristique pour les roches subbeskides et tient surtout à la présence de la titanaugite, Cr_2O_3 est lié d'une part à la chromite, qui a pu être idenfitiée d'une manière plus exacte dans les roches apparentées (145, 151, 155, 334), et d'autre part il est contenu dans la titanaugite. Le pyroxène chromifère se manifeste par une coloration vert-émeraude, allant jusqu'au vert-poireau, qu'on peut remarquer quelquefois dans la couche moyenne des pyroxènes zonés ; cependant, Brauns (13) a prouvé la présence de Cr_2O_3 dans les augites diabasiques provenant des picrites des Schwarze Steine dépourvues de coloration verte, ce qu'il explique par la présence du titane, la coloration de son ion compensant celle du ion chrome. Ni O est contenu dans l'olivine, qui est le porteur du nickel dans la péridotite ; MnO accompagne Fe O. La haute teneur en Mg O, caractère essentiel de la picrite, est due en premier lieu à l'olivine. Na_2O est contenu dans la molécule de la barkévikite, K_2O dans celle de la biotite.

Des picrites identiques ou semblables sont connues sur la Hončova hůrka, 315, 316, à l'Ouest de Příbor, 291, 295. Puis certaines roches amygdaloïdes de Libhošť 288 s'y rattachent ; les vacuoles sont comblées surtout par la natrolite, l'apophyllite et la calcite qui s'introduisent également dans la pâte. La natrolite fibreuse, accompagnée parfois de serpentine, épigénise l'olivine.

c) Les roches à structure intermédiaire apparaissent *prés du chemin menant de Příluky à Vysoká*. L'échantillon 17 contient environ 30% d'olivine transformée en serpentine, l'échantillon 18 provenant des alentours de Vysoká lui est semblable. Le spécimen 70, recueilli sur le sentier forestier qui va de Čertův mlýn à Straník, appartient à une roche porphyrique avec 30 % d'olivine, 40 % de titanaugite. 10% de barkévikite et 10 % de minerai. Dans le ravin du Kojetínský kopec, on peut voir les roches oliviniques qui

viennent s'introduire dans des schistes noirs marneux, causant leur durcissement au contact. L'échantillon 79 représente une roche porphyroïde dont les phénocristaux d'olivine, constituant 40%, voient leur grandeur diminuer peu à peu de 1 *cm* à 0·3 *mm*. La même chose se passe avec la titanaugite constituant également 40 %: ses dimensions décroissent de 3 *mm* à 0·15 *mm*. L'amphibole brune apparaît de facon subordonnée, la pâte isotrope teintée en brun n'est présente qu'en quantité restreinte. Assez fréquentes sont les concrétions sphériques de calcite atteignant environ 1·3 *mm* en diamètre. A l'extrémité sud de Bludovice, près de la côte 442 *m*, affleure une roche microgrenue 114, dont la grosseur des grains diminuant progressivement est en rapport fonctionel avec l'ordre de cristallisation. La roche contient 30 % d'olivine, 60 % de pyroxène; la pâte, constituant 10 %, semble être isotrope, avec indice du réfraction tantôt n = 1·490, tantôt n = 1.515. Le minerai adopte des formes squelettiques. Des roches analogues sont connues près du sommet du Gimpelberg (189), à l'E de Kunvald sur la colline Hexenhübel (283, 285, 286) et celle de Sovinec près Fryčovice (325 et 326), à Brušperk dans le ravin du ruisseau Antoňov (339).

3me subdivision.

A côté de l'olivine, représentant 30—50%, l'amphibole, l'augite, la biotite et la chlorite entrent comme éléments essentiels dans la constitution de la roche.

a) La péridotite de la carrière de M. Pokluda (Pokludův lom) à Staříč affleure sur le flanc de la colline qui s'élève au N. du village jusqu'à une altitude de 100 *m* environ. La roche est décomposée en sable noir, avantageusement exploité pour le mortier. Par places on trouve de plus grands blocs de roche intacte, de couleur noire, microgrenue, avec de petits creux laissés par l'olivine décomposée, des écailles jaune-laiton à éclat métallique de la biotite titanifère et, enfin, des facettes noires, à lustre semi-métallique, de pyroxène et d'amhpibole. En coupe mince, on observe la structure hypidiomorphe grenue et une texture sans orientation.

L'olivine forme 30%, dont un tiers est transformé en antigorite lamelleuse. La titanaugite, constituant 25% environ, se présente en individus de petite taille groupés en agrégats multiples. La proportion de la barkévikite s'élève approximativement à 20%; elle s'est formée postérieurement au pyroxène, mais le surpasse par sa taille, englobant plusieurs cristaux plus petits d'augite différemment orientés et donnant ainsi lieu à la structure poecilitique. La biotite titanifère, atteignant 5% à peu près, se reconnaît aisément, grâce à sa couleur brun-orangée et son pléochroïsme intense. 20% environ sont formés par une matière chloritique compacte, d'un vert-herbe, semblable à la chlorite de Žilina. Des grains de calcite y sont renfermés. La magnétite et l'apatite sont faiblement représentées.

Cette roche a été analysée par M. V. Veselý:

	I.	II.	III.
SiO_2	39·38	65·14	39·77
TiO_2	1·73	2·16	1·32
ZrO_2	—	—	—
Al_2O_3	7·64	7·48	4·56
Cr_2O_3	0·19	0·12	0·08
Fe_2O_3	4·97 = 4·47 FeO	16·29	9·94
FeO	7·23		
MnO	0·17	0·24	0·15
NiO	0·12	0·16	0·10
CaO	8·62	15·37	9·39
MgO	22·05	54·69	33·38
BaO	—	—	—
K_2O	1·12	1·16	0·71
Na_2O	0·43	0·69	0·42
H_2O +	4·93	—	—
H_2O —	0·95	—	—
P_2O_5	0·44	0·31	0·19
S	0·07	—	—
CO_2	—	—	—
Cl	0·03	—	—
Somme	100·07	163·81	100·01

s = 39·77 + 1·32 = 41·09 P_2O_5 = 0·19% moléc.

A = 0·71 + 0·42 = 1·13

C = (4·56 + 0·08) − 1·13 = 3·51

F = (9·94 + 0·15 + 0·10) + 33·38 + (9·39 − 3·51) = 49·45

puis: a = 0·6 c = 2·0 f = 27·4

$$n = \frac{4·2}{1·13} = 3·7 \text{ (série } \delta)$$

$$k = \frac{41·09}{63·25} = 0·65.$$

d'où la formule est: $s_{41·1}\ a_{0·6}\ c_{2·0}\ f_{27·4}\ n_{3·7}$

La densité de la roche est égale à 2·96.

L'analyse chimique démontre la ressemblance considérable avec la picrite de la Kamenná hůrka. Les différences insignifiantes sont dues au fait que la péridotite provient des parties plus profondes, ce qui entraîne la diminution des acides silicique et phosphorique, des alcalis, du soufre et du chlore

et l'augmentation de Ni O, $Cr_2 O_3$ et Mg O. La teneur en eau est frappante, elle a comme conséquence la diminution de la densité de la roche. La cause immédiate réside dans la quantité plus élevée de chlorite. L'échantillon 330, provenant également de Staříč, a deux fois moins de matière chloritique. Il ne s'agit ici, évidemment, que d'un phénomène local.

Des péridotites pareilles sont connues dans la chaîne qui s'étend de Čertův mlýn à Bludovice (103); la proportion plus faible d'olivine (202) et la présence de paillettes de plagioclases, formant des groupes arborescents, marquent le passage à la teschénite olivinique.

Un bel échantillon de péridotite est contenu dans les collections de la section pétrographique de l'Institut minéralogique de l'Université Charles (350); il provient de la chaîne s'étendant entre le Pohořilec et Jasenice près de Valašské Meziříčí. Sa couleur est noire, la structure poecilitique est marquée. Les cristaux noirs, légèrement brillants, d'augite et d'amphibole atteignent jusqu'à 1 cm^3 de taille, les écailles de la biotite titanifère, d'un brun bronzé à éclat métallique, ont une dimension allant jusqu'à 1 cm^2. Tous les trois minéraux sont pénétrés par un réseau dense de cristaux d'olivine. En coupe mince, l'olivine occupe la moitié de la masse. L'augite, l'amphibole et la biotite sont en proportion de 15% chacune, la substance chloritique n'est représentée que par 5%. On trouve une péridotite semblable sur la colline de la partie sud-est de Perná (23); elle est remarquable par la transformation de la barkévikite en amphibole incolore. J'ai trouvé une pareille péridotite à structure poecilitique à Bruzovice dans la région de Těšín.

b) On est en présence d'un cas semblable à celui que nous avons noter pour les picrites des subdivisions 1 et 2, c'est à dire on voit que la proportion d'amphibole et de biotite est beaucoup plus petite que celle des formations de profondeur, ce qui est compréhensible, vu que les substances volatiles étaient bien moins abondantes. L'aspect microscopique est bien différent de celui des roches de profondeur non seulement quant à la structure, mais aussi quant à la composition minéralogique; en même temps, la ressemblance avec les picrites des deux subdivisions précédentes est frappante. On ne peut ranger ici avec certitude que les roches effusives liées aux types de profondeur, cas que l'on observe à Staříč (331). C'est ici que l'on doit également incorporer la picrite du point 303 sur la route de Brušperk à Krmelín (340) et celle du Krmelínský kopec (colline de Krmelín) 346. Les affleurements sont aussi fréquents dans la région montueuse de Mořkov et Jičín, ainsi on en voit dans l'ancienne carrière de M. Palacký à Hodslavice (145), près de la route montant de la station de Bludovice au Gimpelberg (153 *b*), près de la jonction de la Zrzávka et de la Jičínka (155, 156, 158). L'échantillon 323, provenant de la Kamenná hůrka près Příbor, représente une roche à olivine du I.-er groupe, mais puisque la proportion de la calcite atteint près de 20%, il a été classé parmi les roches mixtes carbonato-silicatées, qui sont assez fréquentes dans la région subbeskide. L'olivine, constituant 15%, se trouve transformée en antigorite. De temps en temps les pseudomorpho-

ses d'olivine sont remplies par la calcite et le quartz. La titanaugite, dont la quantité monte à 60%, paraît absolument intacte. La calcite remplit même les espaces les plus petits entre les éléments formés antérieurement et se trouve uniformément répandue dans toute la roche. Les 5% restants sont distribués en parties, sensiblement égales, entre la biotite, les grains de minerai et un minéral zéolitique, la phillipsite probablement. L'aegyrine forme des bordures terminales peu nombreuses sur la titanaugite et se trouve disséminée en grains minuscules dans la calcite et le zéolite.

II-me groupe: Péridotite teschénitique et picrite teschénitique.

Il se distingue du groupe précédent par une proportion plus faible d'olivine, moins de 25 %. Les minéraux blancs apparaissent parfois en petite quantité.

L'olivine est généralement décomposée. Les pseudomorphoses en serpentine peuvent être remplies par la calcite et le quartz. Le pyroxène est habituellement zoné ; la couche intérieure et celle du bord ont l'allure de la titanaugite, la zone moyenne indique une tendance au diopside (fig. 1). Quoique les cristaux d'augite soient automorphes, la couche intérieure possède des contours irréguliers attestant la corrosion. Fréquemment on trouve des cavités plus grandes, résultant de la résorption, et comblées par les minéraux de formation postérieure, à savoir: la calcite, la biotite et l'amphibole. La calcite est un élément commun de la roche. Au point de vue chimique, ce groupe est caractérisé par l'augmentation de la silice et de la chaux et par la diminution de Mg O. La présence de CO_2 est régulière. Les écarts, signalés dans la composition minéralogique et chimique, ainsi que le mode de gisement géologique de ces roches, liées avec les péridotites, les picrites et les sédiments calcaires, conduisent à expliquer leur origine par les phénomènes de réaction entre le magma olivinique et les sédiments calcaires. Ceci entraînait une transformation de l'olivine en serpentine, substituée à son tour métasomatiquement par la calcite. Le pyroxène a été atteint par la corrosion, et le magma plus riche en chaux donnait lieu à la formation de l'augite diopsidique, qui est représentée dans la couche moyenne des pyroxènes zonés. Ce n'est que lorsque l'influence du carbonate de chaux assimilé fut éliminée, que vint se déposer de nouveau l'augite originelle proprement dite, engendrant la zone extérieure. Finalement, pendant la période hydrothermale, la calcite qui était entrée en solution a cristallisé.

Ces roches se rencontrent souvent avec les péridotites et les picrites, mais forment aussi des intrusions indépendantes. La différence entre les types grenus et porphyriques est moins tranchée que dans le I-er groupe. Une série ininterrompue de passages relie les différentes subdivisions entre elles et avec le premier groupe.

I-re subdivison.

L'élément prédominant est le pyroxène de la série augite diabasique — titan-augite. La teneur en olivine décroît jusqu'à 0%. La biotite apparaît fréquemment.

a) La péridotite teschénitique de la carrière de M. Rábl près de Janovice (276) affleure avec la péridotite proprement dite, dont elle s'en distingue par une proportion plus faible, 15% environ, d'olivine; cette dernière est pourtant entièrement transformée en un mélange de serpentine et de calcite. L'augite constitue presque 65%; ses dimensions décroissent de 2 *mm* à 0·1 *mm* de diamètre. Elle est zonée et renferme dans sa couche intérieure de nombreuses inclusions vermiformes de calcite et de chlorite. La biotite titanifère est représentée par une multitude de petites écailles. La magnétite apparaît abondamment en grains opaques, la pyrite n'est pas fréquente. On trouve assez souvent de petits capuchons d'aegyrine sur l'augite, l'apatite est assez abondante. Les espaces sont remplis par un mélange de minéraux à individualisation peu distincte, constitué de calcite, d'analcime, de plagioclases acides et d'un minéral vert, englobant poecilitiquement les éléments formés avant, qui est probablement la céladonite.

On connaît des péridotites teschénitiques semblables dans la carrière de M. Hrachovec (Hrachovcova skála) au dessus de la Jičína (278), sur la chaîne s'étendant de Jasenice jusqu'au Pohořilec (33), dans la carrière de M. Rudolfr (Rudolfrův lom) au pied de la Petřkovská hora au SE de Janovice (44), au sommet sud du Kojetínský kopec (83), dans les alentours de Životice (180, 182, 203, 210). La péridotite teschénitique de la carrière „Velikonoce" au S. de Zámrsk (2 et 3) présente une ressemblance avec les péridotites du I-er groupe à cause de son pyroxène (titanaugite); elle en diffère par la petite proportion d'olivine (5% environ). La roche contient une ségrégation composée de calcite, d'analcime et d'albite, c'est à dire de minéraux qui se sont séparés du magma en dernier lieu. L'analyse chimique de la roche a été faite par M. C. F. Eichleiter (29); voir Aperçu après la p. 62.

Les roches que l'on trouve à la limite sud du pays d'épanchements subbeskides, depuis Mořkov jusqu'à Tichá, sont caractérisées par la biotite titanifère et la richesse en apatite. *Dans la carrière de M. Tománek* (Tománkův lom) (partie ouest de Veřovice) affleure une roche passablement décomposée (237). L'augite, en colonettes minces, est complètement transformée, la pennine venant l'épigéniser d'une façon homogène; sa proportion est de 30% à peu près. La biotite titanifère forme plus de 15%. L'apatite, généralement opaque, constitue 5%. La titanomagnétite figure en grains nombreux, la pyrite n'est pas abondante. Les interstices sont remplis par un mélange opaque de calcite et d'analcime qui présente par endroits des plages claires. Sur la coupe, on observe deux filonnets chargés de calcite et partiellement de chlorite. La péridotite teschénitique de la localité *„Na peklách" au NW de Bordovice* (254) contient des pseudomorphoses d'olivine, remplies par le quartz, la calcite et la serpentine, représentant 10% de la masse; les

autres éléments constituent: la titanaugite 50%, la biotite 15%; les interstices (environ 25%) sont comblés par un mélange de calcite et de chlorite.

Au S. de Frenštát se montre au jour une roche (264 a) ressemblant à la péridotite teschénitique de la carrière de M. Rábl près de Janovice, surtout par l'aspect de sa masse chloritique, qui est tantôt amorphe, tantôt cryptocristalline ou à cristallinité discernable, et enveloppe poecilitiquement les minéraux formés avant. L'échantillon 292 recueilli à *Příbor derrière le jardin de M. Klepík* (*Klepíkova zahrada*) présente, comme l'échantillon 323, un exemple de roche mixte carbonato-silicatée. L'apparence est microgrenue, les pseudomorphoses d'olivine remplies d'un mélange de serpentine et de calcite constituent à peine 10%. La titanaugite prédomine, représentant 60%; la biotite titanifère, en petites écailles, forme près de 5%. L'aegyrine adhère à la titanaugite sous forme de terminaisons étroites.

Les grains de minerai sont rares. Les espaces, 25% environ, sont remplis par la calcite pure, cristalline, à laquelle s'associe un peu de zéolite.

La péridotite de la colline située *entre Prchalov et la grande route d'Etat* (296) marque le passage aux roches du I-er groupe, s'en distinguant uniquement par la teneur plus faible en olivine (15%).

b) *Les roches amygdaloïdes de Libhošť* contiennent, généralement, moins de 10% d'olivine et se rattachent, par conséquent, à ce groupe. La roche qui affleure au-dessous de l'église possède des phénocristaux d'olivine, décomposée en une masse serpentinique d'un vert-noir, constituant 5%. La pâte est formée d'un mélange dense de microlites d'augite avec une petite quantité de substance interstitielle, probablement zéolitique. Les amandes, plutôt les concrétions, représentent près de 30% et sont constituées surtout par la natrolite fibreuse, subordonnément aussi par la calcite et l'apophyllite. Dans le jardin de M. Marek (Markova zahrada) au N de l'église, les formations amygdaloïdes occupent la plus grande partie de la roche; elles sont tantôt isodiamétriques, tantôt irrégulièrement lobées. L'apophyllite est souvent d'un blanc laiteux — l'albine. La prehnite a été également observée dans les formations amygdaloïdes. Au N de cet endroit, un chemin champêtre quitte Libhošť pour mener à la grande route d'Etat. Sur ce chemin apparaît une roche analogue à celles des localités précédentes. A côté des remplissages amygdaloïdes, on observe un filonnet qui traverse la roche; il est puissant de 15 *mm* environ et renferme la pectolite. Vers l'extrémité nord du village, derrière le bâtiment No 6, existe une petite carrière, où apparaît une roche amygdaloïde assez fraîche. Le contenu des amandes est représenté ici généralement par l'apophyllite, partiellement aussi par la natrolite

La picrite teschénitique affleure aussi sur le Kojetínský kopec (77 et 78); les phénocristaux constituent 5—10%. Cette roche apparaît aussi sur la colline 442 *m* au NW au-dessus du moulin de Straník (Stranský mlýn) (113), sur le Prostřední kopec à l'W de Hodslavice (127), ainsi que sur le petit monticule à l'E de Ženklava, entre Ženklavský potok (ruisseau de Ženklava) et Černý les.

c) On trouve les roches effusives à structure intermédiaire *sur la colline 334 m au NE de Milotice* (9). L'olivine idiomorphe, 10—15%, est entièrement transformée en antigorite. La titanaugite atteignant 60% est tabulaire, violacée, les dimensions des individus vont en diminuant depuis 1·5 *mm* jusqu'aux dixièmes de millimètre. La titanaugite constitue plus de 5%. Les bordures terminales d'aegyrine sont fréquentes. La magnétite, en granules, représente 5%. Le reste, 15%, est formé par la chlorite compacte. Les roches analogues se rencontrent sur le flanc sud de la Strážnica, au Sud de la côte 527 *m* (65), puis vers le point 539 *m* à l'Est du Tannenberg au-dessus de Životice (200), sur la colline à l'Est de Lichnov (258) et enfin à l'extrémité ouest du Prchalovský hřbet (chaîne de Prchalov) près du ruisseau Sedlnický potok (313).

2-me subdivision.

A côté du pyroxène prédominant, apparaît l'amphibole dont la proportion atteint parfois celle du pyroxène. L'olivine est toujours altérée.

a) *Au NE de Mčenovice sur la route de Jasenice* affleure une péridotite teschénitique, dont la ressemblance avec la péridotite teschénitique de la carrière Ráblův près Janovice est considérable ; elle s'en distingue seulement par le fait que les éléments bruns sont représentés surtout par l'amphibole, 5% environ, tandis que la biotite est tout à fait subordonnée. On peut signaler des roches analogues à plusieurs endroits de la zone de Jasenice et Bludovice, p. ex. à „Vlčí hrdlo" (51), dans le voisinage du Čertův mlýn au pied de la Strážnica (69) et à l'W du Čertův mlýn (73), puis au pied de la colline 442 *m* à l'E du Čertův mlýn (112). On les rencontre aussi dans la chaîne qui, du Tannenberg, s'étend dans la direction ouest (211), ainsi qu'au-dessus de Lichnov.

b) *La picrite teschénitique* apparaît à *l'Ouest de Vlčnov* près *de St. Jičín*. La carrière de M. Segeťa est située sur la colline 352 *m* ; on y exploite une roche amygdaloïde, noire grisâtre, servant à l'empierrement des routes. On observe ici de grandes concrétions de calcite atteignant quelques dm^3. Les petites formations amygdaloïdes n'ont que rarement plusieurs mm^3, généralement elles sont inférieures à 1 mm^3 et consistent en calcite pure. Certains nodules contiennent, à côté de la calcite, un minéral rouge-chair qui est en partie l'analcime, en partie la phillipsite. La structure de la roche est porphyrique ; les phénocristaux d'olivine constituent 5%, ils sont transformés en serpentine, substituée à son tour par la calcite. La pâte représente un mélange épais de cristaux d'augite, à laquelle s'associe un peu d'amphibole brune. La magnétite s'observe sous forme de nombreux petits grains ou de formations squelettiques. La pâte, teintée en brun, est partiellement isotrope, partiellement calcitique.

Les mêmes roches apparaissent aussi sur le Kojetínský kopec (78), sur la route de Kojetín à Straník (60), au sommet sud-ouest de la Strážnica 548 *m* (61) et à Staříč (334).

c) Les types de transition, à structure porphyroïde, se rencontrent à *l'W. de Příbor* (293). Ils sont microgrenus, contiennent près de 5% d'olivine transformée en serpentine, substituée ensuite par la calcite. L'augite, dont la proportion est de 70% environ, montre la diminution progressive des grains. L'amphibole brune forme des petites plages et des lisérés étroits. La teneur en aegyrine et en magnétite titanifère est faible. Les vides, 20% approximativement, sont remplis par une substance opaque, en majeure partie isotrope, sur laquelle se détachent de petits globules de calcédoine.

Signalons des roches semblables à l'extrémité sud de Bludovice (147), à l'extrémité nord-ouest de Straník (56), sur la pente de la Petřkovská hora à l'W de Straník (39), à l'E de Němetice (à l'WNW de Valašské Meziříčí) (5).

3-me subdivision.

Le constituant prédominant est le pyroxène de la série augite diabasique — titanaugite; l'amphibole commune brune, ou les autres termes jusqu'à la barkévikite, et la biotite, généralement titanifère, apparaissent presque en même quantité. Parfois les trois éléments se trouvent en même proportion. La teneur en olivine est faible, habituellement inférieure à 15%, ou même nulle; effets d'altération toujours visibles.

a) Les péridotites teschénitiques de ce type sont développées surtout dans les environs de *Žilina*. Dans la carrière de M. Giersch, sur le versant ouest du Söhlerbusch, on peut observer la forme de l'épanchement. L'intrusion perce les couches de schistes marneux noirs, très durs près du contact. Les grains de la péridotite sont fins ou moyens. L'olivine constitue 10—15%, elle est entièrement épigénisée soit par l'antigorite, soit, plus généralement, par le carbonate auquel s'associe du quartz finement grenu. Le pyroxène zoné forme environ 40%; il montre les effets de corrosion dans la couche interne et se trouve rempli en partie par la calcite, en partie par un minéral chlorito-serpentinique. L'amphibole, constituant jusqu'à 25%, présente les termes de passage entre la hornblende commune et la barkévikite. La biotite titanifère, atteignant 10—15%, forme souvent des lamelles hexagonales s'imbriquant les unes sur les autres comme des tuiles. Les espaces, 10% à peine, sont comblés par un mélange de carbonate, chlorite, analcime et plagioclases lamelleux. La titanomagnétite, la pyrite et l'apatite apparaissent comme éléments accessoires. On observe sur la coupe un filonnet rempli de calcite et de chlorite. En rapport de causalité avec ce filonnet, on trouve les lisérés d'aegyrine sur l'augite et l'amphibole; ceux-ci n'apparaissent qu'au voisinage de la veinule et bordent non seulement les cristaux intacts, mais surtout les fragments résultant de la pénétration du filonnet dans la roche. Les grains de titanite sont également en relation avec la veinule de calcite, car dans la roche normale il font défaut. L'analyse de cette roche a été faite par M. V. Véselý.

	I.		II.	III.
SiO_2	40·20%		66·66	45·23
TiO_2	2·48		3·10	2·10
Al_2O_3	8·04		7·87	5·34
Cr_2O_3	0·05		0·03	0·02
Fe_2O_3	4·23 = 3·81 FeO	}	18·75	12·72
FeO	9·66	}		
MnO	0·15		0·21	0·14
NiO	0·09		0·12	0·08
CaO	13·23 −3·56*) = 9·67		17·25	11·70
MgO	11·28		27·97	18·98
K_2O	1·58		1·64	1·14
Na_2O	2·00		3·23	2·19
H_2O liée chim.	2·45			
H_2O hygrosc.	0·70			
P_2O_5	0·81		0·57	0·39
S	0·14			
CO_2	2·79			
Cl	0·07%			
Somme	99·95%		147·40	100·03

$s = 45{\cdot}23 + 2{\cdot}10 = 47{\cdot}33$ $\quad P_2O_5 = 0{\cdot}39$ % moléc.

$A = 1{\cdot}14 + 2{\cdot}19 = 3{\cdot}33$

$C = 5{\cdot}34 + 0{\cdot}02 - 3{\cdot}33 = 2{\cdot}03$

$F = 12{\cdot}72 + 0{\cdot}14 + 0{\cdot}08 + 18{\cdot}98 + 11{\cdot}70 - 2{\cdot}03 = 41{\cdot}59$

$a = 2{\cdot}1$ $\quad c = 1{\cdot}3$ $\quad f = 26{\cdot}6$

$$n = \frac{21{\cdot}9}{3{\cdot}33} = 6{\cdot}58 \text{ (série } \beta)$$

$$k = \frac{47{\cdot}33}{19{\cdot}98 + 4{\cdot}06 + 41{\cdot}59} = \frac{47{\cdot}33}{65{\cdot}63} = 0{\cdot}72$$

d'où la formule est: $s_{47{\cdot}3}\ a_{2{\cdot}1}\ c_{1{\cdot}3}\ f_{26{\cdot}6}\ n_{6{\cdot}6}$.

Densité de la roche: 2·97.

Les gisements de péridotites teschénitiques semblables existent encore à la jonction de la Jičínka et la Zrzávka (157), dans la chaîne qui du Tannenberg se dirige vers l'Ouest (212), dans la chaîne qui s'étend depuis l'église de Životice dans la direction du Tannenberg (201 et 202), sur la route menant du Steinberg (à l'W de Ženklava) au Waschberg (198), un peu au-dessous du sommet du Tannenberg (207), à l'extrémité NW de Rybí (224—226), à Libhošť (287), dans la carrière Velikonoce près Zámrsk (1), dans celle de M. Steiner au NE de Mčenovice (20).

Le caractère particulier des roches qui se rencontrent vers la limite méridionale de la région des épanchements subbeskides est spécialement bien mis en évidence dans cette subdivision.

*) On déduit 3.56% de CaO qui sont combinés avec 2.79% de CO_2.

A l'extrémité sud de Tichá dans le jardin de M. Parma (Parmova zahrada) existe une carrière qui a été autrefois exploitée pour le matériel d'empierrement des routes. La roche qui apparaît ici est d'un grain moyen, de couleur noir-grise. Elle comprend 20% de pyroxène, représenté par les termes transitoires entre l'augite diabasique et la titanaugite ; il est partiellement transformé en chlorite avec granules de leucoxène. La barkévikite, constituant 35%, est l'élément le plus abondant.

La biotite titanifère, 20% environ, s'interpénétrant avec la barkévikite, donne lieu à la structure graphique ; d'autre part, elle englobe aussi poecilitiquement les cristaux d'augite. Les petites bordures d'aegyrine autour de l'augite sont fréquentes. La pâte atteint à peine 10% et se compose de parties égales de carbonate grenu et opaque, de plagioclase acide, lamelleux, offrant des groupements en éventail, et d'analcime limpide. L'ilménite participe avec 10%, la pyrite est rare, l'apatite opaque atteint également 10% environ.

L'analyse de la roche a été éxecutée par M. V. Veselý:

	I.		II.	III.
SiO_2	31·28%		51·87	41·53
TiO_2	4·01		5·01	4·01
Al_2O_3	10·65		10·42	8·34
Cr_2O_3	—		—	—
Fe_2O_3	10·23	= 9·21 FeO	23·48	18·80
FeO	7·66			
MnO	0·24		0·34	0·27
CaO	13·74	— 8·56*) = 5·18	9·24	7·40
BaO	—		—	—
MgO	7·30		18·11	14·50
K_2O	2·11		2·24	1·79
Na_2O	2·22		3·58	2·87
H_2O liée chim.	1·82			
H_2O jusqu'á 105°	0·75			
P_2O_5	5·04	‖ 0·86**)	0·61	0·48
S	0·25		—	—
Cl	0·13		—	—
F	0·06		—	—
CO_2	2·83%		—	—
Somme	100·32		124·90	99·99
$-O = Cl_2$	0·03			
	100·29			

*) On déduit de la valeur de CaO 3.61% correspondant à 2.83% de CO_2.
4.95% correspondant à 4.18% de P_2O_5
au total 8.56%

**) Pour pouvoir comparer cette roche avec les autres, on ne laisse que 0.86%

$s = 41{\cdot}53 + 4{\cdot}01 = 45{\cdot}54$ $\quad P_2O_5 = 0{\cdot}48\%$ moléc.
$A = 1{\cdot}79 + 2{\cdot}87 = 4{\cdot}66$ $\quad$ en tout $2{\cdot}60\%$ moléc.
$C = 8{\cdot}34 - 4{\cdot}66 = 3{\cdot}68$
$F = 18{\cdot}80 + 0{\cdot}27 + 14{\cdot}50 + 7{\cdot}40 - 3{\cdot}68 = 37{\cdot}29$

$a = 3{\cdot}1 \qquad c = 2{\cdot}4 \qquad f = 24{\cdot}5$

$$n = \frac{28{\cdot}7}{4{\cdot}66} = 6{\cdot}16 \text{ (série } \beta)$$

$$k = \frac{45{\cdot}54}{27{\cdot}96 + 7{\cdot}36 + 37{\cdot}29} = \frac{45{\cdot}54}{72{\cdot}61} = 0{\cdot}63$$

La formule est: $s_{45{\cdot}5}\ a_{3{\cdot}1}\ c_{2{\cdot}4}\ f_{24{\cdot}5}\ n_{6{\cdot}2}$

La roche a une densité de 3·01.

Cette roche est remarquable par sa teneur faible en silice. On y trouve une explication dans la quantité considérable de la titanomagnétite, 10% environ, de l'apatite — 12% et de la calcite, atteignant presque 6·5%. Une quantité importante de TiO_2 se trouve liée à la titanomagnétite, la barkévikite, l'augite et la biotite titanifère. La proportion plus élevée de Al_2O_3 est due à l'absence de l'olivine; K_2O entre dans la composition de la biotite, Na_2O dans celle de l'analcime, de la barkévikite et de l'aegyrine. La grande richesse en FeO et particulièrement en Fe_2O_3 et CaO, en relation avec la présence des carbonates dans la roche, indique une réaction syntectique entre le magma et les sédiments voisins. Si l'on prend en considération le fait que l'emplacement de ces épanchements correspond à celui des schistes de Veřovice riches en couches de pélosidérites (sphérosidérites) connues (autrefois, dans les 60mes années, par endroits même jusqu'à la fin du siècle passé, elles faisaient l'objet d'une exploitation active), on comprend aisément la cause de la proportion élevée des éléments en question.

Les roches semblables apparaissent aussi au N de Tichá sur la colline 464 *m*, appelée „Na vrchu" (269 et 270), à l'E de Lichnov, au NE de Veřovice à l'endroit dit „Na peklách" 255, 256, sur le monticule Mořkovská hůrka à l'E de Mořkov.

b) La picrite teschénitique de ce type apparaît au pied du versant est de la Libhošťská hůrka sur le chemin champêtre, propriété de M. Dressler. M. M. R e m e š (84 et 85) était le premier à la signaler. C'est une roche amygdaloïde noire, contenant à peine 5% d'olivine; elle se trouve cependant entièrement lessivée et ses pseudomorhoses sont remplies soit exclusivement par l'analcime, soit en partie aussi par la calcite. La pâte est formée d'un réseau épais de cristaux prismatiques et fortement allongés d'augite titanifère, entre lesquels on remarque de temps en temps de rares lambeaux bruns d'amphibole et de biotite titanifère. La substance interstitielle, très peu abondante, est d'un caractère indistinct. Les grains de magnétite sont peu nombreux. Les concrétions constituent près d'un tiers de la coupe et sont remplies par la calcite grenue, soit seule, soit avec un peu d'analcime.

de P_2O_5 ce qui correspond à la moyenne des roches subbeskides, d'après les nouvelles analyses.

Une picrite teschénitique semblable affleure sur la colline „Šibeňák“ à 10 min. à l'W. de Příbor (294). La roche amygdaloïde qui apparaît près de la gare de Paskov a une très belle apparence, des nodules peu nombreux d'un rouge-chair venant s'ajouter aux concrétions blanches. La coupe nous apprend que ce sont d'une part les pseudomorphoses d'olivine, d'autre part des concrétions, formées principalement par la calcite, accessoirement par l'analcime et la phillipsite avec macles de pénétration combinées; enfin, les sphérolites de chlorite viennent également participer.

c) Signalons les roches porphyroïdes de ce type sur le chemin de la Hončova hůrka à Skorotín (318), sur la Kamenná hůrka (319) et sur le flanc de la Strážnice au SE de Kojetín (59).

III-me groupe: Teschénite olivinique.

La proportion de l'olivine est faible, à peu près la même que dans le II-me groupe; le caractère distinctif est la présence du plagioclase ou de l'analcime, dont la quantité ne dépasse pas 30%.

Au point de vue chimique, il n'y a pas de différences essentielles avec le II-me groupe. Le caractère extérieur particulier de la structure, c'est le développement lamelleux du plagioclase acide.

1-re subdivision.

Le pyroxène, la biotite et le plagioclase participent à la constitution; l'olivine est très peu abondante.

Au-dessous de l'église de Veřovice apparaît une roche éruptive vert-grisâtre (238); les pseudomorphoses homogènes d'augite en chlorite constituent près de 30%, la biotite titanifère, 10% environ, représente le seul élément frais. L'ilménite leucoxénisée forme aussi près de 10%. Approximativement la moitié de la roche est remplie d'un mélange de calcite, de plagioclases lamelleux et de chlorite. L'apatite, d'un gris-mat, et fréquente.

Une roche identique apparaît dans la carrière de M. Mach (Machův lom) derrière l'école (241), ainsi qu'à l'extrémité nord-est de Rybí.

2-me subdivision.

Elle se distingue de la 1-re par le fait que l'amphibole apparaît à la place de la biotite. L'olivine se trouve complètement altérée.

a) *A l'extrémité nord de Rybí*, sur le chemin champêtre qui se dirige vers la côte 482 *m*, à l'endroit où il croise la crête s'étendant du Holivák, affleure une teschénite olivinique, dont l'apparence externe réunit les caractères des deux types principaux de roches éruptives subbeskides. Elle ressemble à la péridotite par la présence de l'olivine, que la serpentine secondaire met en évidence, ainsi que par la prédominance des cristaux noirs de

pyroxène et d'amphibole. La proportion importante de plagioclase, qui donne à la roche un aspect bigarré, rappelle la teschénite. Le grain va du fin jusqu'au moyen. Les pseudomorphoses de l'olivine en serpentine constituent 10% à peu près. La titanaugite, 30% environ, est développée en petits individus et forme aussi de nombreux groupements étoilés. La barkévikite, en prismes courts, est représentée en même proportion que le pyroxène. L'andésine, mouchetée de petits grains de calcite et en partie d'analcime, constitue le reste. L'aegyrine forme des bordures sur la titanaugite et la barkévikite. L'ilménite, la pyrite et l'apatite sont rares.

La roche a été analysée par M. V. Vesel ý:

	I.		II.	III.
SiO_2	43·30%		71·81	45·40
TiO_2	2·10		2·62	1·66
Al_2O_3	10·71		10·48	6·63
Cr_2O_3	0·04		0·03	0·02
Fe_2O_3	2·88 = 2·59 FeO	}	15·65	9·89
FeO	8·65	}		
MnO	0·13		0·18	0·12
NiO	0·04		0·05	0·03
CaO	11·90	—0·23=11·67	20·81	13·16
MgO	12·63		31·32	19·81
K_2O	1·21		1·28	0·81
Na_2O	2·17		3·50	2·21
H_2O liée chim.	2·77			
H_2O jusqu'à 105⁰	0·70			
P_2O_5	0·59		0·42	0·26
S	0·08			
CO_2	0·18			
Cl	0·03			
Somme	100·11		158·15	100·00

$s = 45{\cdot}40 + 1{\cdot}66 = 47{\cdot}06$ $\quad P_2O_5 = 0{\cdot}26$ mol %

$A = 0{\cdot}81 + 2{\cdot}21 = 3{\cdot}02$

$C = 6{\cdot}63 + 0{\cdot}02 - 3{\cdot}02 = 3{\cdot}63$

$F = 9{\cdot}89 + 0{\cdot}12 + 0{\cdot}03 + 19{\cdot}81 + 13{\cdot}16 - 3{\cdot}63 = 39{\cdot}38$

$a = 2{\cdot}0 \qquad c = 2{\cdot}4 \qquad f = 25{\cdot}7$

$$n = \frac{22{\cdot}1}{3{\cdot}02} = 7{\cdot}32 \text{ (série } \beta)$$

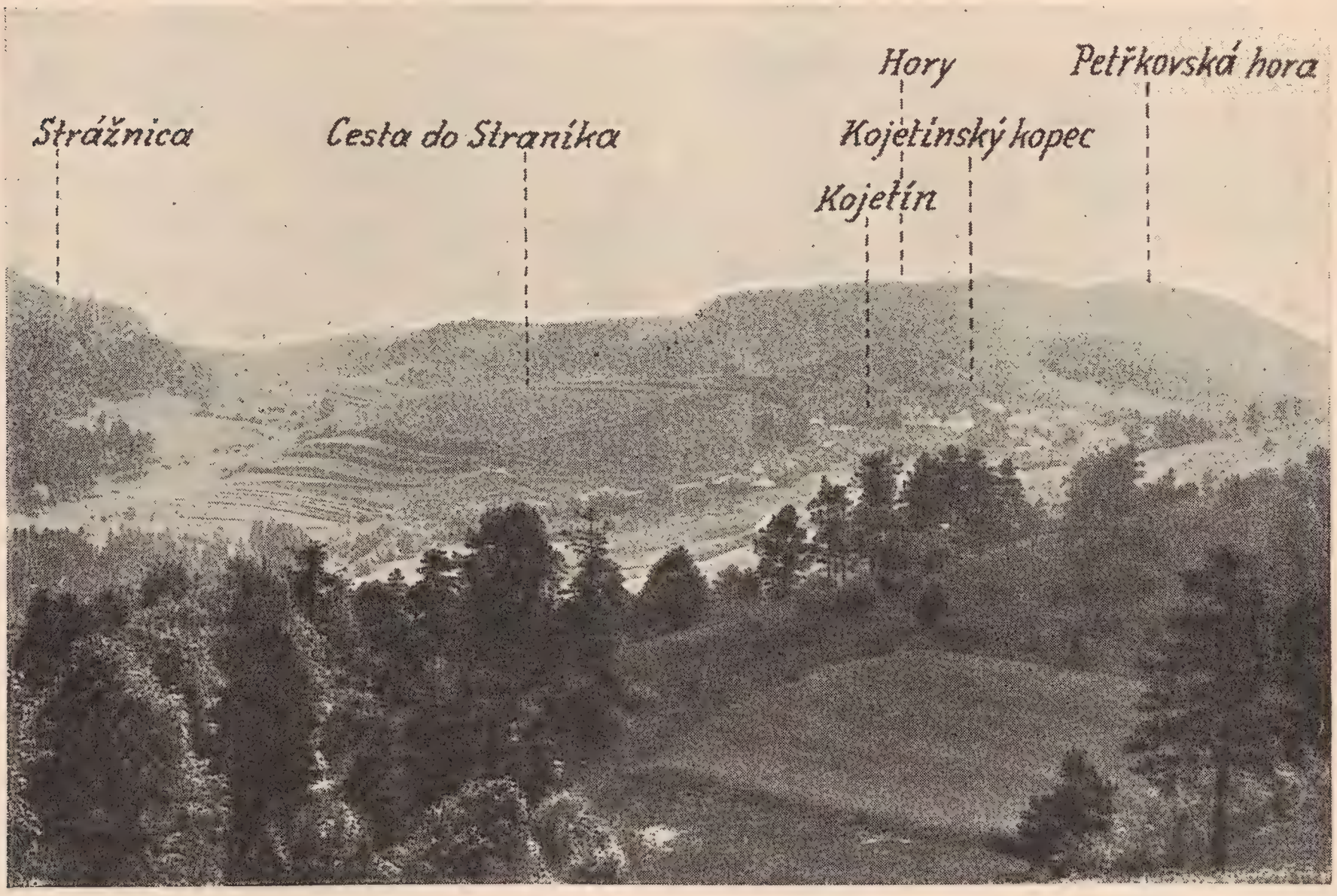
$$k = \frac{47{\cdot}06}{18{\cdot}12 + 7{\cdot}36 + 39{\cdot}38} = \frac{47{\cdot}06}{64{\cdot}76} = 0{\cdot}73$$

La formule est: $s_{47{\cdot}1}\ a_{2{\cdot}0}\ c_{2{\cdot}4}\ f_{25{\cdot}7}\ n_{7{\cdot}3}$

La roche a une densité de 2·96.

On voit d'après cette analyse qu'au point de vue chimique la teschénite olivinique ne diffère pas essentiellement des péridotites teschénitiques et des picrites. La distinction apparaît dans la composition minéralogique, les plagioclases étant représentés dans les teschénites oliviniques.

La teschénite olivinique apparaît aussi à l'W de Jasenice sur la route de Perná (26), où elle forme le facies bordier de la teschénite analcimique; tout près de Jasenice cette roche est exploitée dans quelques petites carrières (28). Aux abords de la route de Straník à Janovice, sur la colline „Hory", une roche analogue affleure (43); on la trouve aussi sur le versant sud-est de la Petřkovská hora non loin de Straník, sur le flanc sud-est de la Strážnice



Montagne „Petřkovská hora" et colline „Kojetínský kopec".

près du chemin de Straník à Kojetín, près du Čertův mlýn sur le versant nord de la Strážnice (95), sur la colline 442 *m* qui surplombe le ruisseau venant du Čertův mlýn (113), dans la carrière près de la station du chenim de fer de Bludovice, à l'W de Ženklava sur le versant sud-ouest du Steinberg, sur la crête 539 *m*, s'étendant du Waschberg au Tannenberg (119 et 200), au-dessous du sommet du Tannenberg (209), dans la chaîne qui court du Tannenberg vers l'ouest, sur la crête allant du Söhlerbusch à Životice (217), au croisement de la route de Jičín et Příbor avec le chemin menant à Sedlnice (289) par la crête de Prchalov (296 *b*, 302, 305, 309).

b) *Sur le coteau Pohořilec* on voit une roche microgrenue (35) dont les nombreuses petites épigénies de l'olivine sont remplies par la calcite trouble, atteignant une proportion de 10—15%. L'élément dominant est l'augite,

allant jusqu'à 45%; ses bâtonnets sont disposés en groupes rayonnants. La barkévikite, 15%, s'accole en général parallèlement à l'augite. Près d'un quart de la roche est constitué d'oligoclase lamelleux affectant des formes arborescentes; les petits vides sont comblés par la calcite et un minéral chlorito-serpentinique. Près de 5% sont occupés par de plus grandes concrétions de calcite. L'ilménite et la pyrite apparaissent en quantité insignifiante, l'apatite fait défaut.

Les roches éruptives de ce type sont fréquentes dans les endroits plus élevés de la région montueuse de Jasenice et Bludovice, de la colline de Moťkov et Jičín et des monts Waschberg-Tannenberg; pour la plupart elles sont, cependant, considérablement altérées. Les roches mieux conservées apparaissent sous le monticule „Hory" (42) et dans la carrière à l'W de Straník (55). L'analyse de cette roche, faite par M. C. F. Eichleiter (29), se trouve reproduite à l'Aperçu après la p. 62.

Les mêmes sont connues ensuite sur le flanc sud de la Strážnice (64), à l'extrémité sud de Bludovice (149), sur le faîte du Holivák 213 et à l'ouest de cet endroit, au point 530 *m* (214).

c) A Příluky, derrière la chapelle, se montre au jour une roche éruptive microgrenue (12) qui se compose de 5% d'olivine transformée en serpentine, de 40% d'augite partiellement chloritisée, de 20% de barkévikite, de 25% d'oligoclase lamelleux et de 5% environ d'ilménite. La pyrite apparaît en petite quantité.

Au même type appartiennent les roches que l'on trouve au pied du Pohořilec à l'Ouest de Jasenice (26), sur la route qui monte de Straník à „Hory" (41), sur la voie en déblai du chemin de fer à l'extrémité sud de Bludovice (148), dans la carrière de M. Mertig près de la station de Bludovice (152), sur la chaîne qui, commençant près de l'église de Žilina, va vers le Tannenberg, un peu avant le sommet 539 *m* (205), près de Jičín (278), à l'endroit nommé „na Peklisku" près du Sedlnický potok (314), sur la route de Borošín à Staříč (336 et 337).

3-me subdivision.

Le pyroxène, l'amphibole et la biotite sont les éléments essentiels auxquels s'associent le plagioclase ou l'analcime, ou bien les deux minéraux simultanément. L'olivine a disparu complètement ou se trouve à l'état totalement désagrégé.

a) *La teschénite olivinique de Lahmberg* (331 *m*) au N de l'église de Žilina est une roche à grain moyen, de couleur noir-grise. Les pseudomorphoses d'olivine, substituée par la serpentine et la calcite, constituent à peine 5% Un tiers environ de la roche est formé par l'augite diabasique, dont les individus sont plus petits que ceux de la barkévikite (presque 25%) et de la titanomagnétite (autour de 10%) qui ont cristallisé plus tard. Les bordures d'aegyrine sont fréquentes. Les interstices sont remplis par l'analcime incrustée de petits grains de calcite et en partie aussi d'albite et d'oligoclase

lamelleux. L'ilménite, pour la plupart leucoxénisée, la titanomagnétite et la pyrite sont modestement représentées, l'apatite est assez abondante. La roche est traversée par une ségrégation d'une largeur de 3 *cm* environ que la couleur rose-grisâtre, due à l'analcime dominante fait, bien ressortir. Des cristaux prismatiques de barkévikite, atteignant jusqu'à 11 *mm* de longueur et 2 *mm* de largeur, sont contenus dans le nodule. La titanomagnétite y est peu abondante, on la trouve de préférence à la limite avec la roche normale L'aegyrine est présente non seulement comme lisérés sur la barkévikite, mais aussi en cristaux indépendants en forme de fer de lance. Le plagioclase (d'albite jusqu'à oligoclase) est plus abondant que dans la roche normale, il atteint 20% environ et forme de jolis agrégats rayonnants. L'ilménite apparaît en quelques cristaux plus grands, complètement altérés en leucoxène. La pyrite est plus fréquente, l'apatite est abondamment représentée. Comme nouvel élément, apparaît la titanite. L'augite fait défaut. Cette ségrégation est vraisemblablement due à la différenciation et représente le résidu de cristallisation plus acide dérivé de la roche principale.

De petites variations s'observent sur les échantillons 227, 228, 229, 231 de la même localité. Les teschénites du même type sont connues près de Perná (2), sur la colline Pohořilec (36), à l'endroit „Vlčí hrdlo" (53 et 54), entre Životice et Mořkov (173), sur la crête de Mořkov et Jičín à l'E du point 412 *m* (184), à l'extrémité sud de Životice dans la direction du Waschberg (192), à Söhlerbusch à l'Ouest de Rybí (215), à l'embouchure du Libotínský potok (219b), sur le monticule Hexenhübel à l'E de Kunvald (284).

Aussi dans ce groupe, les roches éruptives de la partie méridionale de la région subbeskide se distinguent par une teneur plus forte en biotite titanifère et en apatite et par une diminution dans la proportion de l'olivine. On peut rattacher à ce type les teschénites oliviniques que l'on trouve sur la Jičínka au-dessous de l'église de Veřovice 239, dans la carrière derrière l'école de Veřovice (240), dans la carrière de M. Machač (Machačův lom) située plus au NE, sur le chemin champêtre de Tichá à Kozlovice, sur le Tábor à l'W de Kozlovice (273).

b) Les termes prophyriques de cette subdivision sont excessivement rares. On peut y ranger la roche 216 provenant de Söhlerbusch à l'Ouest de Rybí.

c) Les types de passage sont également peu fréquents. Au NE de Mčenovice près de la route de Jasenice (22), on observe une roche microgrenue avec traces peu évidentes d'olivine. Le tiers de la masse, à peu près, est composé d'augite complètement transformée en chlorite avec grains de leucoxène. La barkévikite constitue 20% environ, la biotite titanifère approximativement 10%. Le plagioclase, formant également près de 10%, est tabulaire suivant le brachypinacoïde, a une structure zonée et varie entre les termes albite-oligoclase et oligoclase-andésine. Le reste est rempli par le carbonate grenu. L'ilménite, la pyrite et l'apatite se trouvent en quantité modérée. Cette roche a été analysée par M. C. F. Eichleiter (29), voir Aperçu ap. la p. 62.

Des roches semblables sont également connues au N de Jasenice dans la carrière de M. Zátopka, dite „Zátopkova skála“ (29), et au S de Nov. Jičín entre le sommet Ignácův vrch et Skalenky (162).

La teschénite olivinique de *Ženklava* a une teneur plus élevée en minéraux clairs et présente un passage à la teschénite analcimique. Elle affleure ici d'une part sur la colline Christhübel à l'E du village, d'autre part à l'extrémité nord du hameau, à la bifurcation de la route vers Štramberk et Kopřivnice et possède partout le même caractère (248—250). L'olivine constitue près de 10%, elle porte les traces de corrosion magmatique et donne des pseudomorphoses homogènes en iddingsite. Le pyroxène se trouve également en grande partie transformé en pennine et titanite. La barkévikite est plus fréquente que le pyroxène, mais moins désagrégée. La biotite titanifère est aussi abondante, souvent idiomorphe. Le plagioclase est prismatique, maclé suivant la loi d'albite et se trouve représenté de préférence par l'oligoclase, en partie aussi par l'albite. Les interstices sont envahis par l'analcime, la calcite et une substance chlorito-serpentinique. L'ilménite, la pyrite et l'apatite sont modestement représentées. Les autres échantillons se distinguent par leur état de conservation plus ou moins bon, les quantités relatives de chaque élément n'oscillant que faiblement.

IV-me groupe: Teschénite analcimique.

L'olivine a complètement disparu, il est très rare d'en trouver des traces insignifiantes. Le plagioclase et l'analcime deviennent les éléments dominants. Grâce à eux, la roche prend un aspect bigarré. La désignation de Tschermak „teschénite“ se rapporte a cette roche.

α) La différence entre les types grenus et effusifs est peu évidente. Les roches consolidées plus profondément ou en plus grands massifs possèdent un grain plus grossier, le plagioclase apparaît en prismes larges, l'analcime est transparente et cristallisée. Les intrusions plus rapprochées de la surface ou les masses plus petites sont caractérisées par un grain fin, le plagioclase s'observe en prismes étroits ou même en lamelles, souvent groupées en éventail, l'analcime a l'apparence compacte et opaque.

β) La *pyroxénite teschénitique* se rapproche de la teschénite par sa structure et par l'allure des éléments minéralogiques, mais les minéraux colorés prédominent de beaucoup sur les incolores. On observe des passages graduels entre les deux types.

1-re subdivision.

Les éléments foncés sont représentés par le pyroxène soit seul, soit avec un peu de biotite.

Le pyroxène est une titanaugite typique avec structure en sablier remarquable.

α) Derrière *Příluky* sur le chemin près du bosquet affleure une teschénite à grain moyen (16) ; sur une masse compacte grise, on voit se détacher les cristaux noirs de titanaugite, atteignant jusqu'à 2 *mm* de longueur et constituant près de 30% de la masse. La quantité de magnétite, partiellement transformée en hématite, est d'environ 10%. Les vides, laissés par les formations squelettiques, sont comblés par la biotite titanifère. La pyrite n'est pas abondante. On voit la titanaugite bordée d'aegyrine. A part cela, l'aegyrine forme des lambeaux irréguliers. L'apatite est fréquente. Près de 60% sont constitués par un mélange d'analcime compacte avec le plagioclase acide et la calcite compacte.

La teschénite analcimique est connue également sur la crête qui s'étend de Pohořilec à Jasenice (34), sur le chemin qui va de Jasenice dans la direction sud-est vers la carrière de M. Rudolfr (45) et au N de la ferme Palačka à l'Ouest de St. Jičín (277).

β) La prédominance de la titanaugite dans les autres roches leur communique le caractère de *pyroxènite teschénitique*. On connaît des affleurements sur la route qui de Jasenice va directement vers le Nord pour monter au Pohořilec (31). L'analyse de cette roche a été faite par M. Eichleiter (29), voir A. ap. l. p. 62. Sa composition chimique est étonnamment semblable à celle de la pyroxénite teschénitique de Minoussinsk analysée par *Backlund à Heidelberg* (82, p. 256). On trouve ensuite la pyroxénite teschénitique sur la colline Holečky à l'W de Bludovice (105 et 108) et dans les environs de Prchalov (297, 301 et 303).

2-me subdivision.

Les minéraux foncés sont représentés par la titanaugite et la barkévikite, l'une ou l'autre étant prédominante ; quelquefois la barkévikite est le seul constituant foncé.

a) Au Sud de la station Paskov, sur la ligne Moravská Ostrava-Frýdek, la teschénite analcimique apparaît en intrusion puissante. La disjonction de la roche est prismatique, le grain est moyen ; les éléments clairs et foncés contenus dans la même proportion donnent à la roche une belle apparence bigarrée. La titanaugite est développée en plaquettes épaisses avec structure en sablier. La barkévikite apparaît en courts prismes terminés. La proportion relative de ces deux minéraux est variable dans les différentes coupes minces de la même roche. L'aegyrine forme des lisérés sur les deux, plus fréquemment sur la titanaugite. De temps en temps, on aperçoit aussi l'aegyrine en petits cristaux indépendants affectant la forme de fer de lance. Les quantités relatives de l'analcime et du plagioclase oscillent également ; néanmoins, au total le feldspath est plus abondant. Il se présente maclé polysynthétiquement suivant la loi d'albite, plus rarement suivant celle de la péricline ; parfois on observe la combinaison des deux sortes de macles. Les termes allant de l'andésine jusqu'au labrador-bytownite sont souvent zonés.

La titanomagnétite, la pyrite et l'apatite sont abondantes. La néphéline a été signalée par Račkovskij (82) dans la teschénite de Paskov, mais je ne suis pas arrivé à la constater dans les coupes minces.

L'analyse de cette roche a été faite par M. V. Veselý:

	I.	II.	III.
SiO_2	41·42%	68·69	46·91
TiO_2	3·14	3·92	2·68
Al_2O_3	15·07	14·75	10·07
Cr_2O_3	—	—	—
Fe_2O_3	6·40 = 5·76 FeO	19·06	13·01
FeO	7·93		
MnO	0·20	0·28	0·19
CaO	10·16	18·12	12·37
BaO	—	—	—
MgO	4·82	11·95	8·16
K_2O	1·98	2·10	1·44
Na_2O	4·00	6·45	4·41
H_2O liée chim.	2·73		
H_2O jusqu'à 105°	0·27		
P_2O_5	1·57	1·11	0·75
S	0·37		
Cl	0·05		
F	0·10		
CO_2	—		
Somme	100·21%	146·43	99·99
$-O = F_2$	0·04		
	100·17%		

s = 46·91 + 2·68 = 49·59 P_2O_5 = 0·75% mol.
A = 1·44 + 4·41 = 5·85
C = 10·07 − 5·85 = 4·22
F = 13·01 + 0·19 + 8·16 + 12·37 − 4·22 = 29·51
a = 4·4 c = 3·2 f = 22·4

$$n = \frac{44 \cdot 1}{5 \cdot 85} = 7 \cdot 54 \text{ (série } \alpha)$$

$$k = \frac{49 \cdot 59}{73 \cdot 05} = 0 \cdot 68.$$

La formule est $s_{49.6}$ $a_{4.4}$ $c_{3.2}$ $f_{22.4}$ $n_{7.5}$

La roche a une densité de 2·88.

La proportion de SiO_2 est supérieure à celle des roches oliviniques. La quantité relativement grande de TiO_2 se traduit dans la composition minéralogique par la présence de la titanomagnétite, de la titanaugite et de la

barkévikite. La teneur plus élevée en oxydes de fer s'explique par la séparation de minerais primaires — de la titanomagnétite et de la pyrite. Peu de MgO. Les alcalis sont richement représentés ; remarquons que K_2O n'est pas exprimé par des minéraux indépendants, mais vient seulement remplacer isomorphiquement la soude. La quantité relativement plus élevée du soufre provient de la pyrite. L'oxyde phosphorique est assez abondant. Sur le versant sud – est de *Skalky*, à 1 *km* environ au Sud de Nov. Jičín, affleure une teschénite à grain moyen (84) qui constitue un corps intrusif dans les grès de Groditště. Les éléments clairs occupent les deux tiers de la masse. Les minéraux colorés sont l'augite diabasique et l'amphibole, cette dernière étant représentée par les termes de passage de la série hornblende commune — barkévikite. Les plagioclases forment des macles polysynthétiques (d'albite, de péricline et combinées) avec structure zonée, où se succèdent les termes depuis l'oligoclase jusqu'au labrador-bytownite. L'analcime apparaît en grains roses, allotriomorphes, assez grands et se trouve associée aux carbonates, à la calcite et à la dolomie. Sur certains échantillons, on distingue de petites concrétions de calcédoine. Il y a peu de biotite et passablement d'ilménite en grande partie leucoxénisée. La pyrite et la titanite sont rares, l'apatite assez abondante. La présence des carbonates primaires nous oblige à ranger cette roche parmi les types mixtes carbonato-silicatés.

Des teschénites analcimiques semblables sont connues à l'W de St. Jičín sur la colline 352 *m*, appelée „Stříbrnica" (281), en plusieurs endroits dans les environs de Perná (46), au-dessus de Příluky dans la direction de Jasenice (13), à l'extrémité nord-ouest de Rybí sur le chemin champêtre menant à Holivák dans la carrière de M. Marjánek, dite „Marjánková skala" de la pente ouest du Štramberčík au-dessus de Veřovice (245), sur la rive escarpée du ruisseau Říčka, au S de la grande route de Kozlovice à Lhotka.

b) *A Vlčí hrdlo* on trouve à côté des roches basiques, de celles (53) dont les minéraux foncés constituent à peine le tiers de la masse. La titanaugite forme près de 20% et se trouve complètement transformée en chlorite avec de nombreux grains de leucoxène. La barkévikite, près de 10%, vient généralement s'y accoler parallèlement. La magnétite, en grains isométriques à développement squelettique, représente un peu moins de 10%. Le reste est rempli par un mélange d'albite-oligoclase lamelleux, affectant des formes ramifiées, et par l'analcime. Les interstices entre le plagioclase se trouvent quelquefois partiellement comblés par la calcite. La biotite, la pyrite, l'hématite et l'apatite apparaissent en faible quantité.

Au pied du versant nord de Skalky, tout près de Nov. Jičín, on trouve des fragments de roche (85) qui se distinguent de la teschénite, affleurant sur la pente est, par le fait qu'à la place des éléments clairs apparaît une masse opaque d'analcime compacte et de calcite. De même nature sont certaines teschénites (99, 102) qui se rencontrent sur la crête s'étendant du Čertův mlýn à Bludovice. Au SE de cette endroit, sur la colline „Holečky," à côté de la pyroxénite teschénitique, apparaît une teschénite (106, 107) qui se

distingue de la teschénite précédente par le fait que parmi les constituants clairs on trouve l'albite-oligoclase. L'aegyrine forme fréquemment des bordures autour de la titanaugite et de la barkévikite. L'échantillon (107) a été analysé par M. Eichleiter (29), voir Aperçu après la page 62.

La même teschénite affleure sur le versant ouest du *Söhlerbusch* (218), au *Lahmberg* (230) à l'E de Nov. Jičín. A l'endroit nommé „Na kutách" à l'E de Veřovice, la teschénite contient de petites concrétions de carbonate avec, accessoirement, de l'analcime, de même que la teschénite de Skalky. La titanite est remarquable par son développement en forme d'aiguille ou de sceptre. A *Tichá*, au-dessous de l'église, la teschénite détermine une petite cataracte du Tichavský potok (ruisseau de Tichá). Les éléments clairs et foncés sont contenus en proportions à peu près égales leur nature est la même que dans les roches précédentes. On peut discerner même macroscopiquement les cristaux squelletiques de titanite (269). La teschénite que l'on voit près de l'église de Staříč (332) et celle du Krmelínský kopec (345) sont du même genre.

c) Un affleurement de roche éruptive existe sur les *„Skalky" près* de *Nov. Jičín*, juste sur la route qui y méne de Kojetín, comme cela est indiqué sur la carte géologique manuscrite de Tausch. Macroscopiquement, cette roche ressemble par sa coloration, la grosseur de son grain et sa structure aux roches du flanc sud-est (84). La différence consiste en ce que les feldspaths ne sont pas développés en individus aussi grands, qu'ils n'ont pas l'habitus tabulaire, mais sont lamelleux. Les éléments foncés constituent près de deux cinquièmes, la proportion de la titanaugite atteignant environ 30%, celle de la barkévikite 10%. Le plagioclase, variant de l'albite à l'oligoclase, représente 30%. Les interstices, 20% à peine, sont remplis par l'analcime, tantôt compacte et opaque, tantôt cristallisée et transparente. Le carbonate est contenu comme petites inclusions granulées dans les minéraux clairs, ou bien il remplit, à la manière de l'analcime, les espaces entre les plagioclases. La biotite, l'ilménite, la titanite et l'apatite sont du même genre et en même quantité que dans l'échantillon 84.

La structure de la teschénite de „Skalky" met bien en évidence l'influence de la variation des conditions physiques dépendant surtout de la profondeur. La roche qui affleure sur le versant (84) s'est consolidée en plus grande profondeur et contient des feldspaths basiques en plaquettes épaisses, dont les dimensions sont égales, ou même plus grandes, que celle des minéraux colorés. La teschénite qu'on voit sortir au sommet contient des plagioclases acides lamelleux, caractéristiques pour les roches consolidées plus près de la surface. En même temps, les deux roches sont très voisines quant à la nature des minéraux.

Des roches semblables apparaissent sur la crête qui s'étend de Čertův mlýn à Bludovice (97, 98), au pied de la chaîne de Mořkov et Jičín à l'E du moulin de Bludovice, à l'W de l'extrémité sud de Životice (173), dans la carrière de M. Marjánek situé sur le versant ouest du Štramberčík sur

Veřovice (245, 246, 247), au NE de Veřovice à l'endroit „Na kutách", sur le Krmelínský kopec (344), dans la carrière Velikonoce au S de Zámrsk, sur le flanc sud-est du Pohořilec (32), dans la forêt Stříbrnica à l'Ouest de St. Jičín.

Sur le versant nord du Tannenberg, sort au jour une teschénite de couleur bleu-grise avec de nombreuses petites taches orangées. Les minéraux colorés constituent la moitié, ou même les deux tiers, de la roche. L'augite diabasique, 30% environ, est considérablement altérée en pennine avec de nombreux grains de leucoxène. L'amphibole brune, 20% à peine, vient s'y accoler parallèlement. Les cristaux squelettiques d'ilménite entièrement leucoxénisée forment plus de 5%. Les constituants clairs sont représentés par 20% environ de plagioclase zoné, où se succèdent les termes depuis l'oligoclase-andésine jusqu'au labrador. On trouve à peu près une même quantité de phillipsite, colorée en orange par l'oxyde ferrique. Ce minéral s'observe fréquemment dans les roches éruptives subbeskides, mais nulle part il n'est si abondant et si parfaitement développé qu'ici. Non seulement les contours idiomorphes, mais aussi la macle régulière le caractérise fort bien, et ce n'est qu'ayant appris à connaître sont maclage irrégulier qui s'observe ici simultanément, que j'ai pu le suivre et le prouver dans les autres roches où il n'est qu'imparfaitement développé. La calcite transparente, de formation plus jeune, vient souvent s'y associer. A part cela, on trouve aussi le carbonate compact opaque, partiellement mêlé à un peu de chlorite. La pyrite et l'apatite sont abondantes. Cette dernière est visible en agrégats formés d'une multitude de petites aiguilles disposées parallèlement, donnant en coupes transversales des figures en rosette.

β) La pyroxénite teschénitique de cette subdivision se distingue par sa teneur en barkévikite. On la connaît sur la crête au-dessus du ruisseau au N de *Perná* (47). Elle est microgrenue panidiomorphe. Plus des trois quarts sont composés de minéraux foncés. Il y a 60% environ de titanaugite, 5% à peine de barkévikite. La magnétite est abondante, presque 10%, l'ilménite leucoxénisée n'entre qu'en petite proportion. Le reste est constitué par une masse vert-grisâtre qu'en lumière polarisée on reconnaît être un mélange de petits cristaux lamelleux de plagioclase acide, formant des groupes arborescents, de chlorite compacte et de calcite. L'apatite est moins abondante que dans la teschénite. Une pyroxénite teschénitique identique affleure un peu plus au N dans la direction de Petřkovice (48), près du ruisseau qui court du Čertův mlýn, au pied du versant ouest de la colline 442 *m* (112) et enfin sur le chemin champêtre qui monte de Fryčovice vers l'W au Sovinec (327).

3-me subdivision.

Les constituants foncés sont représentés par le pyroxène, l'amphibole et la biotite; le pyroxène prédomine.

α) Dans la carrière „Velikonoce" au S de Zámrsk, on observe, à côté des roches oliviniques et de la teschénite amphibolique, une roche à grain

variant du fin au moyen. Elle contient à peine 40% de minéraux foncés, à savoir: 15% de titanaugite, plus de 20% de barkévikite, 5% environ de biotite titanifère. Les bordures terminales d'aegyrine sont peu abondantes, mais visibles. Les éléments clairs sont d'une part roses, de l'autre — gris. Les premiers sont formés d'analcime prédominante, dans laquelle nagent des cristaux lamelleux et ramifiés d'oligoclase; les gris sont constitués par le carbonate, occupant la place de l'analcime, et par les plagioclases du même genre. A part cela, l'analcime et le carbonate forment des concentrations grenues plus grandes,l'analcime étant automorphe par rapport au carbonate. Comme constituants accessoires, on trouve la magnétite, la pyrite et l'apatite. On voit aussi sur la coupe mince une faible ségrégation, où la proportion des minéraux colorés tombe au-dessous de 20%.

On connaît une teschénite du même type à l'E de Petřkovice (50) ; les minéraux clairs et foncés sont contenus dans la même proportion ; parmi les premiers prédomine la titanaugite, parmi les seconds — l'analcime compacte, grisâtre et opaque. La teschénite du sommet sud du Kojetínský kopec (82) a un grain moyen, allant jusqu'au grossier. La teschénite de la carrière située au pied du versant est du Štramberčík lui est identique. A l'endroit „*Na peklách*", à l'E de Veřovice, la teschénite (257) contient également les constituants clairs et foncés en proportion égale. La titanaugite forme un tiers environs, la barkévikite et la biotite titanifère 5% chacune.

Les bordures terminales d'aegyrine sont ici extraordinairement grandes. L'albite-oligoclase, constituant presque 30%, apparaît en prismes larges ou étroits et aussi en lamelles groupées en agrégats arborescents. L'analcime transparente remplit des espaces plus grands, ou bien elle se faufile entre les plagioclases lamelleux. Le carbonate, en petits grains, se trouve englobé dans l'analcime et le feldspath, par place c'est lui qui forme la pâte au lieu de l'analcime. La teneur en magnétite dépasse 5%, la pyrite et l'apatite sont faiblement représentés. La titanite s'observe en nombreux petits cristaux.

Sur la colline à l'E de Lichnov (260), et plus à l'E encore sur le monticule au-dessus de la Lubina (261), on trouve une teschénite identique. Les teschénites apparaissant près de Tichá (267 et 265) à l'Ouest de Kozlovice sur la colline Tábor (271), à l'E de Čeladná (275), près de Horní Sklenov (324) et près de Prchalov (307) sont également rangées dans cette subdivision.

β) Les roches des *environs de Prchalov* qui rentrent dans cette subdivision ont l'allure de pyroxénite teschénitique, comme l'avaient aussi celles de la première subdivision. La roche fraîche a été exploitée lors du creusement de la cave du bâtiment de M. Pustějovský. Elle est de couleur grisnoire, à grain fin ou moyen, la titanaugite prédomine (occupe près des trois quarts). La barkévikite, moins de 5%, forme des assemblages réguliers avec le pyroxène. La proportion de la biotite titanifère est encore plus faible.

L'analcime tient la première place parmi les minéraux clairs, elle est tantôt transparente, tantôt opaque à cause des nombreux granules de calcite. L'albite lamelleuse vient parfois s'y associer. A part cela, on trouve l'ilménite, la pyrite et l'apatite.

L'analyse chimique a été faite par M. V. Veselý:

	I.	II.	III.
SiO_2	39·52%	65·54	45·79
TiO_2	2·75	3·43	2·40
Al_2O_3	9·36	9·16	6·40
Fe_2O_3	3·74 = 3·37 FeO		
Cr_2O_3	0·03	0·02	0·01
FeO	7·39	14·98	10·47
MnO	0·17	0·24	0·17
CaO	16·94 − 3·91*) = 13·03	23·24	16·24
BaO	—	—	—
MgO	8·64	21·43	14·97
K_2O	1·63	1·73	1·21
Na_2O	1·49	2·40	1·68
H_2O liée chim.	3·01		
H_2O hygroscop.	0·97		
P_2O_5	1·36	0·96	0·67
S	0·08		
Cl	0·07		
CO_2	3·07		
Somme	100·22	143·13	100·01

$s = 45{\cdot}79 + 2{\cdot}40 = 48{\cdot}19$ $\quad P_2O_5 = 0{\cdot}67\%$ mol.

$A = 1{\cdot}21 + 1{\cdot}68 = 2{\cdot}89$

$C = 6{\cdot}41 - 2{\cdot}89 = 3{\cdot}52$

$F = 10{\cdot}74 + 0{\cdot}17 + 14{\cdot}97 + 16{\cdot}24 - 3{\cdot}52 = 38{\cdot}33$

$a = 1{\cdot}9, \quad c = 2{\cdot}4 \quad f = 25{\cdot}7$

$$n = \frac{16{\cdot}8}{2{\cdot}89} = 5{\cdot}81 \text{ (série } \beta)$$

$$k = \frac{48{\cdot}19}{62{\cdot}71} = 0{\cdot}77$$

La formule est: $s_{48{\cdot}2}\ a_{1{\cdot}9}\ c_{2{\cdot}4}\ f_{25{\cdot}7}\ n_{5{\cdot}8}$.

La densité de la roche est égale à 2·92.

La proportion plus petite de la silice, ainsi que de l'alumine et des alcalis, et la teneur plus élevée en chaux et en magnésie par rapport à la

---

*) On déduit 3.91% d'oxyde de calcium qui correspondent à 3.07% de CO_2 avec lequel il est lié pour former la molécule de la calcite.

teschénite de Paskov, sont les causes de la prépondérance du pyroxène vis-à-vis des plagioclases. Une quantité moindre d'oxyde de titane et d'oxydes de fer correspond à une quantité plus faible de minerais. La comparaison avec la pyroxénite teschénitique de Minoussinsk dans le gouvernement de Jénisséisk (82, p. 252—257), à laquelle notre roche ressemble considérablement macroscopiquement et microscopiquement, met en évidence les nombreux traits communs. Mais on remarque une grande différence dans la teneur en TiO_2; la fig. 4, tabl. II montre, il est vrai, que la roche de Minoussinsk contient plus de minerais, ce que, d'ailleurs, la densité (3·04) le prouve aussi; cependant, il semble que sa proportion dans l'analyse de Backlund est trop élevée. La calcite qui entre dans la composition de la roche, certifie que la formation de la pyroxénite teschénitique est due à une réaction syntectique du magma teschénitique avec les sédiments calcaires; le carbonate de calcium a été partiellement dissocié et CaO libéré a contribué à la genèse des pyroxènes.

Du même genre sont les roches 297, 298, 299, 300 provenant également du Prchalov et l'échantillon 159 recueilli dans le lit du ruisseau Jičínka sous le pont derrière l'Ecole d'agriculture à Žilina.

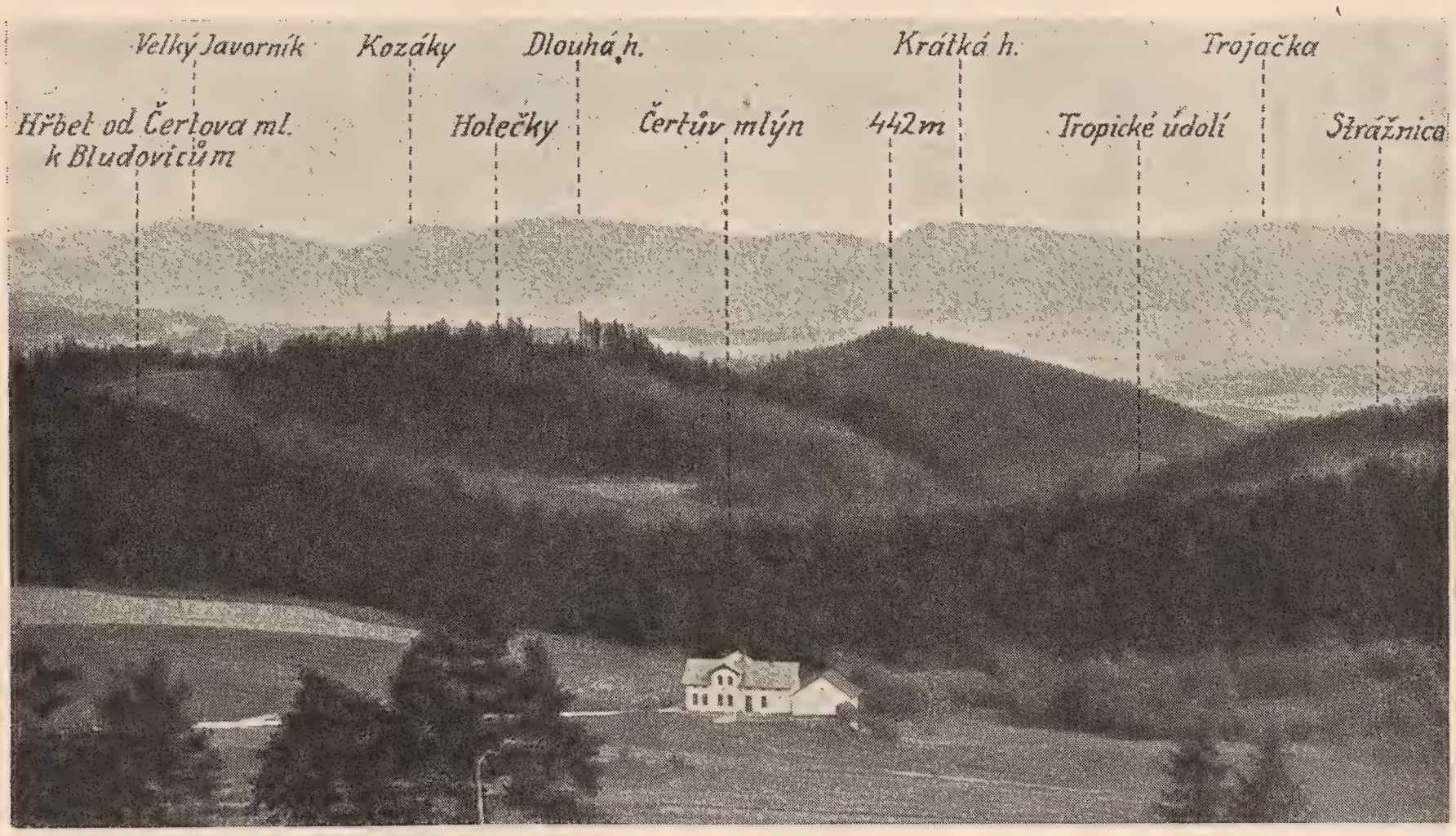
V-me groupe: Teschénite néphélinique.

La teschénite néphélinique est caractérisée par une teneur excessivement grande en alcalis, ce qui se traduit dans la composition minéralogique par la présence de la néphéline, des feldspaths alcalins, l'anorthose et l'albite, des zéolites sodo-potassiques, en particulier de la natrolite. L'olivine a disparu, on n'en aperçoit pas même de vestige; la titanaugite et la barkévikite sont des constituants importants, la dernière prédomine. L'aegyrine et l'aegyrine-augite atteignent ici la proportion maximum. Comme élément accessoire, signalons la prehnite qui est assez fréquente dans certaines localités. La teschénite néphélinique correspond à la teschénite dans le sens de Rosenbusch.

Nous renonçons à une subdivision plus détaillée vu le petit nombre de localités où ces roches apparaissent et prenant en considération le fait que sur plusieurs de ces localités les mêmes variations dans la composition minéralogique se répètent. Dans la règle, les constituants incolores ont la prédominance, parfois, cependant, la quantité des minéraux colorés s'accroît, ce qui marque une tendance vers les pyroxénites, qu'on pourrait désigner comme néphéliniques.

La teschénite néphélinique du *Čertův mlýn* possède un grain variant du fin au grossier; les cristaux prismatiques noirs de barkévikite et de titanaugite contrastent avec la natrolite fibreuse et les feldspaths prismatiques, donnant un bel aspect bigarré. Dans la carrière à l'W du moulin, la teschénite est panidiomorphe grenue. Les éléments colorés sont représentés à peine par

un tiers de la masse, la titanaugite a la prépondérance. Elle montre souvent des bords corrodés, le long desquels apparaît un liséré vert-grisâtre d'aegyrine-augite ou d'aegyrine. La barkévikite, moins atteinte par la corrosion, est également bordée d'aegyrine, qui s'observe à part cela en lambeaux irréguliers disséminés entre la natrolite. Cette dernière est l'élément le plus fréquent, remplissant tantôt les pseudomorphoses de la néphéline, tantôt les interstices entre les minéraux formés avant ; elle est, par conséquent, en partie primaire, en partie secondaire. On remarque également l'anorthose et l'albite, les deux étant développées en prismes allongés suivant la verticale. La prehnite, qui se distingue par ses vives couleurs d'interférence entre les



Čertův mlýn gisement connu de teschénite néphélinique. Au premier plan on voit une partie du pays montueux de Jasenice et Bludovice (Strážnica 442 *m*, chaîne de Holečky s'étendant vers Bludovice) constitué par les sédiments du Crétacé inférieur percé par les nombreuses éruptions de roches subbeskides. — A l'arrière-plan — la chaîne s'étendant de la Trojačka à Vel. Javorník formée de grès de Godula sans roches intrusives.

nicols croisés, forme des agrégats grenus assez grands ou remplit des interstices plus petits. La magnétite et l'apatite sont rares.

Les autres échantillons provenant des environs de Čertův mlýn (88—94) ont la même apparence extérieure ; la grosseur du grain, la quantité relative de chaque constituant et la structure, devenant quelquefois porphyroïde, ne varient pas sensiblement. On observe parfois des ségrégations aplitiques et lamprophyriques. L'échantillon 93, provenant du rocher situé près du ruisseau en aval du Čertův mlýn, peut servir d'exemple de transformation endogène de contact.

La roche normale est une teschénite grenue à grain moyen. Les minéraux colorés constituent deux cinquièmes environs, la barkévikite prédomine

considérablement sur la titanaugite. Les minéraux incolores sont représentés surtout par les feldspaths alcalins, l'anorthose et l'albite. Les pseudomorphoses de la néphéline en natrolite sont peu évidentes. Plus fréquemment, on observe la natrolite remplissant les interstices. Le minéral isotrope opaque, à réfringence faible, est très probablement de l'analcime. L'ilménite est entièrement transformée en leucoxène, la pyrite et l'apatite sont assez fréquentes. La partie qui a subi l'action du métamorphisme endogène de contact diffère grandement de la teschénite normale. On trouve à leur limite une digue puissante formée de petits cristaux de barkévikite ; quelquefois cette digue est double et se trouve cimentée par des granules d'augite diabasique. Au de là de cette digue la roche est nettement porphyrique ; les phénocristaux sont formés d'amphibole brune, moins abondante et plus pâle que dans la roche normale, de titanaugite et de biotite titanifère. La titanite, très abondante, est idiomorphe, ou bien adopte des formes étrangères. Près de la limite on voit des petites plages d'analcime compacte. Le reste est occupé par un réseau serré de microlites d'augite. Dans d'autres parties on observe des lambeaux de teschénite normale, autour desquels les microlites d'augite se groupent en forme de kyste ; cette réaction s'exprime sur la coupe mince par des petits ronds.

On a choisi pour l'analyse un échantillon de teschénite microgrenue à augite et amphibole provenant du versant sud de la crête qui s'étend du Čertův mlýn à Bludovice. Elle a été faite par M. V. V e s e l ý:

	I.	II.	III.
SiO_2	42·46%	70·41	49·50
TiO_2	2·24	2·80	1·97
Al_2O_3	19·18	18·71	13·15
Cr_2O_3	—	—	—
Fe_2O_3	3·83 = 3·45 FeO	14·34	10·08
FeO	6·85		
MnO	0·19	0·27	0·19
CaO	10·23	18·25	12·83
BaO	0·02	0·01	0·01
MgO	2·63	6·52	4·59
K_2O	3·13	3·32	2·34
Na_2O	4·38	7·06	4·97
H_2O liée chim.	3·35		
H_2O jusqu'à 105°	0·59		
P_2O_5	0·78	0·55	0·39
S	0·04		
Cl	0·06		
F	0·08		
CO_2	—		
Somme	100·04%	142·24	100·02

$s = 49{\cdot}50 + 1{\cdot}97 = 51{\cdot}47$ $\quad P_2O_5 = 0{\cdot}39\%$ mol.

$A = 2{\cdot}34 + 4{\cdot}97 = 7{\cdot}31$

$C = 13{\cdot}15 - 7{\cdot}31 = 5{\cdot}84$

$F = 10{\cdot}08 + 0{\cdot}19 + 4{\cdot}59 + 12{\cdot}83 + 0{\cdot}01 - 5{\cdot}84 = 21{\cdot}86$

$a = 6{\cdot}3 \qquad c = 5{\cdot}0 \qquad f = 18{\cdot}7$

$$n = \frac{49{\cdot}7}{7.31} = 6{\cdot}8 \text{ (série } \beta)$$

$$k = \frac{51{\cdot}47}{77{\cdot}40} = 0{\cdot}67$$

La formule est: $s_{51{\cdot}5}$ $a_{6{\cdot}3}$ $c_{5{\cdot}0}$ $f_{18{\cdot}7}$ $n_{6{\cdot}8}$.

La densité de la roche est égale à 2·80.

La composition chimique de la teschénite néphélinique du Čertův mlýn a une grande ressemblance avec celle de Paskov. Les petites différences — teneur plus élevée en SiO_2, Al_2O_3 et en alcalis et proportion plus faible de TiO_2, Fe_2O_3, FeO et MgO — sont en conformité avec la prépondérance des minéraux clairs. La présence de petites quantités d'oxyde de baryum est intéressante parce que T s c h e r m a k (114. p. 120) a trouvé ici, parmi les minéraux secondaires, la barytine accompagnant la calcite.

Au SE de Perná, sur le chaînon qui se dirige vers Vysoká et qui descend dans la direction de la Slaná voda, on voit un affleurement de teschénite à grain moyen (19). La titanaugite, constituant près d'un tiers de la masse, se trouve développée en deux générations bien différentes. Les grands cristaux portant des traces de corrosion considérable sont prédominants, les petits cristaux sont allongés, ont des contours parfaits et passent sur les bords en aegyrine-augite. Plus de la moitié de la roche est constituée par la néphéline qui se trouve totalement transformée en bergmannite. Le reste remplit l'anorthose. L'ilménite est altérée en leucoxène. La pyrite, le sphène et l'apatite sont assez fréquents.

La collection de M. Weigel contient plusieurs beaux échantillons de teschénites néphéliniques provenant du K r i e g s h ü b e l au NW de Nový Jičín. L'exemplaire 348 représente une roche à grain moyen et développement panidiomorphe des éléments. Les minéraux colorés ne forment, ici aussi, qu'un tiers. La quantité de la titanaugite est inférieure à celle de la barkévikite. Les deux sont corrodées sur les bords et entourées d'un liséré d'aegyrine qui atteint ici une proportion importante. Le développement en formes ressemblant au roseau est particulièrement typique. Les minéraux incolores

sont représentés par la néphéline, l'anorthose, la natrolite et la prehnite. La néphéline est abondante et relativement bien conservée. La titanomagnétite, la pyrite et l'apatite sont rares; la pigmentatiton due à l'hématite est abondante.

Les échantillons 229 et 233 sont de nature différente. Plus de la moitié de la roche est composée d'éléments foncés, et si nous y rattachons la chlorite, leur quantité forme près des deux tiers, de sorte que la roche acquiert le caractère de pyroxénite néphélinique. La titanaugite est beaucoup plus abondante que la barkévikite; la première forme 30%, la seconde — 5%. La proportion de la biotite titanifère surpasse celle de l'amphibole. Tous les trois minéraux sont assez fortement corrodés. L'aegyrine-augite assez abondante, 15—20%, recouvre tout aussi bien la titanaugite que la barkévikite corrodées; à part cela, elle forme des bâtonnets, réunis souvent en groupements simples ou composés, affectant l'apparence de brosse. L'aegyrine apparaît de façon tout à fait subordonnée formant quelques bordures terminales. Parmi les minéraux incolores, notons l'anorthose en quantité modeste. Les espaces sont envahis par la natrolite fibreuse, à laquelle s'associe un peu de chlorite compacte. On trouve passablement d'ilmenite transformée en leucoxène, peu de pyrite et d'apatite.

Sur le chemin champêtre menant de *Borošín à l'extrémité ouest de Staříč*, affleure une teschénite néphélinique (335) très semblable à la roche du Čertův mlýn. Les constituants foncés sont un peu plus nombreux, atteignant presque deux cinquièmes, et se trouvent représentés principalement par la titanaugite. Les dimensions de l'aegyrine sont plus importantes; elle forme d'une part des bandelettes terminales, et d'autre part — des cristaux indépendants en forme de fer de lance. L'anorthose ne représente qu'une petite partie des éléments clairs. La moitié presque est constituée par l'hydronéphélite formée secondairement aux dépens de la néphéline. L'apatite et la magnétite sont assez fréquentes.

On rencontre aussi des roches analogues dans la région de Těšín. La teschénite de la carrière de M. Kuboš à *Prostřední Bludovice* possède un grain moyen. Les éléments foncés sont la titanaugite, la barkévikite et la biotite titanifère. Les minéraux incolores apparaissent sous forme de mélange dense de natrolite, thomsonite, analcime et calcite. Les mêmes minéraux remplissent les fissures. Les teschénites de *Bogušovice* au N de Těšín sont magnifiques. Parmi les minéraux colorés prédomine tantôt la titanaugite, tantôt la barkévikite. Les pseudomorphoses de la néphéline en bergmannite sont ici bien évidentes. La roche de cette localité a été analysée par P. Juhasz, A. Siegmund (117 et 119) et Fellner (31); ces analyses sont données dans l'Aperçu après la page 62.

*

La roche dont j'ai trouvé la coupe mince 228 dans la collection de M. Weigel occupe une position particulière. Elle provient du *Kriegshübel au NW de Nov. Jičín.* C'est une roche microgrenue à structure panidiomorphe. L'olivine, constituant 5% à peine, est transformée en serpentine. Le constituant principal est la titanaugite. La biotite titanifère forme près de 5%. Les bordures terminales d'aegyrine sont très fréquentes sur la titanaugite. La titanomagnétite, atteignant plus de 10%, est partiellement transformée en leucoxène. Peu de pyrite. Une particularité de cette roche c'est la présence de grains de pérovskite assez nombreux. Les espaces sont remplis tantôt par la calcite (5% à peu près), tantôt par les zéolites, l'analcime et la phillipsite, qui se distinguent par la coloration due à l'hématite. Près d'un quart est occupé par un minéral verdâtre, à réfringence plus élevée que celle du baume de Canada, et développé sous trois aspects. La variété visiblement cristalline est traversée par une multitude de fissures parallèles lui donnant l'apparence de fibres juxtaposées. Elle englobe poecilitiquement les minéraux formés antérieurement. La variété cryptocristalline enveloppe les cristaux de titanaugite, elle est fibreuse, les fibres venant se disposer perpendiculairement à la surface des minéraux auxquels elle se juxtapose; les espaces qui résultent de cela sont remplis par la variété amorphe. Je considère ce minéral comme étant apparenté ou identique à la céladonite.

Klvaňa a désigné sous le nom de basalte à mélilite une roche recueillie en 1886 dans la *carrière de M. Rábl près de Janovice.* Il en donne la description suivante (53, p. 10): „La pâte est formée de paillettes de mélilite polarisant en bleu et disposées par place en faisceaux, les nombreux granules de magnétite sont parfois groupés ensemble; on aperçoit un petit nombre de cristaux d'augite, un peu de verre et de curieux petits cristaux de pérovskite avec $\infty\ 0\ \infty$; leurs angles sont alternativement tronqués par de petites faces triangulaires qui représentent $\frac{0}{2}$, comme on peut l'observer sur les cristaux les plus petits de tous ceux qui se trouvent dans l'épaisseur entière de la préparation en déplaçant le tube du microscope. L'olivine porphyrique est absolument transparente." — Plus tard, la roche n'a pas pu être retrouvée, aucun échantillon ne s'est conservé. Puisque dans les roches du Kriegshübel j'ai réussi à trouvér la pérovskite, qui apparaît fréquemment comme satellite de la mélilite, je considère que la paragenèse découverte par Klvaňa en 1886 dans la roche de la carrière de M. Rábl n'est pas exclue comme une des variétés minérales du magma de la région subbeskide, car les relations multiples du pyroxène avec la mélilite dans les roches basiques prouvent que la mélilite peut être envisagée comme un remplaçant du pyroxène (Scheumann 107, p. 544).

Roches calcitiques.

Dans la région subbeskide, on rencontre des roches composées entièrement, ou en majeure partie, de carbonates et en particulier de calcite. Ce sont souvent les filons et les ségrégations de calcite déjà mentionnés, puis les concrétions de calcite plus grandes, comme p. ex. dans la carrière Segeťův lom à l'W de Vlčnov. A part cela, on peut rapporter ici certaines roches avec une teneur importante en calcite et qui par leur composition rentre dans le cadre des phénomènes éruptifs subbeskides.

A l'embouchure de la *Jičínka* et de la *Zrzávka* la roche éruptive est traversée par un filon de roche calcitique, en contact avec laquelle apparaît un schiste marneux corné. L'aspect de la roche calcitique varie considérablement. Par places elle est grossièrement grenue, étant composée de nombreux petits grains de calcite, entre lesquels repose une masse céladonitique compacte d'un bleu-vert à éclat gras. Il y a un peu de pyrite, partiellement transformée en hématite. Ailleurs, il y a alternance de minces filonnets de calcite avec des veinules de céladonite. A d'autres endroits, on observe un mélange bigarré, où la calcite, la céladonite et l'hématite entrent en proportions sensiblement égales. Au milieu, on observe des masses blanches, clivables, de calcite. — Une roche analogue affleure sur le chemin champêtre à l'W de Vlčnov.

Dans les champs entre *Kojetínský kopec et Janovice* on trouve des tas de pierres ramassées sur les champs et posées sur les dérayures. Ce sont des agrégats rayonnants et grossierèment aciculaires de calcite, entre lesquels on voit une terre verdâtre — la céladonite. Haidinger (38, p. 86), d'après l'indication de Sapetza, dit que cette roche forme un filon dans le basalte c'est de la picrite qu'il s'agit).

Conclusions.

Les roches éruptives subbeskides se rencontrent depuis Zámrsk, au SSE de Hranice en Moravie, jusqu'à Kalvaria, au SE de Wieliczka en Galicie. La partie morave comprend à peine deux cinquièmes de la région entière. Et cependant, en se basant sur les résultats de l'étude des roches éruptives moraves, on peut donner un tableau général des phénomènes éruptifs subbeskides, car même en passant rapidement en revue les roches de la partie silésienne de la région de Těšín et de la partie polonaise qui lui est contiguë, on constate que les roches de cette contrée sont non seulement semblables aux roches moraves, mais n'offrent pas d'aussi grande variabilité que ces dernières. Les différences qui pourraient éventuellement exister ne sont certainement pas essentielles.

Le mode de gisement, la composition chimique et minéralogique, les conditions génétiques et l'âge relatif des éruptions subbeskides — tout prouve qu'il s'agit d'une *province pétrographique* nettement exprimée, dont les divers types ont pris naissance par la différenciation du magma commun. Ceux-ci diffèrent donc carrément des basaltes du bassin carbonifère d'Ostrava et des basaltes d'Opava ; ils peuvent aussi aisément être distingués des différentes roches des pays septentrionaux qui leur sont extérieurement semblables et qui ont été apportées comme blocs erratiques, leur limite méridionale passant justement dans notre région.

Mode de gisement géologique.

Quant au mode de gisement géologique, les roches éruptives subbeskides apparaissent généralement comme intrusions, et surtout comme filons-couches, au milieu des sédiments schisteux, calcaires et gréseux du Crétacé inférieur. Souvent, on les trouve étagées l'une au-dessus de l'autre. C'est surtout les schistes de Těšín supérieurs, les grès de Grodiště et les schistes de Veřovice qu'on voit en contact avec les roches éruptives. On est en présence de réelles intrusions et nullement de nappes d'épanchement recouvertes plus tard par des sédiments plus jeunes, comme le supposait Klvaňa (54) ; la preuve en est dans la structure des roches dont les nombreuses figures sont données dans l'ouvrage de Klvaňa et en partie dans ceux de Tschermak (119) et Sapetza (104). La puissance des *filons-couches* est variable, dans la règle elle n'est pas grande, allant de quelques *dm* à quelques mètres. Le gisement le plus puissant de ce type est connu sur le rocher de Paskov où l'épaisseur de la roche éruptive atteint 15 *m*. Il s'agit le plus probablement d'un laccolite, quoique sa liaison avec les profondeurs de la terre n'est pas mise à nu. Les cas de *filons proprement dits* sont rares et l'insuffisance d'affleurements les rend encore moins fréquents. Une coupe mettant bien en évidence un filon proprement dit est visible sur la nouvelle route de Těšín à Fryšták près de Zpupná Lhota. Morozewicz (72) signale un laccolite à Bogušovice au N de Těšín.

Il est difficile de décider si les *nappes d'épanchement* existent également dans la région subbeskide, néanmoins, dans plusieurs localités, comme p. ex. à Hončova et Kamenná hůrka près de Příbor, ainsi que sur le Kojetínský kopec, les gisements ressemblent aux nappes basaltiques de la Lusace, de la Silésie supérieure et de l'Eifel. Tschermak, dans sa première étude concernant les roches de cette région (114), parle de filons, de culots, de nappes et même de tufs gréseux; dans une publication postérieure (119), il nie l'existence des nappes d'épanchement. Beck (3) indique comme mode de gisement les laccolites et les filons-couches.

La roche se décompose, d'une part, en bancs irréguliers et, d'autre part, en boules à disposition concentrique des enveloppes.

Groupe	Subdivision	Nom de la roc	K_2O	Na_2O	$+ H_2O$	$- H_2O$	P_2O_5	S	Cl	F	CO_2		Somme
I.	1a	Péridotite	1·57	1·50	3·96						2·93	Traces de subst. org.	100·27
	1b	Picrite	0·71	1·71	4·04						trace		99·39
	2a	Péridotite amphib	0·8	1·3	4·5						1·8		99·1
			0·91	1·38	2·70		0·64				2·30		100·71
	2b	**Picrite**	**0·74**	**1·66**	**3·42**	**1·01**	**0·48**	**0·11**	**0·04**		trace		**99·90**
	3a	**Péridotite amphib et biotitique**	**1·12**	**0·43**	**4·93**	**0·95**	**0·44**	**0·07**	**0·03**				**100·07**
II.	1a	Péridotite teschén	0·89	0·55	2·95		0·55				5·10		100·36
	3a	**Péridotite teschéni**	**1·58**	**2·00**	**2·45**	**0·70**	**0·81**	**0·14**	**0·07**		**2·79**		**99·95**
	3a		**2·11**	**2·22**	**1·82**	**0·75**	**5·04**	**0·25**	**0·13**	**0·06**	**2·83**	100·32 -O = Cl_2 0·03	**100·29**
III.	**2a**	**Teschénite olivini**	**1·21**	**2·17**	**2·77**	**0·70**	**0·59**	**0·08**	**0·03**		**0·18**		**100·11**
	2b		0·16	0·15	5·35		0·22				2·70		99·64
	3c		0·28	0·81	2·15		0·71				6·50		99·57
IV.	1β	Pyroxénite teschén	1·11	2·04	3·70		1·18				2·80		100·37
	2a	**Teschénite à analc**	**1·98**	**4·00**	**2·73**	**0·27**	**1·57**	**0·37**	**0·05**	**0·10**		100·21 —O = F_2 0·04	**100·17**
	2b	Teschénite à ana	2·07	3·34	4·35		0·58				3·10		100·07
	3β	**Pyroxénite teschér**	**1·63**	**1·49**	**3·01**	**0·97**	**1·36**	**0·08**	**0·07**		**3·07**		**100·22**
V.		**Teschénite néphéli**	**3·13**	**4·38**	**3·35**	**0·59**	**0·78**	**0·04**	**0·06**	**0·08**	—		**100·04**
		Teschénite amph lique	0·82	3·59	3·18								99·88
			3·89	3·80	3·76		1·25		trace	0·38			98·46
		Teschénite augitic	2·06	4·90	5·05								100·52
			1·57	3·46	3·20		0·49		trace		0·71		98·65
					79·31								
			30·34	46·88	24·48	5·94	16·69	1·14	0·48	0·62	36·81		
					3·78								
			1·44	2·23	3·06	0·74	1·04	0·14	0·06	0·07	1·75		102·67
			1·40	2·17	2·98	0·72	1·01	0·14	0·06	0·07	1·71		100·00

*) Toutes les analyses

Aperçu des analyses des roches éruptives subbeskides.

Groupe	Subdivision	Nom de la roche	Localité	Densité	Analysée par	An	SiO_2	TiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	Cr_2O_3	FeO	MnO	NiO	CaO	MgO	BaO	K_2O	Na_2O	$+H_2O$	$-H_2O$	P_2O_5	S	Cl	F	CO_2		Somme
I.	1a	Péridotite	Kriegshübel près Šenov	3·029	F. E. Szameit	1866	38·72	trace	10·19	6·30		6·14			10·37	18·59		1·57	1·50	3·96						2·93	Traces de subst. org.	100·27
	1b	Picrite	Kamenná et Hončova hůrka près Příbor et Gimpelberg près Žilina	2·960	P. Juhasz	1866	40·79		10·41	3·52		6·39			8·48	23·34		0·71	1·71	4·04						trace		99·39
	2a	Péridotite amphibolique	Žilina à l'embouchure du Libotínský potok	2·961	G. Tschermak	1866	38·9		10·3	4·9		7·0			6·0	23·6		0·8	1·3	4·5						1·8		99·1
					C. F. Eichleiter	1896	40·65		12·85	4·88		8·30			8·05	18·05		0·91	1·38	2·70		0·64				2·30		100·71
	2b	**Picrite**	**Kamenná hůrka**	**3·04**	**V. Veselý *)**	**1924**	**39·78**	**2·39**	**8·41**	**4·47**	**0·11**	**8·12**	**0·15**	**0·07**	**9·92**	**19·02**		**0·74**	**1·66**	**3·42**	**1·01**	**0·48**	**0·11**	**0·04**		trace		**99·90**
	3a	**Péridotite amphibolique et biotitique**	**Stařič, carrière de M. Pokluda**	**2·96**	**V. Veselý**	**1924**	**39·38**	**1·73**	**7·64**	**4·97**	**0·19**	**7·23**	**0·17**	**0·12**	**8·62**	**22·05**		**1·12**	**0·43**	**4·93**	**0·95**	**0·44**	**0·07**	**0·03**				**100·07**
II.	1a	Péridotite teschénitique	Zámrsk, carrière Velikonoce		C. F. Eichleiter	1896	39·05		13·95	8·16		6·25			14·02	8·89		0·89	0·55	2·95		0·55				5·10		100·36
	3a	**Péridotite teschénitique**	**Žilina, carrière de M. Giersch**	**2·97**	**V. Veselý**	**1926**	**40·20**	**2·48**	**8·04**	**4·23**	**0·05**	**9·66**	**0·15**	**0·09**	**13·23**	**11·28**		**1·58**	**2·00**	**2·45**	**0·70**	**0·81**	**0·14**	**0·07**		**2·79**		**99·95**
	3a		**Tichá, jardin de M. Parma**	**3·01**	**V. Veselý**	**1925**	**31·28**	**4·01**	**10·65**	**10·23**		**7·66**	**0·24**		**13·74**	**7·30**		**2·11**	**2·22**	**1·82**	**0·75**	**5·04**	**0·25**	**0·13**	**0·06**	**2·83**	100·32 $-O=Cl_2$ 0·03	**100·29**
III.	**2a**	**Teschénite olivinique**	**Rybí**	**2·96**	**V. Veselý**	**1926**	**43·30**	**2·10**	**10·71**	**2·88**	**0·04**	**8·65**	**0·13**	**0·04**	**11·90**	**12·63**		**1·21**	**2·17**	**2·77**	**0·70**	**0·59**	**0·08**	**0·03**		**0·18**		**100·11**
	2b		à l'W. de Straník sur la route de Kojetín		C. F. Eichleiter	1896	41·35		13·90	8·24		7·13			11·65	8·79		0·16	0·15	5·35		0·22				2·70		99·64
	3c		Mčenovice sur la route de Jasenice		C. F. Eichleiter	1896	39·75		14·40	7·58		8·57			12·65	6·17		0·28	0·81	2·15		0·71				6·50		99·57
IV.	1β	Pyroxénite teschénitique	Jasenice sur la route du Pohořilec		C. F. Eichleiter	1896	39·20		15·52	8·80		5·08			14·45	6·49		1·11	2·04	3·70		1·18				2·80		100·37
	2a	**Teschénite à analcime**	**Paskov, carrière au S de la gare**	**2·88**	**V. Veselý**	**1925**	**41·42**	**3·14**	**15·07**	**6·40**		**7·93**	**0·20**		**10·16**	**4·82**		**1·98**	**4·00**	**2·73**	**0·27**	**1·57**	**0·37**	**0·05**	**0·10**		100·21 $-O=F_2$ 0·04	**100·17**
	2b	Teschénite à analcime	Holečky près Bludovice		C. F. Eichleiter	1896	42·15		18·75	4·94		7·30			9·75	3·74		2·07	3·34	4·35		0·58				3·10		100·07
	3β	**Pyroxénite teschénitique**	**Prchalov**	**2·92**	**V. Veselý**	**1926**	**39·52**	**2·75**	**9·36**	**3·74**	**0·03**	**7·39**	**0·17**		**16·94**	**8·64**		**1·63**	**1·49**	**3·01**	**0·97**	**1·36**	**0·08**	**0·07**		**3·07**		**100·22**
V.		**Teschénite néphélinique**	**Čertův mlýn près Nov. Jičín**	**2·80**	**V. Veselý**	**1925**	**42·46**	**2·24**	**19·18**	**3·83**		**6·85**	**0·19**		**10·23**	**2·63**	**0·02**	**3·13**	**4·38**	**3·35**	**0·59**	**0·78**	**0·04**	**0·06**	**0·08**	—		**100·04**
		Teschénite amphibolique	Bogušovice près Těšín		Al. Fellner	1867	44·65		15·77			11·65			13·70	6·52		0·82	3·59	3·18								99·88
				2·801	P. Juhasz	1866	44·39		16·83	6·69		4·60			9·28	3·59		3·89	3·80	3·76		1·25		trace	0·38			98·46
		Teschénite augitique	Bogušovice près Těšín		Al. Fellner	1867	47·41		18·65			10·21			7·17	5·06		2·06	4·90	5·05								100·52
				2·865	A. Siegmund	1866	48·18		11·80	9·79		5·90			7·50	6·05		1·57	3·46	3·20		0·49		trace		0·71		98·65
			Somme				862·53	20·84	272·38	114·55	0·42	158·01	1·40	0·32	227·81	227·25	0·02	30·34	46·88	79·31 24·48	5·94	16·69	1·14	0·48	0·62	36·81		
			Composition moyenne des roches subbeskides.				41·07	2·61	12·97	6·03	0·05	7·52	0·18	0·04	10·85	10·82	—	1·44	2·23	3·78 3·06	0·74	1·04	0·14	0·06	0·07	1·75		102·67
							40·00	2·54	12·63	5·87	0·05	7·32	0·18	0·04	10·57	10·54		1·40	2·17	2·98	0·72	1·01	0·14	0·06	0·07	1·71		100·00

*) Toutes les analyses faites par M. V. Veselý ont été exécutées dans le laboratoire chimique du Státní geologický ústav Č. S. R.

Composition chimique.

Pour pouvoir juger du caractère chimique des roches éruptives subbeskides nous donnons un aperçu de toutes les analyses de ces roches publiées jusqu'à présent, ainsi que les analyses faites par M. V e s e l ý spécialement pour cette étude. Les analyses ci-dessous n'ont pas toutes une même valeur ; ainsi les plus anciennes sont incomplètes, en particulier, la teneur en TiO_2 n'est pas indiquée et pourtant, comme les nouvelles analyses nous le montrent, elle peut être suffisamment considérable pour devenir un trait caractéristique d'une roche. Certaines analyses ont une proportion notable d'anhydride carbonique, mais on ne voit pas s'il s'agit de carbonate primaire ou de roche altérée. Néanmoins, cet aperçu permet de se faire une idée de la variabilité considérable des masses éruptives en question et, d'autre part, de constater leur parenté, preuve de leur origine commune.

Pour toutes les nouvelles analyses, on a calculé les valeurs d'Osann pour la représentation graphique, quoique les erreurs que comporte cette méthode deviennent particulièrement graves dans notre cas. L'eau, qui n'est pas prise en considération sur la projection d'Osann, constitue, grâce à la quantité abondante de zéolites, un élément essentiel de la roche. Des difficultés apparaissent également, lorsqu'on veut traduire le fer trivalent en fer bivalent, car l'analyse minéralogique montre que les alcalis viennent se combiner avec l'oxyde ferrique pour donner une molécule d'aegyrine, malgré le fait que la quantité d'alumine n'est jamais inférieure à la somme des alcalis, de sorte qu'il en reste toujours suffisamment pour la formation de la molécule d'anorthite.

Dans les déductions qui suivent, nous tenons compte, en premier lieu, des analyses de M. Veselý, qui se trouvent en conformité complète avec le caractère de la roche, tel qu'il ressort de l'étude microscopique.

Pour la représentation graphique, on a calculé les proportions moléculaires en se basant sur les données de l'analyse chimique:

I. Péridotite de Staříč.
II. Picrite de la Kamenná hůrka près Příbor.
III. Roche éruptive de Tichá (jardin de M. Parma).
IV. Péridotite teschénitique de Žilina (carrière de M. Giersch).
V. Teschénite olivinique de Rybí.
VI. Pyroxénite teschénitique de Prchalov.
VII. Teschénite analcimique de Paskov (au S de la gare).
VIII. Teschénite néphélinique du Čertův mlýn près Nov. Jičín.
IX. Péridotite teschénitique de Zámrsk, carrière Velikonoce.
X. Roche éruptive de Straník.
XI. Moyenne pour les roches éruptives subbeskides.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.
$SiO_2 + TiO_2$	41·09	42·27	45·54	47·33	47·06	48·19	49·59	51·47	48·41	49·19	47·43
Al_2O_3 + + Cr_2O_3	4·64	5·08	8·34	5·36	6·65	6·41	10·07	13·15	10·03	9·76	8·45
Fe_2O_3 + + FeO + + MnO + + NiO	10·19	10·56	19·07	12·94	10·04	10·64	13·20	10·27	13·89	14·52	12·17
CaO (+ BaO)	9·39	10·85	7·40	11·70	13·16	16·24	12·37	12·84	9·85	10·50	10·22
MgO	33·38	28·92	14·50	18·98	19·81	14·97	8·16	4·59	16·19	15·64	17·84
K_2O	0·71	0·48	1·79	1·14	0·81	1·21	1·44	2·34	0·69	0·12	1·01
Na_2O	0·42	1·64	2·87	2·19	2·21	1·68	4·41	4·97	0·65	0·17	2·39
a	0·6	1·2	3·1	2·1	2·0	1·9	4·4	6·3	1·0	0·2	2·3
c	2·0	1·7	2·4	1·3	2·4	2·4	3·2	5·0	6·3	6·9	3·5
f	27·4	27·1	24·5	26·6	25·6	25·7	22·4	18·7	22·7	22·9	24·2
n	3·7	7·7	6·2	6·6	7·3	5·8	7·5	6·8	4·9	5·9	7·0
k	0·65	0·64	0·63	0·72	0·73	0·77	0·68	0·66	0·85	0·95	0·71

D'après la teneur en SiO_2, qui n'atteint jamais 50%, variant légèrement autour de 40% dans la plupart des cas, les roches éruptives subbeskides appartiennent aux termes basiques. La proportion de la silice croît au fur et à mesure que les roches se rapprochent de la teschénite. En corrélation avec cette augmentation, il y a accroissement graduel d'alcalis (K_2O, Na_2O), d'alumine et de chaux. La quantité des oxydes de fer est assez variable; la teschénite néphélinique de Čertův mlýn n'a qu'un peu plus de FeO que la péridotite de Staříč. Près de la ligne reprèsentantive qui relie ces roches extrêmes viennent se placer les valeurs de FeO correspondant à la picrite de la Kamenná hůrka, à la teschénite olivinique de Rybí et à la pyroxénite teschénitique de Prchalov. Toutes les autres roches, sans exception, ont une quantité plus élevée d'oxydes de fer. Ce désaccord peut être expliqué en partie par le fait que l'oxyde ferrique est exprimé sous forme d'oxyde ferreux, tandis que dans les minéraux et, par conséquent, dans les roches la fonction des deux oxydes est différente.

La quantité de MgO va en diminuant depuis les péridotites jusqu'aux teschénites, ce qui présente, avec l'accroissement de SiO_2, l'indice principal pour le diagnostic des différents types de roches subbeskides. La proportion de K_2O est généralement inférieure à celle de Na_2O, ce n'est que la péridotite de Staříč et la péridotite teschénitique de Zámrsk qui possèdent un

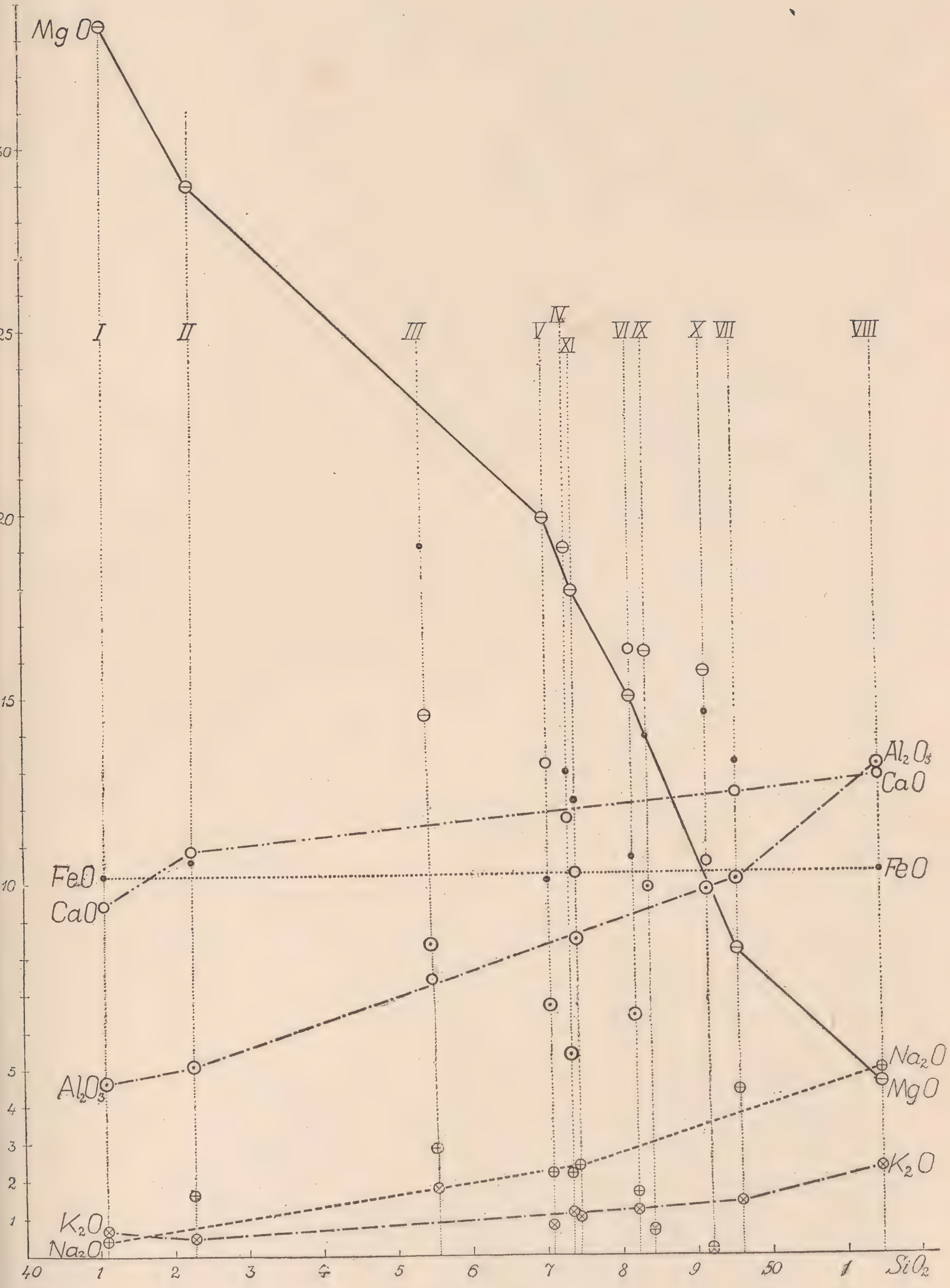

MgO
30
25
20
15
10
5
4
3
2
1
I
II
III
IV
V
XI
VI
IX
X
VII
VIII
FeO
CaO
Al2O3
CaO
FeO
Al2O3
Na2O
MgO
K2O
K2O
Na2O
40
1
2
3
4
5
6
7
8
9
50
1
SiO2

Fig. 8.

rapport inverse. Dans les groupes I.—IV., il y a moins de Al_2O_3 que d'oxydes de fer, mais les deux courbes représentatives se rapprochent. Dans le V-me groupe, la quantité d'Al_2O_3 croît rapidement et les courbes finissent par se croiser ici. La roche de Tichá a une teneur excessivement petite en SiO_2 (31·20%), fait qui s'explique par la richesse considérable en apatite (12%), par la présence de la calcite (6·5%) et du minerai primaire abondant. Toutes les valeurs des oxydes s'écartent considérablement de chacune des courbes y relatives. La pyroxénite teschénitique de Prchalov montre une proportion assez élevée de CaO — héritage de la réaction syntectique avec les sédiments. Les roches de Zámrsk et de Straník, tant qu'on peut considérer leur analyse comme exacte, sont caractérisées par une faible teneur en alcalis; en relation avec ce fait, on peut expliquer les autres déviations par rapport aux courbes représentatives de chacun des oxydes. La nature double des roches éruptives subbeskides est mise ici en évidence.

En raison des proportions élevées de *f* et des proportions faibles de *c* et *a*, les roches subbeskides ne tombent que dans les secteurs III et IV de la projection d'Osann (fig. 9).

Les constituants importants des roches subbeskides, qui non seulement jouent un rôle dans la composition minéralogique, mais ont aussi une influence notable sur la structure, sont les matières volatiles. L'analyse chimique montre qu'il s'agit de vapeurs d'eau, d'anhydride carbonique, d'hydrogène sulfuré, dans certains cas aussi d'anhydride sulfureux, de gaz chlorhydrique et fluorhydrique. Les trois premiers sont les plus importants. Une partie d'eau et d'anhydride carbonique tire son origine des sédiments que traversaient les intrusions, la plus grande portion, cependant, était contenue dans le magma même. On trouve les preuves de l'action des agents minéralisateurs dans la présence fréquente des zéolites, de l'amphibole et de la biotite; d'autre part l'existence des agents minéralisateurs explique peut être l'origine des sources minérales, assez nombreuses dans la région subbeskide. Ce sont, en premier lieu, les sources sulfureuses des bains nommés „Sirkové lázně" près de Nov. Jičín, celles de Hodslavice et celles situées au SW de la ferme Palačka près Starý Jičín. *Hohenegger* indique sur sa carte (46) une source sulfureuse semblable à l'endroit Mosty au NW de Těšín. Puis ce sont certaines sources d'eau chargée d'anhydride carbonique, comme celle de Německá Jasenice et celle de Hodslavice; probablement on doit y rattacher aussi les dégagements d'anhydride carbonique, qu'on peut signaler au nombre de 200 environ au milieu de la rivière Bečva à Teplice, où les bulles s'échappent en courants rapides; cet endroit se trouve à 7 *km* en ligne droite de Zámrsk, point occidental le plus éloigné où apparaissent les roches éruptives subbeskides. En ce qui concerne les sources sulfureuses, *Klvaňa* (55) essaie d'expliquer leur origine par la décomposition de la pyrite, que les sédiments néogènes contiennent partout; cependant il ajoute: „Comme certains phénomènes me l'ont démontré plus tard, cette théorie ne peut pas être généralisée, quoique un grand nombre de cas y réponde, et il

sera nécessaire de la vérifier encore.“ Les explications de Klvaňa ne conviennent donc pas pour les localités, où les formations néogènes n”existent pas c'est à dire pour Hodslavice, Sirkové lázně, la ferme Palačka et Mosty. Il est évident que l'hypothèse de la relation des sources minérales avec les éruptions subbeskides n'a de validité que tant que l'on admet la nature autochtone de ces dernières. Au cas, où l'on prouverait que les roches éruptives subbeskides et les formations du Crétacé inférieur qu'elles percent ont été charriées d'ailleurs, il resterait à supposer une liaison de ces sources avec les éruptions basaltiques miocènes.

Composition minéralogique.

La constitution minéralogique des roches éruptives subbeskides exprime nettement les caractères chimiques qu'on vient de décrire. Malgré la grande diversité des roches, elle est assez constante et reflète fidèlement les passages graduels des roches oliviniques aux roches teschénitiques d'une part, des types à tendance alcaline aux types alcalino-calciques — de l'autre. Le passage des péridotites aux teschénites, exprimé chimiquement par l'accroissement de SiO_2 et Al_2O_3 et par la diminution rapide de MgO, se déclare minéralogiquement par une teneur en olivine incessamment décroissante. Tandis que dans les roches du premier groupe, sa proportion atteint 50%, elle diminue dans celles des groupes suivants pour disparaître complètement dans le IV-*me* et le V-*me*. Lorsque la quantité de SiO_2 augmente, l'orthosilicate de magnésium et de fer cède sa place aux métasilicates correspondants du groupe des pyroxènes et des amphiboles. L'accroissement de la proportion des alcalis, de l'alumine et de la chaux entraîne l'augmentation des feldspaths et des zéolites.

La description détaillée des roches montre que dans la province pétrographique subbeskide, les types sensiblement alcalins et les types alcalino-calciques sont souvent simultanément présents et forment des mélanges multiples. D'après les recherches de *Rosenbusch* et de *Rohrbach*, la présence de deux sortes de roches est évidente et ce point de vue trouve son expression dans les manuels de Rosenbusch en ce sens que les roches à caractère alcalin sont rangées parmi les théralites et ensuite parmi les diabases théralitiques et essexitiques, tandis que les roches à caractère alcalino-calcique sont rattachées aux diabases. Et de nouveau, les deux types sont envisagés comme essentiellement différents, sans rapports et passages plus étroits, conformément au point de vue de *Rosenbusch*, admettant l'indépendance des provinces de roches alcalines et alcalino-calciques.

L'alcalinité des roches subbeskides n'atteint jamais l'expression $Al_2O_3 \leqq K_2O + Na_2O$ et on ne peut, par conséquent, parler que d'un caractère subalcalin ; néanmoins, elle est mise en évidence par la présence de minéraux alcalins. A côté de la barkévikite et de la titanaugite, déjà con-

nues antérieurement, notre étude a révélé la présence de l'aegyrine et de l'aegyrine-augite. L'existence de la néphéline dans certaines roches les plus alcalines n'est, au fond, établie avec certitude que pour la première fois, car l'indication de Rosenbusch, qui cite la localité „Bluschowitz", est inexacte. Notre étude démontre également que l'analcime n'épigénise jamais la néphéline, comme le supposait Rosenbusch, mais que c'est surtout la natrolite qui remplit les pseudomorphoses.

L'abondance des zéolites peut être également considérée, d'après B e c k e (5), comme caractéristique pour la contrée alcaline. Les feldspaths alcalins, l'albite et l'anorthose, apparaissent de façon restreinte en paragenèse avec les zéolites. Nous tenons cependant à remarquer que ces minéraux, alcalins par excellence, ne se rencontrent en quantité plus notable que dans un nombre très modeste de roches. Parfois ils font complètement défaut, de sorte que le pyroxène est représenté par l'augite commune ou l'augite diabasique, l'amphibole — par la hornblende commune brune et les constituants clairs — par les différents plagioclases. Dans la plupart des roches, on trouve des termes de passage des séries augite commune — titanaugite, hornblende commune brune — barkévikite, l'aegyrine forme de rares capuchons étroits sur les cristaux d'augite et les éléments clairs se trouvent représentés par un mélange de plagioclases et de zéolites.

Le plagioclase n'appartient pas exclusivement aux termes basiques, comme on l'indiquait jusqu'à présent, mais se trouve représenté aussi par des types plus acides. Le plus généralement, ce sont les termes allant de l'oligoclase jusqu'à l'andésine ; dans les variétés plus basiques, ils se trouvent accompagnés de membres allant du labrador à l'anorthite, dans les plus acides l'albite s'y associe. Les roches grenues contiennent les plagioclases plus basiques, les roches porhyriques — les plagioclases plus acides. L'orthose n'a pas pu être constaté en individus discernables. — Parmi les zéolites, ce sont l'analcime et la natrolite qui sont les plus fréquents ; les moins répandus sont la thomsonite et la phillipsite ; l'apophyllite est par places assez abondante. Souvent, les zéolites montrent ici des indices évidents d'origine primaire. La calcite est un constituant fréquent, la dolomie est plus rare. La biotite accompagne le pyroxène seul ou le pyroxène associé à l'amphibole. La teneur constante en TiO_2 s'exprime minéralogiquement tantôt par les minéraux titanés, l'ilménite, la titanite et la pérovskite, tantôt par les mélanges isomorphes remplaçant partiellement la silice dans la titanaugite, la barkévikite et la biotite titanifère. Les valeurs élevées de f que chaque analyse met en évidence sont en rapport avec l'excrétion fréquente de minerais. A côté de l'ilménite, la magnétite, la pyrite et dans les roches oliviniques un peu de chromite participent à la constitution. L'apatite s'observe dans tous les échantillons, dans certains, cependant, elle atteint une quantité extraordinairement élevée. Puisque le coefficient de la silice n'atteint jamais la valeur 1, le quartz ne peut pas figurer parmi les éléments normaux des roches éruptives subbeskides. Lorsqu'on l'observe

en quantité modeste, on est conduit à l'envisager comme allothigène, provenant probablement des sédiments encaissants.

L'ordre de cristallisation des minéraux présente la même succession dans tous les types de roches de Moravie. En premier lieu se séparèrent l'apatite, la magnétite, l'ilménite et la chromite. Parmi les minéraux accessoires, la pérowskite a dû cristalliser à peu près au même moment. L'olivine s'est formée simultanément, ou tout de suite après, car elle ne contient que très peu d'inclusions. L'augite a cristallisé plus tard, car l'olivine est toujours idiomorphe par rapport à cette dernière et, inversement, l'augite englobe souvent l'olivine. L'amphibole, qui s'accole souvent parallèlement à l'augite, est visiblement plus jeune. Un peu plus tard, ou presque en même temps, vint se former la biotite, qu'il n'est pas rare de trouver en interpénétration avec l'amphibole, ce qui donne une structure graphique. Les éléments clairs ne cristallisèrent que plus tard ; la formation de la néphéline a précédé celle des feldspaths, de sorte que la néphéline est idiomorphe par rapport à ces derniers et s'y trouve souvent contenue sous forme d'inclusions.

Remarquons que R o h r b a c h (87) cite plusieurs localités silésiennes (Kalembice, en partie Bogušovice et Zpupná Lhota, puis Žermanice et Šebišovice), où apparaissent des roches ophitiques, c'est à dire où la cristallisation du feldspath a précédé celle du pyroxène (ces roches sont dépourvues d'amphibole). Parmi les épanchements moraves je n'ai pas rencontré d'exemple d'une succession pareille. La formation de l'aegyrine suit celle des feldspaths, c'est pourquoi il arrive de trouver des lamelles, des baguettes et des tablettes de feldspaths qui pénètrent à l'intérieur du liséré externe des pyroxènes constitué par l'aegyrine. Le processus de cristallisation s'est terminé par la séparation des zéolites et des carbonates.

La titanite occupe une position particulière ; d'abord, fait remarquable, elle accompagne l'ilménite, puis quant à l'ordre de succession, elle a dû se former après les minéraux foncés, car elle ne s'y trouve jamais englobée, mais y est souvent adhérente. Il semble que son origine se trouve en rapport avec l'assimilation des sédiments calcaires, ce qui expliquerait aisément les deux irrégularités.

S t r u c t u r e .

La nature chimique des roches éruptives subbeskides, le mode de leur gisement géologique, ainsi que le caractère des sédiments au milieu desquels l'intrusion s'est produite — telles sont les circonstances qui ont déterminé la structure des roches en question. La basicité du magma et l'abondance des matières volatiles étaient les causes de sa fluidité parfaite ; une autre condition favorable existait en même temps ; les schistes marneux au milieu desquels les roches subbeskides se sont principalement consolidées empêchaient considérablement aux matières gazeuses de s'échapper du magma.

Ceci explique l'individualisation avancée des minéraux constitutifs, et, comme conséquence, la structure *panidiomorphe grenue,* ainsi que les dimensions considérables des grains, ceux- ci atteignant dans certains types teschénitiques la longueur de 1 à 10 *cm.*

Le caractère hypabyssal du gisement géologique explique pourquoi, à côté des roches grenues, on rencontre aussi des termes nettement *porphyriques.* La fréquence de la structure zonée du plagioclase, du pyroxène et de la biotite est la preuve d'un abaissement assez rapide de la température ; les couches du minéral qui venaient se déposer en zones parallèles différaient légèrement l'une de l'autre par la composition chimique ; elles reflétaient les changements graduels dans la constitution du magma et préservaient les minéraux de la résorption. L'abaissement de la température correspond aussi à la diminution de la grosseur des éléments. Lorsqu'on est en présence d'une structure porphyrique nette, les minéraux de la seconde génération atteignent à peine quelques centièmes de la taille des phénocristaux. Ailleurs, les dimensions des éléments diminuent peu à peu, de sorte que l'olivine est développée en plus grands cristaux, puis vient le pyroxène, l'amphibole et la biotite ; enfin le plagioclase n'a déjà qu'un habitus lamelleux. Le décroissement de la température était quelquefois irrégulier ; assez brusque au début, ce qui entraîna la diminution rapide des dimensions du pyroxène, il devint ensuite bien plus lent, fait qui donna la possibilité aux minéraux des périodes pneumatolytique et hydrothermale de rattraper les cristaux d'olivine quant à la taille et même de les dépasser souvent. L'existence fréquente de macles du pyroxène, de l'amphibole et du plagioclase est aussi un phénomène structurel digne d'intérêt. Le contraste entre les structures grenue et porphyrique est surtout manifeste sur les roches oliviniques, c'est pourquoi elles ont été décrites d'une part comme picrite et d'autre part comme péridotite. Les teschénites n'offrent pas de différence si évidente. Les roches consolidées en plus grande profondeur, ou en plus grand massif, se distinguent par un grain plus grossier et un développement isométrique du plagioclase qui est plus basique ; les roches consolidées plus près de la surface, ou en masse plus petite, possèdent un grain fin, leur plagioclase, plus acide, affecte l'habitus prismatique ou même lamelleux. La structure de la pâte semble être hypocristalline et la quantité des minéraux cristallisés est plus élevée que celle de la substance isotrope interstitielle. La présence fréquente de l'analcime et parfois de l'apophyllite rend l'existence du verre assez problématique dans certains cas ; puisque le développement des minéraux de seconde génération est sensiblement idiomorphe, il s'agit plutôt d'un mélange de zéolites à cristallinité cachée et discernable, auquel s'associent différents minéraux chlorito-serpentiniques, dont les variétés phanérocristallines, cryptocristallines et amorphes offrent de nombreuses transitions.

Il est compréhensible que la combinaison des conditions de structure donne naissance aux différents termes de passage entre les deux types

principaux. On doit mentionner spécialement la structure *poecilitique* de certaines roches à olivine, où la biotite et l'amphibole plus jeunes englobent un grand nombre d'individus d'olivine et de pyroxène plus petits, quoique formés avant.

La variation subite dans la structure des corps éruptifs subbeskides est un phénomène fréquent. Tantôt il se trouve en relation avec une modification dans la composition minéralogique et tient précisément à cela, tantôt la structure subit une variation, la constitution minéralogique restant la même. Comme exemple, citons la teschénite du Čertův mlýn, où des traînées microgrenues traversent les parties à grain moyen. Tantôt la compositition minéralogique reste la même, tantôt le rapport des éléments clairs et foncés éprouve des variations, de sorte que les concentrations microgrenues peuvent avoir soit un caractère leucocrate, soit un caractère mélanocrate plus exagéré que dans la roche principale. En même temps, on remarque que l'amphibole qui est isométrique, ou sous forme de prismes courts, dans la roche normale, se présente en prismes fortement allongés, ou même en aiguilles, dont la longueur est souvent cent fois plus grande que la largeur, dans le facies microgrenu. Un exemple analogue présente l'échantillon provenant du Lahmberg près Žilina. Dans les picrites, on observe souvent une alternance de régions, où les phénocristaux sont prédominant, avec celles, où la pâte joue un rôle plus grand. Il semble que la cause principale de ces phénomènes est due à ce que les dimensions du corps intrusif sont petites et, par conséquent, l'influence du milieu environnant très marquée.

Différenciation magmatique.

La variation de la composition minéralogique des roches éruptives subbeskides est encore plus prononcée que celle de la structure. On peut constater les passages les plus divers entre les deux types extrêmes, ce qui démontre que tous les massifs éruptifs subbeskides tirent leur origine d'un magma commun, dont la différenciation était très profonde. Le processus de différenciation a débuté probablement à l'époque, où les premiers cristaux se séparaient du magma. La composition du magma primitif répondait-elle à celle des roches du second ou du troisième groupe, dans les deux cas l'olivine se séparait au début abondamment grâce à la basicité considérable. Les cristaux d'olivine, constitués de matière à poids spécifique plus grand, tombaient en bas, les parties supérieures s'apauvrissaient en magnésium et en fer, qui se concentraient dans les couches inférieures, et s'enrichissaient par contre en aluminium, silicium et métaux alcalins. Lors de l'éruption du magma ainsi différencié, les niveaux supérieurs donnaient naissance aux teschénites, les parties inférieures — aux roches oliviniques, tandis que la zone moyenne engendrait les roches normales; ces dernières, cependant, sont désignées en général comme type transitoire, car les deux types extrêmes

attiraient beaucoup plus l'attention à cause de la différence évidente de leur composition minéralogique. Un aperçu superficiel pourrait faire croire, que tous les trois types mentionnés sont représentés de façon identique dans la région subbeskide, mais une étude approfondie montre que la majeure partie des roches du second et du troisième groupes n'est pas née du magma primitif non différencié, mais s'est formée par réaction syntectique avec les sédiments crétacés. Tout ceci démontre que la *différenciation* du magma provoquée par les forces de *gravitation* était déjà bien avancée avant l'éruption.

Dans tous les groupes de roches éruptives subbeskides, les minéraux foncés sont représentés soit par le pyroxène seul, soit par les associations: pyroxène, amphibole, — pyroxène, biotite, — pyroxène, amphibole et biotite ; l'olivine apparaît dans les types plus basiques. D'après ceci, nous avons établi une subdivision plus détaillée en groupes séparés. La cause de ces traits distinctifs doit être recherchée dans la quantité, grande ou petite, des substances volatiles indispensables à la formation de l'amphibole et de la biotite. En conformité avec ceci, dans les roches d'épanchement superficiel, où la participation des matières volatiles était faible ou nulle, l'amphibole et la biotite sont beaucoup plus rares ou font même complètement défaut. Plus fréquemment, on observe des concentrations de minéraux colorés dans les zones (salbandes) situées à la limite avec les sédiments. L'olivine n'appartient pas aux éléments normaux de la teschénite, mais quelquefois elle apparaît sporadiquement dans les zones bordières de la teschénite. Ce fait a été remarqué déjà par R o h r b a c h (87, p. 51 et 54) qui admettait que l'olivine s'est formée par suite du métamorphisme de contact endogène. Cette explication est absolument dénuée de fondement, car pour constituer une molécule d'olivine le magma ne pouvait rien emprunter aux sédiments avoisinants, qui sont généralement des schistes marneux, et, par contre, sa propre composition chimique n'exclut pas la possibilité de la formation de l'olivine. Il est probable que l'olivine se formait d'une façon passagère et en petite quantité dans le magma teschénitique. Pendant l'intrusion du magma ces premières formations ont été refoulées vers les bords, où le mouvement du magma était plus lent à cause du frottement. Une plus petite partie de l'olivine est restée disséminée à l'intérieur du magma. La cristallisation allant en progressant, le magma devenait plus acide, l'orthosilicate ne pouvait plus rester en équilibre et fut résorbé en majeure partie. Dans la zone bordière, où le refroidissement rapide déterminait une augmentation de la viscosité, il n'y avait plus de mobilité moléculaire nécessaire pour résorber totalement l'olivine déjà formée. Ailleurs, on observe dans les zones bordières des accumulations de pyroxène, d'amphibole et de grains de minerai, tandis que le reste de la roche est plutôt leucocrate.

Dans la carrière de M. Rýc sur la colline Mořkovská hůrka, on voit que la partie supérieure du culot éruptif se distingue de la partie inférieure par ses paillettes de biotite titanifère à éclat bronzé, que l'on discerne même macroscopiquement. On observe des rapports analogues dans les

deux carrières suivantes de la Mořkovská hůrka, ainsi que dans les environs de Mčenovice, Veřovice, Lichnov et ailleurs. Les mêmes observations ont été faites par T s c h e r m a k (114, p. 122 et 134) qui supposait que la biotite s'est formée ici secondairement aux dépens de l'amphibole. R o h r b a c h (87) remarqua également que la biotite devenait plus abondante dans la zone de contact(p.54) et que la quantité d'amphibole augmentait aussi (p. 51). Il attribuait ce phénomène à une transformation endogène de contact. L'opinion de Tschermak peut être facilement réfutée, car au contact avec la biotite, l'ampibole reste intacte, conservant ses contours cristallographiques parfaits; il ne s'agit donc pas d'une transformation, mais d'une interpénétration des deux minéraux qui affecte souvent une apparence graphique, — preuve qu'ils se sont séparés d'un mélange eutectique. Quant à la supposition de Rohrbach, qu'il n'essaie cependant pas à prouver, on peut admettre qu'une partie de la biotite et de l'amphibole tire son origine des phénomènes de contact avec les sédiments. Ceux-ci sont plus riches en eau, et les venues magmatiques l'ont transformée en vapeur, dont la présence est une condition génétique indispensable pour la formation de la biotite et de l'amphibole. Evidemment, dans ce cas, les deux minéraux devraient être plus abondants du côté du mur que du côté du toit. En réalité cependant, les deux minéraux augmentent vers le haut. L'explication naturelle serait la suivante: le magma de la contrée subbeskide était riche en constituants gazeux, dont la tension était élevée. Comme éléments plus légers, ils se concentraient surtout dans les parties supérieures. Au contact avec les sédiments, le refroidissement plus rapide provoquait une diminution de la tension que l'arrivée constante de nouvelles vapeurs égalisait derechef. Ainsi, les constituants gazeux se rassemblaient dans les couches supérieures du magma et les rendaient particulièrement propices au développement des minéraux pneumatolytiques. A ce que je sache, on n'a pas suffisamment consacré d'attention à *la différenciation pneumatolytique* dans les travaux pétrographiques, et si elle n'a pas passé inaperçue par les savants, jamais elle n'a été expliquée de cette façon. Un exemple magnifique de différenciation pneumatolytique peut être observé au bord du massif granitique à Říčany (décrit par K a t z e r 51 et 52): la roche normale est une granitite grenue à grain moyen, à structure tantôt porphyroïde, tantôt granitique sans orientation, elle est composée d'orthose prédominante, d'oligoclase, représenté moins abondamment, de quartz et de biotite. Le facies bordier en diffère non seulement par sa structure, mais aussi par sa composition. La tourmaline, qui n'apparaît que très rarement dans la roche normale, devient ici un constituant essentiel — granite à tourmaline. Par places, la biotite augmente notablement en quantité, ailleurs la muscovite vient s'y associer —granite à deux micas, parfois la biotite cède entièrement sa place à la muscovite — granite à muscovite et finalement on trouve de vraies pegmatites aussi bien au point de vue de la composition que de la structure. Citons encore le cas des gneiss aplitique du sommet „U obrázku" dans les montagnes

Jizerské hory: au contact avec les micaschistes anciens ils se transforment en gneiss à tourmaline (130), car la tourmaline s'y déclare. L'échange dû à la différenciation pneumatolytique devient moins actif dans les masses effusives, où par suite de la viscosité croissante, le mouvement des matières volatiles est plus gêné que dans les types de profondeur. A Hončova hůrka, nous avons remarqué dans la picrite, dont la pâte est composée surtout de cristaux microscopiques d'augite noyés dans une substance isotrope zéolitique ou, peut être, vitreuse, des champs restreints, où les cristaux d'augite sont moins nombreux, mais plus grands et mieux limités et où la substance interstitielle est plus abondante. A côté de l'augite, on trouve aussi l'amphibole et la biotite. La paragenèse des minéraux et la structure prouvent qu'il s'agit ici d'endroits, où se concentraient les substances volatiles. De semblables écarts dans la composition minéralogique et des petites variations de structure apparaissent aussi au voisinage des cavités amygdaloïdes, mais jusqu'à présent on leur donnait une autre explication. Le mode de différenciation magmatique que Harker nomme *„squeezing out"*, *c'est à dire expulsion*, n'a qu'une importance subordonnée dans la région subbeskide. On suppose dans ce cas, qu'au cours de la consolidation du magma, le résidu volatil a été éliminé par l'action de la pression orogénique. Ceci entraîna d'une part la formation d'accumulation de minéraux foncés avec quantité minime de constituants clairs, et d'autre part — l'apparition de filons ou de concentrations leucocrates. On pourrait rattacher ici les concentrations leucocrates de la teschénite du Lahmberg près Žilina, les filonnets composés de calcite et d'albite de la carrière Velikonoce près Zámrsk et probablement aussi en partie les nombreuses veines de calcite que l'on trouve à bien des endroits.

Ordre de succession des éruptions.

Dans toute la contrée morave il n'y a que peu d'endroits, où il est possible de suivre la succession des roches subbeskides. A ce que je sache, les teschénites et les roches oliviniques ne se trouvent nulle part en relation étroite, qui permettrait d'établir dans quel ordre elles ont apparu. A Kriegshübel, au NW de Nov. Jičín, affleuraient dans le temps les deux roches bien conservées (à en juger d'après les coupes minces), mais ce gisement a disparu depuis longtemps, car la péridotite fournissait un bon matériel pour empierrement des routes et fut complètement consommée au siècle passé.

Dans la règle, les teschénites et les roches oliviniques apparaissent isolément ; citons p. ex. les roches à olivine des environs de Příbor, Libhošť, Kojetín et Janovice, les teschénites de Starý Jičín (Stříbrnica, Palačka) Perná, Čertův mlýn, Bludovice et Paskov. A l'extrémité SW de Rybí, les deux types semblent passer l'un à l'autre, les affleurements ne sont cependant pas suffisants pour qu'on puisse observer le mode de gisement. Dans la suite, il sera donc nécessaire d'étudier encore ces relations, surtout lorsque de

grandes carrières viendront faciliter cette tâche. T s c h e r m a k (119) cite des exemples, où les roches teschénitiques recouvrent les picrites d'une part et sont sous-jacents par rapport à ces dernières — de l'autre. H o h e n e g g e r (46) considère les roches oliviniques (basalte) comme étant d'âge tertiaire, et les teschénites comme contemporaines au Crétacé inférieur. K l v a ň a (54) suppose également que la picrite est plus jeune que la teschénite. Certaines de ces observations peuvent confirmer ce point de vue, mais elles n'ont pas de valeur générale.

A g e.

Les données concernant l'âge des roches éruptives subbeskides sont très différentes. H o h e n e g g e r (46) envisageait les teschénites comme roches de profondeur d'âge crétacé et éocène, tandis que les roches oliviniques qu'il nommait basalte, étaient d'âge tertiaire selon lui. M a d e l u n g (67) cherche à prouver qu' aucune roche teschénitique n'est plus ancienne que les sédiments de l'Eocène supérieur de cette région. T s c h e r m a k (119) signale les défauts de la carte de Hohenegger et de celle de Foetterle et malgré le fait que d'après la carte de Foetterle certaines roches éruptives subbeskides se trouvent plantées au milieu des dépôts tertiaires, il les attribue au Crétacé. R o h r b a ch (87) ne décide pas la question de l'âge des épanchements, mais il est enclin à les attribuer au Crétacé; il admet cependant que certaines roches oliviniques des environs de Příbor et de Nov. Jičín percent l'Eocène et doivent être attribuées, comme pense Hohengger, aux basaltes. F. H i r t h (44) supposait que certaines roches éruptives affleurant au S de Kotouč sur la voie ferrée de Ženklava sont tertiaires. K l v a ň a (54) pense que l'intrusion des masses principales a eu lieu à la limite du Néocomien et du Gault. V. U h l i g (120) n'arrive pas à préciser l'âge des roches éruptives subbeskides. H. B e c k (3) suppose que les effusions se sont produites après le dépôt des couches de Lhota et avant la sédimentation du Gault, car les grès de Godula ne contiennent nulle part de roches éruptives en question. Sa communication. „Die tektonische Verhältnisse der beskidischen Oberkreideablagerungen im nordöstlichen Mähren.“ Jbch. d. GRA. Wien 1911 — est suivie d'une carte qui diffère de celle de Hohenegger et de celle de Tausch (manuscrite) par le fait que le domaine des grès de Grodiště se trouve bien plus élargi. Ainsi, une partie importante des massifs éruptifs subbeskides que l'on attribuait antérieurement au Paléogène, se trouve liée au Crétacé inférieur, en particulier aux environs de Příbor et de Libhošť.

Les sondages ont démontré qu'entre Frenštat et Bílsko le Crétacé repose en chevauchement sur le Tertiaire (Petrascheck 78 et 79). Si donc les roches éruptives subbeskides ne sont pas autochtones, elles ont dû être charriées avec le Crétacé. Cependant, la structure des roches éruptives en question ne dévoile aucun indice de dislocation. Il est évidemment possible que l'intrusion

correspond précisément à la période de la formation du recouvrement qui a eu lieu, d'après Petrascheck (80), entre le premier et le second Méditerranéen. Le Tertiaire de la région subbeskide est représenté surtout par le Paléogène, mais les études de Fuchs (79), basées sur le matériel paléontologique extrait par les sondages, démontrent qu'il comprend aussi le Miocène inférieur. Généralement, on ne signalait pas du tout, ou très peu, de sédiments paléogènes composés du matériel clastique du Crétacé. En étudiant les carottes de sondage Petrascheck (79) constata un tuf andésitique gris clair provenant de Skočov. Dans les conglomérats de base du Tertiaire (extraits par sondage) il essayait de reconnaître une teschénite décomposée (p. 82). — Uhlig (120) et Hassinger (39) invoquent la présence des cailloux de teschénites et de picrites au-dessus du bloc exotique carbonifère sur la colline Stráž près Choryň (voir D. Štúr 112) comme preuve contre l'âge tertiaire de roches éruptives subbeskides. Cette objection n'est pas fondée, car l'origine de ce bloc exotique n'est pas expliquée de manière satisfaisante jusqu'à présent. Petrascheck (79) signale un bloc arrondi de teschénite dans le Paléogène de la voie en déblai entre Valašské Meziříčí et Domoraz près Hodslavice.

Ces faits se trouvent, cependant, en contradiction avec les données importantes de Hohenegger confirmant l'âge tertiaire de certaines roches oliviniques et des teschénites ; ce savant connaissait mieux que tout autre la géologie de cette contrée, et chaque nouvelle étude consacrée à cette région doit prendre en considération son oeuvre. J'ai voué beaucoup de temps et de soins à la détermination de l'âge des roches éruptives subbeskides, mais l'insuffisance d'affleurements, la difficulté de distinguer les sédiments tertiaires de ceux du Crétacé, ce qui amène aussi des confusions dans les différentes cartes géologiques, ne me permettent pas de le définir. Fait indiscutable, les intrusions percent surtout les couches du Crétacé inférieur, mais rien dans leur structure n'indique qu'elles auraient été disloquées avec le Crétacé.

Comparaison des roches éruptives subbeskides avec celles du České Středohoří et des Andes.

Les résultats auxquels nous amènent les analyses chimique et minéralogique des roches éruptives subbeskides stimulent à faire une comparaison avec ceux des types atlantiques et pacifiques, comme ceci a été exécuté pour les roches du České Středohoří et de la région des Andes par Becke (5), auquel sont empruntées toutes les données concernant ces provinces. Quoique les roches éruptives subbeskides représentent le dernier tiers de la série de roches granite — péridotite, où les différences entre les deux types sont moins évidentes, les résultats de cette comparaison sont assez suggestifs.

Conformément au procédé de Becke, nous avons calculé d'après les analyses les proportions atomiques et les grandeurs a, c, f, k; les trois premiers nombres ont été rapportés à la somme de 30 pour les roches du České Středohoří et des Andes (dans l'ouvrage de Becke leur somme est égale à 20).

Pour la projection triangulaire d'Osann nous avons choisi:

a) de la région subbeskide

I. Péridotite de Staříč analysée par V. Veselý.

II. Picrite de la Kamenná hůrka près Příbor analysée par V. Veselý.

III. Roche éruptive de Tichá (jardin de M. Parma) analysée par V. Veselý.

IV. Péridotite teschénitique de Žilina (carrière de M. Giersch) analysée par V. Veselý.

V. Teschénite olivinique de Rybí analysée par V. Veselý.

VI. Pyroxénite teschénitique de Prchalov analysée par V. Veselý.

VII. Teschénite analcimique de Paskov (au *S* de la gare) analysée par V. Veselý.

VIII. Teschénite néphélinique du Čertův mlýn près Nový Jičín analysée par V. Veselý.

IX. Péridotite teschénitique de Zámrsk, carrière Velikonoce analysée par C. F. Eichleiter.

X. Roche éruptive de Straník analysée par C. F. Eichleiter.

XI. Moyenne des roches éruptives subbeskides.

b) de la région du České Středohoří

19. Basalte feldspathique de Paudlersberg (Hibsch T. M. P. M. XV. 247, anal. par R. Pfohl.)

23. Basalte de l'Ostrý près Milešov. Anal. de Hanamann (Arch. pro přír. výzk. Čech. VII.)

25. Basalte feldspathique de Homolka près Vchynice. — Anal. de Hanamann (Arch. pro přír. výzk. Čech VII).

27. Néphélinite basaltique de Říp. Analyse de Hoffmann (Lotos 1896).

30. Basalte néphélinique du Lovoš près Lovosice. — Anal. de Hanamann (Arch. etc. VII).

31. Basalte leucitique de Dobernberg (Hibsch T. M. P. M. XV, 255). — anal. de R. Pfohl.

36. Essexite de Roztoky (Hibsch. T. M. P. M. XIV. 99 — anal. de R. Pfohl).

38. Monchiquite leucitique du Mädstein (Hibsch. T. M. P. M. XIX 67 — anal. de F. Hanusch).

41. Théralite de Doupov (Bauer. T. M. P. M. XXII, 281 — anal. de Tertsch).

c) de la région des Andes.

18. Andésite amphibolique de Peňon de Pitayó, versant ouest.

20. Basalte, Summit of Richmont Mt., anal. de J. E. Whitfield.

26. Basalte à 1 mille au SE de Paines Creek, anal de Chatard.

27. Basalte, Summit of Inskip Crater, anal de Hillebrand et Chatard.

Proportions atomiques des roches de la région subbeskides.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.	XI.
Si	38·9	39·5	40·5	43·7	43·0	44·4	43·1	42·9	43·6	44·7	42·6
Al	8·8	9·5	14·8	9·9	12·2	11·8	17·5	21·9	18·1	17·8	15·2
Fe	9·7	9·9	17·0	12·0	9·2	9·8	11·5	8·6	12·5	13·2	10·9
Mg	31·6	27·0	12·9	17·5	18·1	13·8	7·1	3·8	14·6	14·2	16·0
Ca	8·9	10·1	6·6	10·8	12·0	15·0	10·8	10·7	8·9	9·6	9·2
Na	0·8	3·1	5·1	4·1	4·1	3·1	7·7	8·3	1·2	0·3	4·3
K	1·3	0·9	3·2	2·1	1·5	2·2	2·5	3·9	1·2	0·2	1·8
a	0·6	1·2	3·1	2·1	2·0	1·9	4·4	6·3	1·0	0·2	2·3
c	2·0	1·7	2·4	1·3	2·4	2·4	3·2	5·0	6·3	6·9	3·5
f	27·4	27·1	24·5	26·6	25·6	25·7	22·4	18·7	22·7	22·9	24·2
k	0·65	0·64	0·63	0·72	0·73	0·77	0·68	0·66	0·85	0·95	0·71

Proportions atomiques des roches.

	du České Středohoří									des Andes			
	19	23	25	27	30	31	36	38	41	18	20	26	27
Si	39·0	41·6	45·3	35·8	37·6	44·2	46·6	45·2	43·1	56·9	56·9	44·7	48·2
Al	19·1	14·3	12·1	18·8	12·6	14·7	19·5	20·9	14·9	17·3	17·2	20·2	17·2
Fe	10·1	9·0	12·3	10·9	13·7	8·3	8·2	6·9	11·6	5·1	5·4	7·2	6·4
Mg	10·2	17·5	12·1	9·9	17·0	15·7	4·7	6·0	8·1	5·1	5·1	12·5	11·6
Ca	11·6	9·7	11·6	13·1	11·4	12·7	8·0	8·5	10·8	5·3	6·4	11·1	11·6
Na	7·6	6·3	5·6	8·6	6·1	3·5	8·6	7·4	9·3	7·2	6·9	4·1	4·6
K	2·4	1·6	1·0	2·8	1·6	0·9	4·4	5·1	2·2	3·1	2·1	0·3	0·4
a	4·0	3·0	2·6	4·2	2·5	1·7	7·0	6·8	4·8	7·5	5·7	2·0	2·4
c	3·8	2·4	2·1	2·9	1·7	4·0	3·6	4·6	1·4	5·0	5·1	7·2	6·2
f	22·2	24·6	25·3	22·9	25·8	24·3	19·4	18·6	23·8	17·5	19·2	20·8	21·4
k	0·59	0·66	0·78	0·50	0·55	0·80	0·74	0·72	0·65	1·14	1·12	0·86	0·92

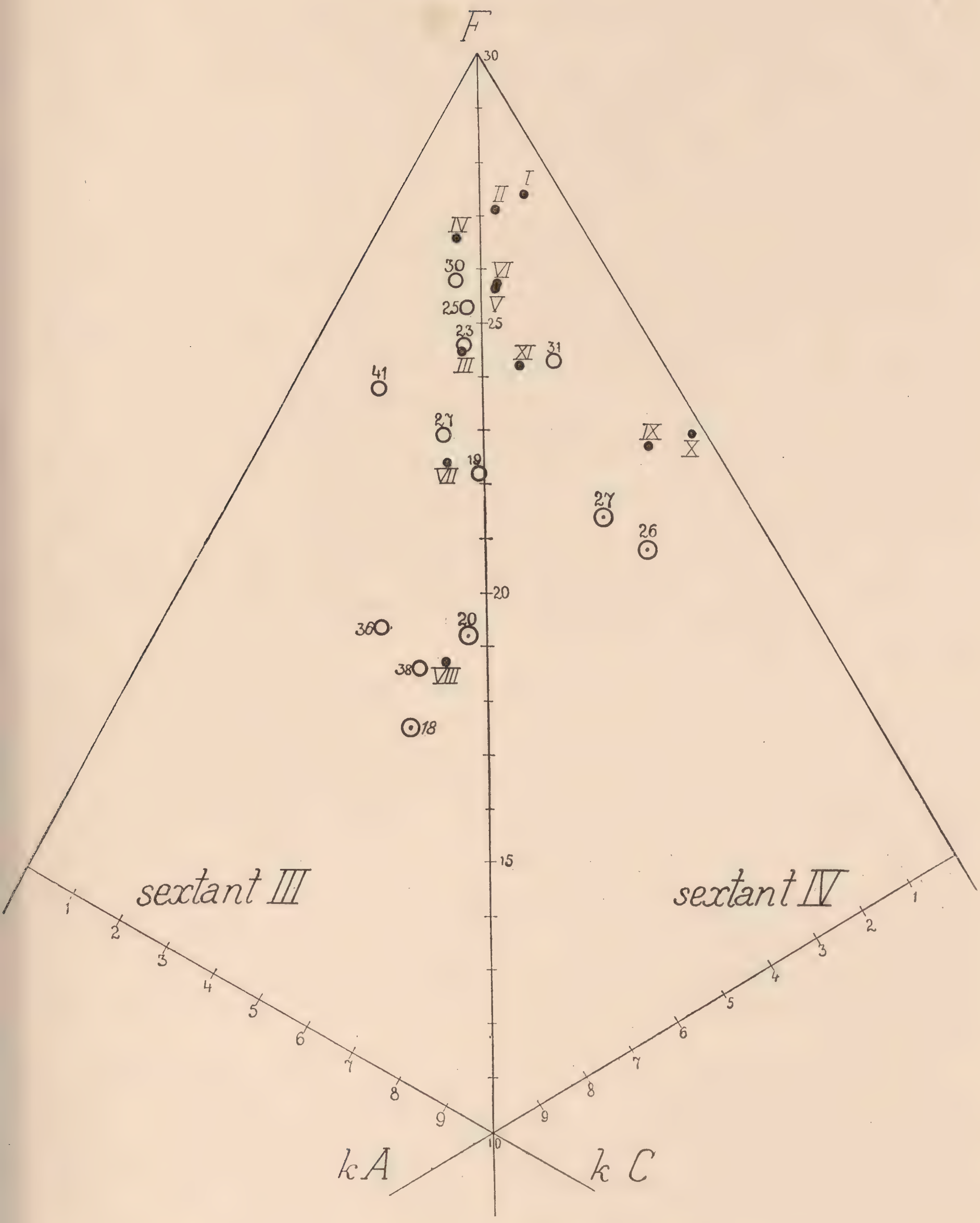


Fig. 9. Représentation des roches par la projection d'Osann.

• roches subbeskides.

o roches de la région du Č. Středohoří.

⊙ roches de la région des Andes.

Dans la projection d'Osann, les roches éruptives atlantiques et pacifiques sont disposées en une bande qui commence au sommet A et se dirige en s'incurvant vers le sommet F. La zone des roches pacifiques s'écarte plus du côté de C que les roches du type atlantique. Les roches subbeskides occupent à cause de leur basicité la partie supérieure de la projection; la plupart d'elles tombe dans le champs des roches atlantiques — de I à VII, ici se place aussi la moyenne des roches XI, en partie elles pénétrent aussi dans le domaine des roches pacifiques — IX et X. La teschénite néphélinique du Čertův mlýn VIII se projette au point où les deux types se croisent; de cette façon elle se trouve d'une part parmi les roches pacifiques, l'andésite amphibolique de Peňon de Pitayó 18 et la basalte du Summit of Richmont 20, et d'autre part elle se rapproche sensiblement de la monchiquite leucitique de Mädstein; évidemment, vu sa composition minéralogique (néphéline, aegyrine, barkévikite et titanaugite) il ne peut y avoir doute de son appartenance aux roches alcalines. La roche éruptive de Tichá se place tout près du basalte de l'Ostrý près Milešov. La teschénite olivinique de Rybí V et la pyroxénite teschénitique de Prchalov VI se projettent presque au même point. La teschénite analcimique de Paskov VII se trouve située entre le basalte feldspathique de Paudlersberg 19 et la néphélinite basaltique du Říp 27. La moyenne des roches subbeskides XI se trouve au voisinage du basalte leucitique du Dobernberg 31.

Les roches de la région des Andes se distinguent de celles du České Středohoří par une proportion plus élevée de Si et Al. Pour représenter ces rapports graphiquement, B e c k e projette les proportions atomiques de Si sur l'ordonnée du plan vertical dans lequel on amène les sommets A et F de la projection d'Osann. Le centre de la ligne joignant les deux sommets sert d'origine des coordonnées, depuis laquelle on porte sur l'axe des abscisses la valeur a-f dans les sens positif et négatif. L'ordonnée correspond ainsi à la proportion atomique de Si. En reliant les points projetés on obtient les courbes caractéristiques pour les deux régions. La quantité relative de Al est exprimée par la grandeur C qu'on suppose représenter la valeur proportionnée de Al.

La figure 10 reproduit le tronçon des deux courbes correspondant à la partie basique de la série de roches; on y a également figuré les courbes correspondantes des roches éruptives subbeskides. (Les valeurs a, c, f, des roches de la région des Andes et du Č. Středohoří sont de nouveau calculées de façon à donner la somme 30.)

Explications des signes des figures 10, 11, 12 et 13:

———— région subbeskide

– – – – – – – – région du Středohoří

..... région des Andes.

Tableau exprimant les rapports de a-f à c et à Si.

région des Andes			région du Středohoří		
a-f	c	Si	a-f	c	Si
— 4·5	6·9	61·0	— 4·6	3·2	50·1
—11·2	6·5	54·3	—12·7	3·6	46·4
—17·5	6·5	48·9	—18·9	3·0	41·9
			—23·5	2·6	42·7

région subbeskide.

a-f	c	Si	
—12·4	5·0	42·9	VIII.
—18·0	3·2	43·1	VII.
—21·4	2·4	40·5	III.
—21·7	6·3	43·6	IX.
—21·9	3·5	42·6	XI.
—22·7	6·9	44·7	X.
—23·6	2·4	43·0	V.
—23·8	2·4	44·4	VI.
—24·5	1·3	43·7	IV.
—25·9	1·7	39·5	II.
—26·8	2·0	38·9	I.

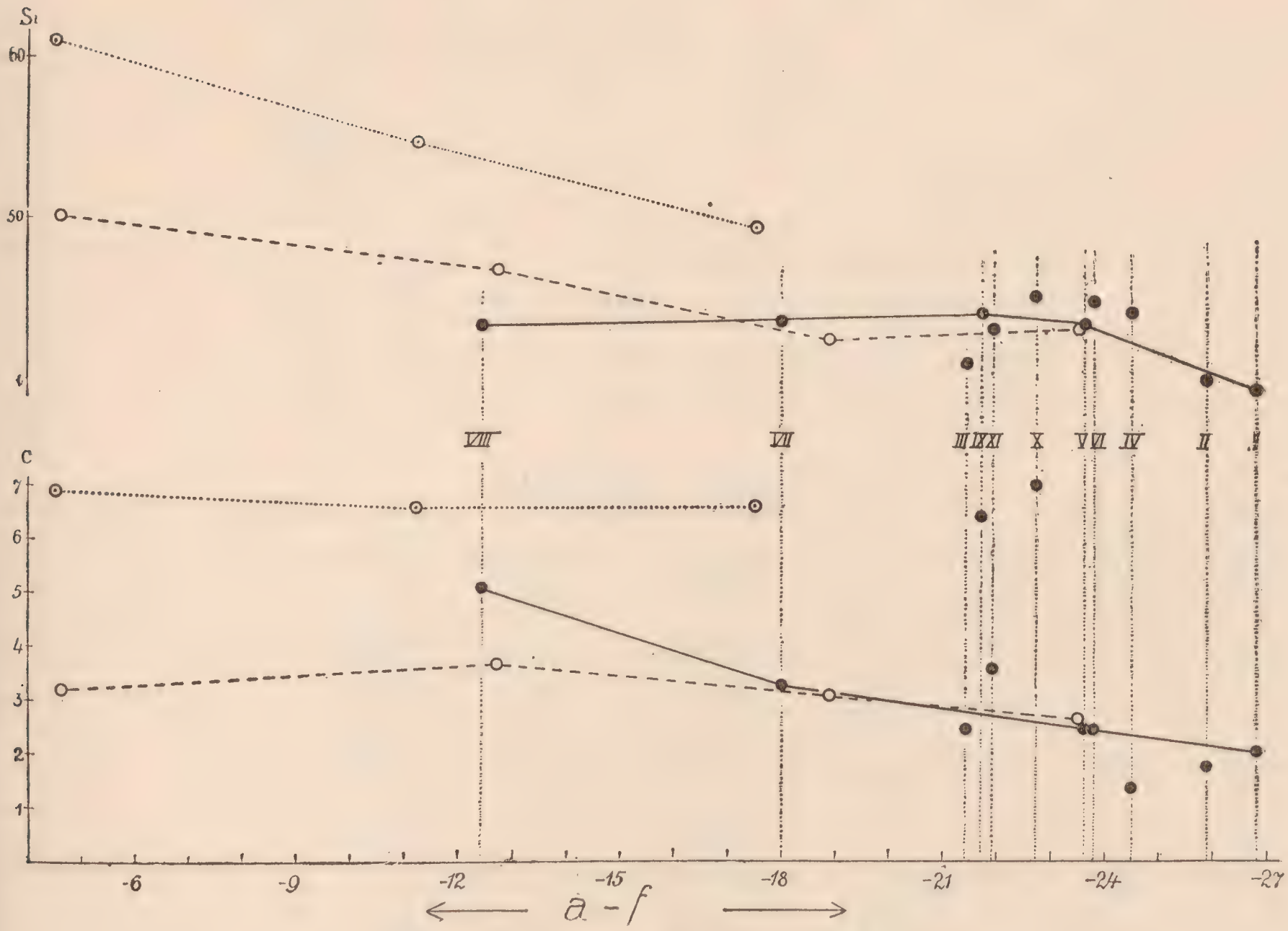


Fig. 10.

Le tabl. 10 montre qu' avec l'augmentation de la valeur de a-f, la proportion de Si et C diminue, et que pour la région des Andes les valeurs de Si

et de C sont plus élevées. Les roches subbeskides s'expriment par des courbes indépendantes. La ligne représentant la teneur en Si court au voisinage de la courbe correspondant à la région du Středohoří et vient parfois se croiser avec elle. La courbe qui exprime la valeur C se rapproche également de la ligne se rapportant à la région du Středohoří ; seules les projections de la péridotite teschénitique de Zámrsk IX et de la roche éruptive provenant du Straník tombent sur le prolongement de la courbe relative à la région des Andes, ce qui met de nouveau en évidence le caractère double des roches subbeskides. La teschénite néphélinique du Čertův mlýn VIII occupe, comme dans la projection d'Osann, le milieu entre les roches de la région des Andes et celle du Středohoří.

B e c k e envisage ensuite le rapport Si: Al: Somme des autres éléments (résidu), et le représente en tableau et en diagramme. Ces résultats peuvent être comparé de la façon suivante avec les rapports qui caractérisent les roches subbeskides (fig. 11).

région des Andes

	Si	Al	résidu
rhyolite	69·3	14·9	15·8
andésite	62·4	17·9	19·7
dacite	57·0	18·0	25·0
basalte	49·9	19·2	30·9

région du Středohoří

	Si	Al	résidu
trachyte	59·3	19·7	21·0
phonolite	52·1	21·9	26·2
téphrite phonolitique	49·5	21·3	29·2
téphrite basaltique	46·6	17·6	35·8
basalte feldspathique	41·1	16·2	42·7
basalte néphélinique	36·6	16·9	46·5

région subbeskide

	Si	Al	résidu
X.	44·7	17·8	37·5
VI.	44·4	11·8	43·8
IV.	43·7	9·9	46·4
IX.	43·6	18·1	38·3
VII.	43·0	17·5	39·5
V.	43·0	12·2	44·8
VIII.	42·9	21·9	35·2
XI.	42·6	15·2	42·2
III.	40·5	14·8	44·7
II.	39·5	9·5	51·0
I.	38·9	8·8	52·3

Dans la région des Andes, la diminution de Si entraîne une augmentation constante de Al et du résidu, l'accroissement de ce dernier est cependant beaucoup plus rapide. Pour la région du Středohoří, avec le décroissement de Si on observe également l'augmentation de Al et du résidu depuis le trachyte jusqu'à la phonolite, puis avec la diminution de Si le résidu croît toujours, tandis que Al décroît. Les roches subbeskides ont cette tendance

Obr. 11.

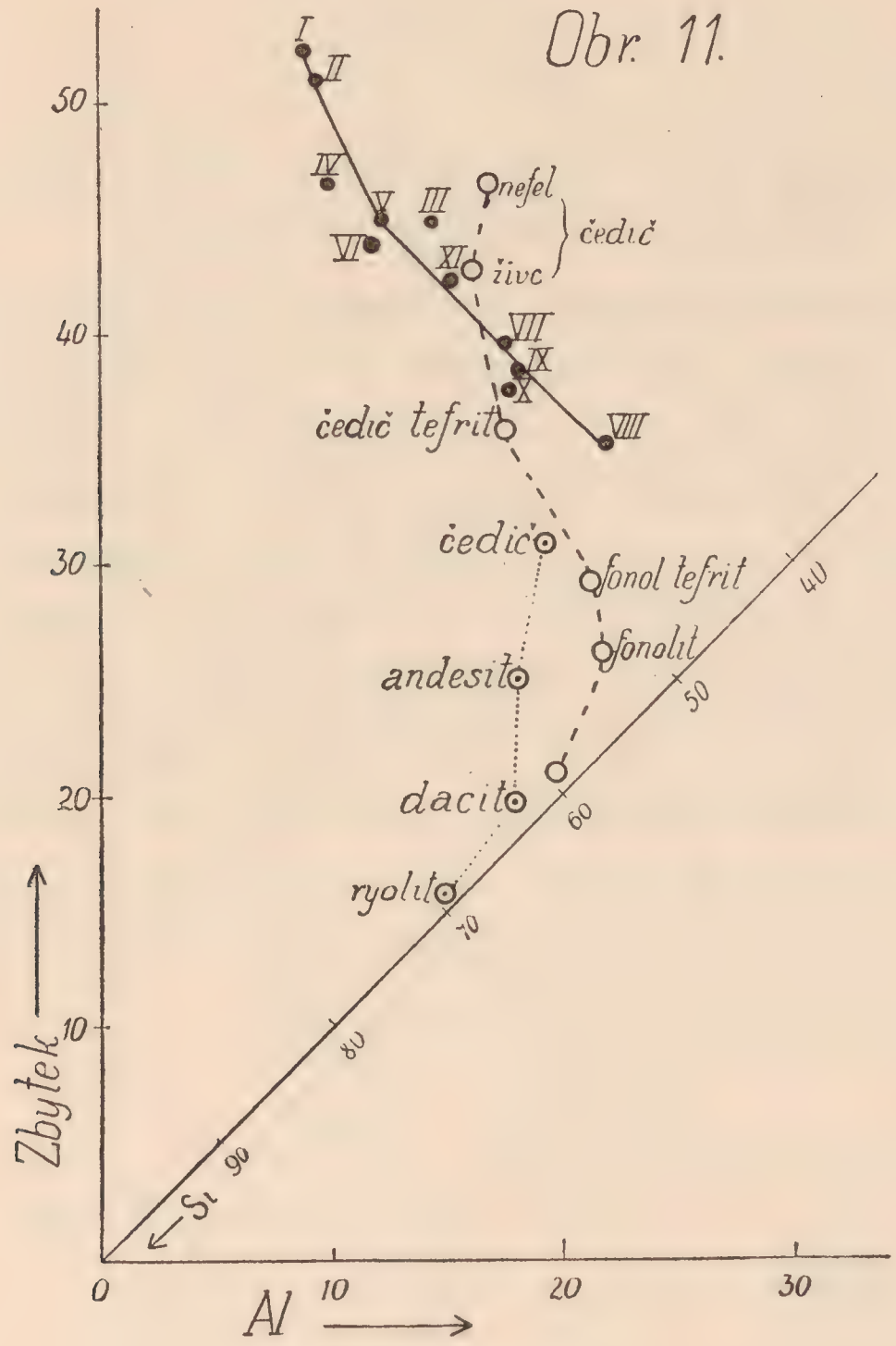


Fig. 11.

encore plus marquée, leur courbe vient se croiser avec celle de la région du Středohoří, entre la téphrite basaltique et le basalte feldspathique, puis s'écarte vers la gauche, exprimant l'augmentation du résidu et la diminution de Al. La teschénite du Čertův mlýn, vu sa haute teneur en Al, devrait se projeter sur le prolongement de la courbe de la région des Andes.

Le rapport de Al au résidu s'exprime dans chaque région comme suit:

région des Andes		région du Středohoří		région subbeskide	
rhyolite	0·94	trachyte	0·94	VIII.	0·62
dacite	0·91	phonolite	0·87	X.	0·47
andésite	0·72	téphrite phonolitique	0·73	IX.	0·47
basalte	0·62	téphrite basaltique	0·49	VII.	0·44

région du Středohoří		région subbeskide	
basalte feldspathique	0·38	XI.	0·36
basalte néphélinique	0·36	III.	0·33
		VI.	0·27
		V.	0·27
		III.	0·21
		II.	0·19
		I.	0·17

Ce rapport montre aussi la relation plus étroite des masses éruptives subbeskides avec celles de la région du Středohoří.

La teneur en métaux alcalins des roches des types atlantique et pacifique ressort d'une façon caractéristique. Les deux séries de roches ont un tronçon, où la proportion de Si + Al est plus élevée — salique, et un autre, où la proportion de ces éléments est plus faible — fémique. Dans les deux séries, la proportion des métaux alcalins diminue depuis l'extrémité salique vers la fémique, de sorte que la partie basique des roches atlantiques possède une teneur en alcalis un peu moins élevée que le tronçon acide des roches pacifiques, mais, en entier, les termes correspondants de la série atlantique sont nettement plus riches en alcalis que les roches pacifiques.

Le tableau ci-dessous donne les rapports des grandeurs Si + Al: Na + K: Fe + Mg + Ca pour les roches des trois régions et la fig. 12 représente les mêmes valeurs graphiquement:

région des Andes

	Si + Al	Na + K	Fe + Mg + Ca
rhyolite	84·2	11·9	3·9
dacite	80·3	10·3	9·4
andésite	75·0	9·8	15·2
basalte	69·2	6·4	24·4
moyenne	77·2	9·4	13·4

région du Č. Středohoří

	Si + Al	Na + K	Fe + Mg + Ca
trachyte	79·0	16·0	5·0
phonolite néphélinique	73·2	22·6	4·2
phonolite téphritique	74·0	17·6	8·4
téphrite phonolitique	70·7	15·5	13·8
téphrite basaltique	64·2	10·8	25·0
basalte feldspathique	57·3	8·6	34·1
basalte néphélinique	53·6	9·0	37·4
moyenne	64·0	12·2	23·8

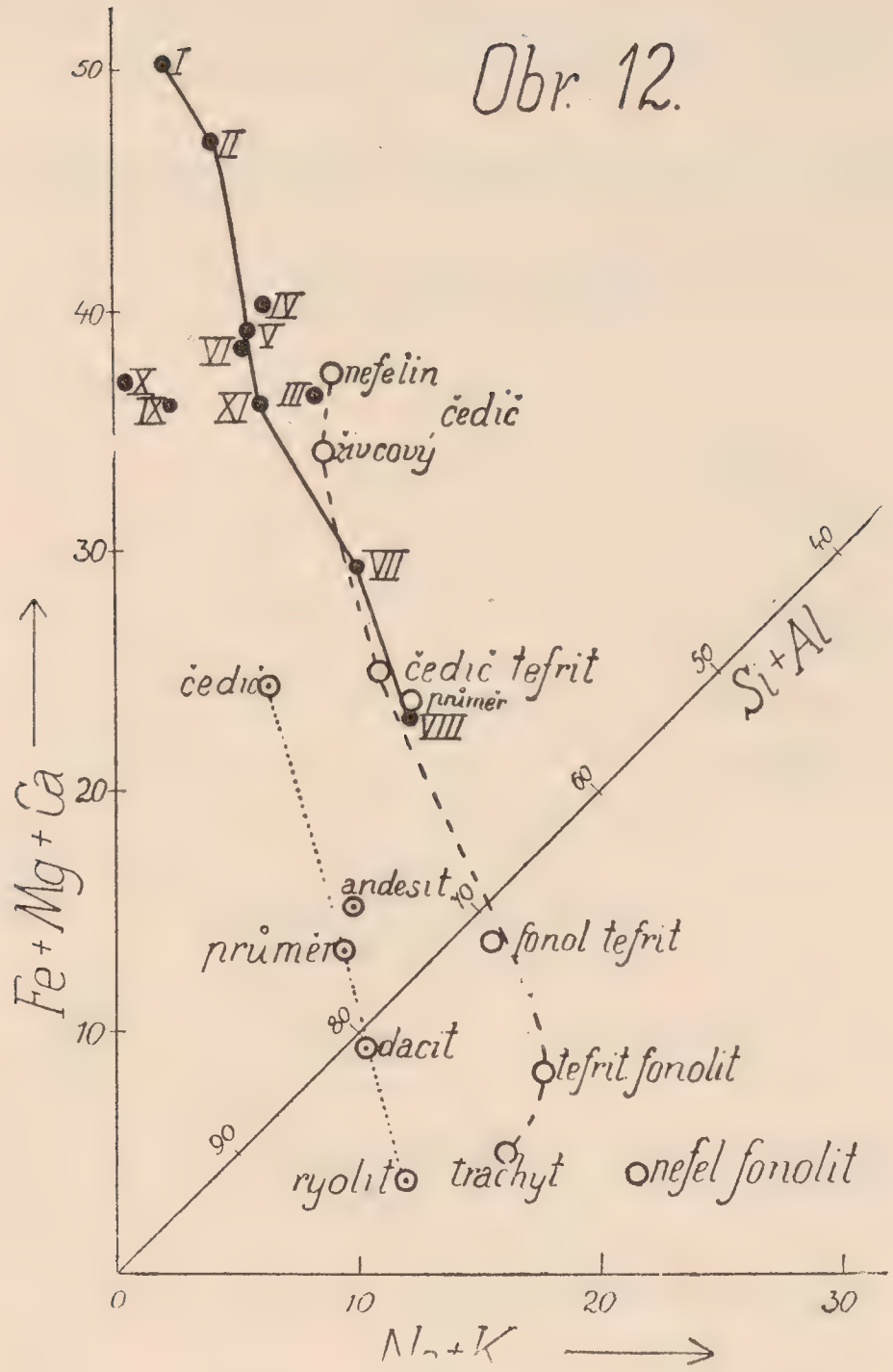


Fig. 12.

région subbeskide

	Si + Al	Na + K	Fe + Mg + Ca
VIII.	64·8	12·2	23·1
X.	62·5	0·5	37·0
IX.	61·7	2·4	36·0
VII.	60·6	10·1	29·3
XI.	57·8	6·1	36·1
VI.	56·2	5·3	38·5
III.	55·3	8·3	36·4
V.	55·2	5·6	39·2
IV.	53·6	6·2	40·2
II.	49·0	4·0	47·0
I.	47·7	2·1	50·2

La figure montre que la courbe représentant le rapport Si + Al: Na + K: Fe + Mg + Ca pour les roches subbeskides coïncide en partie avec la courbe des roches de la région du Středohoří et continue dans la direction de cette dernière par les projections des termes à basicité consi-

dérable I et II. Les projections des roches IX et X tombent sur le prolongement de la courbe des roches des Andes.

La comparaison du rapport relatif des deux métaux alcalins se présente ainsi:

région des Andes

	Na	K
rhyolite	7·7	4·2
dacite	7·6	2 8
andésite	7·0	2 8
basalte	5·3	1 2
moyenne	6'9	2·7

région du Středohoří

	Na	K
trachyte	8·5	7·5
phonolite néphélinique	15·9	6·7
phonolite téphritique	11·9	5·7
téphrite phonolitique	10·9	4·6
téphrite basaltique	7·3	3·5
basalte en moyenne	6·6	1·8
moyenne	8·5	3·6

région subbeskide

	Na	K
VIII.	8·3	3·9
VII.	7·7	2·5
III.	5·1	3·2
XI.	4·3	1·8
IV.	4·1	2·1
V.	4·1	1·5
VI.	3·1	2·2
II.	3·1	0·9
IX.	1·2	1·2
I.	0·8	1·3
X.	0·3	0·2

Quoique dans certaines régions alcalines, on observe une prédominance évidente de K sur Na, comme p. ex. en Italie, cette différence n'est que très

peu apparente dans la région des Andes et dans celle du Středohoří, la courbe correspondante des roches subbeskides (fig. 13) n'exprime également pas ce caractère.

La comparaison de la région pétrographique subbeskide avec celle du České Středohoří et avec la province des Andes confirme le fait, qui ressortait

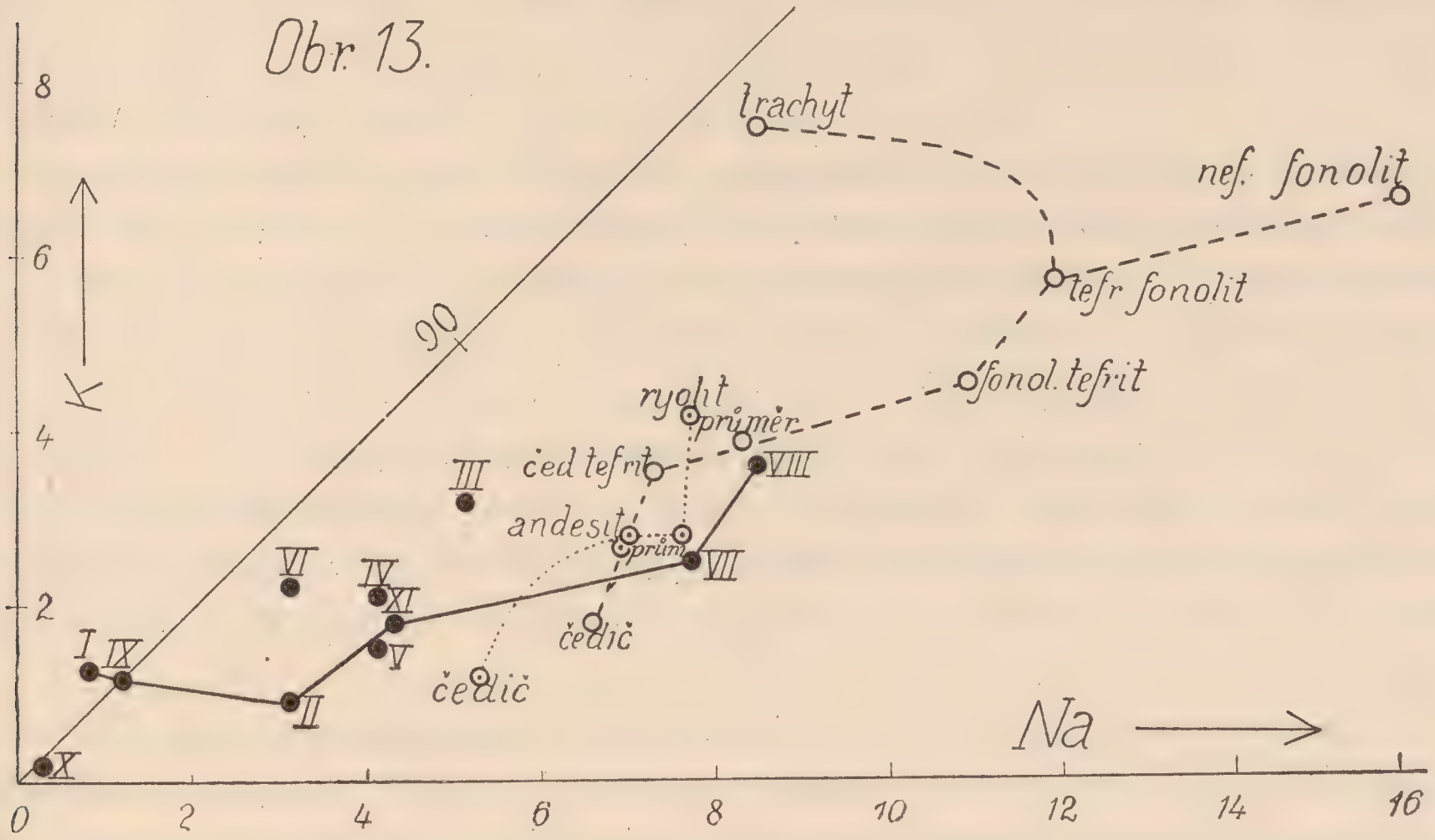


Fig. 13.

déjà des analyses minéralogique et chimique, que les roches éruptives subbeskides possèdent d'une part le caractère des roches alcalines et d'autre part celui des alcalino-calciques; les deux types se mélangent ici, offrant des passages graduels, c'est à dire ils peuvent dériver et se développer l'un de l'autre.

Roches éruptives subbeskides envisagées au point de vue de la théorie syntectique de Daly.

La présence des roches éruptives alcalino-calciques et alcalines dans la région subbeskide et les transitions réciproques entre les deux genres ébranle le point de vue de Rosenbusch, admettant que les deux types sont indépendants et séparés. Leur relation étroite avec les sédiments calcaires du Crétacé inférieur engage à faire une comparaison des phénomènes éruptifs de la province subbeskide avec les déductions qui découlent de la théorie syntectique de Daly (21 et 22). Nous exposerons brièvement son principe. — Le calcaire est un agent efficace favorisant la fusion du basalte ou d'autres magmas alcalino-calciques. C'est surtout dans les profondeurs, où l'échappement de l'anhydride carbonique est entravé, que son action doit être bien prononcée. L'augmentation de la fluidité renforce la tendance originaire à la différenciation. L'équilibre du magma est rompu par l'arrivée de nouveaux

ions passablement différents par leur nature et leur quantité de ceux du bain en fusion primitif. L'addition de l'oxyde de calcium extrinsèque au magma basaltique se manifeste surtout de deux façons. Le contact de la matière qui s'indroduit avec la masse en fusion détermine une précipitation temporaire de molécules augitiques ou d'autres contenant la chaux, potentiellement présentes. A cause de sa grande affinité envers la silice, la chaux vient constituer de nouvelles molécules de nature à peu près pareille. Sous l'action de la pesanteur, les molécules qui se sont séparées tombent au fond et le bain en fusion subsistant s'enrichit en métaux alcalins. Si les molécules nouvellement formées sont augitiques — ce qui est habituellement le cas — CaO allothigène lie une quantité 2·5 fois plus grande, au moins, de SiO_2. Les autres molécules ont une même action „désilicifiante" sur le magma primitif, ce qui détermine des conditions propices à la formation des feldspathoïdes, de la néphéline et de la leucite. CO_2, libéré par dissociation, ainsi que l'eau et SO_2 empruntés aux sédiments contribuent considérablement à la différenciation magmatique. Probablement, ils entraînent avec eux les alcalis vers le haut, déterminant leur accumulation locale dans les parties supérieures.

Dans les roches éruptives subbeskides, la calcite apparaît souvent comme élément accessoire; son origine peut être le plus aisément expliquée par l'assimilation des sédiments environnants. Cette assimilation est fréquemment la cause de modifications locales de la roche: diminution du grain et augmentation des éléments foncés. Nous avons observé un exemple pareil sur la teschénite du Čertův mlýn (échantillon 93). L'accroissement de la chaux provoque une telle augmentation de la teneur en augite que la roche acquiert une coloration foncée et rappelle la picrite. On peut bien distinguer ici la titanite nouvellement formée. De pareilles variations locales sont encore bien évidentes sur le roc qui s'élève dans les champs au SW de Kojetín. On peut expliquer la formation de certains types subbeskides par la simple addition de la chaux. Ceci concerne spécialement la pyroxénite teschénitique, qui fut engendrée de cette façon au compte de la teschénite avec laquelle elle forme de nombreux passages. Les roches à biotite et apatite de la partie méridionale de la région subbeskide, qui se distinguent des autres par une teneur élevée en chaux et en oxyde ferreux, doivent leur origine à l'assimilation de schistes de Veřovice, riches en carbonate ferreux contenu dans les niveaux à pélosidérites. Les roches à biotite et apatite des environs de Mořkov, Veřovice, Tichá sont les analogues de la pyroxénite teschénitique

Les pyroxénites teschénitiques et les roches à biotite et apatite ont pu se former localement grâce à l'assimilation facile du carbonate; l'augmentation de la viscosité, due au refroidissement du magma, a été paralysée par l'arrivée de nouvelles substances volatiles, de l'anhydride carbonique dissocié d'une part, des vapeurs d'eau contenue dans les sédiments — de l'autre. L'assimilation des carbonates a contribué probablement aussi au scindement des deux types extrêmes, des roches oliviniques et des teschénites du

V-me groupe. A en juger d'après les dimensions peu importantes des intrusions, le foyer magmatique, dont elles dérivent, n'était pas grand, et puisque l'extension horizontale était considérable, sa profondeur ne devait pas être grande, conditions certainement défavorables à une différenciation avancée d'après le poids spécifique. Si, cependant, cette différenciation a été considérable, c'est à l'influence des circonstances favorables ne se trouvant pas au sein du magma même qu'on doit l'attribuer, et, en premier lieu, à celles qui résultent de l'assimilation des carbonates.

La liason qui existe entre l'accroissement de l'alcalinité des corps éruptifs subbeskides et l'assimilation du calcaire peut bien être observée. La description pétrographique détaillée montre que la présence de l'analcime, et même d'autres zéolites, est fréquemment liée à celle de la calcite, qui se rencontre généralement avec les zéolites. L'entraînement des alcalis par l'anhydride carbonique vers le haut peut être également observé. Les roches subbeskides de presque toutes les localités contiennent de nombreux fillonnets et concentrations de calcite, qui représentent les voies par lesquelles s'échappaient l'anhydride carbonique et les vapeurs d'eau lors de l'assimilation des sédiments calcaires. Ils étaient suivis de solutions aqueuses bouillantes qui déposèrent plus tard le carbonate de calcium. Assez fréquemment, on observe aussi dans ces filons l'analcime, l'albite et la titanite. Ailleurs, on voit que le long d'un tel filon toute l'augite se trouve bordée d'un liséré d'aegyrine, tandis que la roche que ce filon traverse est absolument dépourvue d'aegyrine. Certaines veines minérales contenant toujours la calcite en paragenèse sont de même origine, comme p. ex. dans la carrière de M. Kuboš à Prostřední Bludovice dans la région de Těšín, où l'on trouve l'analcime, la natrolite, la thomsonite calcique et la calcite ; à Libhošť, on voit l'analcime, l'apophyllite, la pectolite, la prehnite et la calcite. La présence de l'albite dans les intrusions occupant une position plus élevée se trouve également en accord avec la théorie syntectique (Daly 22, p. 338—340).

A part cela, les résultats de l'assimilation des carbonates par les roches éruptives subbeskides sont les suivants: de nombreux minéraux de métamorphisme de contact endogène prennent naissance, à savoir: la titanite, la prehnite, la thomsonite calcique, l'apophyllite et la pectolite. L'action destuctive qui s'exerçait sur les éléments déjà formés est observable et spécialement sur l'olivine de quelques roches qui a été complètement substituée par la calcite ; l'augite a été tout aussi fréquemment atteinte par la corrosion et une zone intermédiaire diopsidique se déposait. L'ilménite primaire a été presque entièrement transformée en leucoxène.

Tout ce qui nous venons d'exposer montre que l'influence des sédiments carbonatés sur la nature des roches éruptives subbeskides était profonde.

Institut minéralogique
de l'Université Charles IV à Praha.

Bibliographie.

1. E. Artini: Appunti petrografici sopra alcune rocce del Veneto. I basalti del Veronese. Atti R. Instituto Veneto 1894—95.
2. Baur Emil: Über hydrothermale Silikate. — Ztschrft f. anorganische Chemie. Hamburg und Leipzig. 1911.
3. Beck H.: Über den karpathischen Anteil des Blattes Neutitschein. Verhandlungen der geologischen Reichsanstalt (d. GRA.) Wien 1906. Pag. 131—134.
4. — Die tektonischen Verhältnisse der beskidischen Oberkreideablagerungen im nordöstlichen Mähren. — Jahrbuch der geol. Reichsanstalt (Jbch. d. GRA). Wien 1911. — Pag 711—780.
5. Becke F.: Die Eruptivgebiete des Böhmischen Mittelgebirges und der amerikanischen Andes. — Tschermaks mineralogische und petrographische Mitteilungen (T. M. P. M. Wien 1903. Pag. 209—205.
6. Behrens-Cley: Mikrochemische Analyse. Leipzig u. Hamburg 1924.
7. Blum R.: Dritter Nachtrag zu den Pseudomorphosen des Mineralreiches. Erlangen 1863.
8. Boeke H. E.: Die Schmelzerscheinungen und die umkehrbare Umwandlung des Calciumcarbonates. Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. 1912. Pag. 92—121.
9. Boeke H. E.-Eitel W.: Grundlangen der physikalisch-chemischen Petrographie. Berlin 1923.
10. Böggbild O. B.: Re-examination of some zeolites. (Okenite, ptilolite, etc.) Det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab. Kobenhavn 1922.
11. Bořický Em.: Petrografická studia čedičového horstva v Čechách. Archiv pro přírodovědecký výzkum Čech. 1873.
12. Brauns R.: Mineralien und Gesteine aus dem hessischen Hinterland. — Ztschrft. d. deutsch. geol. Gesellschaft. 1888.
13. — Der oberdevonische Pikrit und die aus ihm hervorgegangenen Neubildungen. — N. Jbch. f. Min. etc. Stuttgart. 1904.
14. — Primärer Calcit in Tiefengesteinen oder Verdrängung der Silikate durch Calcit? — Centralblatt f. Min. etc. 1926.
15. Brögger W. C.: Mineralien der Syenitpegmatite der südnorwegischen Augit- und Nephelinsyenite. Ztschrft. f. Krist. u. Min. 16. — 1890.
16. — Die Eruptivgesteine des Kristianiagebietes IV. Das Fengebiet in Telemark Norwegen. — Kristiania 1921.
17. Cornu F.: Bemerkungen über den Apophyllit als „gesteinsbildendes Mineral“ und zur Physiographie desselben. — Cbltt. f. Min. etc. 1907. Pag. 239—244.
18. — Der Phonolith-Lakkolith des Marienberg-Steinberges bei Aussig a. d. Elbe. — T. M. P. M. XXX.
19. — Über die Paragenese der Minerale, namentlich die der Zeolithe. Österr. Ztschrft. f. Berg- u. Hüttenwesen. — 1908.
20. — und Schuster C.: Zur Kenntnis der Verwitterung des Natrolith in Phonoliten. — T. M. P. M. 1907 (XXVI).
21. Daly R. A.: Origin of the alkaline rocks. 1910.

22. — Igneous rocks and their origin. — New York 1914.
23. Dittler Emil: Über die Darstellung kalihaltiger basischer Plagioklasse. T. M. P. M. 1910. Pag. 237—333.
24. Doelter C.: Die chemische Zusammensetzung und die Genesis der Monzonitgesteine. T. M. P. M. 1902.
25. — Physikalisch-chemische Mineralogie. — Leipzig 1906.
26. — Minerogenese und Stabilitätsfelder der Minerale. — T. M. P. M. XXV.
27. — Handbuch der Mineralchemie. Dresden und Leipzig.
28. Doubek Josef: Vyvřeliny od labské přehrady v lese Království u Král. Dvora. Sborník Stát. geol. ústavu RČS. — 1924. — IV.
29. Eichleiter C. F.: Über die chemische Zusammensetzung mehrerer Teschenite und Pikrite aus Mähren. — Vhndlgen d. GRA. Wien 1896. Pag. 70—77.
30. Eitel Wilhelm: Über das System. $CaCo_3$—$NaAlSiO_4$ (Calcit-Nephelin) und den Cancrinit. — N. Jbch. f. Min. etc. 1922. II.
31. Fellner Alois: Chemische Untersuchungen der Teschenite. Vhndlgen d. GRA. Wien 1867. Pag. 337—8.
32. Glocker E. F.: Mineralogische und geognostische Notizen aus Mähren. Jbch. d. GRA. Wien 1853. III Heft. Pag. 130.
33. Goldschmidt V. M.: Die Kontaktmetamorphose im Kristianiagebiet. — Kristiania 1911.
34. Görgey R.: Über Mesolith. — T. M P. M. 1909. Pag. 77—106.
35. Gordon G.: Crystallographic notes on hodgkinsonite, datolite and calciothomsonite from Franklin, New Yersey. — Proceedings of the Academy of natural science of Philadelphia. 1923. Pag. 261—274.
36. Grout Frank F.: Notes on biotite. — The american Mineralogist. 1924.
37. Gümbel C. W.: Die paläolithischen Eruptivgesteine des Fichtelgebirges. München. 1874.
38. Haidinger V.: Sitzungsberichte d. GRA. vom 30. Juni 1861 (Pag. 74) und vom 31. August 1861 (Pag. 86). — Vhndlgen d. GRA. Wien. Ig. 1861—1862.
39. Hassinger Hugo: Die mährische Pforte und ihre benachbarten Landschaften. — Abhandlungen d. geographischen Gesellschaft in Wien. 1914.
40. Hibsch J. E.: Geologische Karte des Böhmischen Mittelgebirges. Blatt Aussig. Wien 1904.
41. — Einige bemerkenswerte Drusenminerale im Nephelinphonolith von Nestonitz bei Aussig a. d. Elbe. — T. M. P. M. XXXIV.
42. — Geogologische Karte des Böhmischen Mittelgebirges. — Meronitz-Trebnitz. 1920.
43. Hintze Karl: Handbuch der Mineralogie. — II. Band. — Leipzig 1897.
44. Hirth F.: Uebersicht der geologischen Verhältnisse des Neutitscheiner Bezirkes. Jahresbericht der mährischen Landesoberrealschule Neutitschein. 1889.
45. Högbom A. G.: Über das Nephelinsyenitgebiet auf der Insel Alnö. Stockholm 1895.
46. Hohenegger L.: Die geognostischen Verhältnisse der Nordkarpathen in Schlesien und den angrenzenden Teilen von Mähren und Galizien, als Erläuterung zu der geognostischen Karte der Nordkarpathen (mit Karte). — Gotha 1861.
47. — Geognostische Skizze der Nordkarpathen von Schlesien und den nächsten Angrenzungen. Jbch. d. GRA. Wien 1852. Helft III. Pag. 135—148.

48. Hochstetter F.: Über Grünsteine aus der Umgegend von Teschen. Jbch. d. GRA. 1853. Pag. 311—321.
49. Jahn J. a Schnabel Ed.: O dvou hlubinných vrtbách na karbonské uhlí v Bílých Karpatech na Slovensku. — Sborník Přírodovědecké společnosti v Mor. Ostravě r. 1922. — Note dans la „Příroda" 1922. Pag. 213—218.
50. Ježek B.: Dva nové nálezy minerálů na Moravě a ve Slezsku. — Sborník Klubu přírodovědeckého v Praze. 1911.
51. Katzer Friedrich: Geologische Beschreibung der Umgebung von Říčan. Jbch. d. GRa. Wien 1888. Pag. 355—415.
52. — Notizen zur Geologie von Böhmen. — V. Nachträge zur Kenntnis des Granitkontakthofes von Říčan. — Vhndlgen d. GRa. Wien 1904. Pag. 255—236.
53. Klvaňa Josef: O eruptivních horninách tešenitových a pikritových na severovýchodní Moravě. — Rozpravy České akademie pro vědy, slovesnost a umění v Praze. — Classe II. Année 1. No. 29.
54. — Tešenity a pikrity na severovýchodní Moravě. — Rozpr. České akad. etc. v Praze. Classe II. Année VI. No. 23.
55. — „Geologické poměry" dans la „Vlastivěda moravská". Brno 1887.
56. — Natrolith und Analcim von Palzendorf bei Neutitschein und das Gestein, in dem beide vorkommen. — Verhandlungen des naturforschenden Vereins in Brünn. — XXXII. — 1892.
57. — „O palackytu v sev. východní Moravě" du recueil „K sedmdesátým narozeninám K. Vrby" à Praha 1915.
58. Kolenati Fried.: Die Mineralien Mährens und Österreichisch Schlesiens. Brünn 1854.
59. Königsberger J.: Umwandlungen und chemische Reaktionen in ihrer Verwendung zur Temperaturmessung. — N. Jbch. f. Min. etc. BB. XXXII. [1911.]
60. Kretschmer Fr.: Der metamorphe Dioritgabbrogang nebst seinen Peridotiten und Pyroxeniten im Spieglitzer Schneeberg und Bielengebirge. Jbch d. GRA. Wien 1917.
61. Kučera B.: Seznam nerostů moravských a jich nalezišť. Brno 1923.
62. Lacroix A.: Minéralogie de France et de ses colonies. Tome II. Paris 1897.
63. — Les laves analcimiques de l'Afrique du Nord et d'une façon générale, la classification des laves renfernant de l'analcime. Comptes rendus. Paris 1924 Pag. 529—534.
64. Loewinson Lessing F.: Sur l'autocatalyse magmatique et les minéraux protopneumatolytiques des roches ignées. — Bulletin de la Société française de minéralogie. Paris 1922.
65. Macpherson J.: Résumé d'une description des ophites et des teschénites du Portugal. — Bulletin de la Société géol. de France 1882.
66. Madelung A.: Die Metamorphosen von Basalt und Chrysolith von Hotzendorf in Mähren. — Jbch. d. GRA. Wien 1864.
67. — Ueber das Alter der Teschenite. — Jbch. d. GRA. Wien 1865.
68. Michel Herrmann: Ein neues Zeolithvorkommen im Böhmischen Mittelgebirge. — T. M. P. M. XXX.
69. — Skolezit und Metaskolezit vom Hegeberge bei Eulau westlich Bodenbach a. d. Elbe. — Festschritf aus Anlass des siebzigsten Geburtstages von Cornelio Doelter. Dresden. Leipzig 1920.
70. Möhl H.: Basalte der preussischen Oberlausitz. — Görlitz 1874.
71. — Mikromineralogische Mitteilungen. — N. Jbch. f. Min. etc. 1875.
72. Morozewicz: Pamiętnik fizyograficzny. X. Warszava 1890.

73. Moser Karl: Ein Beitrag zur mineralogischen Kenntnis des Teschener Kreises. — III. Programm d. k. k. Staatsrealschule in Teschen, 1876.
74. Müller Richard: Untersuchungen über die Einwirkung des kohlensäurehaltigen Wassers auf einige Mineralien und Gesteine. T. M. P. M. — Wien 1877. — Pag. 24—48.
75. Pelikan A.: Beiträge zur Kenntnis der Zeolithe Böhmens. — Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd CXI—1902.
76. — Über zwei Gesteine mit primärem Analcim nebst Bemerkungen über die Entstehung der Zeolithe. T. M. P. M. XXV.—1906.
77. — Über Analcimbasalte T. M. P. M. XXXIII.
78. Petrascheck W.: Das Verhältnis der Sudeten zu den mährisch-schlesischen Karpathen. — Vhndlgen d. GRA. Wien 1908. Pag. 140—159.
79. — Die tertiären Schichten im Liegenden der Kreide des Teschener Hügel landes. — Vhndlgen d. GRA. Wien 1912.
80. — Tektonische Untersuchungen am Alpen- und Karpathenrande. — Jbch. d. G. S. A. 1920. — Pag. 235.
81. Pirsson L. W.: The monchiquites or analcite group of igneous rocks.— The journal of geology 1896. Pag. 679—690.
82. Račkovskij J.: Über Alkaligesteine aus dem Südwesten des Gouvernements Jenissejsk. 1911.
83. Reinisch R.: Petrograiphisches Praktikum. — II. Teil. — Berlin. 1920
84. Remeš M.: Ještě několik slov o novém nalezišti t. zv. červeného vápence. kopřivnického. — Věstník akademie. Roč. XIV.
85. — Das Tithon des Kartenblattes Neutitschein. Vhndlgen d. GRA. Wien 1912.
86. Rimann E.: Der kalkspatführende Granit von Schmiedeberg im Riesengebirge. — Centralblatt für Mineralogie etc. 1908.
87. Rohrbach Carl E. M.: Über die Eruptivgesteine im Gebiete der schlesisch-mährischen Kreideformation mit Berücksichtigung der ausserschlesischen Teschenitvorkommen. — Wien 1885.
88. Roozeboom Guthrie Bakhuis: Die heterogenen Gleichgewichte. 1901.
89. Rosenbusch H.: Mikroskopische Physiographie der massigen Gesteine. 1. Auflage Stuttgart 1877.
90. — 2. Auflage Stuttgart 1887.
91. — 3. Auflage Stuttgart 1896.
92. — 4. Auflage Stuttgart 1907—8.
93. — Mügge O.: Mikroskopische Physiographie der Mineralien und Gesteine. — 5. Auflage. Stuttgart 1925.
94. Rosenbusch H.: Elemente der Gesteinslehre. 1. Auflage 1898.
95. — Elemente der Gesteinslehre. 2. Auflage 1901.
96. — Elemente der Gesteinslehre. 3. Auflage 1910.
97. — Osann A.: Elemente der Gesteinslehre. 4. Auflage 1923.
98. — Hunter: Über Monchiquit. — T. M. P. M. 1890. Pag. 445.
99. — Rosenbusch H.: Über Struktur und Klassifikation der Eruptivgesteine. T. M. P. M. 1891. Pag. 351—396.
100. Rosický Vojtěch: Mineralogické zprávy z Moravy. — Časopis moravského musea zemského r. 1926.
101. — a Thugutt St. J.: Epidesmin, nový zeolit. — Rozpravy České akademie pro vědy, slovesnost a umění. 1913.
102. Ross Clarence S. and Shannon Earl V.: The origin, occurence, composition and physical properties of the mineral iddingsite. — Proceedings of the United States National museum. Washington 1925.

103. Sapetza Josef: Eine Notiz über den chrysolithaltigen Basalt von Hotzendorf. — Verhandlungen d. naturforschenden Vereins in Brünn 1864. Pag. 27.
104. — Geognostische und mineralogische Notizen aus der Umgebung von Neutitschein. — Abhandlungen der naturforschenden Vereines in Brünn 1864. — Pag. 17—30.
105. Scheit A.: Aine regelmässige Verwachsung von Thomsonit und Natrolith. T. M. P. M. XXXI. — Pag. 495—500.
106. Scheumann K. H. Petrographische Untersuchungen an Gesteinen des Polzengebietes in N. Böhmen, inbesondere über die Spaltungsserie der Polzenit-Trachydolerit-Phonolith-Reihe. Leipzig 1912.
107. — Zur Genese der alkalisch-lamprophyrischer Ganggesteine. — Centralblatt f. Min. etc. 1922. Stuttgart.
108. Slavík Fr.: Nerostopis Moravy, Slezska a Slovenska. Praha 1918.
109. Spencer L. J.: The „Sattins-par" of Alston in Cumberland, and the determination of massive and fibrous calcites and aragonites. — The mineralogical magazine and journal of the Mineralogical society XI. 1896.
110. — Der Atlasspath (Sattins-par) von Alston in Cumberland etc. Comte rendu dans la Zeitschrift f. Krystalographie und Min. 1899. Pag. 187.
111. Stark M.: Hauynophyr vom Keilberg. — Lotos 1924. — Praha.
112. Stur D.: Die Tiefbohrung bei Batzdorf nördlich bei Bielitz-Biala. Jbch. d. GRA. Wien 1891. Pag. 4.
113. Thugutt St. J. i Woyno T.: Mikrochemiczny i optyczny sposób poznawania filipsytów. — Archiwum pracowni mineralogicznej tow. naukowego warszawskiego. — Tom. I. r. 1925. Pag. 36—52.
114. Tschermak G. Über secundäre Mineralbildungen in dem Grünsteingebirge bei Neutitschein. — Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften. Wien 1860.
115. — Einige Pseudomorphosen. — Sitzber. d. Ak. d. Wis. Wien 47. II. 1863.
116. — Ein Beitrag zur Bildungsgeschichte der Mandelsteine. — Sitzber. d. Ak. d. Wiss. — Wien 47. I. 1863. — Pag. 102—125.
117. Tschermak G.: Felsarten von ungewöhnlicher Zusammensetzung in der Umgebung von Teschen und Neutitschein. — Sitzber. d. Ak. d. Wiss. Wien 53. I. 1866. Pag. 260—287.
118. — Beobachtungen über die Verbreitung des Olivin in den Felsarten. — Sitzber. d. Ak. d. Wiss. — Wien 56. I. 1867. Pag. 261—282.
119. — Die Porphysgesteine Österreichs aus der mittleren geologischen Epoche. — Wien 1869.
120. Uhlig Victor: Bau und Bild der Karpathen. — Wien 1903.
121. Vivenot Franz: IV. Beiträge zur mineralogischen Topographie von Österreich und Ungarn. — Jbch. d. GRA. Wien 1869. Pag. 595—612.
122. Washington H. S.: The analcite basalts of Sardinia. — Journal of geology 1914.
123. Weinschenk Ernst: Die gesteinsbildenden Mineralien. III. Auflage. Freiburg 1915.
124. Workmann Rachel: Calcite as a primary constituent of igneous rocks. Geological Magazine. 1911. London.
125. Zepharovich Victor: Mineralogisches Lexikon für das Kaiserthum Österreich. Wien I. Band 1859. II. Band 1872. III. Band 1893.
126. Zirkel F. Über die Verbreitung mikroskopicher Nepheline. N. Jbch. f. Min. 1868.

127. Blumrich: Über die sogenannte Sanduhrform der Augite. T. M. P. M. 1893.
128. Tyrrell G. W.: Classification and age of the analcite-bearing igneous rocks of Scotland. — Extracted from the Geological Magazine 1923. Pag. 249—60.
129. Lacroix A.: Description des syénites néphéliniques de Pouzac (Hautes Pyrénées) et de Montréal (Canada) et leurs phénomènes de contact. Bull. Soc. Géol. Fr. XVIII. (1889—90). Pag. 529.
130. Stenzel Heinrich Die Friedländer Landschaft. 2. Die Erdgeschichte der Heimat. Friedland 1925.

Explication des planches.

I.

Fig. 1. *Titanaugite maclée suivant* (101), de la teschénite du Kojetínský kopec (échantillon N° 82.) Section presque parallèle à (010) pour les deux individus. La structure en sablier n'est que légèrement apparente grâce à l'absorption différente: la partie moyenne est plus claire que les bords. La barkévikite, accolée parallèlement à la titanaugite, est sensiblement à l'extinction (d'un brun-noir), car γ se trouve placé || aux vibrations du polariseur. La macle est noyée dans une matière analcimique opaque. Grossi 39 fois.

Fig. 2. *Aegyrine* affectant l'aspect de tiges de roseau. Coupe de teschénite néphélinique de Kriegshübel (Bannerbrünnl) près Šenov au NW de Nov. Jičín (collection de M. Weigel, N° 348). Dans la partie inférieure. on voit la titanaugite avec structure en sablier évidente [section à peu près parallèle à (100)]; on aperçoit en haut la face ($\bar{1}11$), des côtés — les plans ($0\bar{1}0$). En lumière convergente on voit sortir l'axe *A* obliquement. Les sections juxtaposées aux clinopinacoïdes sont plus foncées; les deux parties adhérentes aux faces positives de l'hémipyramide sont également claires, mais diffèrent légèrement l'une de l'autre par la disposition plumeuse des zones plus foncées. L'aegyrine paraît noire sur la figure à cause de l'absorption intense; elle forme une bordure autour de la titanaugite et pénètre plus loin entre les autres éléments de la roche, les englobant comme par des pseudopodes. Les vacuoles de l'aegyrine à structure digitée sont remplies surtout de bergmannite substituant la néphéline. — A droite, on distingue la section transversale d'une barkévikite englobée. Dans l'angle droit, une barkévikite isolée, en section transversale également, se trouve limitée par les faces (110) (010) (100) et montre le clivage prismatique. Une plage claire à gauche, au-dessous d'elle, appartient à l'anorthose. Grossi 19 fois.

Fig. 3. *Agrégat gerbiforme d'aegyrine-augite* de la teschénite néphélinique de Kriegshübel (des coupes minces de M. Weigel, No 229). Un faisceau d'aegyrine-augite fibreuse émerge à gauche et s'incurve vers le bas pour aboutir jusqu'au milieu; un autre faisceau prend naissance au milieu et se dirige vers le haut. On aperçoit aussi les sections de titanaugite fortement corrodées et bordées d'aegyrine-augite d'une part (à gauche en haut) et de barkévikite — de l'autre. Au-dessous du centre, une barkévikite en coupe transversale est visible; malgré les effets considérables de la corrosion, on peut y distinguer les formes cristallographiques et le clivage prismatique. Les taches plus claires sur la même coupe, en bas, appartiennent à la titanaugite, les plages tout à fait claires représentent la bergmannite qui remplit les cavités dues aux effets

de la corrosion. Les vacuoles de corrosion dans la titanaugite se trouvent également comblées par la natrolite (près du bord droit au-dessus du centre). — La biotite titanifère est surtout bien visible en sections allongées perpendiculaires à la base (en haut au milieu, puis un peu en bas de ce point et, enfin, près du bord gauche au milieu). On y distingue un clivage basal parfait et des zones bordières foncées. Les sections basales de la biotite titanifère sont presque noires sur la figure et ne peuvent pas être distinguées de l'ilménite, à laquelle la biotite vient s'accoler. Les éléments clairs ne sont représentés que par la bergmannite, dont les fibres sont orientées par places uniformément (dans l'angle gauche en bas, colorées en gris). Grossi 20 fois.

Fig. 4. *Amphibole incolore* de la péridotite amphibolo-biotitique de Perná (échantillon 23). Au milieu de la figure, on voit l'amphibole incolore, à contours irréguliers par rapport à la barkévikite (d'un brun foncé), dans laquelle elle pénètre ; elle renferme un grain de minerai primaire, sur ses fissures de clivage apparaît l'iddingsite. L'olivine (presque blanche), sillonnée de fentes irrégulières, est abondante. Puis on remarque les sections gris-claires du pyroxène. Sur plusieurs places on peut observer la transformation de l'olivine en iddingsite accompagnée de minerai secondaire (plages claires à gauche au milieu et sur le grand cristal d'olivine à droite en haut). Grossi 39 fois.

II.

Fig. 5. *Barkévikite* englobant *poecilitiquement* de nombreux cristaux d'olivine de la péridotite amphibolo-biotitique de Bruzovice. L'individu d'amphibole, occupant presque tout l'espace de la figure, est mis en évidence par sa couleur brun-grise et son clivage prismatique. Les fentes de clivage de la section sensiblement perpendiculaire à la zone verticale se coupent sous un angle de 120° env. Les olivines (plages blanches) sont idiomorphes, assez souvent atteintes par la serpentinisation, montrant en même temps les excrétions abondantes de minerai secondaire (l'individu au milieu, l'autre au-dessus de lui, incliné vers le côté gauche). L'augite apparaît en sections d'un gris-blanc dans les angles supérieurs droit et gauche. La tache gris-noire, que l'on aperçoit près du bord inférieur vers la gauche, représente le leucoxène. Grossi 20 fois.

Fig. 6. *Macle de la phillipsite* d'une coupe de teschénite provenant du versant nord du Tannenberg à l'E de Žilina. Pour la description détaillée voir le texte, p. 12. et la figure schématique No 2. Dans la partie supérieure, la phillipsite se trouve entourée de calcite (blanche, avec fissures de clivage), en bas, elle repose sur la barkévikite (brun-noire). Les taches noires sont formées de leucoxène. Photographie faite avec les nicols croisés sous un angle de 30°. Grossi 65 fois.

Fig. 7. *Pérovskite* de la pyroxénite teschénitique de Kriegshübel (de la collection de M. Weigel, No 228). On remarque au centre de la figure la pérovskite dont les grains fusiformes, presque noirs et à peine translucides, sont groupés en agrégats. A gauche, au milieu, on aperçoit une pseudomorphose d'olivine en serpentine, entourée de barkévikite sur les bords. La plus grande partie des constituants est représentée par la titanaugite prismatique, dont les extrémités peuvent être coiffées de capuchons d'aegyrine (noirs, p. ex. près du bord droit dans le quart inférieur). A part cela, l'aegyrine se rencontre aussi en lambeaux allongés (près du bord droit au milieu). La chlorite fibreuse vient les border ; ses fibres sont disposées perpendiculairement aux faces des minéraux qu'elles entourent. A l'intérieur de ces enveloppes de chlorite, on constate de la calcite primaire. Les grains de minerai sont assez nombreux, en particulier ceux de l'ilménite. Grossi 50 fois.

Fig. 8. *Développement squelettique du minerai* dans la palackyte provenant de l'extrémité sud de Bludovice (coupe mince No 121). L'ilménite, atteinte par la leucoxénisation, a l'apparence de lamelles qui se coupent sous des angles variant de 60°

Les roches éruptives de la région attenante au versant nord des Beskides moraves.

1.

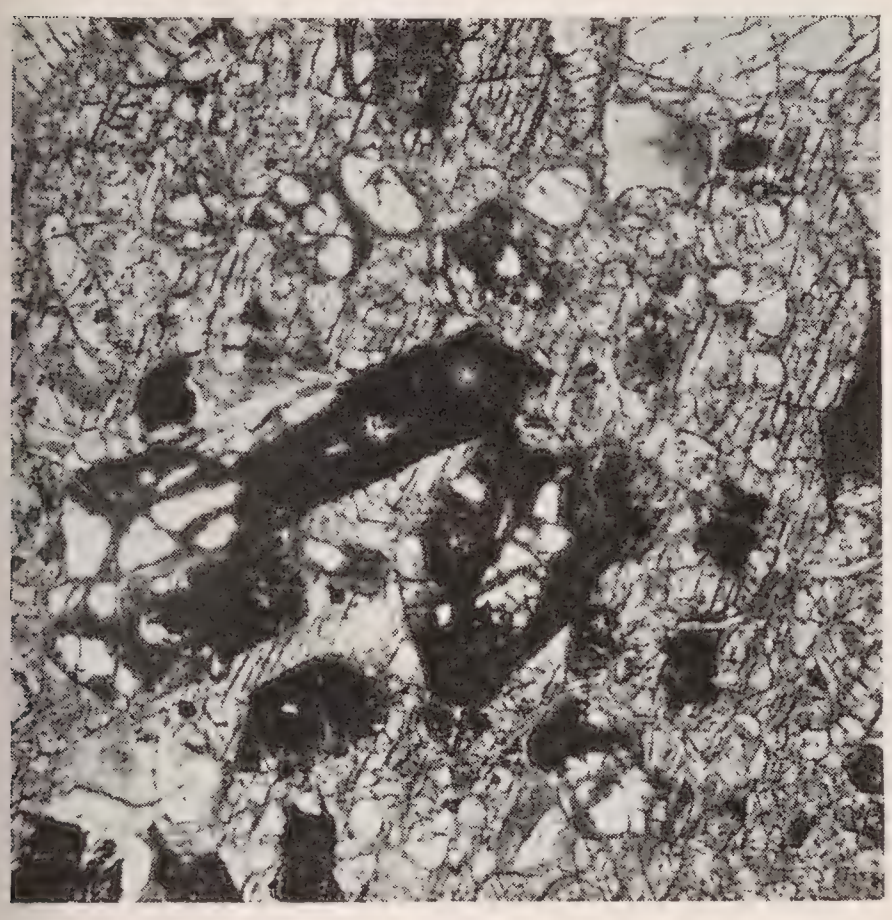
2.

3.

4.

Phot. de Mme L. Slavíková.

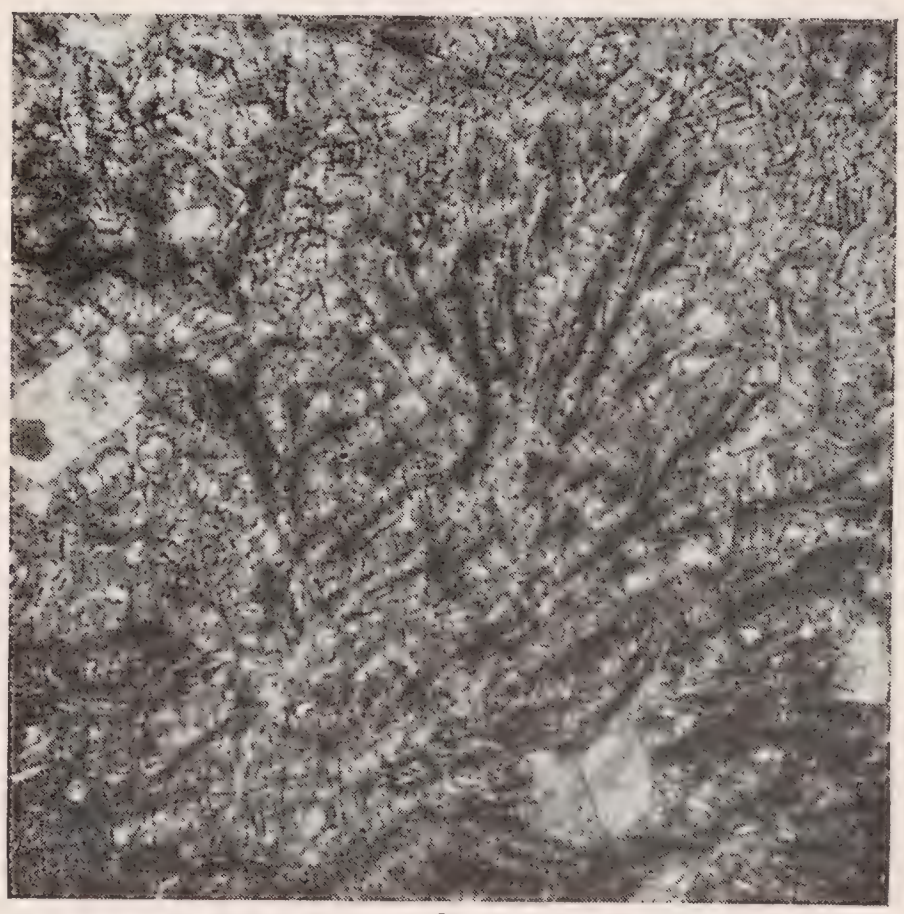
Les roches éruptives de la région attenante au versant nord des Beskides moraves.



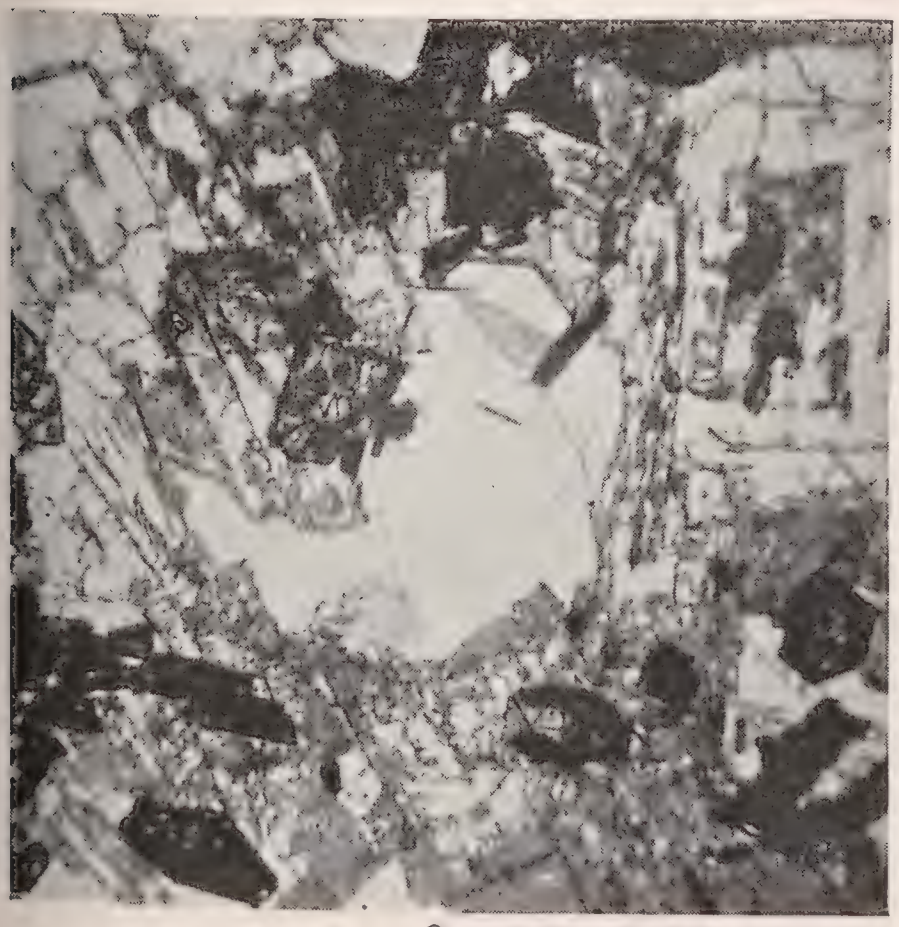
5.

6.

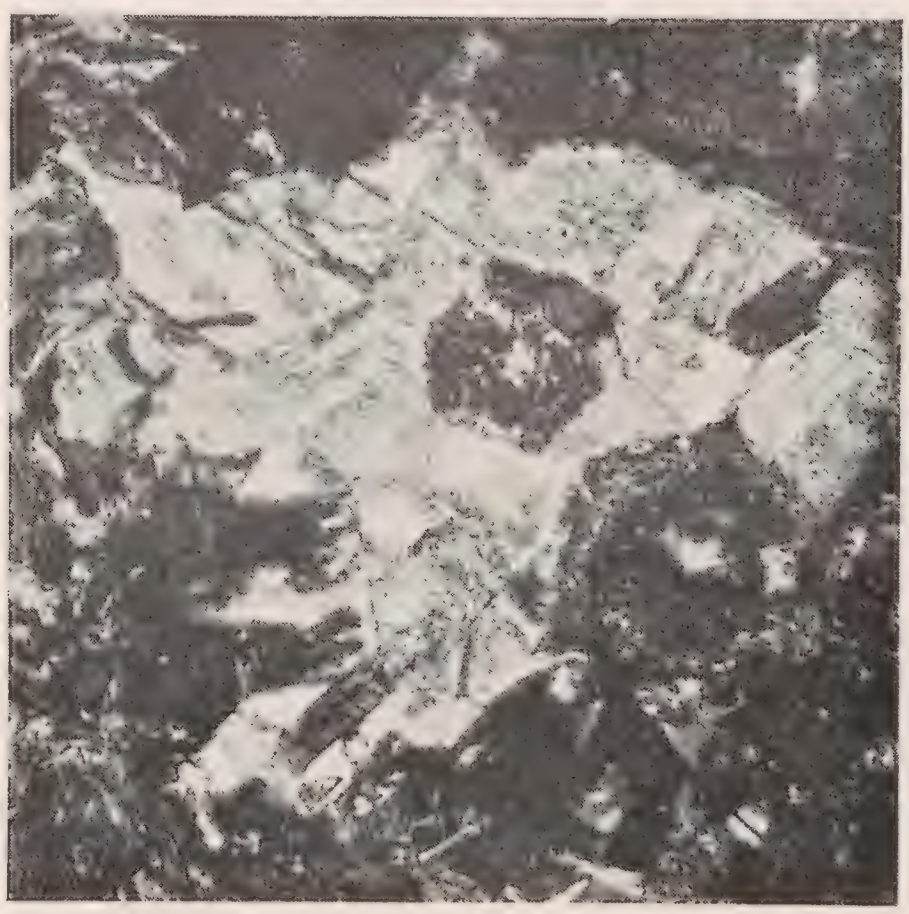
7.



8.



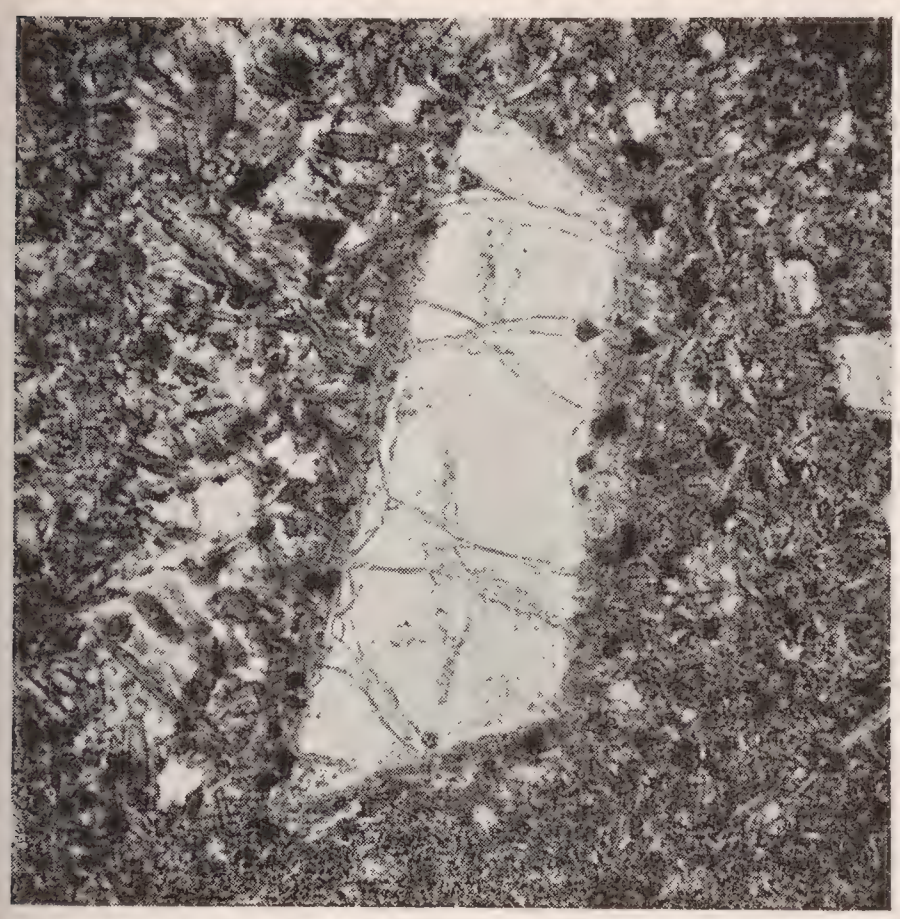
9.



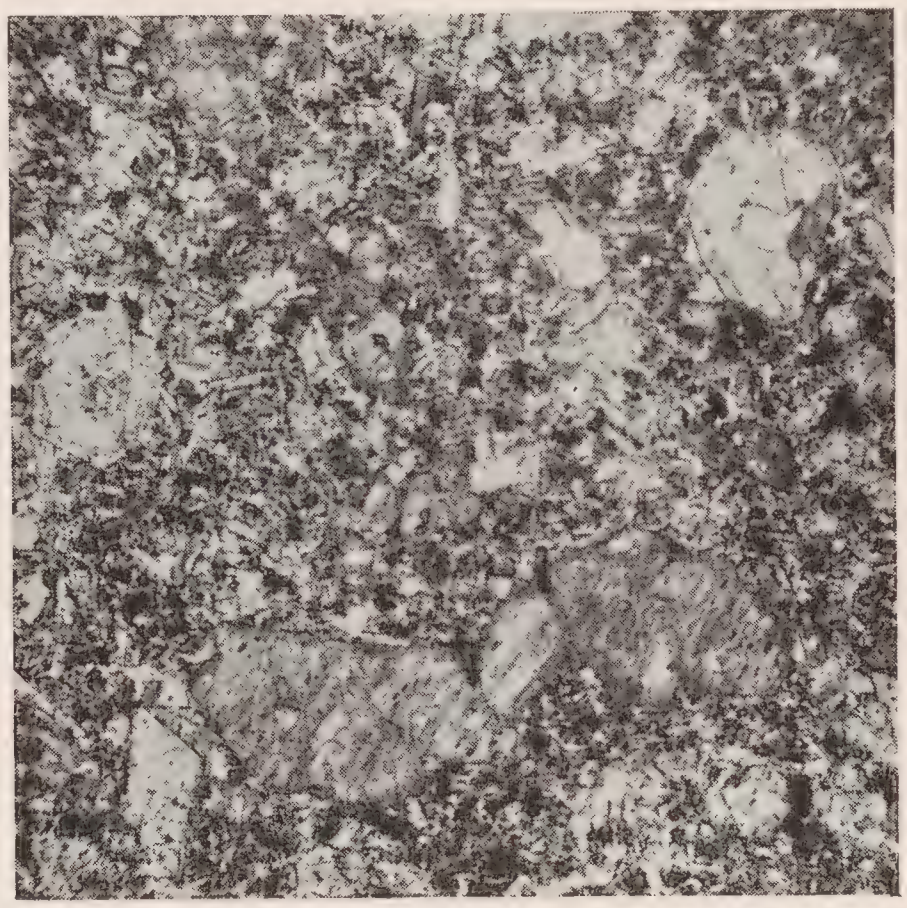
10.

Phot. de Mme L. Slavíková.

Les roches éruptives de la région attenante au versant nord des Beskides moraves.



11.

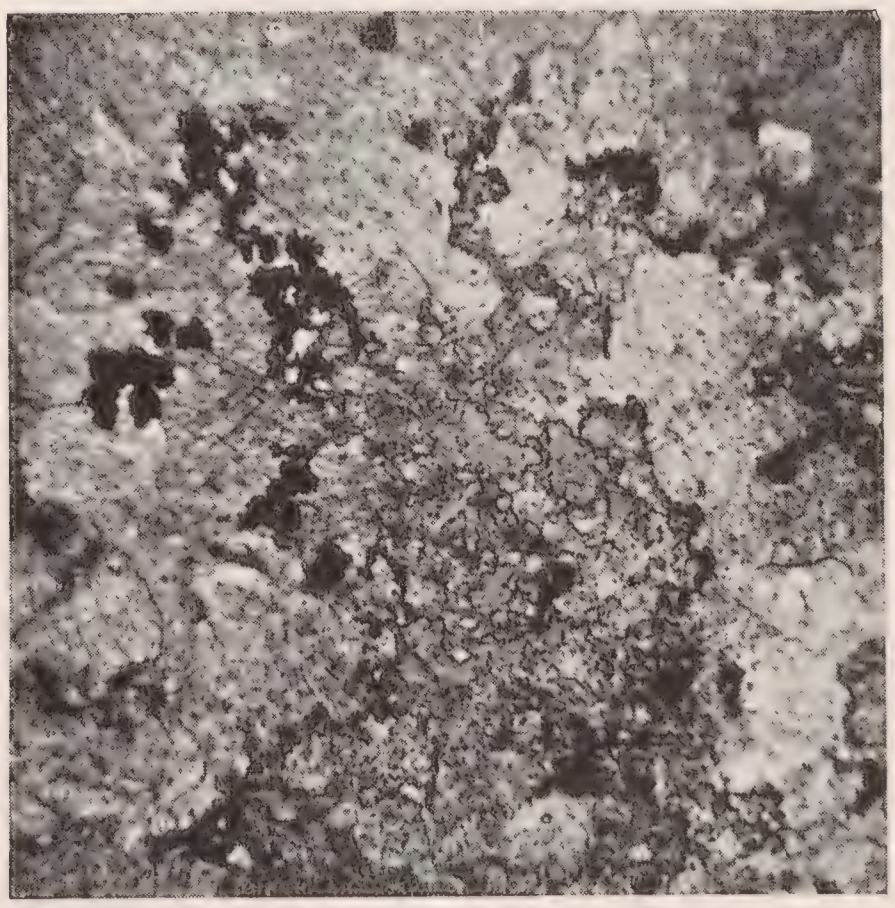


12.

13.

14.

15.

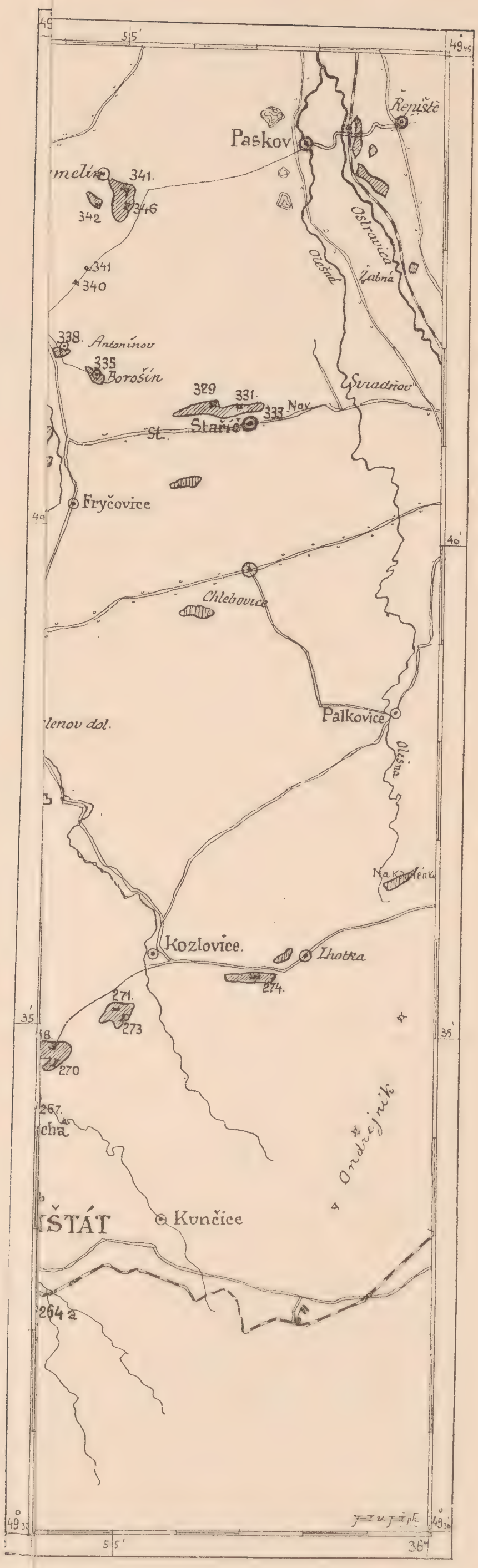


16.

Phot. de Mme L. Slavíková.

-est

's.


5|5'
49 45'
Řepiště
Paskov
341.
342
346
341
340
Oslrawica
Olešná
Žabná
338.
Antonínov
335
Borošín
329
331.
333 Nov
Gvadriov
St.
Staříč
Fryčovice
40'
Chlebovice
Palkovice
Olešna
Kozlovice.
Lhotka
274.
271.
273
270
Ondřejník
KUNČICE
Kunčice
264 a
49 35'
5|5'
36'

Carte schématique des roches éruptives de la Moravie nord-est

par prof. Josef Klvaňa.

Localités explorées par l'auteur. *Localités citées par d'autres auteurs.*

PŘEHLEDNÁ MAPKA

SOPEČNÝCH HORNIN

NA SEVEROVÝCHODNÍ MORAVĚ

OD PROF. JOS. KLVANĚ.

Místa autorem prohlédnutá

Místa jinými aut. udávaná.

Oldřich Pacák: Les roches éruptives de la région attenante au versant nord des Beskides moraves.

à 90°. La magnétite apparaît en agrégats noirs en forme de brosse. Les plages blanches, plus grandes, représentent la calcite épigénisant l'olivine. Le pyroxène se distingue par un relief plus fort, mais ses contours ne sont pas suffisamment nets à cause de la chloritisation qui entame les bords. Les nombreuses petites lamelles blanches représentent le plagioclase. Grossi 35 fois.

Fig. 9. *Analcime primaire* de la teschénite analcimique du versant est de la colline „Skalky" près Nov. Jičín. L'analcime (blanche, au milieu) occupe les espaces plus grands entre le plagioclase gris avec traces parallèles de clivage qu'on remarque sur la figure. Au-dessus du centre, on aperçoit l'analcime, automorphe par rapport à la calcite (relief fort). L'amphibole brune est généralement réunie par juxtaposition à l'augite. Quelques grains d'ilménite ne peuvent que difficilement être distingués de l'amphibole. Grossi 14 fois.

Fig. 10. *Pseudomorphoses de la néphéline en bergmannite* de la teschénite néphélinique de Bogušovice. On observe sur la figure deux sections transversales (hexagones) et des coupes verticales (rectangulaires) avec traces de clivages basal et prismatique. Elles sont entourées d'albite. A part cela, on aperçoit l'aegyrine (plage noire à gauche en haut) et l'apatite. Nicols croisés. Grossi 56 fois.

III.

Fig. 11. *Picrite de la Kamenná hůrka au N de Příbor*. Le phénocristal d'olivine traversé par des rubans de serpentine est noyé dans une pâte composée de petits grains de minerai et de fins cristaux de titanaugite. A gauche, on remarque une structure différente de la pâte, avec substance interstitielle plus abondante, englobant les cristaux prismatiques de barkévikite et de titanaugite moins fréquente. Grossi 41.5 fois.

Fig. 12. *Péridotite teschénitique de la carrière de M. Rábl à Janovice*. En bas: pseudomorphose de l'olivine en serpentine et carbonate. En haut, vers les bords droit et gauche — augite zonée avec zone interne passablement endommagée; lambeaux de biotite et grain de minerai. Grossi 17.5 fois.

Fig. 13. *Roche éruptive à biotite et apatite de Tichá* (Jardin „Parmova zahrada"). Les petits prismes d'augite chloritisée sont peu évidents. On distingue la barkévikite (plage brune dans l'angle supérieur droit) et la biotite titanifère (elle est presque blanche et bien visible grâce au clivage parfait). L'apatite apparaît abondamment en sections transversales et longitudinales avec zone moyenne opaque. La titanomagnétite est noire. Grossi 18 fois.

Fig. 14. *Teschénite olivinique du flanc SE de la Strážnice*. Dans la partie supérieure de la figure, on voit les pseudomorphoses d'olivine remplies pour la plupart de serpentine, partiellement de calcite. L'augite, par places en agrégats rayonnants, prédomine; la barkévikite vient s'y accoler parallèlement. Les interstices sont comblés par le plagioclase et le carbonate. Les grains noirs représentent l'ilménite. Dans l'angle supérieur gauche et en bas, on aperçoit de longues aiguilles d'apatite. Grossi 45 fois.

Fig. 15. *Pyroxénite teschénitique de Prchalov* (cave du bâtiment No 12). La titanaugite prismatique, souvent avec structure en sablier, prédomine. Les espaces sont remplis par l'analcime opaque, mouchetée de lamelles claires de biotite. Les petits lambeaux de barkévikite et les grains d'ilménite ne sont pas bien discernables sur la figure. Grossi 14.5 fois.

Fig. 16. *Roche calcitique* recueillie *à la jonction de la Jičínka et de la Zrzávka*. La calcite prédominante — en grains allotriomorphes avec clivage rhomboèdrique (d'un blanc-grisâtre) — renferme la céladonite (formations grises, cellulaires, au centre) et l'hématite (noire). Grossi 15 fois.

Table des matières.

Introduction 1
Physiographie des minéraux 2
Olivine 2
Pyroxène 3
Amphibole 5
Biotite 6
Néphéline 7
Feldspaths 8
anorthose 8
albite 8
autres plagioclases 8
Zéolites 9
analcime 10
natrolite 11
apophyllite 11
thomsonite 11
phillipsite 12
hydronéphélite 13
heulandite 13
Prehnite 14
Pectolite 14
Apatite 14
Pérovskite 15
Magnétite 15
Ilménite 16
Titanite 16
Pyrite 16
Hématite 16
Chromite 17
Limonite 17
Quartz 17
Chlorite 17
Céladonite 18
Carbonates 19
Calcite 19
Dolomie 21
Ankérite 21
Pâte 22
Description des roches 23
I.-er groupe: Péridotite et picrite 25
1-re subdivision 25
2-me subdivision 26
3-me subdivision 31
II-me groupe: Péridotite teschénitique et picrite teschénitique .. 34
1-re subdivision 35
2-me subdivision 37
3-me subdivision 38
III-me groupe: Teschénite olivinique 42
1-re subdivision 42
2-me subdivision 42
3-me subdivision 45
IV-me groupe: Teschénite analcimique 47
1-re subdivision 47
2-me subdivision 48
3-me subdivision 52
V-me groupe: Teschénite néphélinique 55
Roches calcitiques 61
Conclusions 61
Mode de gisement géologique ... 62
Aperçu des analyses .....
Composition chimique 63
Composition minéralogique 67
Structure 69
Différenciation magmatique ... 71
Ordre de succession des éruptions 74
Age 75
Comparaison des roches éruptives subbeskides avec celles du Čes. Středohoří et des Andes 76
Roches éruptives subbeskides envisagées au point de vue de la théorie syntectique de Daly... 87
Bibliographie 90
Explications des planches..... 95

Sur la séparation du bismuth par électrolyse rapide en liqueur acide.

Par

ANT. JÍLEK et J. LUKAS.

Présenté le 23 Avril 1926.

Il ne manque pas de méthodes pour doser électrolytiquement le bismuth, mais des résultats satisfaisants ne se laissent obtenir qu'avec celle où l'on opère à potentiel réduit. Les auteurs trouvent un procédé selon lequel on peut déposer le bismuth quantitativement 1. sans réduction du potentiel, 2. sur capsules de Classen et avec emploi d'une anode tournante en forme de cible. Avec des solutions de nitrate, sulfate et chlorure de bismuth, on obtient ainsi un dépôt très adhérent de Bi et qui présente un éclat métallique.

Voici le mode opératoire pour les liqueurs renfermant le bismuth à l'état de nitrate:

La liqueur qui ne doit pas contenir plus de 0,3 *gr* de Bi et, au maximum, 2 *cc* de HNO_3 concentré, est neutralisée par la potasse caustique à 10%, additionnée d'une solution de 3 *gr* d'acide borique dans 7·5 *gr* de HF à 40%, puis d'une solution de 15 *gr* de sucre de canne. Le volume total doit être de 100 à 120 *cc*. Le tout est chauffé jusqu'à complète dissolution, puis électrolysé dans une capsule de platine Classen bien dépolie et en employant une anode tournante en forme de cible (800 tours par minute). On maintient la température entre 70 et 90°, le courant à 0·1 Amp. et 1·6—2·4 Volts. Après 1 ou 1 heure et demie d'électrolyse, on lave à l'eau le dépôt de bismuth — sans interruption du courant — on rince avec l'alcool, dessèche et pèse.

Mode opératoire pour les liqueurs renfermant le bismuth sous forme de sulfate. La teneur en bismuth ne doit pas dépasser 0·3 *gr*, celle en H_2SO_4 3 *cc* d'acide sulfurique concentré. Sans se soucier de cet acide, on ajoute 1 *gr* d'acide borique dissous dans 2·5 *gr* de HF à 40%, puis 15 *gr* de sucre de canne. Pour le reste, on opère comme dans le cas des liqueurs renfermant HNO_3.

Electrolyse des liqueurs renfermant le bismuth à l'état de chlorure: A la solution renfermant, au maximum, 0'3 *gr* de Bi et 5 *cc* d'acide chlorhydrique concentré, on ajoute 15 *gr* de citrate de potassium, 1 *gr* d'acide borique. Avant d'opérer l'électrolyse dans la capsule de Classen, on ramène le volume à 100—120 *cc*. Pour le reste on opère comme ci-dessus.

C'est avec le nitrate de bismuth qu'on obtient les meilleurs dépôts.

La limite d'absorption en *K*-série de l'élément nro at 75.

Par

le Dr B. POLLAND,

assistant-radiologiste.

Présenté le 4 juin 1926.

Vers la fin de l'année dernière, MM. V. Dolejšek et J. Heyrovský ont publié leur travail sur la découverte et l'identification de l'élément nro at. 75. On a bien voulu mettre à ma disposition un matérial préparé par Mr. Gossman sous la contrôle de Mr. le prof. Heyrovský, contenant l'onde polarografique et, par conséquent, la substance identifiée par les auteurs cités comme l'élément nro at. 75. C'était un précipité volumineuse, de couleur brune à l'état humide, qui s'était deposé sur un filtre. D'après les données, il contenait environ 2% de l'élément en question. C'est avec cette préparation que j'ai tenté d'établir la limite d'absorption en K série de cet élément.

Les mesures ont été pratiquées avec un spectromètre, construit à l'usage de la thérapie profonde par les rayons X par Mr. Dolejšek et par l'auteur du présant article. C'est en somme, un spectromètre d'ionisation avec un cristal de Na Cl. Il présente l'avantage que le dit cristal soigneusement ajusté tourne de telle sorte, que le rayon réfléchi tombe toujours dans la fente de la chambre d'ionisation, bienque cette dernière se déplace. On évite par là, d'avoir à rechercher la position du cristal. De plus il est possible, en tournant mécaniquement le cristal d'exactement 180°, de mesurer de la même façon de l'autre coté du zéro. Cela permet d'employer dans ce cas la méthode photographique de Siegbahn pour mesurer précisément les longueurs d'onde moyennes, même pour les ondes courtes, avec tous les avantages que la même méthode d'ionisation présente pour ces dernières ondes. A fin de pouvoir constater que le cristal tourne réellement de 180°, le maintien en place du support de cristal se fait magnétiquement, ce qui assure une réfraction complète.

La sensibilité de l'électromètre à feuille à été augmentée en le plaçant directement dans la chambre d'ionisation et en ne le faisant communiquer avec l'extérieur que lorsqu'on le charge. Par là sa capacité a été réduite à un minimum. Cet agencement permet de mesurer de très faibles radiations. Déjà avec 1 MA à une distance de 60—80 cm de la lampe on peut mesurer la chute de l'électromètre. La feuille en est munie d'un fil métallique de 0·01 *mm* d'épaisseur, dont les déplacements s'observent au microscope.

Pour faire marcher la lampe Coolidge, type Metro, fabriquée par la maison CHF Müller de Hambourg, on a employé un inducteur à huile Siemens et Halske pour courant alternatif avec interrupteur synchrone à gaz du courant primaire. Cet appareil sert à la thérapie profonde et permet de charger la lampe avec 4 MA et 42 *cm* d'étincelle. Mais comme dans les essais préliminaires on avait trouvé que l'on ne pouvait maintenir assez bien la marche constante de l'appareil, bien que on ait surchargé l'auto-transformateur, dont la tension était maintenue par le rhéostat à 120 V, on a choisi la procédé de mensuration suivant:

D'abord on a constaté la chute de l'électromètre sans écran et sous une certaine position d'angle, puis une cuvette a été placée devant la fente de la chambre d'ionisation et la chute mesurée de nouveau avec le même angle. La chute naturelle, c'est à dire avec la fente fermée par une lame de plomb de 4 mm d'épaisseur, pouvait être négligée, car elle accusait à peine 1 division en 3 minutes du temps. La chambre d'ionisation, formeé de plaques de plomb de 4 mm d'épaisseur était donc suffisamment protégée.

C'est par ce procédé que l'on a constaté que les modifications se produisant dans le réseau urbain et qui sont inévitables, interviennent simultanément dans les deux courbes et que l'on pouvait donc ainsi les éliminer. Dans quelques cas on a lu jusque à 4 valeurs successivement et on en a fait une moyenne. C'est pour cette raison que l'on a manqué quelques mesures exécutées par la méthode ordinaire, dans la quelle on mesure sans écran toute l'étendue de l'échelle et puis avec un écran la même étendue. L'irrégularité du courant pendant un temps assez long et l'impossibilité de lire tout à fait exactement la position ont été cause que l'on ne pouvait du tout amener à concorder les courbes avant et après l'absorption. Et puisqu'il était désirable d'obtenir une plus grande sensibilité et que pendant le jour les oscillations du courant dans le réseau sont assez considérables, les mesures ont été pratiquées autant que possible pendant la nuit.

Les courbes et les tables annexées donnent les résultats de ces mesures. L'intensité de la radiation a été calculée en déterminant le temps pendant le quel l'électromètre parcourt 20 divisions de l'échelle, de l'oculaire micrométrique et ensuite on a pris la valeur réciproque. Dans les graphiques les abscisses représentent les divisions de l'échelle, les ordonnées l'intensité de la radiation. On y a cherché seulement s'il se produisait un arrêt extraordinaire dans l'intensité dans la courbe après l'absorption en général. Les courbes de II à X donnent les résultats finals.

L'arrêt se présente:

dans la courbe	I.	à	l'endroit	correspondant	à $\lambda = 0{\cdot}1733$ A^0
,, ,, ,,	II.	à	,,	,,	à $\lambda = 0{\cdot}1740$ A^0
,, ,, ,,	III.	à	,,	,,	à $\lambda = 0{\cdot}1726$ A^0
,, ,, ,,	V.	à	,,	,,	à $\lambda = 0{\cdot}1740$ A^0
,, ,, ,,	VI.	à	,,	,,	à $\lambda = 0{\cdot}1726$ A^0
,, ,, ,,	IX.	à	,,	,,	à $\lambda = 0{\cdot}1733$ A^0
,, ,, ,,	X.	à	,,	,,	à $\lambda = 0{\cdot}1733$ A^0

Comme valeur moyenne de la limite d'absorption en *K*-série pour l'élément n^{ro} at. 75 on obtient $\lambda = 0{\cdot}1733$ A^0 avec une erreur en plus ou en moins de 0·0007 A^0.

Pour comparer la concentration et constater le degré de sensibilité du spectromètre employé, nous avons encore tenté d'établir la limite d'absorption de l'élément n^{ro} at. 76, de l'osmium. Nous avons employé comme filtre une solution de 1% d'acide osmique, dans les mêmes conditions d'expérience. D'après Blake, Duane, Schimizu, la limite d'absorption de l'osmium en K-série se trouve à $\lambda = 0{\cdot}1683$ A^0. Nous avons procédé en tout quatre mesures dont l'une était inutilisable. Les résultats sont présentés par les courbes de I à III et par les tables afférentes.

L'arrêt de l'intensité se produit:

dans la courbe I. à la place de $\lambda = 0{\cdot}1696$ A^0.
dans la courbe II. à la place de $\lambda = 0{\cdot}1681$ A^0.
dans la courbe III. à la place de $\lambda = 0{\cdot}1681$ A^0.

Comme moyenne de valeur on obtient $\lambda = 0{\cdot}1686$ A^0, c'est à dire une valeur complètement concordante avec les résultats obtenus jusqu'à présent en mesurant avec une précision bien connu les limites d'absorption de l'osmium. En comparant toutes les courbes des deux éléments, il semble que la préparation donnée contenait une plus grande quantité de l'élément n^{ro} at. 75 que l'autre ne contenait d'osmium, soit environ de 2 ça 5% à qui correspond aux résultats obtenus par les auteurs cités.

En terminant, qu'il me soit permis de remercire l'Académie tchèque des sciences, lettres et des arts, de l'appui qu'elle a bien voulu me donner pour mon travail avec le spectromètre d'ionisation, mon ami, Mr. Dolejšek, chargé de cour à l'Université, pour le contrôle des mesures qui accompagnent le dit travail et, enfin, M.le Lj. Maximčeva, docteur en médecine, pour l'aide dévouée qu'elle m'a prêtée.

(*I. clinique pour les maladies internes du Prof. Lad. Syllaba à Prague.*)

Sur le déversement de l'acide chondroïtinsulfurique du cartilage dans les vaisseaux sanguins.

Par

MUDr. **JAN WOLF,**

assistant de l'institut d'histologie et d'embryologie.

Avec 2 planches.

Travail de l'institut d'histologie et d'embryologie de la Faculté de médecine de l'université Charles à Prague. Chef le prof. Dr. O. Srdínko.

Présenté le 4 juin 1926.

En examinant toute une série des cartilages de l'homme et d'animaux nous avons trouvé dans la lumière des vaisseaux, qui parcourent le cartilage, une substance, qui par sa réaction microchimique (au point de vue de la coloration), se distingue nettement du plasma sanguin et qui par sa présence constante dans la lumière des certains vaisseaux fait penser, que nous avons sous les yeaux une substance, qui est entrainée continuellement par les vaisseax susdits dans la circulation du sang.

Nous avons examiné dans la plupart des cas des cartilages costaux de l'homme et en outre des cartilages d'animaux, par ex. les cartilages laryngés du cheval, du boeuf, du mouton.

Si nous examinons une coupe du cartilage (par ex. une coupe du cartilage costal d'un jeune homme) colorée avec des couleurs basiques ou avec du mucicarmin pour mettre en évidence l'acide chondroitin-sulfurique et ses combinaisons, nous trouvons dans quelques vaisseaux une substance, qui se colore intensément par ces colorants. (Voir par ex. fig. 1.) Les matières, dont se compose le cartilage, sont: le chondromucoïde et l'acide chondroïtinsulfurique non combiné, le collagène et l'albumoïde. Comme le collagène et l'albumoïde ne se colorent pas du tout avec ces colorants, nous en concluons, que c'est l'acide chondroïtinsulfurique et ces combinaisons, chondromucoïde. Nous pouvons s'affirmer de l'abord, qu'il ne pas possible de distinguer l'acide chondroïtinsulfurique enliberté de ces combinaisons par nos méthodes actuelles. Mais il nous suffit, que par la méthode histologique, c. à d. par la réaction microchimique au moyen

de colorants nous reconnaissions nettement l'acide chondroïtinsulfurique dans la lumière des vaisseaux, qu'il soit combiné ou enliberté.

Les réactions au moyen des colorants pour mettre en évidence l'acide chondroïtinsulfurique et ces combinaisons sont si concluantes (coloration metachromatique aux colorants basiques d'anilin, coloration spécifique à la mucicarmin ou mucihaematoxylin), qu'en doute au sujet de leur veritable nature n'est pas permis.

D'ailleur une seule mention sur ce phénomène parle en faveur de cette opinion, autant que nous avons pus le découvrir dans la litterature: Hansen dans sa publication très étendue sur le cartilage hyalin (Untersuchungen über die Gruppe der Bindesubstanzen, I, Hyalinknorpel, Anatom. Hefte, T. 27, 1905) mentionne, quoique brièvement, une substance basophile, que l'on trouve dans les cartilages d'animaux et que — à cause de sa coloration au bleu methylen — il prend pour de l'acide chondroïtinsulfurique. Nous reviendrons encore à cette citation si importante.

L'acide chondroïtinsulfurique se trouve donc sûrement dans la lumière des vaisseaux, comme cela a été prouvé avec certitude au moyen de réactions histologiques mentionnées plus haut. Regardons maintenant, dans quelles vaisseaux du cartilage cette acide se trouve, sous quelle forme il se présente, et de quelle manière cette acide pénètre dans la lumière des vaisseaux.

En ce qui concerne la première question, il est très intéressant de constater, que certains vaisseaux seulement contiennent de l'acide chondroïtinsulfurique. Jamais nous ne le trouvons dans les artères, mais souvent dans les veines et dans les capillaires. Mais d'autre part parmi ces veines et ces capillaires il n'y on a que quelques unes qui en contiennent. Dans beaucoup de veines nous n'avons pu, malgrés l'examen le plus minutieux, trouver des traces de cette acide. En ce qui concerne la localisation des vaisseaux, contenant de l'acide chondroïtinsulfurique, ce peuvent être aussi bien des vaisseaux parcourant l'intérieur du cartilage dans les canaux vasculaires, que des vaisseaux, qui parcourent le périchondrium. Ce dernier fait nous semble être d'une importance extraordinaire pour juger la quantité d'acide chondroïtinsulfurique entrainé hors du cartilage, étant donné, que justement le périchondrium est généralement plus riche en vaisseaux, que le tissu cartilagineux proprement dit. En général nous pouvons constater, que la quantité d'acide chondroïtinsulfurique dans les vaisseaux dépend de la région, c. à d. que dans certaines régions on trouve plus de la substance mentionnée, dans d'autres moins ou pas du tout.

L'acide chondroïtinsulfurique (ou ces combinaisons) sous quelle forme se présente t-il dans la lumière des vaisseaux? La figure No 1 (le cartilage costal d'un homme âgé de 18 ans) montre simultanément deux types de formes, sous lesquelles l'acide susdit se présente dans les vaisseaux: ou bien sous forme de précipités amorphes à grains fins (le vaisseau marqué „a"), ou sous forme d'une substance homogène, dans laquelle les

globules rouges sont suspendus; les globules rouges s'y trouvent sous l'apparence de disques claires dans ce milieu intensément coloré. Les deux vaisseaux décrits sont représantés sur les figures suivantes (2 et 3) avec un grossissement plus fort. Certaines vaisseaux sont quelquefois tellement chargé d'acide chondroïtinsulfurique, qu'ils sont tout noirs sur nos préparations. La figure montre un exemple de ces vaisseaux, qui sont surchargés d'acide chondroïtinsulfurique. La coupe du cartilage, provenant du cartilage costal d'un homme âgé de 20 ans, a été colorée à la mucicarmin. Un de ces vaisseaux, marqué „a", est représenté sur la figure suivante (2) avec un grossissement plus fort. Il est possible d'y voir deux disques claires dans la masse noire, tout homogène, les globules rouges, suspendus dans l'acide chondroïtinsulfurique remplissant totalement la lumière du vaisseau, qui peut être dans ce cas consideré comme capillaire. Dans d'autres cas la lumière du vaisseau n'est remplie qu'en partie par la substance basophile, comme on le voit sur les vaisseaux marquée „c" sur la figure 2, ou sur les vaisseaux du cartilage costal d'un enfant sur la fig. 4, ou sur le vaisseau du cartilage aryténoide du mouton sur la fig. 8. Il est rare de voir les vaisseaux totalement remplis de substance basophile de la façon susdite, mais dans la plupart des cas on voit les vaisseaux partiellement remplis.

Mais il y a encore une forme, sous laquelle l'acide chondroïtinsulfurique se présente dans la lumière des vaisseaux. Ce sont de petites gouttelettes de cette substance, qui adhèrent étroitement à l'endothélium du vaisseau et qui sont regulièrement espacées sur l'endothélium. Ce phénomèn est représenté au moyen de la microphotographie sur la figure 6, ou les vaisseau marqué, c'est coupé tangentiellement. Sur la surface interne de la membrane endotheliale nous voyons des particules très fines de la substance basophile, très intensément colorées, qui ne diffèrent pas beaucoup par leur grandeur, qui ont la forme de gouttelettes et qui sont régulièrement espacées sur la surface interne de l'endothélium du vaisseau.

Si nous demandons de quelle manière l'acide chondroïtinsulfurique pénètre dans les vaisseaux, nous ne pouvons admettre que deux possibilités: C'est ou bien un processus passif, une diffusion postmortale, ou bien un processus actif, une action vitale, qui transporte l'acide chondroïtinsulfurique dans la lumière des vaisseaux.

Contre la première possibilité il faut d'abord objecter, que se sont uniquement les veines et les vaisseaux capillaires, qui contient de l'acide chondroïtinsulfurique et en outre il y a seulement quelquesuns de ces vaisseaux, qui en contient. Une autre objection provient du fait, que l'acide chondroïtinsulfurique est plus intensément coloré dans la lumière des vaisseaux que dans leur voisinage. Enfin pour exclure avec une certitude absolue cette possibilité (la première hypothèse), nous avons fixé un cartilage provenant d'un animal (du mouton), dont le corps été encore chaud, où les processus de diffusion n'ont pas encore eu le temps de se produire.

Mais aussi dans ce cas, comme la figure 8 le montre, la lumière du vaisseau est remplie d'acide chondroïtinsulfurique. Ajoutons encore, que Hansen a aussi exclu l'hypothèse de la possibilité de la diffusion pour cette dernière raison.

Il faut donc admettre la deuxième possibilité, c. à d. le transport actif de l'acide chondroïtinsulfurique dans le lumière des vaisseaux à travers leur endothel et rechercher les phénomènes, qui peuvent la prouver. La preuve la plus importante qui parle en faveur de cette hypothèse est la présence des gouttelettes déjà mentionnées, très petites, très intensément colorées, qui adhèrent étroitement sur la surface interne des cellules endothéliales. Il a été dit, que ces gouttelettes sont regulièrement espacées sur toute la surface de la membrane endothéliale (comme on peut facilement le voir sur les figures ci-jointes), qu'elles représent de veritables gouttelettes et non pas des substances précipitées et qu'elles sont à peu près de la même grandeur. Ces gouttelettes, espacées si regulièrement sur l'endothélium des vaisseaux, que nous indiquent elles? A priori on peut admettre deux possibilités: C'est ou bien de l'acide chondroïtinsulfurique précipité, qui a pénetré dans les vaisseaux par un processus inconnu et qui se précipitait sur les parois de ces vaisseaux, ou bien ce sont des produits de sécretion des cellules endotheliales, qui transportent l'acide chondroïtinsulfurique du voisinage dans la lumière de vaisseaux et de cette manière le déversent dans la circulation du sang.

Le fait, que les gouttelettes d'acide chondroïtinsulfurique placées sur l'endothel de vaisseaux n'ont pas le caractère d'un précipité ni par leur forme ni par la manière, dont elles sont espacées, témoigne contre la première possibilité. Il est en effet peu probable, qu'un précipité se repartisse aussi régulièrement sur les parois des vaisseaux, que nous le voyons sur les coupes tangentielles de ces vaisseaux. Il est bien plus probable, que les grains du précipité s'attachent au parois de vaisseaux et soint dispersés dans la lumière des vaisseaux. D'ailleur la première hypothèse ne peut pas nous expliquer, comment l'acide chondroïtinsulfurique a penetré dans la lumière de vaisseaux, car la possibilité de la diffusion est exclue, comme on l'a déjà dit.

Une serie de phénomènse parle en faveur de la deuxième possibilité admettant que les gouttelettes décrites ci-dessus sont des manifestation de l'activité des cellules endothéliales des vaisseaux sanguins: 1. La forme en gouttelettes des particules d'acide chondroïtinsulfurique, attachées à l'endothélium; 2. la disposition régulière de ces gouttelettes sur la surface interne des vaisseaux; 3. la grandeur presque identique des gouttelettes mentionnées; 4. la présence des gouttelettes les plus petites, qui représent peut-être les premièrs stades de la sécrétion — jusqu'aux gouttelettes de la grandeur normale; 5. différences locales — en général pas très fortes — qui témoignent en faveur de l'activité locale secrétoire des cellules endothéliales; 6. l'impossibilité pour l'acide chondroïtinsulfurique de

pénètrer d'une autre manière dans les vaisseaux (quant toute autre possibilité de diffusion est exclue), reste toujours une des preuves importantes de la deuxième hypothèse.

Un seule argument, c. à d. que nous ne trouvons pas des grains sécrétoires dans le protoplasma des cellules endothéliales, pourrait être objectée contre cette hypothèse. (Mais pourtant on peut les trouver dans les cas exceptionnels.)

Cette argument serait plus grave, s'ils'agissait d'une cellule, produisant une sécrétion en son intérieur. Dans notre cas il s'agit d'une cellule, qui transporte seulement certaines matières du voisinage vers la lumière des vaisseaux. Il n'est pas necessaire, que cette matière s'accumule, s'amasse dans le protoplasma cellulaire, comme cela arrive dans les cellules, mentionnées plus haut, qui produisent une sécrétion et qui l'accumulent dans leur corps, mais il s'agit seulement d'une activité sécrétoire, déstinée au transport, à l'échange des matières entre le contenu du vaisseau et son voisinage.

Évidemment il faut supposer, que l'acide chondroïtinsulfurique et ses combinaisons sont absorbés par les cellules endothéliales avec d'autres matières, qui jouent leur rôle dans la nutrition du cartilage et qu'ils passent de cette manière à travers le corps de cellule endothéliale. Comme ce passage se fait à l'état diffus et non pas sous forme de gouttelettes, on ne peut pas faire voir se passage de l'acide chondroïtinsulfurique à travers le corps de cellule endothéliale sur la préparation microscopique, colorée pour mettre en évidence le chondromucoïde, ainsi qu'il est impossible de montrér d'autres matières, provenant des échanges de l'organisme qui doivent passer à travers le corps de cellule endothéliale. La cellule endothéliale sécrète de l'acide chondroïtinsulfurique sous forme de gouttelettes sur sa surface interne, sur la surface de contact avec le contenue du vaisseau. Ces gouttelettes s'aggrandissent graduellement et adhèrent à l'endothélium jusqu'à ce, qu'elles soient suffisement grandes, pour être entrainées par le courant du sang. Dans le cas de diminution de la vitesse du courant du sang, comme il arrive à l'occasion d'une agonie même la plus courte, toutes ces gouttelettes se reunissent dans la masse de la substance basophile, qui peut alors remplir totalement les lumières des vaisseaux. Ce processus, consistant dans l'accumulation de l'acide chondroïtinsulfurique sécrété, plus ou moin concentré, sous forme de gouttelettes basophiles sur la surface interne de la membrane endotheliale, est facillement comprehensible, si nous supposons, que cette substance est moin soluble (comme on peut le voir sur les préparations) que d'autres matières, qui passent à travers de corps de cellule endothéliale dans la lumière des vaisseaux.

De ce qui a éte dit, il ressort, que l'acide chondroïtinsulfurique (ou ses combinaisons) est transporté par un processus vital, sécrétoire au moyen des cellulles endotheliales du voisinage (c. à d. de la substance fondamentale, resp. du tissu conjonctif portant des vaisseaux et imbibé

de l'acide en question) dans la lumière des vaisseaux, lesquels ensuit entraînent l'acide chondroïtinsulphurique mêlé au sang dans la circulation. Maintenant la question se pose: s'agit d'un entraînement continu de l'acide chondroïtinsulfurique par les vaisseaux dans la circulation du sang, ou sommes nous en présence d'une résorption du tissu cartilagineux dans le voisinage des vaisseaux, qui se produit par hasard sur cette place?

Quant à la résorption, les faits suivants parlent contre cette hypothèse: Nous trouvons l'acide chondroïtinsulfurique en si grande quantité dans les vaisseaux, qu'on ne peut songer à une résorption, et même dans les cas d'une diminution de la vitesse du courant sanguin durant l'agonie. Pendant la résorption du tissu cartilagineux il faudrait, que toutes les substances composant le cartilage diminuassent également, c. à d. non seulement l'acide chondroïtinsulfurique et ces combinaisons, mais aussi le collagène et l'albumoïde. Il nous semble donc que, si la résorption du tissu cartilagineux était proportionelle à la surabondance de l'acide chondroïtinsulfurique contenu dans les vaisseaux, il ne resterait bientôt plus rien du cartilage. D'autre part il faudrait, que le collagène dût y être en si grande quantité, que sa présence pourrait être prouvée par les réactions microchimiques au moyen des colorants. En outre nous trouvons l'acide chondroïtinsulfurique dans les petits vaisseaux du périchondrium, donc aux endroits, ou il est presque impossible de parler d'une résorption. Enfin il est necessaire de dire, que la quantité de vaisseaux, contenant de l'acide chondroïtinsulphurique sur la même coupe à des places fortement éloignées, ne parle pas en faveur d'une telle hypothèse, c. à d. d'une résorption occasionelle. Mais nous savons fort bien que la résorption du tissu cartilagineux produite par les vaisseaux, qui le parcourent, a lieu certainement.

La deuxième hypothèse, c. à d. que le processus sécrétoire de l'endothélium de vaisseaux indique l'entrainement continu de l'acide chondroïtinsulfurique par les vaisseaux dans la circulation du sang, nous semble donc plus probable. S'il'en est ainsi, nous sommes en plein droit de comparer ce processus au processus de la sécrétion endocrinne (naturellement dans la large conception du mot) et de parler de sécrétion endocrine du cartilage, car nous y constatons les deux criterions principaux de la notion de la sécrétion interne: 1) La production de la sécrétion — c. à d. de l'acide chondroïtinsulfurique par les cellules du cartilage, et 2) le transport de cette sécrétion gras à l'activité de l'endothélium de vaisseaux dans leur lumiére et aussi de cette façon dans la circulation du sang. Nous soulignons naturellement l'expression „dans la plus large acception du mot," parsque nous ne savons pas du tout, si l'acide chondroïtinsulfurique a une fonction quelconque dans la circulation du sang et nous n'avons aucune idée de ce qu'elle pourrait être. Il est intéressant de constater, que nous pouvons trouver les produits de la sécrétion interne aussi ailleurs dans la lumière des vaisseaux, par ex. l'adrenaline dans les vaisseaux du surrénale par les méthodes microchimiques au moyen des colorants.

Nous n'osons pas sans preuves expérimentales répondre à la question finale, si l'acide chondroïtinsulfurique a une fonction quelconque, et quelle est cette fonction dans la circulation du sang.

Étant donné que la quantité de l'acide chondroïtinsulfurique, qui se trouve dans les vaisseaux, est assez grande, comme nous le voyons dans nos préparations, nous sommes porté à croire, que l'acide chondroïtinsulfurique a une certaine fonction dans la circulation du sang. En outre il faut prendre en considération la quantité relativement grande du tissu cartilagineux dans le corps, et enfin encore une autre possibilité de l'entraînement de l'acide chondroitinsulphurique dans la circulation du sang: sur les préparations bien colorées pour mettre en évidence l'acide chondroïtinsulfurique, nous voyons très nettement, que celuici pénètre très profondément dans les espaces, qui se trouvent entre les faisseaux des fibres collagènes du perichondrium; par ex. il pénètre loin dans le tissu conjonctif interstitiel des tendons, qui insèrent le cartilage costale. Si nous admettons que la pénétration de l'acide chondroïtinsulfurique dans la lumièrè des vaisseaux est prouvée, il est bien comprehensible, que celuici se mélange aux sucs, qui parcourent ces espaces, et qu'il arrive en compagnie de ces sucs dans l'intérieur des vaisseaux et de cette façon dans la circulation du sang. La présence de l'acide chondroïtinsulfurique dans la lumière des vaisseaux du périchondrium témoigne en faveur de cette hypothèse. Comme les échanges des sucs entre les vaisseaux et le tissu sont plus intenses dans le périchondrium que dans l'intérieur du tissu cartilagineux, on peut s'attendre à ce, que l'acide chondroïtinsulfurique soit entraîné de cette façon en quantité beaucoup plus considerable que dans l'intérieur du cartilage.

Étant donné ces faits on pourrait attendre à ce, que la quantité d'acide chondroïtinsulfurique transporté dans les vaisseaux soit si grande, qu'il serait difficile de croire, que celuici se perde dans la circulation du sang sans avoir aucune fonction.

Quant à dire, quelle est la fonction de l'acide chondroïtinsulfurique dans la circulation, nous n'osons pas nous prononcer. Il faudrait d'abord se demander, quelle est la fonction de l'acide chondroïtinsulfurique dans le cartilage lui même. Mais acide chondroïtinsulfurique se trouve non seulement dans le cartilage mais aussi dans d'autres tissus. Ce sont des tissus appellés chondroïdes, imbibés d'une substance basophile, qui corresponde — quant à sa composition — à la substance fondamentale du cartilage, le chondromucoïde et l'acide chondroïtinsulfurique. C'est par ex. l'intima des gross vaisseaux, l'axe des valvules du coer, donc toujour des régions sans vaisseaux ou peu vascularisées, où la nutrition se fait par imbibition et par diffusion. L'exemple le plus frappant d'un tel tissu est naturellement le cartilage, dont la nutrition est particulièrement peu active; c'est un tissu „à vie ralentie". Il nous semble donc, que c'est l'acide chondroïtinsulfurique et ces combinaisons, qui — s'ils ne jouent pas de role mécanique dans le cartilage (comme il est évident) —, y ont la fonction de régulariser les échanges de

l'organism et de faciliter la nutrition d'un tel tissu. Certe il est curieux, que l'on fasse avec tant de facilité des greffes avec le tissu cartilagineux (même sans se soucier si les cellules sont vivantes ou mortes), et pourtant c'est un tissu tout à fait homogène, qui est dépourvu des canaux quelconques. A ce point de vue le travail de Schmiedeberg: „Über die chemische Zusammensetzung des Knorpels, Arch. f. exper. Path. u. Pharm., T. 28, 1891" est très intéressant pour nous. Cet auteur dit, qu'on ne peut prouver aucune influence de l'acide chondroïtinsulfurique sur les qualitées mécaniques du cartilage et pense, que le cartilage n'est pas qu'une place, où l'acide chondroïtinsulfurique est produite et qui sert ensuit peut-être comme adstringens (analogie avec l'acide tannique) et peut être comme regulateur des processus de nutrition des tissus.

Cet auteur a donc pensé à l'entraînement de l'acide chondroitinsulphurique hors du cartilage dans la circulation du sang, de même que ce fut Hansen, qui plus tard a admis cette idée dans les pages citées plus haut.

Nous pouvons encore mentionner, que l'acide chondroïtinsulfurique que nous trouvons dans l'amyloide, pourrait bien provenir du sang, où circule l'acide chondroïtinsulfurique entraîné hors du cartilage, et qui peut secondairement imbiber la substance protéique de l'amyloide. Comme les masses homogènes, qui entourent par ex. les canaux epithéliales, empéchent évidemment la nutrition du tissu, l'apparition de l'acide chondroïtinsulfurique ne serrait pas si étonnant, si nous pensons à l'hypothèse, que nous venons d'énoncer.

En géneral toutes les hypothèses sur les rôles de l'acide chondroïtinsulfurique restent problématiques jusqu'à ce, que des travaux experimentaux aient éclairci la question.

Explication des figures.

Fig. 1. Vaisseaux du cartilage d'un homme âgé de 18 ans, qui sont remplis d'acide chondroïtinsulfurique.

Fig. 2. Vaisseau marqué „*a*“ sur la figure précédente, avec un grossissement plus fort. Le vaisseau est rempli complétement d'acide chondroïtinsulfurique à l'état homogène, dans lequel se trouvent des globules rouges non colorées sous formes de disques claires.

Fig. 3. Vaisseau marqué „*b*“ sur la figure „*l*“ avec un grossissement plus fort rempli d'acide chondroïtinsulfurique sous forme de précipités fins.

Fig. 4. Vaisseau du cartilage costal d'un enfant âgé de 2 ans, rempli en partie d'acide chondroïtinsulfurique.

Fig. 5. Vaisseaux capillaires du cartilage costal d'un homme âgé de 20 ans, rempli totalement d'acide chondroïtinsulfurique.

Fig. 6. Vaisseaux marqués „*a*“ „*b*“ *c*“ sur la figure précédente avec un grossissement plus fort. Le vaisseau marqué „*a*“ est complétement rempli d'acide chondroïtinsulfurique; le vaisseau marqué „*b*“, coupé tangentiellement, montre des grains fins sur son endothélium; le vaisseau marqué „*c*“ contient des gouttelettes d'acide chondroïtinsulfurique adhérantes à l'endothélium.

Fig. 7. Vaisseau coupé tangentiellement, dont l'endothélium montre des gouttelettes fines. Cartilage costal d'un homme âgé de 19 ans.

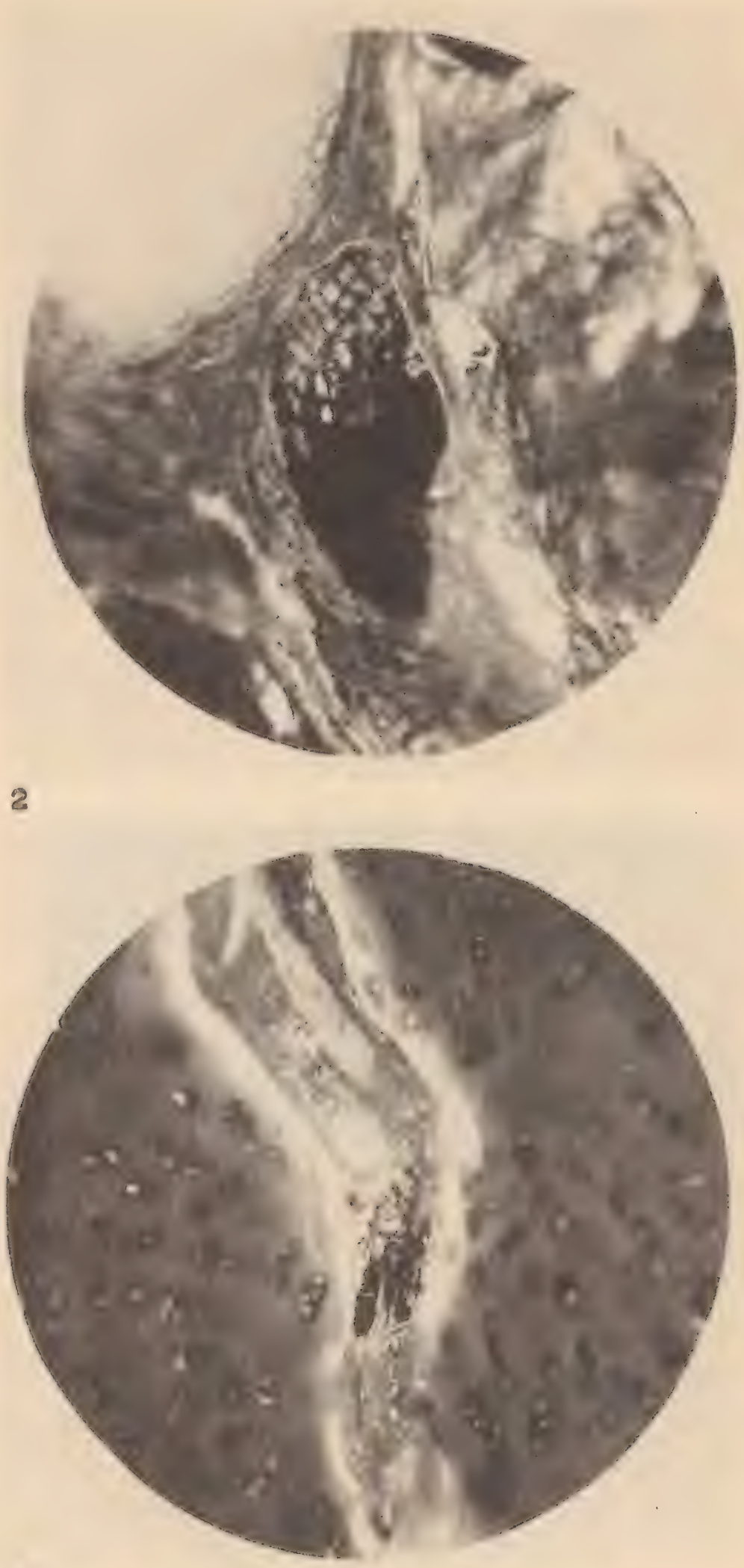
Fig. 8. Vaisseaux du cartilage de larynx du mouton remplis partiellement d'acide chondroïtinsulfurique. Fixation immédiatement après la mort d'animal.

Fig. 9. Endothélium du vaisseau du cartilage d'un homme âgé de 20 ans, coupé tangentiellement et parsemé de gouttelettes d'acide chondroïtinsulfurique.

MUDr. Jan Wolf: Sur le déversement de l'acide chondroïtinsulfurique du cartilage dans les vaisseaux sanguins.

PL. I.

1



2

3

4

MUDr. Jan Wolf: Sur le déversement de l'acide chondroïtinsulfurique du cartilage dans les vaisseaux sanguins.

PL. II.

5

6

7

8

9

Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême 1926.

Orthoptères et Dermaptères de la République Tchécoslovaque.

Dr. **Jan Obenberger.**

(Avec 4 planches et 25 figures.)

Dans cet opuscule, on trouvera pour la première fois exposée, sous forme de catalogue raisonné, la faune analytique des Orthoptères et Dermaptères de la République Tchécoslovaque. Ces insectes n'ayant fait que rarement l'objet de récoltes systématiques dans l'Etat en question, j'ai été forcé d'ajouter au nombre des espèces qu'on y a constatées, dont la plupart se trouvent dans les collections entomologiques du Muséum National de Prague et notamment dans la collection précieuse de N. M. K h e i l, quelques espèces que l'on trouve dans les régions voisines et dont la présence en Tchécoslovaquie est par conséquent possible.

Dans le présent opuscule, j'ai adopté la nomenclature „ancienne", c'est à dire, j'ai évité les noms nouveaux et, parfois phantastiques qu'on trouve dans les oeuvres de dernier date. Étant un muséologiste de profession, je connais bien les difficultés dans le travail avec les types des auteurs classiques, tels que L i n n é, F a b r i c i u s, O l i v i e r etc. La plupart des exemplairs typiques des auteurs cités a subi certainement, pendant l'époque presque de deux siècles beaucoup des changements, soit par les auteurs, soit par les custodes des musées ou propriétaires de leur collection. Les auteurs classiques *n'ont eu aucune idée sur l'existence des „types" dans notre sens,* acceptée depuis à peine de soixante années; *il n'ont qu'exceptionnel-*

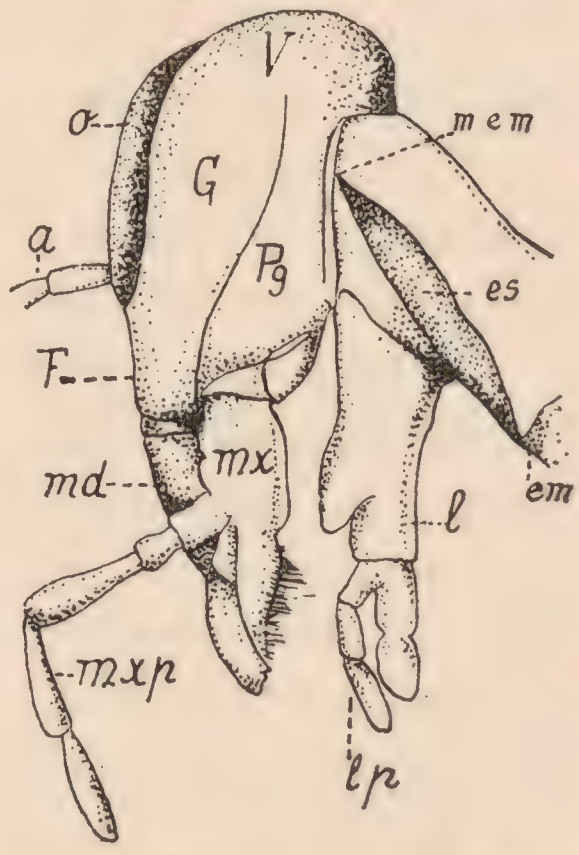


Fig. 1. Tête et partie antérieure du prothorax d'une Blatte (demischématiquement). *V* = vertex; *G* = gena (une joue — partie antérieure); *Pg* = postgena (partie postérieure d'une joue); *mem* = pleurite maxillaire; *o* = oculus (l'oeil); *a* = = l'antene; *es* = l'épisternum; *em* = l'épimerum; *md* = mandibule; *mx* = maxille; *mxp* = palpe maxillaire; *l* = labium; *lp* = palpe labial; *F* = le front. (D'après C o m s t o c k; un peu changé.)

lement éttiquetté les „types“ et, quand l'éttiquète était donnée, ils ne notaient ainsi que le premier éxemplaire d'unes érie, dont les individus ils melangeaient certainement plusieurs fois pendant leur travail et, si non les auteurs, puis leurs successeurs, car une persuasion de l'inviolabilité des types est d'un date assez moderne. Les diagnoses classiques sont, parfois, hélas, de même entièrement énigmatiques et très laconiques. Je crains alors, que les conclusions nomenclatoriques les plus modernes *sont d'une valeur très hypothétique.* Dé plus, il est *très dangereux de détruire toute la systématique présente des Orthoptères, adoptée depuis longtemps et même dans les ouvrages histologiques et anatomiques.* Introduire les noms comme *Tettigonia* pour *Decticus,* quand depuis un siècle on a ainsi nommé une *Homoptère* très commune et très connue, ou introduire les terms *Acrida, Acrydium* etc. ou *Locusta pour Pachytylus* quand tout le mond a déjà depuis un siècle une idée précise sur les „*Locusta*“ etc. me semble être une action, qui est en désaccord absolu avec la pretention la plus fondamentale et la plus primitive de systématique: préciseté sans double sens et simplicité. A cet égard je salue avec le plus grand plaisir l'opinion de naturaliste excéllent M. A. Handlirsch, qui donne dans le „Schroeder's Handbuch der Entomologie“*) une liste des espèces et genres des *Orthoptères* en question.

J'ai renoncé à une énumération détaillée de littérature des *Orthoptères* de l'Europe centrale, l'étendue de mon opuscule étant trop limitée. J'ai travaillé avec la bibliothèque du feu Napoléon M. Kheil, qui est très complète ; dans l'oeuvre tchèque j'ai énuméré (p. 23) les oeuvres les plus importants, où on trouvera de même une bibliographie très complète. Je ne peux que recommender à cet égard les oeuvres excellents de MM. L. Chopard et B. P. Uvarov.

Dans la nomenclature morphologique alaire des Orthoptères on rencontre les explications les plus différentes. J'ai adopté en général celle de Redtenbacher, telle que'elle est donnée dans son oeuvre (1900: Dermapteren u. Orthopteren von Oesterreich-Ungarn und Deutschland), en employant pour désigner la nervation alaire les symboles de Comstock et Needham. Un tableau comparatif des divers systèmes de nervation alaire suit. — L'interprétation de la nervation de Redtenbacher diffère de celle de Comstock en un point très important: tandis que Comstock considère la marge antérieure extrême de l'aile d'un Orthoptère (voir fig. 2 II) comme „Costa“ (*C*), Redtenbacher désigne ainsi *la première veine véritable de l'aile,* souvent assez éloignée chez les Orthoptères de la marge extrême et antérieure. L'explication de Redtenbacher me semble être plus naturelle; en l'adoptant on obtient une séparation nette du système costo-médial et cubitoanal, comme cela se voit dans les états préimaginaires. Chez les *Locustoidea* et notamment chez les *Acridioidea* la veine la plus importante est *A* (Analis);

*) Bd. III. p. 91 et sequ.

Comstock-Needham	Nom de la veine	Brunner	Fischer	Redtenbacher, Stål	Chopard (Saussure)	Tümpel
	(marge *extrême* antérieure)	—	—	—	marginale	—
C	costa	mediastina	costa	costa	médiastine	mediastina
Sc	subcosta	radialis anterior	scapularis	subcosta	humérale	radialis anterior
R	radius	radialis media	externo-media	radius	médiane	radialis media
M	media	radialis posterior	subexterno-media	media (discoidalis)	discoidale	radialis posterior
Cu	cubitus	ulnaris anterior	interno-media	cubitus (ulnaris)	ulnaire antér.	ulnaris anterior
A	analis	ulnaris posterior	subinterno-media	analis	ulnaire postér.	ulnaris posterior
Ax	axillaris	dividens	analis	axillaris	anale	axillaris
	axillaris	plicata	axillaris	axillaris	axillaires	axillaris
Ic	intercalata	—	—	—	intercalée	intercalata

elle forme par ses annexes „l'éventail" des ailes postérieures; dans les ailes antérieures („les élytres") c'est cette veine qui sépare la partie horizontale et la partie déclive, latérale de l'élytre. La ligne de *A* est alors simultanément la ligne de courbure de l'élytre et doit par conséquent être très forte, afin de posséder la fermeté requise au moment du redressement des élytres. Dans certains cas (chez *Stenobothrus apricarius, morio* etc.), elle est encore renforcée par la *veine cubitale* (*Cu*), qui, étant généralement très rapprochée et parallèle, se trouve ici jointe à *A* sous forme de fusion noduleuse. De ce point de vue, on ne peut accepter l'explication de la nervation alaire, telle qu'elle a été donnée par O. Ginter en 1925. —

La composition de la faune des Orthoptères et des Dermaptères de la République Tchécoslovaque est donnée dans les tableaux I, II et III

(pg. 6, 12, 14,). Le tableau I présente les espèces d'après leur origine et indique leur rareté relative dans chacun des cinq pays, dont se compose la République Tchécoslovaque. Le signe „0" indique que l'espèce n'a pas été trouvée dans ce territoire et que l'auteur en considère l'apparition comme invraisemblable. Le signe „?" indique que l'espèce citée n'a pas encore été trouvée, mais quelle est, cependant, assez vraisemblable dans le pays en question. „t. c." signifie „très commun", „c." = „commun",

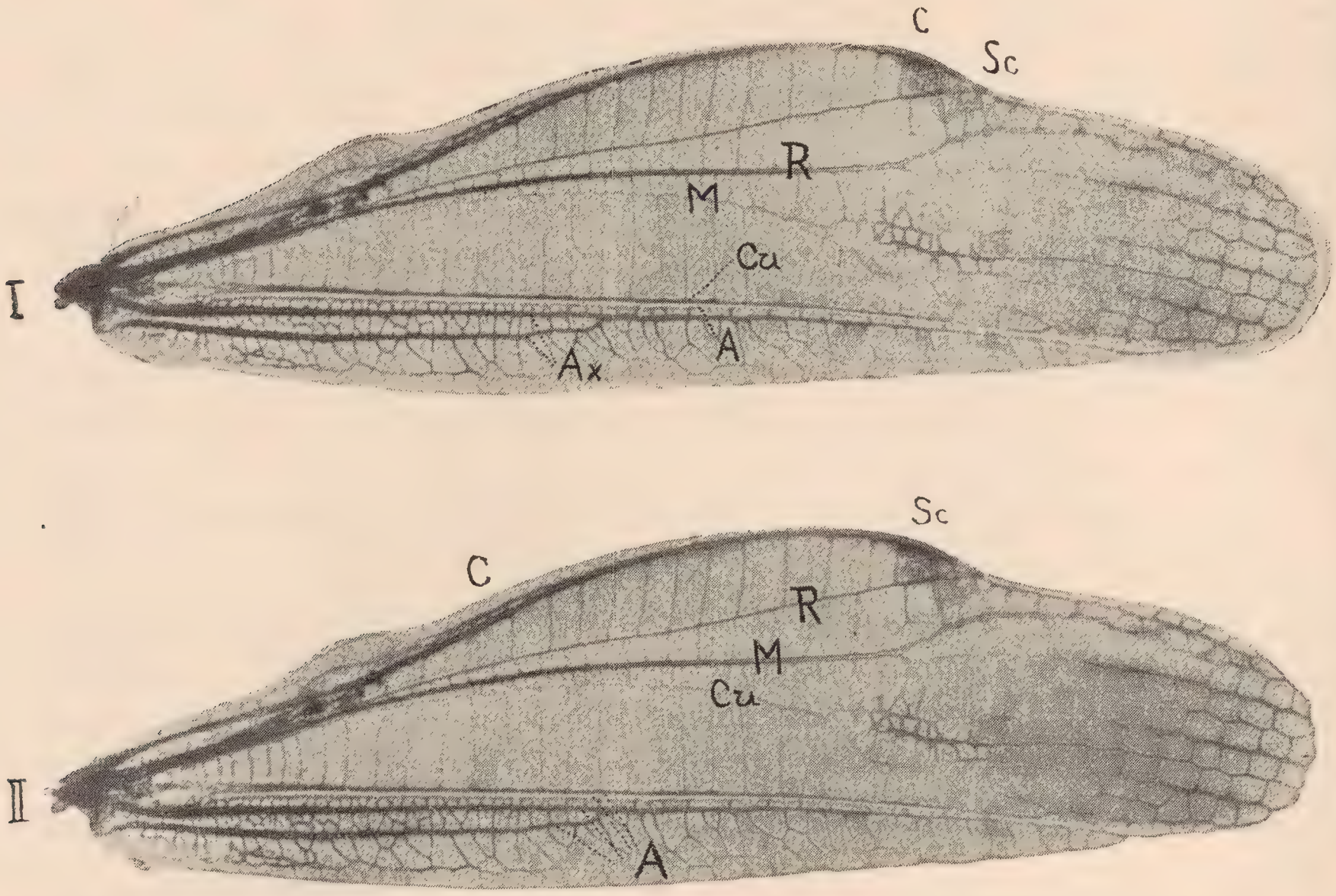


Fig. 2. L'élytre droit (= l'aile supérieure) de l'*Acridiide Stenobothrus morio* Fabr. ♂. I. = désignation de la nervation alaire d'après Redtenbacher, adoptée par le présent travail; II. désignation de la nervation alaire d'après Comstock. L'élytre montre en même temps la coalescence nodiforme des veines *Cu* et *A*.

„a. c." = „assez commun", „r." = „rare", „a. r." = „assez rare", „t r." = „très rare". Dans le tableau II les *Dermaptères* ne sont pas cités. Il est fort intéressant de comparer la rareté des espèces dans les diverses pays. Dans le tableau II l'alinéa des „espèces vraisemblables" a un double but: il indique le nombre des espèces qui seront vraisemblablement trouvées, quand les investigations seront poussées plus loin et il indique simultanément le degré d'investigation des pays cités. On combate que c'est en Bohème que l'on trouve le plus petit nombre possible des espèces manquantes, tandis que le nombre de ces dernières augmente rapidement en allant vers l'orient.

Dans le tableau III on trouve sous chaque catégorie d'espèces trois alinéas, marqués „*", „+", „O"; „*" = somme des espèces réellement constatées, „+" = somme des espèces, dont la capture est très probable

dans les pays cités et „O“ = addition des totaux indiqués sous * et +; par conséquent: „O“ = „*“ + „+“.

On voit ensuite que la faune des Orthoptères et Dermaptères de la République Tchécoslovaque est composée en majeure partie d'élements baltiques, méditéranéens et pontiques, tandis que les élements illyriens et tropiques y sont très rares, ainsi que le nombre des cosmopolites, qui est presque égal dans toutes les pays de Tchécoslovaquie. La *Silésie* a très peu d'éléments pontiques et méditéranéens. On peut constater que la somme des espèces d'origine baltique est en Bohême à peu près deux fois plus grande que la somme des élements pontiques ou méditéranéenes. En procédant vers l'orient, on voit que le nombre des éléments pontiques et méditéranéens s'accroît; il est fort intéressant de noter, que *la somme* des espèces d'origine baltique sur le territoire entier de la République *Tchécoslovaque reste à peu près la même.* La *Russie Subcarpathique* possède le plus grand nombre des élements pontiques (18); la *Slovaquie,* le plus grand nombre des espèces meditéranéennes; néanmoins, même en *Bohême,* le nombre des espèces meditéranéennes est relativement grand. Le tableau II. indique la rareté relative des espèces et il est fort intéressant de constater que parmi ces espèces méditéranéennes de Bohême, la plupart sont *rares,* tandis que les mêmes espèces, en allant vers l'orient, deviennent de plus en plus communes. La plupart des espèces des montagnes ou des espèces plus endurcies sont d'origine baltique. Parmi les espèces d'origine baltique en Tchécoslovaquie, même dans les régions les plus orientales, un pourcentage relativement très haut est constitué par des espèces communes et très communes; *on en peut déduire la puissance de pénétration de ces éléments venant du nord-ouest, bien faiblement concurrencée par l'invasion des éléments pontiques venus du sud-est.* Ce même tableau II nous montre que, vers l'ouest, l'influence pontique devient plus faible, que les espèces pontiques deviennent plus rares et qu'elles apparaissent dans des localitées isolées. La région où les élements cités sont les plus mélangés est la Moravie méridionale et la partie sud-ouest de la Slovaquie. La plupart de nos *Blattodea* sont des espèces *baltiques*; la plupart des *Locustodea* sont d'origine *pontique*; la plupart des *Gryllodea* sont d'origine meditéranéenne, la plupart des *Acridioidea* sont d'origine *baltique*; les *Dermaptères* représentent vraisemblablement les reliques d'un groupe *paléotropique.*

La bibliographie employée est citée p. 22—25 de mon travail original tchèque. J'y ai seulement indiqué les oeuvres les plus importantes, conte nant les indications bibliographiques détaillées.

La synonymie détaillée, ainsi que les indications détaillées sur la répartition géographique des espèces avec l'énumération de toutes localitées connues actuellement à moi doivent être cherchées de même dans le texte tchèque.

TABLEAU I.

Nom de l'espèce	Espèce pontique	Espèce méditéranéenne	Espèce baltique	Espèce illyrienne	Espèce tropique	Cosmopolite	Bohême	Moravie	Silésie	Slovaquie	Russie Sous-carpathique
Aphlebia punctata Meg.	×						r.	?	?	?	?
,, maculata Schr.			×				a. r.	a. r.	?	?	?
Ectobius sylvestris Poda			×				c.	c.	?	?	?
,, lapponicus L.			×				t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
,, lividus F.						×	r.	?	?	?	?
,, Panzeri Steph.		×					?	?	?	?	?
Phyllodromia germanica L.						×	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
Blatta orientalis L.	×						t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
Mantis religiosa L.		×					0	r.	0	a. r.	?
Saga serrata F.	×						0	t. r.	0	?	?
Orphania denticauda Charp.	×						t. c.	?	0	c.	c.?
Poecilimon thoracicus Fieb.	×						0	0	0	0	?
Poec. Brunneri Friw.	×						0	0	0	0	?
,, Fussi Brunn.	×						0	0	0	?	?
,, Schmidti Fieb.	×						0	0	0	?	?
,, affinis Friw.	×						0	0	0	?	?
Isophya costata Br.	×						0	c.	0	?	?
,, modesta Fieb.	×						0	0	0	0	?

Isophya speciosa Fieb.	×						0	0	0	0	?
,, brevipennis Br.	×						0	0	0	0	?
,, camptoxipha Fieb.		×					r.	r.	r.	c.	?
Barbitistes Ocskayi Charp.	×						0	0	0	0	?
,, serricauda Fabr.	×						t. r.	?	?	t. r.	?
,, constrictus Br.	×						r.	r.	r.	r.	?
Leptophyes Bosci Brunn.	×						0	?	0	?	?
,, albovittata Kollar	×						r.	c.	?	c.	?
,, punctatissima Bosc.		×					?	?	?	?	?
Phaneroptera falcata Scop.	×						?	t. r.	?	?	?
Meconema varium F.		× ?					c.	c.	c.	c.	c.
Homorocoryphus mandibularis Charp.					× (aethiop.)		0	?	0	?	0
Xiphidium dorsale Latr.			×				c.	c.	c.	c.	c.
,, hastatum Chapr.	×						0	0	0	0	?
, fuscum Fabr.		×					t. c.	c.	?	c.	c.
Locusta viridissima L.		×					c.	c.	c.	c.	c.
,, caudata Charp.	×						r.	a. c.	t. r.	r.	r.
,, cantans Fuessly			×				t. c.	t. c.	c.	t. r.	c.
Onconotus Servillei Fisch.	×						0	0	0	?	0
Gampsocleis glabra Hbst.			×				t. r.	?	0	?	0
Decticus verrucivorus L.			×				t. c.	t. c.	t. c.	t. r.	t. c.
Platycleis montana Koll.			×				?	?	?	?	?
,, affinis Fieb.		×					0	?	0	?	0
,, grisea F.		×					a. c.	c.	?	c.	c.
,, vittata Charp.	×						0	?	0	?	?
,, Roeselii Hagenb.			×				a. c.	t. c.	c.	c.	c.
,, brachyptera L.			×				r.	a. c.	r.	a. c.	?
,, bicolor Phil.	×						a. c.	c.	?	c.	c.
Thamnotrizon Friwaldzskyi Herr.	×						0	0	0	?	a. r.
,, littoralis Fieb.	×						0	0	0	?	a. r.
,, transsylvanius Fisch.	×						0	0	0	?	a. r.
,, apterus Falcd.			×				a. r.	?	?	a. r.	a. r.

Nom de l'espèce	Espèce pontique	Espèce méditéranéenne	Espèce baltique	Espèce illyrienne	Espèce tropique	Cosmopolite	Bohême	Moravie	Silésie	Slovaquie	Russie Sous-carpathique
Thamnotrizon fallax Fischer	×						0	0	0	a. r.	a. r.
,, cinereum L.			×				a. c.	t. c.	c.	c.	c.
Ephippigera vitium Serv.	×						0	r.	0	c.	c.
Tachycines asynamorus Adel.					× (orient.)		c.	?	?	?	?
Troglophilus cavicola Koll.		×					0	0	0	?	0
Dinarchus dasypus Illig.	×						0	0	0	?	0
Tridactylus variegatus Latr.		×					0	0	0	?	r.
Gryllotalpa vulgaris L.	?×						t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
Myrmecophila acervorum Pnz.		×					r.	?	r.	?	?
Oecanthus pellucens Scop.		×					a. r.	?	0	c.	c.
Pteronemobius Heydeni Fisch.		×					0	0	0	?	?
Nemobius silvestris F.			×				t. c.	t. c.	c.	t. c.	c.
Gryllus domesticus L.		×					r.	r.	r.	c.	c.
,, chinensis Web.					× (palaeotrop.)		0	0	0	?	?
,, frontalis Fieb.	×						r.	r.	?	c.	c.
,, desertus Pallas					× (orient.)		0	0	?	r.	r.
Acheta campestris L.		×					t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
,, bimaculata Deg.					× (palaeotrop.)		0	?	0	?	?
Oedaleus nigrofasciatus Deg.					× (palaeotrop.)		0	0	0	?	?
Psophus stridulus L.			×				c.	c.	c.	c.	a. c.

Acrotylus longipes Charp.		×				0	0	0	0	0
,, versicolor Burr.	×					0	0	0	?	?
,, insubricus Scop.		×				0	0	0	?	r.
,, patruelis Strm.		×				0	0	0	?	?
Sphingonotus coerulans L.		×				r.	?	?	?	r.
,, coerulans cyanopterus Charp.			×			?	?	?	?	0
,, coerulans intermedius Ramme			×			?	0	0	0	0
Bryodema tuberculata F.		×	× (boreo-alp.)			?	?	?	?	0
Oedipoda coerulescens L.						t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
,, miniata Pallas	×					c.	r.?	c.	t. c.	c.
Celes variabilis Pallas	×					0	?	0	?	r.
Pachytylus migratorius L.	×					t. r.	?	t. r.	?	?
,, migratorius ssp. danicus L.				× (palaeo-trop.)		t. r.	?	?	a. c.	a. c.
Tryxalis nasuta L.		×				0	t. r.	0	r.	r.
Epacromia strepens Latr.		×				?	?	0	?	?
,, thalassina Fabr.		×				t. r.	a. c.	0	a. c.	c.
Stauronotus brevicollis Eversm.		×				0	c.	0	c.	?
,, maroccanus Thunb.		×				0	0	0	?	?
Parapleurus alliaceus Grm.	×					r.	?	?	?	r.
Stethophyma brevipenne Brunn.		×				0	0	0	0	0
,, flavicosta Fisch.	×					0	a. c.	0	?	?
,, fuscum Pall.			×			0	t. r.?	0	a. c.	a. c.
Mecostethus grossus L.			×			c.	c.	?	c.	c.
Chrysochraon dispar Grm.			×			a. c.	a. c.	?	c.	c.
,, brachypterus Ocskay			×?			a. c.	a. c.	?	c.	c.
Stenobothrus crassipes Ocskay	×					?	c.	0	?	?
,, lineatus Pnz.			×			a. c.	a. c.	c.	c.	c.
,, nigromaculatus H.-Sch.	×					a. c.	c.	?	?	?
,, stigmaticus Ramb.			×			a. c.	r.	a. c.	a. c.	a. r.
,, Fischeri Eversm.	×					?	?	0	?	r.
,, miniatus Charp.				×		o	t. r.	0	?	?
,, morio F.			×			?	?	?	r.	r.

Nom de l'espèce	Espèce pontique	Espèce méditéranéenne	Espèce baltique	Espèce illyrienne	Espèce tropique	Cosmopolite	Bohême	Moravie	Silésie	Slovaquie	Russie Sous-carpathique
Stenobothrus apricarius L.			×				t. c.	t. c.	?	c.	c.?
,, pullus Phil.			×				t. r.	?	?	r.	?
,, vagans Eversm.			×				t. r.	t. r.	t. r.	?	?
,, biguttulus L.			×				t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
,, viridulus L.			×				t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
,, rufipes Zett.			×				c.	c.	c.	c.	c.
,, haemorrhoidalis Charp.			×				c.	c.	?	a. r.	a. r.
,, petraeus Brisout		×					0	?	0	?	?
,, pulvinatus Fisch.		×					0	r.	0	?	0
,, elegans Charp.			×				a. c.	a. c.	r.	a. r.	a. c.
,, dorsatus Zett.			×				t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
,, parallelus Zett.			×				t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
,, longicornis Latr.		?					?	?	?	?	?
,, (G.) maculatus Thunb.			×				t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
,, ,, rufus L.			×				c.	c.	c.	c.	c.
,, ,, antennatus Fieb.		×					0	?	0	?	?
,, ,, sibiricus L.			× (boreo-alp.)				0	0	0	? mont.	? mont.
Podisma Schmidti Fieb.				×			0	0	0	c.	c.
,, Fieberi Scudd.	×						0	0	0	c.	c.
,, pedestre L.			×				r.	c.	?	c.	c.
,, alpinum Koll.	× ?						r.	?	r.	c.	c.
,, frigidum Bohem.			× (boreo-alp.)				?	?	?	?	0

Paracaloptenus Brunneri Stål	×						0	?	0	?	0
Caloptenus italicus L.		×					a. c.	a. c.	?	c.	t. c.
Acridium aegyptium L.		×					t. r. (i.)	? imp.	? imp.	? imp.	? imp.
Tettix depressus Bris.		×					0	?	0	?	0
,, Türki Krauss		×					0	?	0	?	?
,, Kraussi Saulcy			×				a. c.	a. c.	a. c.	c.	c.
,, Kiefferi Saulcy		×					c.	?	?	?	?
,, bipunctatus L.			×				a. c.	c.	c.	c.	c.
,, fuliginosus Zett.			×				0	0	0	? mont.	? mont.
,, Bolivari Saulcy		×					0	0	0	?	0
,, subulatus L.		×					t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
Paratettix meridionalis Rmb.		×					t. r.?	?	0	?	?
Labidura riparia Pall.						×	r.	?	?	?	?
Labia minor L.					× (palaeotrop.)		t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
Prolabia arachidis Yers.					×		?	?	0	0	0
Apterygida media Hagb.		×					a. c.	r.	?	?	r.
Chelidurella acanthopygia Géné			×				a. c.	a. r.	a. r.	a. c.	a. c.
Forficula auricularia L.			×				t. c.	t. c.	t. c.	t. c.	t. c.
Anechura bipunctata F.	×						t. r.	?	?	r.	r.

T A

(t. c. = très commun, c. = commun,

Espèces d'origine:		Bohême						Moravie					
		E. constatées					E. possibles	E. constatées					E. possibles
		t. c.	c.	a. c.	r.	t. r.		t. c.	c.	a. c.	r.	t. r.	
pontique	Blattodea	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
	Mantodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Locustodea	0	0	1	3	2	2	0	2	1	2	2	3
	Gryllodea	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	
	Acridioidea	0	1	1	2	1	2	0	2	1	2	0	6
méditéran-néenne	Blattodea	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
	Mantodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	Locustodea	1	2	1	1	0	1	0	4	0	1	0	2
	Gryllodea	1	0	0	3	0	0	1	0	0	1	0	2
	Acridioidea	2	1	1	1	3	2	2	1	2	1	1	10
baltique	Blattodea	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0
	Mantodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Locustodea	2	1	2	2	1	1	4	1	1	0	0	3
	Gryllodea	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	Acridioidea	6	4	8	1	2	5	6	7	5	1	2	5
illyrienne	Blattodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Mantodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Locustodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Gryllodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Acridioidea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
tropique	Blattodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Mantodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Locustodea	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
	Gryllodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	Acridioidea	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
cosmopolite	Blattodea	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1
	Mantodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Locustodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Gryllodea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Acridioidea	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Somme:							14						48

BLEAU II.

a. c. = assez commun, r. = rare, t. r. = très rare.

Silésie						Slovaquie						Russie Sous-carpathique					
E. constatées					E. possibes	E. constatées					E. possibles	E. constatées					E. possibles
t. c.	c.	a. c.	r.	t. r.		t. c.	c.	a. c.	r.	t. r.		t. c.	c.	a. c.	r.	t. r.	
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	4	0	4	0	2	1	14	0	3	0	4	0	19
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	2	0	2	2	2	0	0	0	8	1	3	0	3	0	4
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2	0	1	0	3	0	4	0	0	0	0	0	3	0	0	0	2
1	0	0	1	0	0	1	2	0	1	0	3	1	2	0	0	0	3
2	0	0	0	0	5	2	2	1	1	0	15	3	1	0	3	0	11
1	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	3	0	1	0	2	3	2	1	1	0	2	2	3	1	0	0	2
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
5	5	2	1	1	11	5	10	3	4	0	6	6	10	1	4		4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	2
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
					36						59						55

TABLEAU III.*)

Terre:	E. pontiques			E. mediterrannéennes			E. baltiques			E. illyriennes			E. cosmopolites			E. tropiques			Somme		
	*	+	○	*	+	○	*	+	○	*	+	○	*	+	○	*	+	○	*	+	○
Bohême	16	4	20	18	4	22	35	6	41	0	0	0	3	0	3	3	1	4	75	15	90
Moravie	15	10	25	15	15	30	35	8	41	1	0	1	1	2	3	1	5	6	66	40	106
Silésie	7	9	16	7	10	17	24	15	39	0	0	0	1	2	3	1	3	4	40	39	79
Slovaquie	15	23	38	15	20	35	33	10	43	1	1	2	1	2	3	3	4	7	68	60	128
Russie Sous-carpathique	18	24	42	14	17	31	31	8	39	1	1	2	1	2	3	3	4	7	68	56	124

) = Espèces constatées, + = espèces possibles ou vraisemblables; ○ = les quantitées sous „“ et „+“ réunies.

Tableau analytique des groupes des Orthoptères et Dermaptères.

1'' Les ailes postérieures sont pliées *depuis la base* en forme d'éventail. Tarses de 2—5 articles, très rarement (*Tridactylus*) les tarses postérieurs d'un seul article. Abdomen sans „pinces". Les sternites et les tergites séparés latéralement en ligne droite; partie moins chitineuse, les séparant latéralement, bien distincte. Tête tournée en dessous. Ocelles très souvent présents et placés alors sur le front et au dessus des antennes. Le troisième et quatrième tergite de l'abdomen sans plis caréniformes latéraux. Oeufs allongés, ovalaires, séparés ou en oothèques. **Orthoptera** Latr.

2'' Tête déprimée, en forme de poire; cerques abdominaux multiarticulés. Plaque sous-génitale ♂ avec un ou deux styles sur le bord postérieur. Oviscapte ♀ court, ne dépassant pas la plaque sous-génitale, très peu apparent. Elytres et ailes postérieures assez semblables; nervation élytrale dense, sans veines transversales distinctes et régulières. Trochantères des deux paires de pattes antérieures inarticulés et obliquement apposés vers les fémurs. Partie horizontale des élytres (au repos) formée par la partie anale et aussi par un morceau de la partie dorsale de la nervation. Les organes du vol des larves en situation normale; leur partie costale dans la même situation que la partie costale de l'imago. Oeufs en oothèques. **A. Dictyoptera** Leach.

3'' Corps déprimé, assez peu convexe; prothorax fortement développé, plan, large, antérieurement parfois en saillie, protégeante de dessus la tête en forme de capuchon. Tête faiblement mobile, souvent couverte de dessus entièrement ou presque entièrement par le prothorax. Pattes antérieures normales, de la même forme que la paire suivante. Abdomen muni en dessus, sur quelques tergites portérieurs ♂ des larges ouvertures des glandes repugnatives de forme diverse et caractéristique pour chaque espèces. Pattes adaptées à la course („pedes cursorii"), assez déprimées, sans sillons sur les tibias. Les oothèques fortement chitinisées, de forme caractéristique pour chaque espèce; elles sont parfois portées assez longtemps par les femelles entre les derniers segments de l'abdomen. **A. Blattodea** Brunner.

3' Corps allongé; prothorax très allongé; tête tournée en dessous, allongée. Les pattes antérieures, surtout les tibias, fortement développées et modifiées en pattes ravisseuses. Oothèque grande, membranacée, formée d'une masse spumeuse, qui, au moment de la ponte durcit à l'air. **B. Mantodea** Brunner.

2' Tarses de deux à quatre articles (rarement de cinq, mais alors le corps est fortement allongé et mince), tête ovalaire, convexe. Oviscapte libre, découvert, chitinisé et dur.[1]) Les trochantères sont articulés, leur apposition aux fémurs droite. Partie supérieure et

[1]) A l'exception de *Gryllotalpidae*.

4″ Tarses de deux à quatre articles. Pattes postérieures sauteuses (exceptionellement sans spécialisation pour le saut—chez *Saga*). L'organe copulateur ♂ symétrique; l'oviscapte ♀ dépassant la plaque sous-génitale, prolongée. Les organes tympaniques développés. Les trochantères des pattes postérieures couverts. Pronotum plus développé que le mésonotum, avec une partie latérale large et déclive. Les organes du vol des larves placés dans la situation renversée (leur partie costale placée à l'endroit où chez l'imago est la partie anale).

I. Saltatoria auct.

5″ Antennes très allongées, filiformes, très étroites, souvent dépassant de plusieurs fois la longueur du corps (à l'exception des *Trydactilina*). Les organes tympaniques situés dans la partie proximale des tibias antérieurs. Les élytres formés différemment chez les deux sexes: partie anale ♂ différenciée en organe de stridulation („*speculum*"). L'oviscapte très long, en forme de sabre, déprimé latéralement, composé de quatre à six valves, densément apposées (à l'exception des *Gryllotalpidae*, qui n'ont pas l'oviscapte extérieurement visible). Les oeufs sont pondus séparément. **A. Ensifera** Chopard.

6″ Tarses de quatre articles. Cerques assez courts, rigides, seulement exceptionellement plus longs et flexibles, chez le mâle, plus longs que chez les femelles et d'une forme différente. La partie anale seule de nervation élytrale est chez les ♂ différenciée en un organe de stridulation; plaque sous-génitale ♂ avec deux styles. L'organe de copulation est formé de valves membranacées, souvent avec deux appendices chitineux (*titillateurs*). Champ tympanal des élytres plus étroit que la somme des autres champs élytraux. L'oviscapte ♀ est formé de quatre valves extérieures et de deux valves intérieures; il est large et en forme de sabre. **α. Locustodea Brunner.**

6′ Tarses de trois, rarement [1]) de deux articles. Cerques des deux sexes de la même forme, longs, flexibles et pubescents. L'organe tympanal des élytres du mâle („speculum") est formé du champ anal et discoïdal des élytres; cet organe est plus large que les autres champs des élytres. Élytres rarement absents (*Myrmecophila*). Plaque sous-génitale ♂ sans styles. Toute la partie supérieure de l'organe copulateur est chitinisée. L'oviscapte ♀, formé seulement de quatre valves, est très allongé, étroit, subélargi au bout en formes diverses.[2])

β. Gryllodea Brunner.

7″ Tarses postérieurs rudimentaires, en forme d'un seul article, situé entre les deux longs appendices des tibias postérieurs. Premier article des tarses antérieurs et intermédiaires court, subsillonné en dessus; dernier article de ces tarses allongé et réversible en haut. Antennes

---

[1]) Chez la famille exotique *Cylindrachaetidae*.

[2]) Absent chez *Tridactylina*.

horizontale des élytres formée en repos seulement de leur partie cubito-anale de la nervation. Cerques uniarticulés.

B. Euorthroptera Burr.

courtes, formées au plus de 12 articles; élytres fortement réduits, ailes inférieures en éventail. **β 1. Tridactylina auct.**

7′ Tarses normaux, de trois articles. Antennes longues, multiarticulées.

β 2. Gryllina auct.

5′ Antennes courtes, plus fortes, ensiformes, filiformes, présentant rarement à l'apex un épaississement en massue, plus ou moins développé, parfois variable. Les organes auditifs situés latéralement sur le tergite basal. Élytres sans appareil de stridulation en forme de champ différencié („speculum"), semblables dans les deux sexes dans leur partie anale, parfois différents dans les deux sexes par suite de la modification du champ costal et subcostal. Fémurs postérieurs carénés en dessus, leur partie extérieure formant un champ divisé en un groupe *(Tettigidae)* ou en deux groupes de champs obliquement arrangés. L'oviscapte ♀ court, en formé de quatre valves. Tarses de trois articles. Stridulation des ♂♂ produite par le frottement d'une crête de la face interne des fémurs postérieurs sur la nervation de l'élytre. Les femelles pondent plusieurs oeufs simultanément dans les trous de la terre. **C. Acridioidea Burm.**

4′ Tarses de cinq articles. Corps exceptionellement allongé, bizare, étroit, en forme de petit rameau; les ailes et les élytres réduits ou absents. Cerques courts, uniarticulés. Styles absents. Pattes adaptées à la marche (pedes cursorii). Pronotum plus court que le mesonotum, sans lobes latéraux déclives et larges. Les trochantères des pattes postérieures bien visibles extérieurement. Pas d'organes de stridulation. Les organs du vol chez les larves dans la position normale. Oeufs pondus isolément. **II. Phasmodea** Burm.

1′ Les tergites recouvrant latéralement les sternites, de façon qu'il n'existe pas trace de pleures; ligne en zigzag séparant latéralement les sternites des tergites. Dernier segment anal muni de cerques en forme de pince, fortement sclérifiés et de forme très caractéristique. Les élytres, quand ils sont présents, très courts, cornés, sans nervation distincte, semblables aux élytres des *Staphylinides* (*Coléoptères*). Les ailes postérieures dépassent postérieurement les élytres (au repos) sous forme d'une écaile cornée; elles sont pliées en éventail depuis la moitié de la marge antérieure. Pattes courtes, adaptées à la marche (pedes cursorii), simples, semblables dans les trois paires. Les antennes de 10—30 articles, moniliformes. Le troisième et quatrième tergite, chez les ♂♂ parfois même le dernier article de l'abdomen, avec un pli élevé et caréniforme, latéral. Tarses de trois articles, sans arolium. Pas d'organe de stridulation et tympanal. Oeufs presque globulaires, sphériques, à chorion peu épais. **Dermaptera** Kirby.

A. Dictyoptera Leach.

a) Blattodea Brunner.

La fig. 3. (p. 18) (D'après Handlirsch) montre la forme de l'apex de l'abdomen chez *Phyllodromia germanica* L. *a* = ♂ de dessus, *b* = ♂ de dessous, *c* = ♀ de dessus, *d* = ♀ de dessous. 3—10 = articles de l'abdomen. *c* = cerques, *sž* = glande répugnatorique ♂; *st* = styles.

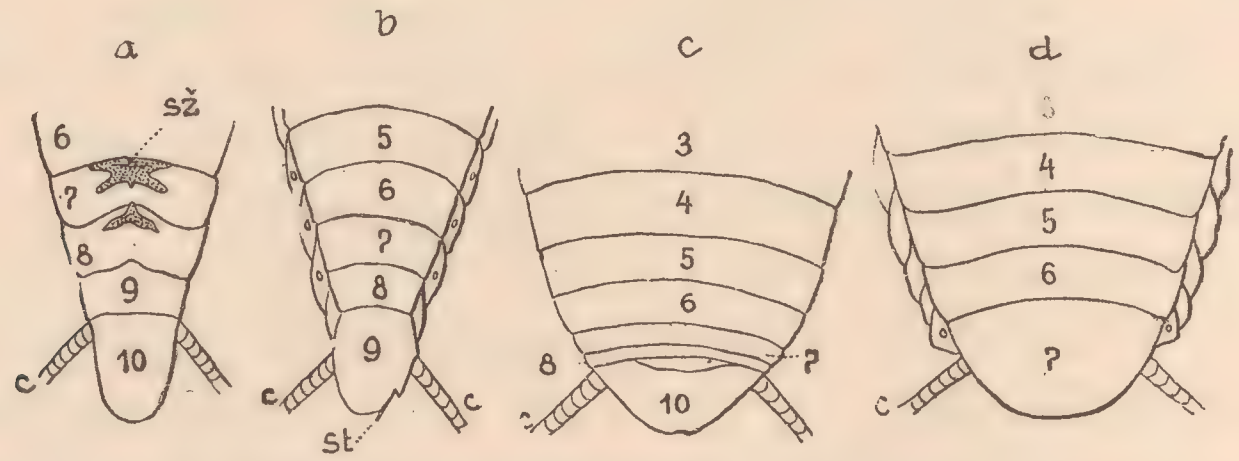


Fig. 3. Le sommet de l'abdomen de *Phyllodromia germanica* L. *a* = ♂ de dessus, *b* = ♂ de dessous; *c* = ♀ de dessus, *d* = ♀ de dessous. 3 — 10 = les segments abdominaux; *c* = cerques, *sž* = glande répugnative ♂; *st* = stylus. D'après Handlirsch, un peu changé.

Révision des familles et des genres.

1″ Élytres transparents, leur nervation moins forte; ils couvrent chez les ♂♂ entièrement l'abdomen. Plaque sous-génitale sur le dernier segment de l'abdomen ♂♂ asymétrique, de forme irrégulière, avec ou sans un seul style; chez les ♀♀ elle est symétrique, mais large, subsinueusement échancrée au bout, de la même convexité que l'article précédent de l'abdomen, sans valves. Espèces de petite taille.

2″ Pattes moins fortement épineuses. Fémurs antérieurement avec une ou deux épines. Tête entièrement couverte sous la partie antérieure du prothorax, invisible de dessus; prothorax relativement plus petit. Ailes postérieures avec un champ triangulaire apical. *Cu* simple ou biramé. *R* et *M* sur les élytres réunis. (Voir Tab. I. fig. 3.)

I. Ectobiidae Br.*)

3″ Prothorax plus large et plus grand. Nervation élytrale moins dis-

---

*) Les caractères employés dans ce tableau ne s'appliquent exactement qu'aux formes de l'Europe centrale.

tincte. *R* sur les élytres avec de rameaux nombreux, dirigés seulement vers la marge antérieure (costale) des élytres. **1. Aphlebia Br.**

3′ Prothorax plus petit et plus étroit. Nervation élytrale distincte. *R* sur les élytres avec de nombreux rameaux, dirigés vers la marge antérieure (costale), mais aussi vers la marge postérieure (anale) des élytres. **2. Ectobius Steph.**

2′ Plus grand. Pattes plus fortement épineuses. Tête au moins antérieurement visible de dessus. Ailes postérieures sans champ apical triangulaire. *Cu* rameux. *R* et *M* séparés aux élytres. Fémurs en dessous de part et d'autre avec plusieures épines.
II. Phyllodromiidae Br.

R sans rameaux, dirigés vers la marge postérieure (anale) des élytres.
3. Phyllodromia Serv.

1′ Élytres à peine transparents, leur nervation plus distincte; ils ne couvrent pas (chez les ♀♀) entièrement l'abdomen; chez le ♂, la plaque sous-génitale est symétrique, avec deux styles de longueur égale; ces styles longs et cylindriques; chez les ♀♀, plaque sous-génitale divisée en deux valvules; leur partie apicale est séparée de la partie antérieure par une impression transversale. Espèce de grande taille.
III. Blattidae Kirby

4″ Les ailes postérieures du ♂♀ bien développées. Prothorax d'un brun roux ou avec une macule transparente arrondie, plus claire. Élytres ♂ de la même largeur que l'abdomen, latéralement souvent avec une bordure plus claire. **4. Periplaneta Burm.**

4′ Les ailes postérieures ne sont entièrement développées que chez les ♂♂. Coloration d'un brun de poix uniforme. **5. Blatta L.**

I. Ectobiidae Br.

1. Aphlebia Br. *)

1″ Les élytres ♂♀ d'un gris blanchâtre, couverts d'une ponctuation obscure, très fine; cette ponctuation à une apparence rétiforme, très subtile. Les élytres de ♂ en forme de lancette, à peu près de la même longueur que l'abdomen, chez la ♀ raccourcis, coupés à travers au bout et presqu'aussi longs que la moitié de l'abdomen. Macule obscure et préapicale absente. Dessous noir. 6·4—6·7 *mm*. Vraisemblablement partout, mais pas remarquée. Bohême. **1. punctata Megerle.**

1′ Les élytres ♂♀ jaune brunnâtre, chez les ♂♂ toujours, chez les ♀♀ souvent sans macule préapicale obscure, ou, parfois, d'un noir uniforme, avec une bordure extérieure claire. Dessous d'un brun noirâtre. Pas de ponctuation plus obscure rétiforme des élytres; ceux-ci

*) Pour la synonymie plus détaillée des genres et des espèces, voir le texte tchèque.

dépassant fortement l'abdomen; chez les ♂♂, arrondis au bout — chez les ♀♀ ils atteignent la moitié de l'abdomen. 6·5 *mm.*

2″ Élytres ♂♀ jaune brunnâtre avec une macule préapicale obscure, souvent absente chez les ♀♀. Bohême, les indications des autres pays manquent. **2. maculata Schreber.**

2′ Élytres ♂♀ noirs, leur marge extérieure à bordure large, claire et jaune. Bohême: Hrušice. **2. maculata var. Schäfferi L.**

2. Ectobius Steph.

Les études les plus importantes sur les espèces de ce genre ont été écrites par le Dr. W. Ramme (Arch. f. Naturg. 87, Jg. 1923, A, p 97—145, Taf I—II, — l. c. 1920, 86 Jg. p. 99—124) et par le Dr. S. K. Kopček, dont les recherches anatomiques (Zeitschr. f. wiss. Zool. Bd. 122, Heft 314, 1924, p. 311—322) ont confirmé les opinions de Ramme.

Ramme est le premier, qui ait distingué dans l'*Ect. lapponicus* plusieurs espèces voisines, en les divisant en deux groupes de formes d'après la modification des glandes répugnatives des ♂♂. J'y ai ajouté quelques autres caractères, non mentionnés encore. Les matériaux de ce genre ont été determinés au Muséum par M. le Dr. Ramme.

* * *

1″ Plus grand, plus robuste; prothorax noir ou d'un brun foncé au milieu, ou plus clair, d'une coloration presque rousse, à bordure très étroite, transparente et claire. Élytres plus foncés, à nervation plus claire; les veines subcaréniformes, ornées, surtout dans la voisinage de *R*, de petites macules obscures; élytres sur le disque avec 3—6 macules plus grandes, brunes, irrégulièrement disposées le long du *R*, ces macules n'étant que rarement moins distinctes. Partie basale de *R* obscure; les élytres très rarement dépourvus de ces points et macules.

2″ ♂♂. Élytres étroits, lancéolés et séparément, étroitement arrondis au bout, couvrant tout l'abdomen.

3″ Macule discale du prothorax entièrement noire, très nettement limitée, ou bien cette macule (moins nettement limitée) est tout au moins d'un brun assez foncé. Dessous noirâtre.

4″ Macule discale du prothorax noire, très nettement limitée et en forme de losange. Vertex exactement derrière la marge antérieure du corselet *étroit*, c'est-à-dire de la même largeur que le diamêtre d'un oeil. (Voir Tab. I. fig. 6.) Tête noire; vertex entre les yeux présentant ordinairement une bande étroite, claire et transversale. Les lamelles du septième tergite de l'abdomen, délimitant au milieu la partie extérieure de la glande répugnative, touchant en avant

l'apex du septième tergite que très étroitement leur apices, qui sont en angle aigu et très nettement séparés l'un de l'autre. Glande dorsale grande et large, en demi-cercle. (Tab. I. fig. 5.) Le style réduit, situé au bout de la plaque sous-génitale, est plus grand et plus large. Abdomen noir en dessous. — Cette espèce, d'origine baltique, doit être répandue partout en Tchécoslovaquie, mais dans les collections elle se trouve toujours mélangée à l'espèce suivante.

1. silvestris Poda ♂

4′ Lamelles du septième tergite, limitant la partie extérieure de la glande répugnative, touchant très largement au milieu de la partie apicale du dit tergite et à son milieu, très indistinctement séparées l'une de l'autre; glande dorsale petite, peu concave, peu profonde. (Tab. I. fig. 4.) Macule discale du prothorax moins nettement délimitée, pas entièrement noire, plutôt d'un brun châtain, plus claire, plus arrondie.

5″ Plus grand (9·5—13 *mm*). Les élytres dans le prolongement de *R* avec quelques macules petites et plus foncées. Corselet brun au milieu, parfois même plus clair, macule discale souvent très indistinctement délimitée. Vertex exactement derrière la marge antérieure du corselet *large*, c'est-à-dire distinctement plus large que le diamètre d'un oeil. Tête brune, sans bande transversale, étroite, claire et bien délimitée. Corselet plus petit et plus étroit que chez *sylvestris*. Le style réduit, au bout de la plaque sous-génitale, est plus petit et plus étroit. — Partout.

3. lapponicus L. ♂

5′ Plus petit (8·8—11 *mm*). Élytres brun jaunâtre, sans macules ou ponctuation foncées. Macule discale et brune du corselet moins foncée, plutôt d'un brun clair. Forme méridionale.

4. erythronotus var. ♂ nigricans Ramme.

3″ Macule discale du corselet brun rouge ou rouge ocré; élytres gris jaunâtre, pattes d'un brun foncé on noires.

6″ Lamelles du septième tergite, limitant l'ouverture de la glande répugnative, ne touchant que très légèrement au milieu de la partie apicale du dit tergite et, à son milieu, leur parties apicales, sont en angle aigu et très nettement séparées l'une de l'autre. Excavation de la glande répugnative grande et large, en demi-cercle et plus longue que la moitié de la longueur du tergite; cette glande est découverte, sans lamelle basale.

7″ Plus petit (12 *mm*). Élytres distinctement maculés. Abdomen noir, seule une étroite bordure latérale claire. Le vertex, exactement derrière la marge antérieure du corselet, est *étroit*, c'est-à-dire aussi large que le diamètre d'un oeil sur cet endroit. Tête noire, vertex entre les yeux avec une bande étroite et transversale, claire. Macule discale du corselet brun rougeâtre, latéralement souvent plus foncée. Bohême: Hradec Králové. Avec la forme typique.

1. silvestris var. discrepans Adel.

7′ Plus grand (13·4 *mm*). Élytres sans macules. Jaune clair avec une légère teinte rougeâtre. Plaque sous-génitale et les bords des tergites d'un brun plus clair. Coloration discale du corselet subéffacée et assez indistincte, composée généralement d'une bande derrière le milieu, couleur d'ivoire, cette macule étant anguleusement bifurquée en arrière; disque de corselet parfois latéralement fortement foncé. Moravie? Slovaquie? **2. lucidus Hagenb. ♂**

6′ Lamelles du septième tergite, limitant l'ouverture de la glande répugnative, touchant très largement au milieu de la partie apicale dudit tergite et à son milieu, très indistinctement séparées l'une de l'autre; glande dorsale petite, peu concave, peu profonde, ne dépassant pas la moitié de la longueur de ce tergite; cette glande pourvue dessus, sur la base de l'excavation, d'une petite lamelle basale et protectrice. Vertex derrière la marge antérieure du corselet large, c'est-à-dire plus large que le diamètre d'un oeil sur cet endroit.

8″ Disque du corselet brun d'ambre allant jusqu'au jaune ocré, unicolore. Abdomen noir en dessous, pattes brunes ou noires. Forme méridionale. Vraisemblablement une race de *lapponicus* L. Moravie? Slovaquie? Russie Carpathique? **4. erythronotus Burr. ♂**

8′ Disque du corselet brunâtre ou brun jaunâtre; tête brune, sans bande transversale, étroite et claire, bien délimitée. Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. **3. lapponicus f. pallens Steph. ♂**

2′ ♀♀. Élytres plus ou moins raccourcis, relativement plus larges, très rarement couvrant entièrement l'abdomen ou bien le dépassant.

9‴ Élytres d'une longueur relativement très grande, sans maculation, dépassant l'abdomen. Disque du corselet brun jaunâtre. Abdomen noir en dessous, avec, de part et d'autre, des macules latérales, étroitement jointes sur la marge postérieure, d'un jaune clair et très nettement délimité. Pattes jaune assez foncé. Oothèque glabre. Forme méridionale. 7·3—9·2 *mm*. Moravie? Slovaquie? Russie Carpathique? **4. erythronotus Burr ♀**

9″ Élytres atteignant l'apex de l'abdomen, ne le dépassant jamais. Les autres caractères comme chez 9‴. **4. erythronotus Burr. ♀ var.**

9′ Élytres plus courts que l'abdomen, les derniers 2—3 tergites libres, découverts; élytres atteignant très rarement le bout de l'abdomen.

10″ Veine radiale des élytres de la même couleur claire que l'autre surface. Élytres dans la partie postérieure avec quelques petites macules plus foncées. Tête unicolore, jaune rouge, sans bande claire transversale sur le vertex. Élytres plus longs, couvrant parfois presqu' entierèment l'abdomen, plus étroits et plus longs, en général plus clairs, jaune paille; prothorax portant au milieu une macule discale large et arrondie d'un brun ocrée, jaune sale, allant jusqu'au brun foncé; cette macule étant, parfois, à peine plus foncée que la marge

transparente du corselet. Prothorax relativement petit. Oothèque glabre.

11″ Élytres plus courts, de deux à quatre tergites de l'abdomen découverts. Partout. **3. lapponicus Linné ♀**

11′ Élytres plus longs, couvrant la majeure partie de l'abdomen. Très rarement avec la forme typique. **3. lapponnicus Linné var. ♀ a.**

10′ Veine radiale obscure, élytres plus courts, un plus grand nombre de tergites étant découvert; élytres fortement arrondis postérieurement et extérieurement, plus foncés. Macule discale du corselet en losange arrondi

12″ Plus petit (7·8—8·6 *mm*), élytres plus courts (3·9—4·2 *mm*). Cerques beaucoup plus courts. Tête brun foncé allant jusqu'au noir. Vertex exactement derrière la marge antérieure du corselet avec une bande étroite, transversale et claire. Macules triangulaires sur les bords des sternites se réunissant très souvent avec la bordure latérale claire.

13″ Disque du prothorax avec une macule noire, très précisément délimitée. Les tergites découverts sont noirs, étroitement bordés de clair, les avant-derniers tergites rarement avec quelques macules claires, petites et rares. Oothèque fortement striée. Partout, commun.

1. sylvestris Poda. ♂

13′ Disque du prothorax avec une macule fine, rousse ou brun clair orangé. Les tergites découverts de l'abdomen sont clairs, ornés de macules foncées. Bohême: Králové Hradec. Vraisemblablement partout avec la forme typique, mais plus rare.

1. sylvestris var. discrepans Adel. ♀

12′ Plus grand (9—9·8 *mm*), avec les élytres plus longs (5·4—6·1 *mm*). Cerques bruns, en dessus avec une ligne médiane obscure, presque deux fois plus grands que chez *sylvestris*. Plaque sous-génitale, à l'exception de deux petites macules ponctiformes près de la marge postérieure, unicolore, brun clair. Élytres généralement immaculés, aussi longs que les trois quarts du prothorax et de l'abdomen réunis. Les ailes de la même longueur que les élytres. Abdomen noir en dessus, marge postérieure de chaque tergite à bordure claire; latéralement, sur chaque sternite sont situées des macules brunes et arrondies, séparées de la bordure latérale claire, rarement largement réunies avec elle — mais portant sur les avant-derniers segments quelques macules (3) obscures et distinctes, ces segments étant clairs; abdomen plus clair vers le bout en dessous. Pattes brun clair. Prothorax avec une macule jaune roux en losange, latéralement à bordure couleur d'ivoire, marge régulière du prothorax étroite. Ornementation du milieu de la macule discale plus ou moins indistincte, formée d'une ligne médiane plus claire, anguleusement furquée en arrière — les angles postérieurs de la macule discale souvent plus ou moins foncés, brun noirâtre. — Moravie? Slovaquie? **2. lucidus Hagenb. ♀**

1′ Plus petit, plus étroit; prothorax au milieu sans macule obscure; jaune clair, bordure extérieure transparente et claire. Élytres clairs.

14″ Front unicolore. Vertex large, exactement derrière la marge antérieure du corselet distinctement plus large que le diamètre *) d'oeil. Tête jaune, sans bandes transversales, sans maculation. Espèce assez robuste, mais assez étroite. Prothorax assez étroit, les angles postérieurs étroitement arrondis. Troisième article des antennes distinctement plus long que l'article précédent. Les marges du prothorax et des élytres plus claires, transparentes; le reste du corps couleur de succin mat. Les ailes ♂ ♀ entièrement développées. Élytres ♂ ♀ couvrant entièrement l'abdomen. Oothèque ♀ entièrement glabre, brune, d'apparence ponctueuse, peu luisante.

15″ Petit; les ailes sont étroites et assez aiguës. Élytres sans macules petites, plus foncées (♂♂). L'ouverture de la glande répugnatoire peu concave (chez exemplairs desséchés) glabre, sans lamelles basales, délimitée, en arrière, en angle aigu — ces arêtes étant subélevées en côtes.

16″ Plus petit (8·1—10·1 *mm*). Abdomen en dessous entièrement clair, sans macules. — D'après l'indication très douteuse de Krejčí en Bohême: Krkonoše. **5. lividus F. ♂**

16′ Plus grand (10—11·1 *mm*). Abdomen en dessous clair, latéralement avec deux séries longitudinales de macules plus obscures. Forme méridionale, absente en Tchécoslovaquie.

5. lividus f. Chopardi Adel. ♂

15′ Plus grand, presque aussi grand que *lapponicus* ♀, assez étroit; élytres dépassant l'abdomen, arrondis en angle subaigu. Tergites avec bandes plus foncées, visibles même quand les élytres sont fermés. ♀ ♀.

17″ Élytres immaculés ou avec une ponctuation dense, un peu plus foncée que l'autre surface. Sternites immaculés, entièrement clairs. — Bohême? (Krkonoše — Krejčí). **5. lividus F. ♀**

17′ Élytres avec quelques macules isolées et petites, brunes. Sternites avec deux séries de macules brunes et plus foncées. Forme méridionale. – Manque en Tchécoslovaquie. **5. lividus f. Chopardi Adel. ♀**

14′ Front brun, vertex derrière la marge antérieure du corselet avec une bande large, transversale et claire; vertex étroit, derrière la marge antérieure du corselet à peine plus large que le diamètre d'un oeil sur cet endroit. Oothèque ♀ fortement striée longitudinalement.

18″ D'un gris jaune clair; élytres rarement parsemés d'une ponctuation très subtile et plus foncée.

19″ Élytres plus longs, plus étroits. Excavation de la glande répugnative en ovale transverse, avec, sur la marge basale, l'appendix protectif

---

*) Visible de dessus.

basal bien développé, en forme d'une lamelle bilobée. — Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie, quoique bien possible.

6. Panzeri Steph. ♂

19′ Élytres raccourcis, coupés en travers et en ligne droite en arrière.

6. Panzeri Steph. ♀

18′ D'un gris jaunâtre clair et uniforme, sans macules plus foncées. — Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. **6. Panzeri var. concolor Serv.**

II. Phyllodromiidae Br.

3. Phyllodromia Serv.

1. *Germanica* L.

Seule espèce de ce genre en Tchécoslovaquie. Dans les maisons etc. dans les villes.

III. Blattidae Kirby.

4. Periplaneta Burm.

1″ Élytres avec une bande longitudinale humérale jaune. Prothorax obscur, presque noir, latéralement (à une certaine distance du bord) bordé d'une bande circulaire jaune et claire, bien delimitée. Plus petit. — Vraisemblablement partout dans les grandes villes, dans les serres, mais très rare. Importé. **Australasiae Fab.**

1′ Élytres unicolores, brun obscur; prothorax brun, avec une bordure semblable à celle du précédent, mais cette bande subeffacée et mal délimitée. Plus grand. — Importé à Prague: dans les serres de l'université allemande. **Americana L.**

Une troisième espéce, importée dans quelques villes d'Europe centrale, mais pas encore trouvée en Tchécoslovaque est *P. brunnea* Burm.

5. Blatta L.

Une seule espèce:

1. *Orientalis* L.

Depuis deux cents années introduite dans l'Europe centrale.

* * *

Outre les espèces citées, on dit que les espèces suivantes sont importées et trouvées accidentellement dans les villes de l'Europe centrale et leur apparition est donc aussi possible en Tchécoslovaquie: *Leucophaea surinamensis* L., *Panchlora exoleta* Burm., *Rhypharobia maderae* F., *Nauphoëta cinerea* Oliv. (tous appartenant à la famille de **Panchloridae**). *Blabera Atropos* Stoll., *B. postica* Er., *B. gigantea* L.; *Byrsotria Thunbergi* Guér.

(Blaberidae); *Brachycola tuberculata* Dalm. **(Perisphaeriidae),** *Dorylaea rhombifolia* Stoll **(Blattidae).**

b. Mantodea.

Une seule famille (Mantidae Kirby), un seul genre (*Mantis* L.) et une seule espèce (*M. religiosa* L.) se trouve en Tchécoslovaquie: Moravie (Brno, Rohatec, Lednice, Hodonín) Slovaquie, Russie Sous-carpathique. Elle n'est pas rare dans ce dernier pays, notamment dans les endroits mieux ensoleillés et plus chaudes.

B. Euorthoptera Burr.

A. Ensifera Chopard.

α. Locustodea Brunner.

Révision des espèces et des genres:

1″ Les trois paires de tibias munies sur la marge inférieure et intérieure, ainsi que les trois paires de fémurs, d'une série da dents fortes, spini-

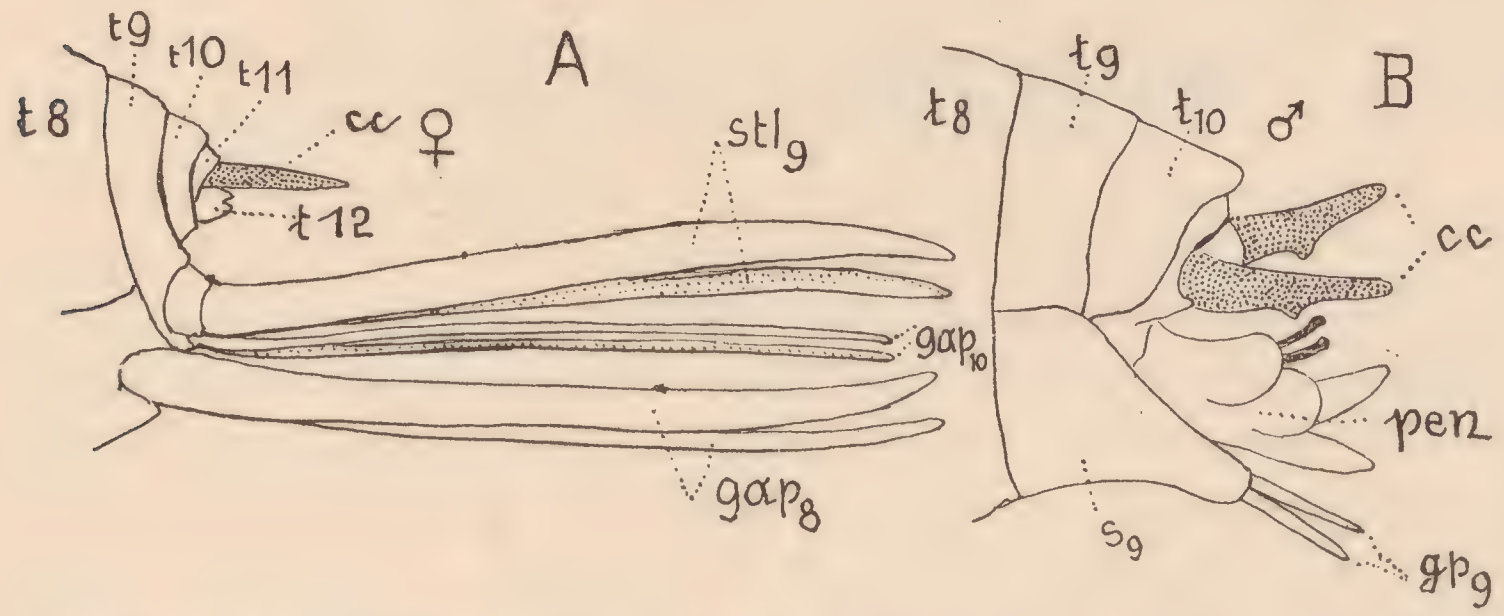


Fig. 4. L'apex de l'abdomen d'une *Locusta*. (A = ♀, B = ♂) $t_8 - t_{12}$ = les tergites; *cc* = les cerques; gap_8 = gonapophyses du tergite huitième etc.; stl_9 = styles du neuvième segment; *gp* = gonopodes (styles); *pen* = penis. (D'après H a n d l i r s c h, un peu changé.)

formes, très fortes, de longueur égale. Les antennes placées très en avant, leur bases situées entre les yeux. Fémurs postérieurs allongés, à peine renflés, pattes postérieures à peine adaptées au saut. ♀ sans ailes, ♂ avec des ailes fortement réduites. Espèces de très grande taille.

I. Sagidae Brunn.

Tibias antérieurs simples au bout, sans épine extérieure. Corps très allongé, oviscapte ♀ finement dentelé au bout. Organe tympanique des tibias antérieurs en forme de deux fentes courtes. Marge latérale du corselet presque droite, aux angles antérieurs et postérieurs aigus

1. Saga Charp.

1′ Fémurs simples, sans double série de dents spiniformes — tout au plus la paire postérieure (et alors seulement sur la partie intérieure) avec une série d'épines petites et faibles; fémurs postérieurs toujours renflés dans la partie proximale, les pattes postérieures adaptées au saut. Marge latérale du corselet plus ou moins inégale, en ligne courbée,

subarquée ou lobée, très rarement presque droite, mais alors les angles postérieurs et antérieurs arrondis.

2″ Les cinq terrgites de l'abdomen presque de la même longueur; pronotum separé distinctement de l'abdomen. Tibias antérieurs dans la partie basale et extérieure avec un organe tympanique. Palpes de cinq articles. Cerques courts, inflexibles, à pubescence légère, plus distincte dans la partie apicale. Les ailes des ♂ toujours présentes, quoique parfois fortement réduites, transformées en organe tympanique. Tarses toujours plus ou moins fortement subdéprimés.

3″ Organe tympanique de la base des tibias antérieurs en forme de deux petites fenêtres ovales et arrondies. Épination apicale des tibias postérieurs complête (l'épine extéro-supérieure présente).

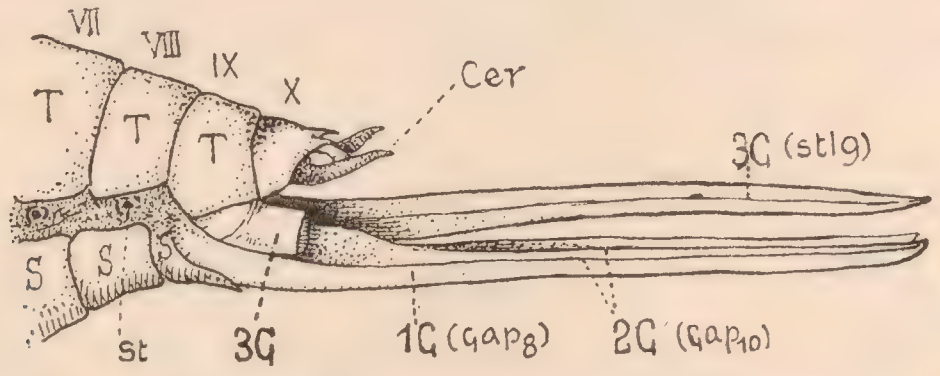


Fig. 5. L'oviscapte d'une Locuste (Conocephalus); VII—X = les tergites; *cer* = les cerques; *st* = l'ouverture stigmatique; 1 *G* = les valves ventrales; 2 *G* = les valves intérieures; 3 *G* = les valves dorsales de l'oviscapte (valve dorsale gauche est coupée près de la base). Voir fig. 4! — D'après S n o d g r a s s copié de I m m s, légèrement changé.

4″ Les deux articles des tarses à convexité normale, sans impression latérale longitudinale. Ailes raccourscies ou bien les ailes inférieures plus longues que les élytres, les dépassant postérieurement. Oviscapte sur la partie apicale avec une denticulation plus on moins distincte sur la partie inférieure et supérieure. **II. Phaneropteridae Brunn.**

5″ Les deux paires d'ailes raccourcies, inhabiles au vol, couvertes plus ou moins fortement par la partie basale du prothorax. Marge latérale du prothorax arrondie ou presque droite, sa marge postérieure simplement subélevée en collier de cheval, faisant une petite cavité pour les organes du vol. L'oviscapte sur l'arête supérieure et inférieure parsemé de denticules aigus et petits.

6″ La saillie subarrondie du vertex, située entre les bases des antennes, est beaucoup plus large que l'article basal des antennes. Forme robuste et grande. L'oviscapte ♀ presque de la même longueur que l'abdomen; partie apicale de l'oviscapte aux denticulations aigues et fortes. Plaque sous-génitale ♂ très grande, plus longue que les cerques. Prothorax avant le milieu à dépression irrégulière transversale. Mesosternum et métasternum avec deux lobes subélevés subdéprimés, arrondis. Les antennes un peu plus courtes que la longueur du corps.

2. Orphania Fisch.

6″ La saillie subarondie du vertex, située entre les bases des antennes, est plus étroite, à peu près aussi large que l'article basal des antennes; pourvue, régulièrement, au milieu, d'une impression étroite et courte. L'oviscapte ♀ beaucoup plus court que l'abdomen. Les antennes plus longues que le corps. Espèces de taille assez petite.

7″ Un sillon transversal, peu marqué, situé avant le milieu du prothorax. Les élytres ♂ ♀ dépassant très faiblement la marge postérieure du corselet. L'oviscapte ♀ derrière le milieu de la longueur, courbé en haut; partie apicale sur l'arête supérieure et inférieure à denticulation fine. Cerques ♂ simplement courbés. Méso- et métasternum transversaux, échancrés largement et peu profondément en arrière. Les hanches antérieures à l'épine nulle, simples. Marge latérale du prothorax légèrement arrondie en ligne courbée et symétrique.

3. Poecilimon Fisch.

7′ Les élytres dépassant au moins de la moitié de leur longueur la partie basale du corselet des ♂♂ (chez les ♀♀ ils sont, parfois, très réduits). Sillon transversal et postérieur peu distinct du prothorax situé derrière le milieu.

8″ Marge latérale du corselet plus fortement arrondie. L'oviscapte ♀ muni, dans la partie apicale de denticules plus forts et plus grands, moins denses. La plaque sous-génitale ♂, comparée à la longueur des cerques, est courte, peu apparente, à peine atténuée postérieurement. L'oviscapte plus long et plus étroit, à l'arête intérieure droite jusque presque derrière la moitié de la longueur, l'arête supérieure échancrée en arc peu convexe. L'oviscapte subémoussé au bout.

9″ Prothorax plus grand; marge latérale du prothorax plus faiblement arrondie; la plus grande largeur du prothorax (vu do côté) située un peu avant le milieu de la longueur. Prothorax large, au milieu simplement, subcylindriquement convexe, sans bandes latérales claires. Vertex court et faiblement convexe, les tempes (= partie de la tête derrière l'oeil, entre l'oeil et la marge antérieure du corselet) presque aussi longues que la largeur (= le court diamètre) d'un oeil. Tête fortement enfoncée dans le corselet. L'oviscapte plus court, plus large, plus robuste. Cerques ♂ droits et courbés dans la partie apicale. Nervation des ailes, surtout leur veine anale élevée, plus distincte.

4. Isophya Br.

9′ Prothorax plus petit; marge latérale du corselet plus fortement arrondie en ligne plus régulière. La plus grande largeur du prothorax (vu de côté) située au milieu; partie discale supérieure du prothorax (vu de côté) distinctement, largement, peu profondément excavée; prothorax orné de trois bandes longitudinales et claires. Tête distinctement plus large que la marge antérieure du prothorax, faiblement enfoncée dans ce dernier, vertex fortement convexe, long, les tempes longues, c'est-à-dire à peu près deux fois plus longues que la largeur d'un oeil. L'ovis-

capte plus étroit, plus long, plus grêle; cerques ♂ fortement courbés et croisés derrière la plaque sous-génitale, qui est courbée en haut. Les ailes sans nervation plus apparente, à rugosité subégale.

5. Barbitistes Charp.

8′ Marge latérale du corselet plus faiblement arrondie ou presque droite. L'oviscapte ♀ à denticulation très dense et très fine, subtile, parfois assez indistincte, dans la partie apicale. Plaque sous-génitale, comparée à la longueur des cerques, est plus allongée, plus longue, atténuée postérieurement, échancrée au bout. L'oviscapte court, mais large, en forme de faucille, l'arête inférieure courbée en arc, l'arête supérieure courbée dans la partie basale et presque droite dans la partie postérieure; l'apex de l'oviscapte en angle aigu. Vertex assez convexe, assez long, tête assez faiblement enfoncée dans le prothorax; tempes distinctement plus longues que le diamètre d'un oeil. Cerques ♂ courts et presque droits, non croisés.*) **6. Leptophyes Fieb.**

6′ Les deux paires d'ailes entièrement développées. Les ailes inférieures dépassent postérieurement fortement (environ d'un tiers) les élytres. Prothorax, vu de côté, avec marge latérale fortement arrondie en arc antérieurement et postérieurement jusqu'au tiers basal, formant dans le tiers basal un angle échancré aigu, séparant la partie basale, préelaire et arrondie du corselet de la partie déclive latérale. Les tempes plus courtes que le diamètre d'un oeil. L'oviscapte court, à arête inférieure très fortement arrondie; subarrondi et atténué vers le bout, les arêtes supérieure et inférieure ornées d'une denticulation dense, fine, subtile, mais émoussée. **7. Phaneroptera Serv.**

4′ Les deux articles basals des tarses avec une impression latérale et longitudinale. Les deux paires d'ailes bien développées;**) les ailes inférieures entièrement couvertes par les élytres. L' oviscapte à l'arête inférieure et supérieure sans aucune denticulation distincte, glabre. Élytres ♂ sans organe tympanique. **II. Meconemidae Burm.**

Cerques ♂ longs, simplement croisés en arc, plaque sous-génitale courte. L'oviscapte un peu courbé, de la même longueur que l'abdomen, en forme de sabre, aigu au bout. **8. Meconema Serv.**

3′ L'organe tympanique de la partie basale des tibias antérieurs en forme de deux fentes allongées.

10″ L'apex des tibias postérieurs à l'épination complète, c'est-à-dire au moins deux épines en dessus et deux épines en dessous au sommet du tibia. L'épine extéro-supérieure toujours présente. Tibias postérieurs au bout, en dessous, avec quatre épines terminales, dont les deux extérieures sont plus longues et les deux intérieures plus courtes

---

*) Voir aussi le genre *Poecilimon!*

**) Chez une espèce méridionale, *M. brevipennis* Yersin, les élytres sont réduits et les ailes inférieures manquent complêtement.

(*Copiphoridae* et *Conocephalidae*) ou bien ces épines sont courtes et rapprochées (*Locustidae, Decticidae*).

11″ Tibas antérieurs au bout, dans la partie supérieure et externe, sans épine latérale et apicale; l'oviscapte au moins aussi long que l'abdomen.

12″ Saillie subarrondie du vertex grande, plus grande, plus large et plus longue que l'article basal des antennes, avancée en avant et en forme de mufle. Fémurs postérieurs avec une double série d'épines peu apparentes, fines, éparses. **IV. Copiphoridae Chop.**

Prothorax avec un sillon profond et anguleux latéral, situé dans le tiers basal. Les ailes atteignent le bout de l'oviscapte.

9. Homorocoryphus Karny.

12′ Saillie subarrondie du vertex étroite, rostriforme. L'article basal des antennes grand, deux fois plus large que la saillie verticale et plus avancée antérieurement que cette saillie. Fémurs postérieurs sans épines, à pilosité fine, courte, éparse, sériale.

V. Conocephalidae Brunn.

Ligne de la marge latérale du prothorax, vue de coté, courbée dans le quart basal. L'oviscapte ♀ long, droit, en forme de sabre, plus long que l'abdomen. **10. Xiphidium Serv.**

11′ Tibias antérieurs au bout, dans la partie supérieure et externe, avec une êpine latérale et terminale; cette épine généralement de la même grandeur et forme que les épines, bordant intérieurement le tibia.

13″ L'article basal des tarses postérieurs simple, sans appendicitées étroites et lobiformes en dessous. **VI. Locustidae Brunn.**

14″ Les elytres et les ailes entièrement développées, couvrant entièrement ou presque entièrement l'abdomen. Prothorax régulièrement convexe en travers en ligne subarrondie; marge postérieure lisse. Taille plus grêle, plus allongée. **11. Locusta De Geer.**

14′ Aptère (♀) ou avec les organes du vol fortement réduits (♂). Prothorax fortement déprimé sur le disque, partie latérale, declive, faisant presque un angle de 90⁰ avec la partie discale, qui est séparée de la partie latérale par une élévation longitudinale subcaréniforme et denticulée. Marge basale du corselet arrondie et ornée de grandes dents aiguës, subélevée en forme de collier de cheval. Corps trapu et court. **12. Onconotus Fisch.**

13′ L'article basal des tarses postérieurs avec une plantule libre en dessous. **VII. Decticidae Brunn.**

15″ Saillie du vertex fortement atténuée en avant — cette partie la plus étroite de la saillie du vertex beaucoup plus étroite que l'article basal et dilaté des antennes. Prothorax sans carinule elevée au milieu. L'oviscapte ♀ presque droit, en forme de sabre, l'arête supérieure obliquement coupée en dessous au bout. Les plantules des articles basals des tarses postérieurs sont plus longues que la moitié de la longueur de ces articles. **13. Gampsocleis Fieb.**

15′ La saillie du vertex dans sa partie la plus etroite et distinctement plus large que l'article basal des antennes. L'oviscapte régulièrement courbé en haut en forme de sabre; l'arête inférieure obliquée en haut au bout ou bien subarrondie.

16″ Prothorax avec une carinule médiane et longitudinale très distincte et entière. Tibias antérieurs généralement dans la partie externe avec quatre épines. Élytres régulièrement ornés, avec macules sombres caractéristiques dans le champ discoidal et le long de *M*, avec une bande claire de la partie externe de *Sc*.*) Taille grande et robuste.

14. Decticus Serv.

16′ Prothorax sans carinule médiane ou avec cette carinule mais distincte seulement dans la partie postérieure du prothorax. Les tibias antérieurs sur la partie externe avec trois épines. Plus petit, plus étroit, élytres entièrement développés, réduits ou en forme d'écailles vésiculeuses.

17″ Une carinule assez indistincte, longitudinale, au moitié postérieure, de la longueur du corselet. Les élytres entièrement développés ou raccourcis toujours à nervation complète, couvrant en forme de toit au moins une partie de l'abdomen. Partie médiane du prothorax légèrement deprimée. Les ailes des ♂ et ♀ semblables.

15. Platycleis Fieb.

17′ Pas de trace d'une carinule longitudinale au prothorax, qui est régulièrement convexe sur le disque. Les ailes fortement réduites, plus ou moins fortement couvertes par le lobe médian et basal du pronotum, en forme de squamules arrondies et vésiculeuses. Les ailes des ♂ plus distinctement développées, chez les ♀ elles sont rudimentaires et presque entièrement couvertes par le prothorax.

16. Thamnotrizon Fisch.

10′ L'apex des tibias postérieurs sur la bord externe sans épine supérieure et terminale. L'apex des tibias antérieurs sur la marge extéro-supérieure avec une épine. Prothorax fortement élevé en arrière en forme de selle, couvrant la majeure partie des élytres, qui sont de la même forme chez les deux sexes, squamiformes.

VIII. Ephippigeridae Brunn.

Yeux petits, fortement convexes; les antennes insérées sur la marge inférieure des yeux. Corselet fortement déprimé transversalement.

17. Ephippigera Latr.

2′ Les deux tergites antérieurs plus grands et plus longs que les autres. antérieurs Les pro-, méso- et métathorax ressemblent beaucoup par la forme aux segments abdominaux. Organes tympaniques absents. Palpes de cinq ou six articles. Cerques flexibles, longs, aux poils longs.

---

*) A l'exception de quelques rares variétés, comme *D. verrucivorus v. unicolor Puschnigg*, qui est d'un vert uniforme et qui ressemble beaucoup à une *Locusta*.

Organes du vol absents. Tarses grêles, allongés, longs, parallèles, comprimés de deux côtés. Les pattes et les antennes très longues.

XI. Stenopelmatidae Brunn.

18″ Fémurs antérieurs au sommet, avant l'insertion des tibias, avec une longue épine extèrne. Fémurs intermédiairs avec deux épines à cet endroit: l'une externe, l'autre interne. Tibias postérieurs sur la marge supérieure avec deux lignes de petites épines – chaque groupé de 4—5 épines courtes etant suivi par une épine de même forme, mais plus longue et plus forte. Palpes de cinq articles. Les quatre épines inférieures sur le bout des tibias postérieurs sont longues. Toute la surface à pilosité fine, couchée et dense. Dans les serres.

18. Tachycines Adel.

18′ Fémurs sans épines au bout; chaque groupe de 4—5 épines courtes sur la marge externe des tibias postérieurs étant suivi par une épine plus forte. Palpes de six articles. Les quatre épines inférieures sur l'apex des tibias postérieurs plus courtes. Surface glabre. Habitants des grottes calcaires.

19. Troglophilus Krauss.

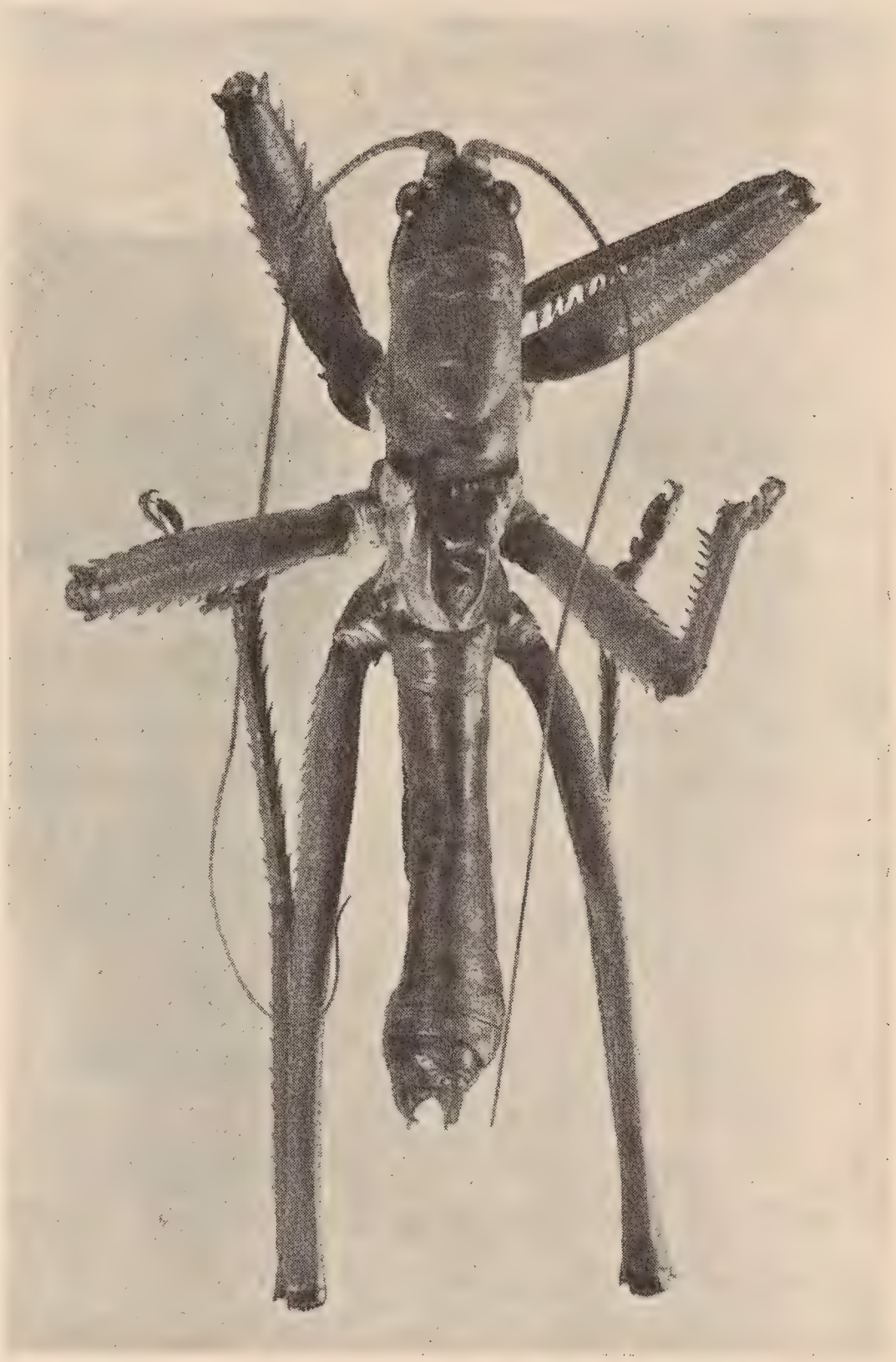


Fig. 6. *Saga serrata* Fabr. ♂ Légèrement grandi. Phot. Dr. F. G. Rambousek d'après un éxemplaire du Muséum National.

I. Sagidae Charp.

1. Saga Charp.

1. *serrata F.* (fig. 6.) — Cette espèce a été trouvée en quelques exemplairs en Moravie mér. (environs de Znojmo). Les mâles sont extrêmement rares. Un de ces derniers, provenant de la coll. Nickerl du Muséum National de Prague, et reproduit dans la fig. 6.

II. Phaneropteridae Brunn.

2. Orphania Fisch.

Une seule espèce:

1. denticauda Charp. tab. I, 12, 27, 40, Tab. IV, 169. — se trouve en Bohême (Environs de Turnov) et en Slovaquie.

3. Poecilimon Fisch.

Tableau des espèces.

1″ Fémurs postérieurs sans épines ou, seulement, en dessous, de part et d'autre, avec une ou deux épines. Pattes postérieures unicolores. Lobe latéral du prothorax ♂ ♀ régulièrement arrondi en avant, au-dessus des hauches antérieures. Plaque sousgénitale ♀ en triangle. Les antennes annelées de noir.

2″ Cerques ♂♂ et régulièrement et plus faiblement courbés. Plaque sous-génitale est assez applatie, légèrement subéchancrée en triangle au bout. Prothorax légèrement convexe en arrière, légèrement subélargi, chez la ♀ régulièrement arrondi en arrière. Élytres ♀ dépassant légèrement la marge basale du corselet. Jaune orangé, souvent à maculation noire; élytres ♂ avec une macule noire et grande. ♂ 18, ♀ 20 *mm*. L'oviscapte ♀ 8 *mm*. Espèce plus grande. Pas encore constatée en Tchécoslovaquie, on la trouve dans les pays voisins (Hong. Tr. Serb. Bulg. Bosn. Rouman.) **1. thoracicus Fieb.**

2′ Cerques ♂ ♂ subélargis au bout, depuis le milieu subélargis en grappin. Vert ou vert jaunâtre, densément ponctué. Prothorax roux, régutièrement, de part et d'autre, latéralement, avec une bande longiludinale jaune, très claire. L'oviscapte ♀ 7 *mm*. Espèces plus petites.

3″ Cerques ♂ ♂ courbés en forme des cornes de chamois, partie apicale aigue assez courte. Plaque sous-génitale au milieu avec une carinule longitudinale, arrondie au bout ♂ ou subéchancrée à cet endroit (♂). Lobe latéral du prothorax régulièrement arrondi en arrière. Élytres ♂ noirs en dessus et en arrière, avec une bordure latérale jaune et claire. ♂ 13, ♀ 16 *mm*. Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie, quoique très possible en Russie Subcarpathique (Hong. Transsylv., Serb., Rouman.). **2. Brunneri Friw.**

3′ Cerques ♂ ♂ à courbure moindre, leur partie aigue apicale plus longue. Plaque sous-génitale sans carinule longitudinale médiane, coupée au bout (♂) ou en triangle (♀). Lobe latéral du prothorax coupé en arrière en ligne droite et oblique. Élytres ♂ avec une maculation noire. ♂ 14, ♂ 15 *mm*. Pas encore constaté en Tchécoslovaquie. Vraisemblablement en Russie Subcarpathique. (Hong. Trans., Serb., Bulg. Rouman. Russie m). **3. Fussi Br.**

1′ Fémurs postérieurs de part et d'autre avec plusieures épines. Les antennes unicolores, vertes.

4″ Prothorax postérieurement avec une carinule médiane longitudinale faible, mais distincte; marge basale du prothorax brune, sans bandes latérales. L'oviscapte ♀ plus court, environ 10 *mm*, au plus de moitié plus long que la longueur du prothorax. Vert sale, souvent à ponctuation brun roux. Cerques ♂ droits, courbés au bout, pointus. Plaque sous-génitale ♂ avec une carinule médiane longitudinale, à echaucrure postérieure en triangle obtus. L'oviscapte à courbure normale. ♂ 18, ♀ 19 *mm*. Pas encore constaté chez nous. Vraisemblable dans la Slovaquie et dans la Russie Subcarpathique. (Tirol, Croat. Hu. Transsylv. Trsc. As. M.) **4. Schmidti Fieb.**

4′ Prothorax postérieurement sans carinule médiane, de part et d'autre, latéralement, avec une bande longitudinale obscure. L'oviscapte ♀ plus long, environ 12—14 *mm*, deux fois aussi long que le prothorax. Vert, tête et prothorax souvent ornés de mouchetures rougeâtres. Cerques ♂ fortement courbés déjà depuis le milieu, graduellement atténués vers le bout. Plaque sous-génitale ♂ légèrement èchancrée en arrière. L'oviscapte courbé depuis le tiers apical. ♂ 24, ♀ 25 *mm*. Pas encore constaté, quoique bien possible en Slovaquie et en Russie Subcarpathique. Il est connu en Hongrie*), Transsylvanie et Serbie. **5. affinis Friw.**

4. Isophya Br.

Tableau des espèces.

1″ L'oviscapte long (14—17 *mm*), plus de deux fois plus long que le prothorax (2½—3 fois plus long) — à courbure moindre. Cerques ♂ courbés en demi-cercle, densément pubescents, émoussés au bout. Espèces vertes. Plaque sous-génitale ♀ pointue, en triangle. Prothorax, vu de côte, droit en dessus.

2″ Saillie frontale, située entre les antennes, subélargie au bout, presque aussi large que l'article basal des antennes. Marge postérieure du prothorax ♂ presque deux fois plus large que la marge antérieure. Cerques ♂ courbés jusque vers le bout. L'angle intérieur de l'élytre gauche ♂ en angle aigu. Prothorax ♂ fortement dilaté au bout. Élytres ♂♀ un peu plus courts que le prothorax, chez ♀ atteignant à peine la moitié de la longueur du prothorax. Plaque sous-génitale ♂ avec une carinule médiane. Moravie. Vraisemblablement même en Slovaquie et en Russie Subcarpathique. **1. costata Br.**

---

*) Les indications de *Brunner* „Hongrie" se rapportent à l'ancien territoire de la Hongrie — il est alors toujours possible, qu'il y soit compris quelque localité de la Slovaquie et de la Russie Subcarpathique, appartenant depuis la revolution à la république Tchécoslovaque.

2′ Saillie frontale, située entre les antennes plus étroite que l'article basal des antennes. Plaque sous-génitale ♂ fortement échancrée au bout. Prothorax presque de la même largeur en avant et en arrière. L'angle interne de l'élytre gauche ♂ en angle obtus; élytres ♂ plus longs que le prothorax. Oviscapte presque trois fois plus long que le prothorax. Cerques ♂ courbés en demi-cercle. Prothorax légèrement subélargi en arrière, coupé droit, de part et d'autre latéralement avec une bande longitudinale claire et une autre bande rouge parallèle. Élytres ♀ en quadrangle subarrondi; plaque sous-génitale ♂ sans carinule médiane. Pas encore signalée en Tchécoslovaquie; elle provient de Transsylvanie et est alors possible dans la Russie Subcarpathique. **2. modesta Fieber.**

1′ L'oviscapte plus court, à peine deux fois plus long que le prothorax fortement courbé (7—9 *mm*). Prothorax, vu de côte, légèrement subconcave en dessus; plaque sous-génitale ♀ large, arrondie ou, au milieu, avec un sommet court. Cerques ♂ à pubescencedense ou bien glabres et aux poils isolés et rares.

3″ Plaque sous-génitale ♀ brièvement pointue au bout, ♂ échancrée en demi-cercle; cerques ♂ aux poils rares et isolés ou bien glabres, distinctement pointus vers le bout. Prothorax, en arrière, avec une carinule longitudinale très faible. Oviscapte 7 *mm*. Espèce verte, aux mouchetures rouges, ou, parfois, rousse aux mouchetures noirâtres. Élytres ♂ presque deux fois plus longs que le prothorax, roux, à bordure claire, chez la ♀ de la même longueur que le prothorax. Abdomeu avec trois ou quatre séries de macules brun foncé. Pas encore trouée chez nous; elle provient de Transsylvanie et pourrait donc se trouver en Russie Subcarpathique. **3. speciosa Fieber.**

3′ Plaque sous-génitale arrondie au bout (♀), subéchancrée en ligne arrondie (♂). Élytres ♂ avec l'angle intérieur émoussé. Cerques ♂ densément pubescents, émoussés au bout.

4″ Élytres ♂ très grossièrement rugueux, n'atteiganat pas (♂) jusqu'au bout du tergite basal, roux pour le tout (♀) ou en majeure partie (♂), coupés droit au sommet chez la ♀. Prothorax de part et d'autre avec une bande rousse. Espèce rousse ou verte à ponctuation rousse. Élytres ♂ plus courts que le prothorax. Plaque sous-génitale sans carène longitudinale; oviscapte plus ourt (8 *mm*). Prothorax ♂ légèrement subétranglé au milieu. — Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. Elle se trouve en Transsylvanie et dans le pays de Marmaros et est par conséquent très vraisemblable dans la Russie Subcarpathique. **4. brevipennis Br.**

4′ Élytres finement rugueux, arrondis au bout chez la ♀, verts; chez le ♂ ils sont dans la majeure partie verts. Prothorax sans bande latérale rousse. Espèce verte, à ponctuation rougeâtre. Élytres ♂ presque aussi longs que le prothorax. Plaque sous-génitale ♂ avec une carène

longitudinale. Oviscapte plus long (9 *mm*). Prothorax à peine subétranglé au milieu. — Signalée en Bohême, Moravie, Silésie et Slovaquie. Vraisemblablement même en Russie Subcarpathique. Tab. I., 23, 28, 31, 34, tab. IV., 170. **5. camptoxipha Fieber.**

5. Barbitistes Charp.

Tableau des espèces:

1″ D'un brun noirâtre brillant, avec mouchêtures de jaune clair et de roux, rarement de vert uniforme. Tête noire avec une bande étroite et longitudinale, jaune, au milieu du vertex; cette bande se prolongeant au milieu du prothorax. Plaque sous-génitale ♂♂ avec une carène longitudinale médiane fortement élevée; elle est noire, brillante, parsemée au bout de granules subaigues, verte au bout, au milieu échancrée, avec les lobes latéraux fortement échancrés. Oviscapte plus long, noir brillant dans la partie basale, 12—14 *mm*. Les antennes aux articles basales roux, aux articles suivants noirs, avec quelques anneaux plus clairs, jaunes. — Pas encore signalé de Tchécoslovaquie. Il se trouve en Hongrie et par conséquent il est bien possible en Slovaquie et en Russie Subcarpathique. **1. Ocskayi Carp.**

1′ Vert, à ponctuation rouge brun ou rouge brunâtre, aux mouchetures jaunes. Plaque sous-génitale ♂♂ glabre au bout; carène médiane faiblement élevée. Oviscapte unicolore, plus court (10—11 *mm*). —

2″ Vert ou brun, avec macules noires, plus rarement d'un brun foncé. Une bande jaune et claire se prolonge latéralement depuis les yeux, par le prothorax jusqu'à la marge extérieure des élytres. Élytres ♂ roux, ♀ verts. Fémurs postérieurs en dessus, dans la partie basale, jaunes. L'oviscapte au plus deux fois plus long que le corselet. Marge intérieure des lobes apicaux de la plaque sous-génitale ♂ fortement échancrée en arrière. Plaque sous-génitale largement échancrée et profondément fourchée, jaune. L'arête supérieure de l'oviscapte courbée déjà depuis la base. Cerques ♂ pointus au sommet, à peine subélargis au milieu. Plus grand. Prothorax plus long. Fémurs postérieurs plus forts. — En Bohême (Krkonoše); en Slovaquie. La plupart des indications doivent se rapporter à l'espèce suivante, avec laquelle il était très souvent mélangé. **2. serricauda Fabr.**

2′ D'un brun roussâtre plus ou moins foncé à ponctuation jaune (♂) ou vert à ponctuation brune (♀). Prothorax noirâtre, brillant, latéralement avec une bande jaune, claire, longitudinale, bordée inférieurement de noirâtre, au milieu avec une étroite bande longitudinale claire. L'oviscapte environs trois fois plus long que le prothorax. Plaque sous-génitale ♂ noire, bordée de clair, aux lobes apicaux arrondis et défléchis. Cerques ♂ distinctement renflés derrière le milieu, puis fortement atténués. Plus petit. Prothorax plus court. Fémurs

postérieurs plus étroits. — Signalé en diverses localités de Bohême, Moravie, Slovaquie (Haute Tatra); les indications manquent pour la Silésie et la Russie Subcarpathique, quoiqu'il s'y trouve très vraisemblablement. Tab. I., 24, 30. Tab. IV., 159. — **3. constrictus Br.**

6. Leptophyes Fieb.

Tableau des espèces:

1′ Prothorax plus large, atteignant le bout du métanotum. Élytres ♀ presque entièrement couverts sous le prothorax, ceux de ♂ libres depuis le milieu. Vertex avec un sillon médian. L'oviscapte à peine ou très peu plus long que le pronotum.

2″ Plaque sous-génitale ♂♂ échancrée en angle au bout. Cerques ♂♂ fortement anguleux au bout. Élytres ♂♂ avec une double macule noirâtre, composée d'une veine élevée et noire, courbée e , plus extérieurement, d'une macule plus petite — chez les ♀♀ avec deux macules noires. Oviscapte plus long (8 *mm*). Sillons transversaux du prothorax subéffacés, peu distincts. D'un vert clair, sans bande latérale claire. Plus grand. ♂ 12·5—13, ♀ 16—18·5 *mm*. — Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. Très vraisemblable en Moravie et Slovaquie, parce qu'il se trouve en Hongrie et en Autriche. **1. Bosci Fieb.**

2′ Plaque sous-génitale ♂♂ échancrée en arc au bout. Cerques ♂♂ légèrement courbés au bout. Élytres ♂♂ sans macule noire, seulement latéralement avec une macule rousse, indistincte, basale — chez ♀♀ d'un vert uniforme. Oviscapte plus court (5 *mm*). — Sillons transversaux du prothorax latéralement et en arrière meiux marqués; marge inférieure du prothorax ornée d'une macule claire, se prolongeant, latéralement, jusqu'au milieu de l'abdomen. Espèce plus petite. ♂ 9—10 *mm*, ♀ 14—15 *mm*. — Bohême, Moravie, Slovaquie. Tab. I., 35. Tab. IV., 171. **2. albovittata Koll.**

1′ Prothorax plus court, n'atteignant pas le sommet du metanotum. Élytres plus longs et presque'entièrement découverts par la marge postérieure du prothorax. Prothorax de part et d'autre, latéralement, avec une bande jaune allongée; corps vert clair à ponctuation noire. Plaque sous-génitale ♂♂ coupée au sommet, subélargie postérieurement. Élytres ♂♀ verts avec une macule noire et petite, peu remarquable. Cerques ♂ fortement courbés en arc. Oviscapte environ 2½ fois plus long que le prothorax. Longueur de l'oviscapte: 7 *mm*. ♂ 11—12, ♀ 15·5—16 *mm*. — Pas encore signalé en Tchécoslovaquie, quoiqu'il se trouve en Europe centrale et du Sud-Est. Espèce automnale. Très vraisemblable dans nos régions. Tab. I., 29, 32.

3. punctatissima Bosec.

7. Phaneroptera Serv.

Une seule espèce:

1. *Falcata* Scop. (Tab. I., 41, 42. Tab. IV, 172) a été plusieurs fois trouvée en Moravie.

III. Meconemidae Burm.

8. Meconema Serv.

1. *Varium* F. (Tab. I., 33, IV, 173) —; cette seule espèce de Tchécoslovaquie est signalée dans tous les pays: Bohême, Moravie, Slovaquie et Russie Subcarpathique. Elle ne manque pas sûrement même en Silésie.

IV. Copiphoridae Chop.

9. Homorocoryphus Karny.

1. *Mandibularis* Charp. (Tab. I, 36). — Pas encore signalé en Tchécoslovaquie, mais très vraisemblable en Slovaquie et surtout dans la Russie Subcarpathique méridionale.

V. Conocephalidae Brunn.

10. Xiphidium Serv. (Tab. I, 1; fig. 5).

Tableau des espèces:

1″ Oviscapte distinctement courbé — surtout l'arête inférieure courbée. Tergite 10 ♂ fortement et étroitement échancré au bout entre deux saillies aigues. Cerques ♂ plus courts et plus forts, leur dent interne forte et en grappin,aussi longue que la partie apicale aiguë du cerque. Long. 12—15 *mm*.

2″ Les ailes et les élytres plus courts que l'abdomen. — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. **1. dorsale Latr.**

2′ Les ailes et les élytres plus longs que l'abdomen — les ailes dépassant postérieurement distinctement les élytres. Très rare. — Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. Décrit en Autriche.

1. dorsale var. Burri Ebner.

1′ Oviscapte presque droit. Cerques ♂ soit entierèment sans dent interne, soit étroits, cylindriques et leur dent interne faible et plus courte que la partie apicale aiguë du cerque. Une ligne brune, bordée de clair, sur le dos.

3″ Les élytres et les ailes raccourcis, lobiformes. Cerques ♂ sans dent interne, courbés au sommet, aigus, cylindriques. Oviscapte presque entièrement droit, long, 1½ fois plus long que le corps; les valves inférieures un peu plus courtes que les valves supérieures; longueur de l'oviscapte: 26—28 *mm*. Fémurs postérieurs sans épines. Vert jaunâtre

Long. ♂ 12·5—15, ♀ 16—17 *mm.* — Pas encore signalé en Tchécoslovaquie, mais très vraisemblable dans la Russie Subcarpathique et la Slovaquie parce qu'il se trouve en Hongrie et en Transsylvanie.

2. hastatum Charp.

3′ Les élytres et les ailes entièrement développés, dépassant un peu l'abdomen. Cerques cylindriques, plus étroits que chez le *dorsale*, leur dent interne faible et plus court que la partie apicale du cerque. Oviscapte presqu'aussi long que le corps entier, roux. Tergite 10 seulement très faiblement et indistinctement échancré ou bout. Fémurs postérieurs avec 2—4 épines. Vert clair. Longueur de l'oviscapte: 16—17 *mm.* Long.: 12—19 *mm.* — Bohême, Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. Pas encore signalé en Silésie, quoi qu'il doive s'y trouver sûrement. **3. fuscum Fabr.**

VI. Locustidae Brunn.

11. Locusta De Geer.

Révision des espèces et des variétés.

1″ Plus grand, plus robuste, les élytres dépassant fortement l'abdomen.

2″ Les ailes et les élytres presque deux fois plus longs que l'abdomen, atteignant, chez les ♀ presque le sommet de l'oviscapte. Saillie du vertex plus large, presq'aussi large que l'article basal des antennes. Les bases des épines des arêtes des fémurs postérieurs d'un vert clair, de la même coloration que le fémur. Oviscapte ♀ plus court, à peine aussi long que l'abdomen, plus court que les fémurs postérieurs. Long.: 28—35 *mm.*

3″ Élytres d'un vert clair uniforme. Répandue dans toute la Tchécoslovaquie. **1. viridissima Linné.**

3′ Au moins une partie des élytres brune. Variétés méridionales, pas encore signalées en Tchécoslovaquie.

4‴ Partie tympanale et partie postérieure (dorsale) des élytres brunes. **1. viridissima ab. a.**

4″ Corps et élytres jaunes. **1. viridissima ab. flava Nedj.**

4′ Élytres entièrement brunes. **1. viridissima ab. b.**

2′ Les élytres et les ailes ♂ $1^1/_3$ fois plus longs que l'abdomen, chez la ♀ atteignant les deux tiers de la longueur de l'oviscapte. Saillie du vertex plus étroite, distinctement plus étroite que l'article basal des antennes. Les bases des épines sur les arêtes des fémurs postérieurs noires. Oviscapte ♀ long, plus long que l'abdomen, dépassant les fémurs postérieurs. Long.: 21—38 *mm.*

5″ Vert uniforme. Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie et vraisemblablement aussi en Russie Subcarpathique, quoiqu'on ne l'y ait pas encore signalée. **2. caudata Charp.**

5′ Pattes et abdomen en dessous jaunes. **2. caudata ab. a.**

1′ Plus petit, plus court. Les élytres dépassent seulement d'un tiers l'abdomen. Oviscapte ♀ plus long que l'abdomen, droit, aussi long que les fémurs postérieurs. Les épines sur les arêtes des fémurs postérieurs d'un vert clair. Long. 21—38 *mm*.

6″ Vertuniforme. — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpatique. **3. cantans Fuessly**

6′ Au moins la partie anale (dorsale) des élytres jaune ou brunâtre.

7″ Partie dorsale des élytres, partie ventrale de l'abdomen et pattes jaunes. **3. cantans ab. a**

7′ Toutes les élytres et la majeure partie du corps jaunes. **3. cantans ab. C.**

2. Onconotus Fisch. W.

1. *Servillei* Fisch.

Cette espèce, figurée tab. IV., 160, n'a pas encore été trouvée chez nous. Elle est cependant bien possible en Slovaquie, parce qu'elle est signalée dans la voisinage de Budapest en Hongrie, ce point n'étant que peu éloigné de notre frontière méridionale. Forme des steppes.

VII. Decticidae Brunn.

13. Gampsocleis Fieb.

1. *Glabra* Herbst. —
Trouvée en Bohême. Les indications pour les autres pays manquent.

14. Decticus Serv.

Tableau des variétés et aberrations.

1″ Les carènes latérales du prothorax, séparant la partie thoracale latérale déclive, de li partie dorsale horizontale, sont légèrement courbées; marge basale du prothorax légèrement arrondie; lobes latéraux du corselet sans macule très nettement délimitée.

2″ Les élytres et les ailes longs, atteignant le sommet des fémurs postérieurs. **1. verrucivorus var. α**

2′ Les élytres et les ailes plus courts.

3″ Les élytres (notamment chez ♀) raccourcis. **1. verrucivorus var. β**

4″. Élytres à maculation obscure.

5″ Partie dorsale élytrale brune, la surface, notamment le prothorax, sans coloration verte. Prothorax brun, latéralement de la même coloration, rarement avec une macule un peu plus foncée. Tab. I., 13, 19, 20, 22, 25, 26, 51. **1. verrucivorus L. (forme typique)**

5′ Au moins une partie du corps, notamment du prothorax ou des élytres à coloration vert clair, jaune ocré, rougeâtre ou rouge-violacé.

6″ Les ailes postérieures incolores.
7″ La majeure partie de la surface à coloration jaune ocré clair et remarquable. **I. verrucivovus ab. a.**
7′ La majeure partie du corps verte.
8‴ Tête à coloration rouge violacé, trés remarquable.
I. verrucivorus ab. b.
8″ Tête jaune ou jaune verdâtre.
9″ Prothorax brun en dessus, les lobes latéraux bruns, élytres avec une teinte verdâtre. **I. verrucivorus ab. c.**
9′ Prothorax d'un vert clair sur le disque.
10″ Même les lobes latéraux du prothorax verts. **I. verrucivorus ab. d.**
10′ Au moins partie centrale des lobes latéraux du prothorax brune.
11″ Les lobes latéraux du prothorax largement bordés de vert clair en avant et en arrière. **I. verrucivorus ab. e.**
11′ Les lobes latéraux du prothorax entièrement brunâtres, sans bordure verte. **I. verrucivorus ab. f.**
8′ Tête et pattes couleur de rose allant jusqu'au rouge carmin.
I. verrucivorus ab. g.
6′ Partie antérieure (costale) des ailes postérieures jaunâtre.
I. verrucivorus var. γ
4′ Élytres à maculation nulle, brunâtres ou verts.
12″ Élytres d'un vert clair comme chez les *Locusta*.
13′ Prothorax entièrement vert. **I. verrucivorus ab. unicolor Puschnigg.**
13′ Prothorax brun latéralement. **I. verrucivorus ab. h.**
12′ Élytres brun ocré ou brun foncé, leur veines longitudinales dans la partie proximale plus foncées.
14″ Prothorax entièrement brun. **I. verrucivorus ab. i.**
14′ Au moins la partie discale du prothorax verte.
15‴ Prothorax d'un vert clair sur la disque, lobes latéraux bruns.
I. verrucivorus ab. j.
15″ Prothorax d'un vert clair sur le disque, lobes latéraux seulement au milieu avec une macule obscure et brune, bordés de vert clair en avant et en arrière. **I. verrucivorus ab. k.**
15′ Prothorax entièrement vert clair. **I. verrucivorus ab. l.**
1′ Les carenès latérales du prothorax, séparant de part et d'autre la partie déclive de la partie horizontale dorsale, sont droites, marge basale du prothorax fortement arrondie, les lobes latéraux du prothorax avec une grande macule noire, très nettement délimitée. Les élytres sont longs, plus longs que chez la forme typique. Plaque sous-génitale ♀ plus fortement echancrée au bout. Race occidentale, absente en Tchécoslovaquie.
I. verrucivorus ssp. Buyssoni Azam.

Cette espèce est commune dans toute la Tchécoslovaquie. Les variétés citées (α, β, γ) ne sont pas encore signalées en Tchécoslovaquie, sauf *var.* α,

qui se trouve en Russie Subcarpathique. Les aberrations se trouvent partout avec le type — je les possède en nombre de Bohême.

15. Platycleis Fieber.

Tableau des espèces et variétés.

1'' Cerques ♂ avec une dent interne, placée soit au milieu de la longueur, soit à la base ou dans le tiers apical de la longueur, jamais à l'extrême partie apicale. Corps brun. Plaque sous-génitale ♀ large, avec lobes latéraux arrondis ou en triangle, plus on moins fortement échancrée au bout.

2'' Dent intérieure située sur la base du cerque. Segment anal ♂♂ fortement fourché, les lobes de ce segment obtus; plaque sous-génitale ♀♀ presque sans échancrure, avec lobes en triangle; sternite précédent (septième) sans impressions et sans elevations granuliformes, à convexité normale. Les élytres n'atteignant pas le sommet des fémurs postérieurs, bien dévéloppés 14—19 *mm.* — Pas encore mentionnée en Bohême et en Moravie. Indiquée en Silésie. Elle est connue dans les environs de Budapest et par conséquent très probablement aussi en Slovaquie et dans la Russie Subcarpathique méridionales.

1. montana Koll.

2' Dent intérieure située soit au milieu ou dans le tiers postérieur de la longeur. Plaque sous-génitale ♀ distinctement échancrée au bout.

3'' Élytres toujours entièrement dévelloppés, atteignant le sommet des fémurs postérieurs, atténués vers le bout, bruns, avec une ornementation claire ou bien obscure et maculiforme. Cerques ♂♂ avec une dent au milieu de la longueur. Tête avec une macule obscure derrière l'oeil, cette macule sans bande longitudinale plus claire. Vertex sans bandes longitudinales claires ou foncées plus distinctes.

4'' Espèce plus grande. Élytres à maculation plus foncée et plus distincte. Les styles des ♂♂ environ 6—7 fois plus longs que larges à la base. Cerques ♂ avec une dent située près du milieu — partie du cerque depuis la dent interne jusque vers le sommet est environs trois fois plus longue que la longuer de la dent interne. Plaque sous-génitale ♀♀ avec un sillon médian très large; le septième sternite au milieu avec une élevation granuliforme, le sixième sternite seulement faiblement élevé au milieu, 21—25 *mm.* Tab. I., 45, 46. — Espèce meditérrannéenne, trouvée dans les environs de Vienne et existant alors probablement dans la Moravie méridionale. **2. affinis Fabr.*)**

4' Espèce plus petite. Élytres à maculation plus claire et moins distincte.**) Les styles des ♂♂ environs 4—5 fois plus Congs que larges à la

---

*) Une espèce très voisine est *P. intemedia* Serv. de la Méditérranée.

**) *Ramme* fait mention d'une aberration très rare sans aucune maculation élytrale et à la partie dorsale des élytres verdâtre.

base. Cerques ♂ avec une dent située après le milieu, plus vers le sommet; sa partie du cerque entre cette dent et le sommet est environs deux fois aussi longue que la longueur de la dent interne. Plaque sous-génitale ♀♀ avec les lobes latéraux étroits, arrondis; le septième sternite à convexité faible, simple, le sixième sternite normal.

5″ Plaque sous-génitale ♀ avec un sillon médian et étroit. 17—23 *mm*. Tab. I., 47, Partout. **grisea Fabr.***)

5′ Plaque sous-génitale ♀ sans sillon médian et étroit. Rarement avec la forme typique. **grisea F. var. a.**

3′ Élytres réduits, raccourcis, rarement entièrement développés, mais puis à consistance beaucoup plus fine, plus mince et de forme plus largement arrondie au bout. Tête avec une macule noire derrière l'oeil; au milieu de cette macule une étroite bande longitudinale et claire.

6″ Les cerques ♂♂ avec une dent située au tiers apical. Oviscapte seulement un peu plus long que le prothorax, courbé en angle arrondi dans la partie basale. Élytres sans bandes ou macules vertes dans la marge antérieure ou postérieure („costale“ ou „anale“). —

7″ Lobe latéral du prothorax seulement postérieurement à bordure claire, Élytres étroits, en forme de lancette, subaigus au bout, bruns, atteignant le cinquième tergite abdominal; partie discoidale des élytres ornée d'une bande obscure; trois ou quatre veines transversales à cet endroit sont bordées de clair. La longueur des élytres est ♂♀ 8 *mm*. Plaque sous-génitale ♀ avec un sillon longitudinal dans la partie basale; échancrure avec lobes arrondis. 13—14 *mm*. — Moravie mér.? Slovaquie mér.? **4. vitata Charp.**

7′ Lobe latéral du prothorax entièrement bordé de jaune clair; élytres plus larges, plus ovalaires. Plaque sous-génitale ♀ échancrée en angle aigu, cette échancrure grande et à l'angle intérieur subaigu; plaque sous-génitale dans la partie basale avec un sillon longitudinal. Oviscapte à courbure plus courte et plus faible. Dernier tergite au milieu à échancrure étroite, aux lobes latéraux de cette échancrure presque touchant leurs angles intérieurs aigus. Élytres d'un brun uniforme.

8‴ Élytres raccourcis (longueur des élytres: ♂ 8—10, ♀ 5—6 *mm*). 14—17 *mm*. Tab. I., 48. — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpatique. **5. Roeselii Hagenb.**

8″ Élytres assez longs, plus longs chez ♂♀ que chez la forme typique et plus courts que chez la variété suivante, à l'apex élytral atténué. Lobe latéral du prothorax clair, comme chez *bicolor* Phil. Pattes postérieures très longues. **5. Roeselii var. prisca Zacher.**

8′ Élytres entiers; longueur élytrale ♂♀ 20—23 *mm*. — Bohême. Moravie. Assez rarement avec la forme typique. **5. Roeselii var. diluta Charp.**

6′ Cerques ♂♂ avec une dent dans le milieu de la longueur. L'oviscapte

*) Une espèce très voisine est *P. intermedia* Serv. de la Méditérranée.

environs deux fois aussi long que le prothorax, regulièrement courbé en forme de sabre. Le sixième et le septième sternite à convexité subéquale. Élytres bruns, leur marge antérieure et postérieure dans la région basale avec une large bordure vert très clair, blanchâtre ou jaunâtre; rarement les élytres sont unicolores. Vertex et prothorax verdâtres au milieu, rarement brun ocré.

9'' Élytres réduits, raccourcis. 12—16 *mm*. Tab. I., 49. Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. **6. brachyptera Linné.**

9' Élytres longs, atteignant les fémurs postérieurs. — Slovaquie: Haute Tatra: Lac Štrba. **6. brachyptera var. marginata Thunb.**

1' Cerques ♂♂ avec une dent située dans l'extrême partie apicale. L'oviscapte avec arête supérieure anguleusement courbée dans la partie basale. Plaque sous-génitale ♀ échancrée en angle aigu, étroite et allongée. Corps vert, au plus un peu rougeâtre sur le dos; vertex et front d'un vert uniforme.

10'' Élytres raccourcis.*) 16—17 *mm*. Tab. I., 50. — Bohême, Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. Silésie? **7. bicolor Phil.**

10' Élytres longs, entièrement développés. Moravie.

7. bicolor var. Sieboldi Fisch.

16. Thamnotrizon Fisch.

Tableau des espèces.

1'' Élytres ♂♂ plus longs et plus grands, couvrant la majeure partie de l'abdomen en forme d'une grande vésicule squamiforme, arrondie; oviscapte long et légèrement courbé ou presque droit. Abdomen ♂ couvert par les élytres jusqu'au quatrième tergite; abdomen et fémurs postérieurs verts ou bruns. Espèces plus grandes.

2'' Vert jaune clair; vertex très large, noir brun, avec trois bandes longitudinales et étroites. Prothorax au milieu largement jaune brun ocré, latéralement, sur la courbure, avec une bande noire incomplète, située dans la prolongation d'une macule obscure et supra-oculaire de la tête. Lobe latéral du prothorax large et vert clair. Oviscapte plus long que l'abdomen et légèrement courbé, la moitié postérieure rougeâtre. Prothorax ♂ défléchi en dessus, atténué en avant, chez la ♀ de largeur subéquale et plus convexe. Élytres d'un vert sale jaunâtre et unicolore. Plaque sous-génitale ♀ sans carène longitudinale, à échancrure profonde, dont les côtés forment des lobes arrondis; chez la ♂ coupée droit postérieurement. Longueur de l'oviscapte 21 *mm* Long.: ♂ 18—23, ♀ 24—26 *mm*. Tab. II., 62.— Slovaquie, Russie Subcarpathique. **1. Friwaldzskyi Herrm.**

2' D'un brun roux ou foncé. Seulement partie plus étroite du lobe latéral

---

*) Voir aussi: *Roeselii var. prisca* Zacher.

du prothorax de couleur claire — la majeure partie de ce lobe latéral et déclive du prothorax étant obscure. Tête claire, sans bandes longitudinales plus claires. Oviscapte un peu plus long et presque droit.

3″ Abdomen et fémurs postérieurs brun rouge en dessus, vert en dessous. Lobe latéral du prothorax à bordure latérale jaune, claire et large, entière. Élytres ♀♀ invisibles, ne dépassant pas la marge basale du prothorax; élytres ♂♂ jaune roux. Cerques ♂♂ longs, avec une dent obtuse à la base, puis légèrement courbés vers le bout et étroits. Vertex seulement avec une ornementation marbrée, indistincte, brune. Plaque sous-génitale ♀ au milieu avec une carène aiguë, échancrée au bout. Longueur de l'oviscapte 23—25 *mm*. Long.: ♂ 19—23, ♀ 21—27 *mm*. Tab. I., 57. Tab. II., 63. — Russie Subcarpathique.

2. littoralis Fieber.

3′ Abbdomen et fémurs postérieurs colorés de brun en dessus, de jaune clair en dessous. Lobe latéral du prothorax seulement postérieurement à bordure large et blanche. Élytres ♀♀ distinctes, dépassant plus fortement la marge postérieure du prothorax; brun rouge (♂♀). Les cerques ♂ longs, courbés, avec une dent basale, tournée en arrière. Front jaune, avec une bande large et noire entre les yeux. Plaque sous-génitale ♀ transversale, échancrée au bout et au milieu. Longueur de l'oviscapte 22—28 *mm*. Long.: ♂ 20—24, 25—27 *mm*. Tab. I., 44, 52, 56, tab. II., 64. — Russie Subcarpathique.

3. transsylvanicus Fisch.

1′ Élytres ♂♂ plus courts, en forme de petites vesicules distinctes à la base de l'abdomen; chez les ♀♀ ils sont presque entièrement cachés sous la base du corselet. Oviscapte plus court et courbé en forme de sabre. La plupart des tergites de l'abdomen libres, sans être couverts par les élytres. Espèces de moindre taille, de couleur grise ou rouge brunâtre. Plaque sous-génitale ♀ simple, sans carènes ou élévations.

4″ Oviscapte au moins deux fois plus long que le corselet, distinctement plus long que l'abdomen. Prothorax en arrière ou sur toute la marge extérieure du lobe latéral à bordure large et claire. Macule obscure latérale du prothorax très nettement délimitée et grande. Cerques ♂♂ grêles et cylindriques, intérieurement avec une dent forte, située dans le quart ou tiers basal. Oviscapte étroit et mince; espèces plus grandes.

5″ Lobe latéral du prothorax seulement en arrière à bordure claire. La macule obscure et grande de la partie antérieure du lobe latéral du pronotum touche la marge latérale. Le front ♂♂ brun foncé, ♀♀ ocré clair, aux mouchetures sombres. Cerques ♂ renflés à la base, la dent basale située dans le quart basal de la longueur du cerque. Les élytres ♀♀ dépassent un peu latéralement. Brun rouge ou brun noirâtre; élytres ♂ jaunes, à bordure extérieure brune. Fémurs postérieurs noirs sur tout la partie externe, jaune clair en dessous. Longueur de l'oviscapte

19—21 *mm*. Long.: ♂♀ 20—24 *mm*. Tab. I., 54, 58, tab. II., 65. — Bohême; Moravie? Silésie? Slovaquie, Russie Subcarpathique.

4. apterus Fabr.

5′ Lobe latéral du prothorax à bordure latérale claire, entière, antérieurement subélargie. La macule grande et obscure de la partie antérieure du lobe latéral du prothorax ne touchant pas la marge latérale. Front marbré de brun rougeâtre. Cerques ♂♂ grêles, avec une dent dans le tiers basal de la longueur. Élytres ♀♀ entièrement couverts par le prothorax. Brun châtain, parfois de couleur brune ocrée en dessus. Élytres bruns, avec nervation plus claire. Fémurs postérieurs bruns en dessus, extérieurement avec quelques bandes noirâtres et transversales. Oviscapte court, (long.: 12—13 *mm*). Long.: ♂ 14—17, ♀ 17—21 *mm*. Tab. II., 66. Slovaquie. Russie Subcarpathique (d'après Pungur).

5. fallax Fischer.

4′ Oviscapte de la même longueur que l'abdomen,environs 1½ fois plus long que le prothorax; celui-ci, postérieurement, avec une bordure claire, très étroite. Macule obscure latérale du prothorax mal delimitée, surtout extérieurement, petite. Cerques ♂♂ courts, fortement atténués au bout, leur dent intérieure située exactement derrière leur base. Oviscapte subélargi au milieu; légèrement courbé (long. 9—10 *mm*). Front brun roux, à marbrure d'un plus foncé. Fémurs postérieurs extérieurement avec une macule longitudinale large et noire. Long. ♂ 13—16, ♀ 14—19 *mm*. Tab. I, 53, 55, tab. II, 67. — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.

6. cinereum Linné.

VIII. Ephippigeridae Brunn.

17. Ephippigera Latr.

1. Vitium Fieb. Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. Tab. I., 15, 38, tab. IV ., 166.

IX. Stenopelmatidae Burm.

18. Tachycines Adelung.

1. Asynamorus. Adel. Tab. I, 14, 59, tab. IV , 167. — Une espèce, commune dans les grandes serres de Prague. Connue sous le nom inexact de *„Diestramena japonica“* auct., non De Haan.

19. Troglophilus Kraus.

1. Cavicola Kollar. Tab. I, 50, tab. IV, 163.

Cette espèce cavernicole n'a pas encore été trouvée en Tchécoslovaquie. Elle l'a été, néanmoins, dans les environs de Vienne, non loin de la

ville slovaque de *Bratislava* et il est donc possible, qu'un iour on la retrouve dans les grottes calcaires de la Slovaquie méridionale.

Fig. 7. *Dinarchus dasypus* ♂ Illig.

Fig. 8. *Dinarchus dasypus* ♀ Illig.

Figures, publiées par le feu entomologiste tchèque, Prof. K l a p á l e k dans la revue scientifique „Vesmír".

X. Callimenidae Brunner.

J'ai ajouté deux figures (fig. 7, 8) de l'espèce unique de cette famille de l'Europe centrale:

1. *Dinarchus dasypus* Illig. D'après Pungur, cette espèce vivait dans les environs de Budapest en Hongrie, c'est-à-dire non loin de notre frontière.

B. Gryllodea Brunner.

La fig. 9, faite d'après H a n d l i r s c h, montre la disposition des segments du l'abdomen chez *Gryllus*. 5—9 = segments de l'abdomen, cc = cerques, gap 8, 9, = deux paires des gonapophyses.

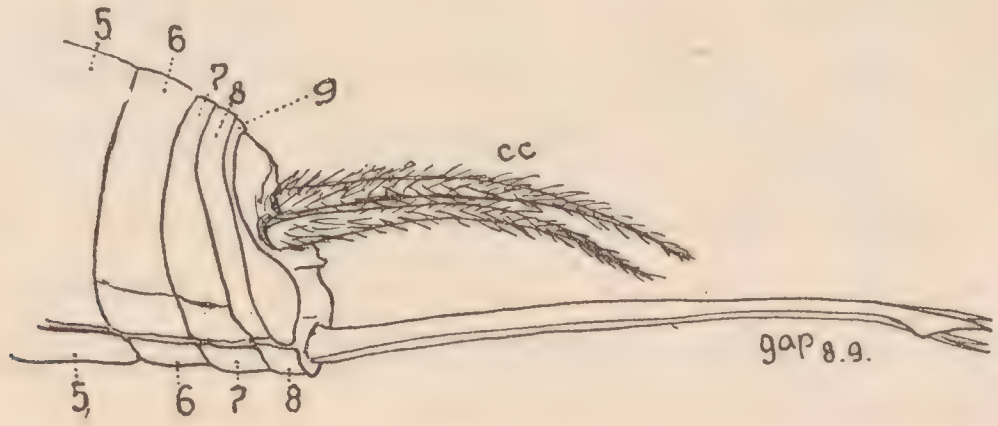


Fig. 9. L'oviscapte d'un *Gryllus*. 5 — 9 = les segments abdominaux; *cc* = les cerques; $Gap_{8 \ldots 9}$ = deux paires des gonapophyses. (D'après H a n d l i r s c h.)

T a b l e a u d e s f a m i l l e s e t g e n r e s.

1″ Tarses postérieurs réduits en un simple article, situé entre deux longs appendices des tibias postérieurs. L'article basal des tarses intérieurs et intermédiares court, sillonné en dessus, leur dernier article long et renversable en haut. Antennes courtes, au plus de 12 articles, élytres réduits, ailes en éventail.

A. Tridactylina

Une seule famille:

I. Tridactylidae Brunn.

— Corps luisant, lisse, finement ponctué, prothorax ovalaire et coupé droit en avant et en arrière. Élytres raccourcis et de consistance cornée, obliquement coupés au bout. Organes tympaniques des tibias antérieurs absents. Fémurs postérieurs fortement renflés, tibias postérieurs courbés, finement denticulés dans la partie distale, avec un fin sillon en dessus. L'oviscapte n'est pas développé; le sommet de l'abdomen ♂♀ avec quatre appendices pubescents. Un seul genre:

1. Tridactylus Latr.

1′ Tarses normaux, de trois articles. Les antennes sont longues, d'un grand nombre des articles.

B. Gryllina

2″ Pattes antérieures différenciées en organe fouisseur. Oviscapte absent. Tout le corps à pubescence fine et dense. Élytres raccourcis, de la même façon chez les deux sexes. Les hanches antérieures très robustes, leur trochanter formant un sommet court; fémurs antérieurs fortement dilatés et, antérieurement, à la base, prolongés en épine

aigue.*) Les fémurs, notamment les postérieurs et les intermédiairs, fortement déprimés. **II. Gryllotalpidae Brunner.**

— Plaque sous-génitale de forme différente dans les deux sexes; chez les ♂♂ formée par le neuvième, chez les ♀♀ par le huitième segment de l'abdomen. Cerques longs, courbés en dessous, pubescents. Les tibias antérieurs différenciés en organe fouisseur, munis de quatre dents grossières — les tarses antérieurs étant écartés dans leur partie externe. **2. Gryllotalpa Latr.**

2′ Pattes normales, sans adaptation en organe fouisseur.

3″ Les yeux très petits, formés de quelques ommatidies, situés derrière les grandes cavitées antennaires et couverts par la marge antérieure du prothorax — ils semblent être absents. Antennes relativement lourdes, de la longueur du corps. **III. Myrmecophilidae Brunner.**

— Oviscapte court, valves inférieures courtes, situées au milieu des longues valves supérieures. Ailes et élytres absents. Tibias antérieurs sans organe tympanique. Espèces de petite taille (3—5 *mm*), myrmécophiles. **3. Myrmecophila Latr.**

3′ Yeux normaux. Antennes longues et minces. ♂ avec les organes tympaniques dans les tibias antérieurs.

4″ Fémurs postérieurs relativement étroits et grêles. Epination double sur les tibias postérieurs: épines fines et courtes et, entremêlées, épines isolées plus grandes, regulieremènt éloignées l'une de l'autre. Corps et pattes grêles. **IV. Oecanthidae Brunner.**

— Un seul genre; les élytres hyalines, minces. **4. Oecanthus Serv.**

4′ Fémurs postérieurs distinctement renflés, corps robuste, trapu, plus raccourci. L'épination des tibias postérieurs plus grossière en dessus, formée d'épines plus fortes et subégales.

5″ Mince: Abdomen à maculation obscure. L'article basal des tarses postérieurs ovalaire en transcision, cylindrique, long, couvert de petites épines obscures demi-coucheés, à peu près de même longueur et forme. Prothorax et tête avec des soies isolées, irrégulières, éparses, noires. Organe tympanique développé seulement dans la partie extérieure des tibias antérieurs. Oviscapte à peine renflé au bout. Epines des tibias postérieurs longues, pubescentes et flexibles. **V. Nemobiidae Brunner.**

6″ Tibias postérieurs (sans épines terminales) armés intérieurement et extérieurement de quatre épines, plus densément arrangées.**) Chez

---

*) L'épine citée est une saillie de la partie intérieure et basale du fémur et n'appartient pas au trochanter, comme on pourrait le croire par diagnose de *Redtenbacher* (l. c. p. 140); il est vrai, que le trochanter est ici de même pourvu d'une petite saillie dentiforme, mais celle-ci est très petite et peu apparente.

**) Chez *Pt. lineolatus* Brullé, une espèce de France, il y a extérieurement trois, intérieurement quatre épines, (comme chez *Heydeni* Fisch.) — chez *Saussurei* Burr (de Roumanie) seulement deux épines.

les ♂♂ la première épine intérieure des tibias postérieurs, située environs derrière le milieu de la longuer du tibia, est réduite en une petite élevation tuberculiforme. Élytres ♂♀ raccourcis, seulement un peu plus courts que l'abdomen. De taille petite. Oviscapte plus court, n'atteignant pas la longueur des fémurs postérieurs, faiblement denticulé au sommet. **5. Pteronemobius Jakob.**

6′ Tibias postérieurs de part et d'autre avec trois épines, de la même forme chez les deux sexes. Oviscapte plus long, atteignant la longueur des fémurs postérieurs, lisse, sans épines ou denticulation. Élytres. ♂♀ fortement raccourcis. Plus grand. **6. Nemobius Serv.**

5′ Formes plus robustes. L'article basal des tarses postérieurs en dessus avec un sillon longitudinal, bordé de quelques courtes épines obliques. Tête et prothorax sans épines en forme de soies; la surface de la tête et du prothorax soit glabre, soit à pubescence courte, fine et couchée. Organe tympanique dévelloppé dans les deux côtés de la partie proximale des tibias antérieurs. Les épines des tibias postérieurs fortes, glabres, inflexibles. **VII. Gryllidae Brunner.**

7″ Plus petit. Corps, notamment le prothorax et les fémurs postérieurs, couverts d'une pubescence fine et couchée, dense. Tempes plus courtes, tête plus petite. Les ocelles du vertex disposées en triangle. Tête presqu'aussi grande que le prothorax, noire ou bicolore.

7. Gryllus L.

7′ Plus grand. Glabre, tête très trapue, grande les tempes longues. Tête distinctement plus grande et plus large que le prothorax; les fémurs postérieurs intérieurement avec une macule rousse et grande. Les élytres au moins chez les ♂♂ avec une macule jaune basale. Tête unicolore, noire. **8. Acheta L.**

A. Tridactylina.

I. Tridatylidae Brunn.

1. Tridatylus Latr.

1. *Variegatus* Latr. Tab. II, 68, 69. —
Dans la Russie Subcarpathique. On le trouve sur les localitées sablonnées, dans la voisinage des ruisseaux etc.

B. Gryllina.

II. Gryllotalpidae Brunner.

2. Gryllotalpa Latr.

1. *Vulgaris* Latr. Tab. II, 70.

Var. cophtha De Haan.
Partout en Tchécoslovaquie. Variété *cophtha* très rarement avec la forme typique; c'est une forme brachyptère, aux ailes ne dépassant pas le sommet de l'abdomen.

III. Myrmecophilidae Brunn.

3. Myrmecophila Latr.

1. *Acervorum* Panz. Tab. IV, 162.

♂ De cette espèce est très petit (1·5 *mm*) et extrêmement rare. Il a été trouvé par M. E. Binder en avril 1905 à Trnová n./Vlt., près de Prague. Cette espèce est caractéristique pour les localités calcaires et chaudes des environs de Prague; en Bohême, on l'a trouvé encore à Stará Boleslav, Příbram et Písek. — Silésie. Slovaquie, Russie Subcarpathique. Les indications pour la Moravie manquent.

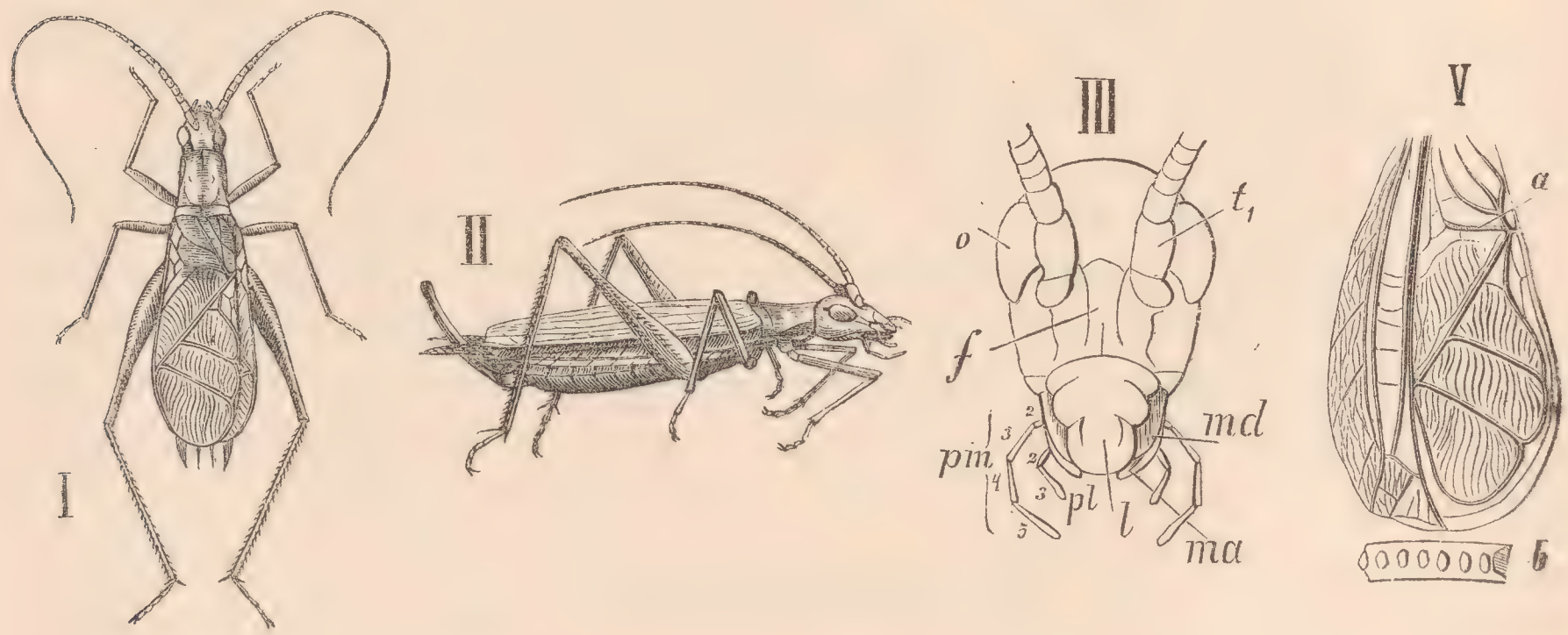


Fig. 10. Oecanthus pellucens Scop. I = de dessus; II = de côté; III = tête de devant (*o* = l'oeil, t_1 = l'article basal des antennes; *f* = le front; *md* = mandibule; *ma* = maxille; *l* = labrum; *pm* = palpe maxillaire; *pl* = palpe labial; IV = l'elytre de ♂. Figures, publiées par lefeu entomologiste (hémiptérologiste) tchèque M. Duda dans le „Vesmír".

IV. Oecanthidae Brunner.

4. Oecanthus Serv.

1. *Pellucens* Scop. (Fig. 10, I, II, III, IV; Tab. II, 171). —
Bohême: les localitées chaudes des environs de Prague.
Moravie. Silésie? Slovaquie, Russie Subcarpathique.

V. Nemobiidae Brunner.

5. Pteronemobius Jakobson.

Tableau des espèces:

1'' Plus grand (8 *mm* -- long. de l'oviscapte: 2·5 *mm*), plus clair; plus large, sans macules claires sur la tête et le prothorax. L'arête extérieure et supérieure des tibias postérieurs seulement avec deux épines. Prothorax plus large en arrière qu'en avant. Les ailes dépassent postérieurement fortement les élytres. D'un brun de châtaigne. — Décrit en Roumanie, pas encore signalé en Tchécoslovaquie. Peut être en Russie Subcarpathique? **1. Saussurei Burr.**

1' Plus petit (♂♀ 6 *mm*, l'oviscapte: 2·5 *mm*). Plus étroit; l'arête supérieure et extérieure des tibias postérieurs avec quatre épines. Prothorax cylindrique, antérieurement à peine plus étroit que postérieurement. Les ailes postérieures ne dépassent pas les élytres, courtes.

2'' Roux allant jusqu'au brun de poix, aux soies noires. Tête et prothorax avec une ornementation longitudinale et assez irrégulière, claire. Les élytres ♂ arrondis au bout, coupés droit chez la ♀, avec nervation longitudinale élevée. Fémurs d'un brun jaunâtre. Oviscapte brun. — Signalé en Hongrie (environs de Tokay et de Budapest) et par conséquent très vraisemblable en Slovaquie méridionale et en Russie Subcarpathique. **2. Heydeni Fischer.**

2' Noir, luisant, presque unicolore, élytres noirs, fortement luisants, les fémurs parfois plus clairs à la base. Oviscapte noir, rarement rougeâtre. — Découvert dans les environs du lac de Bodam. Manque en Tchécoslovaquie. **2. Heydeni ssp. Rhenanus Krauss.**

6. Nemobius Serv.

1. *Silvestris* F. Tab. II., 72. — Bohême, Moravie, Silésie? Slovaquie. Russie Subcarpathique? —

VI. Gryllidae Brunner.

7. Gryllus L. (Chopard).

Tableau des espèces et des variétés.

1'' Tête jaune avec une ornementation plus foncée ou noire à bandes plus claires, très rarement entièrement noire, mais avec la plus grande partie du corps de coloration jaune claire.

2'' Prothorax (chez les imago de même que chez les larves) ♂ à pubescence très fine, dorée, couchée, très distincte. Corps et les pattes dans

leur majeure partie jaunes. Tête jaune, avec des bandes foncées, rarement entièrement noire.

3″ Plus grand (15—21 *mm*); partie la plus étroite de la saillie frontale entre les antennes est distinctement plus large que le diamètre transversal (court) de l'oeil; oeil pyriforme, sa plus grande longeur située dans le tiers supérieur. Marge antérieure du prothorax plus distinctement échancrée en arc peu profond. Rebord antérieur et basal du prothorax à margination plus fine et plus aigue. Ailes prolongées en arrière en forme de queue. Les épines des arêtes supérieures des tibias postérieurs plus courtes, plus fortes, moins élévées. Les poils en soie de la marge du prothorax sont plus denses, plus courts, plus inégaux, moins élevés.

4″ Tête jaune, vertex pour la plus grande partie jaune — bande claire interoculaire large. Vertex sans quatre bandes longitudinales, jaunes et étroites, plus marquées. — Dans tous les pays, en Bohême il tend à disparaître et devient rare. **1. domesticus Linné.**

4′ Tête d'un brun noirâtre ou noire, sans macules distinctes. Pas encore signalé de Tchécoslovaquie. **1. domesticus var. melanocephalus Serv.**

3′ Plus petit (11—14 *mm*). La partie plus étroite de la saillie frontale entre les antennes est à peu près aussi large que le diamètre transversal (court) de l'oeil; oeil en ovale irrégulier, dans le tiers inférieur à peu près aussi large que dans le tiers supérieur, à peine atténué en dessous. Marge antérieure du prothorax plus faiblement échancrée en arc large. Rebord antérieur et postérieur à margination moins distincte et plus vague. Les épines des arêtes supérieures des tibias postérieurs sont plus longues, plus étroites, plus minces, plus élevées; les poils en soie de la marge du prothorax sont moins denses, plus réguliers, plus élevés.

5″ Les ailes inférieurs prolongées en queue et saillantes postérieurement. Plus rare. — D'après P u n g u r (l. c.) en Russie Subcarpathique. **2. chinensis Weber.**

5′ Les ailes inférieures couvertes par les élytres, courtes. Plus commun. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie — vraisemblablement en Russie Subcarpathique et en Slovaquie. **2. chinensis var. burdigalensis Serv.**

2′ Le prothorax de l'imago ♂♀ seulement latéralement et assez indistinctement, celui de la larve densément couvert d'une pubescence obscure. Tête et pattes noires — tête noire avec deux bandes transversales étroites et jaunes, très nettement delimitées. ♂ 12, ♀ 13 *mm*.

6″ Élytres raccourcis — partie de l'abdomen découverte et visible de dessus, à peu près aussi longue que les élytres.

7″ Ailes courtes, entièrement cachées sous les élytres.

8″ Tibias postérieurs intérieurement avec quatre épines. — Bohême, Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. **3. frontalis Fieb.**

8′ Tibias postérieurs intérieurement avec cinq épines. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. Transsylvanie. **3. frontalis var. A.**

7′ Ailes longues, prolongées en queue. Extrêmement rare. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. **3. frontalis var. caudatus Singer.**

6′ Élytres plus longs. (Ces formes n'ont pas encore été signalées en Tchécoslovaquie.)

9″ Élytres moins prolongés, mais ne couvrant pas entièrement l'abdomen. Forme exceptionelle et très rare. **3. frontalis var. Herrndorfensis Zeller.**

9′ Élytres fortement prolongés, couvrant entièrement ou presqu'entièrement l'abdomen. Forme exceptionelle et très rare. **3. frontalis var. alatus Jakobs. & Bianki.**

1′ Tête entièrement noire, sans bandes claires. Fémurs postérieurs d'un noir uniforme. Corps noir. ♂♀ 15—17 *mm.*

10″ Élytres raccourcis, les ailes prolongées en queue. Slovaquie, Russie Subcarpathique, dans les localités chaudes. **4. desertus Pallas.**

10′ Élytres couvrant entièrement les ailes.

11″ Élytres raccourcis, couvrant seulement les tergites basales de l'abdomen. Très rarement avec la forme typique. **4. desertus var. melas Charp.**

11′ Élytres longs, couvrant entièrement l'abdomen. Forme exceptionelle et très rare. **4. desertus var. tristis Serv.**

8. Acheta L., Chopard.

Tableau des espèces et des variétés.

1″ Les ocelles frontaux disposé en une ligne transverse, presque droite. Prothorax subélargi antérieurement, beaucoup plus étroit en arrière qu'en avant. Tête très trapue, dépassant latéralement antérieurement le prothorax. Géneralement plus petit, tête plus convexe.

2″ Ailes inférieures courtes, ne dépassant pas les élytres.

3″ Élytres ♂♀ un peu plus courts que l'abdomen. Très commun partout. **1. campestris Linné.**

3′ Élytres ♂♀ plus longs que l'abdomen. Rarement avec la forme typique. **1. campestris L. Var. A.**

2′ Ailes inférieures prolongées en queue, dépassant fortement postérieurement les élytres. Forme exceptionelle et très rare. — Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. **1. campestris var. caudatus Krauss.**

1′ Ocelles frontaux disposés en triangle large. Prothorax distinctement atténué et avant; tête dépassant à peine latéralement la marge antérieure du prothorax. Oviscapte de 12—16 *mm.* Ailes inférieures prolongées en queue, et dépassant fortement postérieurement les élytres.

Généralement plus grand, tête plus déprimée. — Hongrie? Slovaquie?

4″ Élytres noirs, avec une macule basale jaune ocré.
2. bimaculatus De Geer.

4′ Élytres à coloration différente ou sans macule basale. Variétés rares.

5″ Élytres entièrement noirs, sans macule basale.
2. bimaculatus De Geer var. A.

5′ Élytres brun roux. **2. bimaculatus De Geer var. B.**

B. Acridioidea Burm.

Le schéma de nervation alaire est donné Tab. I, 2. La fig. 11 du texte donne la forme du sommet de l'abdomen (cc = cerques, B = oviscapte).

D'après l'organisation des élytres et des ailes on pourrait dire que, chez les *Acridioidea* la qualité et le timbre du son est en rélation directe avec la conformation des veines *C, Sc, R, M* et avec la largeur du champ costal et subcostal.

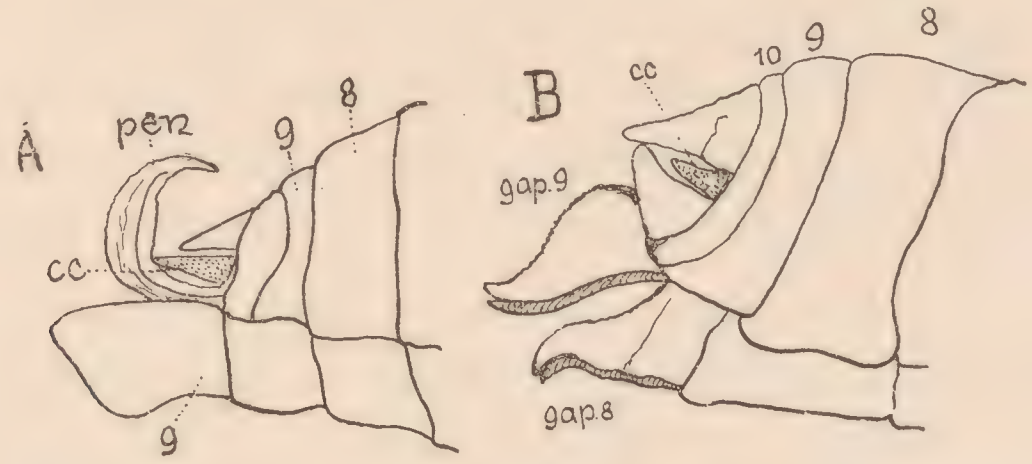


Fig. 11. *Pachytylus migratorius* L. (*A* = ♂, *B* = ♀). L'apex de l'abdomen. 8—10 = les segments (tergites) abdominaux; *cc* = les cerques; *pen* = penis; *gap* = les gonapophyses. (D'après Handlirsch.)

Révision des familles et des genres.

1'' Prothorax normal, ne faisant pas de saillie longue et épineuse en arrière, couvrant une grande partie de l'abdomen. Espèces de taille plus grande. Les ongles des tarses, à la base, au milieu, avec un petit lobe central (= *arolium*). Prosternum en avant sans mentonnière en forme de collier large; partie inférieure de la tête dépassant alors très nettement la marge antérieure du prosternum, libre, pas rétractible en arrière dans cette mentonnière prosternale. Fémurs postérieurs avec une ligne doublée des petits champs obliques. Les élytres et les ailes situés toujours derrière la base du pronotum. Veine médiane (M) des ailes inférieures (hyalines) plus fortement développée, courant jusqu'au bout ou presque jusqu'au bout l'aile. Organe tympanal de son développé.

2'' Prosternum entre les pattes antérieures simple, sans pli transversal, sans lobe convexe, sans élevation médiane arrondie, épineuse ou granuliforme.*) Les sillons transversaux du prothorax (à l'exception du

*) A l'exception du genre *Mecostethus* et *Stethophyma*, chez lesquels, entre les pattes antérieures, au prosternum, se trouve une élevation granuliforme peu remarquable, peu élevée. Voir: 17''!

sillon dernier, situé soit au milieu ou non loin du milieu de la longueur du prothorax) sont en général faibles et, parfois, peu distincts. Carène médiane longitudinale du corselet toujours bien dictincte.

3'' Ailes inférieures à coloration vive, bleue, verte, rouge, ou jaune, rarement incolores et hyalines, très souvent avec une bande préapicale large, plus ou moins fortement développée. Le front, vu de côté, parallèle ou presque parallèle avec la marge antérieure (latérale) du prothorax; le plan du front faisant avec le plan du vertex un angle de presque 90°. Tête plus courte et un peu renflée. Élytres, surtout dans la partie discoïdale, entre-tissés de veines nombreuses et cicatricielles subtransversales, formant une réticulation dense et peu regulière; veines transversales parallèles du champ discoïdal des élytres manquent absolument. Prosternum large, légèrement élevé en travers en forme de demi-lune. Métasternum ♂♀ très large entre les hanches (Tab. II, 78) — saillie du sternite basal au milieu avec deux lobes sinueux, chez la ♀ plus que deux fois aussi large que longue, transversale. Fovéoles du vertex*) moins marquées ou subéffacées, en ovale ou en triangle oblique. **I. Oedipodidae Walker.**

4'' Prothorax au milieu avec une carène élevée et ininterrompue. Carène (arête) supérieure des fémurs postérieurs aiguë; sans incision anguleuse au milieu de la longueur; fémurs postérieurs presque glabres.

5'' Bande enfumée, obscure des ailes inférieures en demi-cercle et éloignée du sommet des ailes, qui présente la même couleur verdâtre que l'autre surface des ailes. Côte frontale à ponctuation fine, superficielle, peu marquée. Ocelle supraanténnaire situé latéralement, sous l'ârete faite par le vertex et la partie de la tête au dessus des antennes. Fovéoles du vertex très indistinctes et peu marquées, vertex déprimé. L'article basal des tarses postérieurs environ 1½ fois plus long que la plus longue épine (intérieure) du sommet des tibias postérieurs. Tête, vue de côté, plus longue que le lobe latéral déclive du prothorax.

1. Oedaleus Fieb.

5' Bande enfumée obscure des ailes inférieures située à l'apex de l'aile, assez irrégulièrement delimitée dans la partie proximale. Ailes, généralement, d'un rouge feu. Côte frontale densément, assez grossièrement et très distinctement ponctuée, atteignant la plus grande largeur entre les antennes, puis un peu plus étroite en avant. Ocelle supraanténnaire situé plus en haut, plus rapproché à l'arête (assez peu distincte) du vertex et de la partie de la tête située en dessus des antennes. Fovéoles du vertex manquent absolument, vertex faiblement, distinctement convexe. Article basal des tarses postérieurs

*) J'emploie ce terme au lieu de *fovéoles temporales* (Chopard), car elles se trouvent sur une ligne, divisant le vertex du front et parce qu'elles n'ont rien de commun avec les tempes, comme ou pourrait le croire d'après l'epithète „temporalis".

deux fois aussi long que la plus longue épine intérieure des tibias postérieurs. Tête, vue de côté, plus courte que le lobe latéral déclive du prothorax. **2. Psophus Fieb.**

4′ Prothorax avec une côte mêdiane, en général, moins distincte; cette côte étant bien ou seulement faiblement marquée dans la partie basale, ou bien — si elle est plus distincte — interrompue par une impression large, transversale, peu convexe ou par quelques incisions profondes.

6″ L'arête supérieure des fémurs postérieurs glabre, sans fine denticulation en scie. Espèces de taille moins grande.

7″ Fémurs postérieurs et, généralement, les pattes, à pilosité longue et dense, grise. Tête, vue de côté, aussi longue, si-non plus longue que le lobe latéral déclive du prothorax. Vertex, vu de côté, fortement convexe et plus élevé que le disque du prothorax. Base du prothorax très brièvement, très largement arrondie en ligne peu convexe ou bien en angle émoussé; sillon général (typique) court environ au milieu de la longueur du prothorax; antérieurement encore un autre sillons tranversal moins marqué. Partie basale des ailes inférieures couleur carmin. **3. Acrotylus Fieber.**

7′ Pattes glabres ou seulement avec quelque poils isolés et courts. Base du prothorax arrondie, plus fortement allongée.

8″ Base du prothorax arrondie obtusément. Sillon typique du prothorax situé dans le tiers antérieur de la longueur; deux autres sillons distincts antérieurement. Carène discale du prothorax peu convexe et peu distincte. Côte frontale étroite, subélargie au milieu, avant l'ocelle. Partie antérieure du prothorax, vue de côté, à impression large, transverse; vertex, vu de côté, fortement convexe, plus élevé que la partie antérieure du prothorax. Élytres à coloration uniforme, bleu clair, sans macule apicale enfumée et obscure. Deux tiers basales du prothorax à ponctuation fine, tiers antérieur du prothorax à ponctuation nulle. **4. Sphingonotus Fieber.**

8′ Marge basale du corselet plus fortement et plus anguleusement avancée en arrière. Prothorax au plus avec deux sillons transversaux, à sculpture uniforme sur toute la surface. Sillon typique (général) situé plus postérieurement. Vertex et partie antérieure du prothorax situés presque dans le même plan. Ailes toujours avec une macule apicale noire ou enfumée.

9″ Prothorax grand, à partie postérieure longue, avec deux sillons distincts antérieurement. Fovéoles du vertex grandes; carène discale du prothorax distincte postérieurement. Les veines longitudinales dans la partie anale des ailes inférieures alternativement renflées. Veine intercalée dans le champ discoïdal indistincte et incomplète. Fémurs postérieurs en dessus sans largedent au milieu de la longueur. Base des ailes rouge, marge antérieure et presque deux tiers de la surface des

ailes près du bord apical foncés. Marge antérieure des élytres seulement faiblement dilatée au tiers basal. **5. Bryodema Fieber.**

9′ Plus petit, prothorax avec un seul sillon transverse distinct. Les fovéoles du vertex en triangle, ovalaires ou en losange; plus petites. Les ailes dans la partie anale avec veines alternes de forme normale. Veine intercalée dans le champ discoidal distincte et entière. Environ la moitié (ou plus encore) de la surface des ailes, dans la partie basale, de couleur vive. Marge antérieure des élytres au tiers basal à dilatation lobiforme plus forte.

10″ L'arête supérieure des fémurs postérieurs avec une dent rectangulaire au milieu de la longueur (Tab. II., 103). Élytres à nervation transversale dense, rétiforme et irrégulière, indistincte jusque dans le tier apical de la longueur élytrale. Sillon transversal du prothorax situe plus antérieurement. Lobe basal du prothorax en angle plus aigu et plus fortement avancé postérieurement. Fovéoles du vertex petites et arrondies. Vertex, dans l'endroit le plus étroit, à peu près de la même largeur qu'un oeil. Les ailes de coloration vive, avec une bande obscure et large le long de la marge antérieure et bordant de même la marge apicale. **6. Oedipoda Latr.**

10′ Arête supérieure des fémurs postérieurs sans dent. Élytres depuis la moitié de la longueur avec nervation normale. Sillon transversal du prothorax situé vers le milieu. Lobe basal du prothorax plus court, en angle obtus ou bien arrondi. Fovéoles du vertex transverses, plus longues, en triangle. Vertex, dans l'endroit le plus étroit, entre les yeux, plus large que le diamètre d'un oeil. Ailes couleur de rose, macule obscure ne se prolongeant pas le long de la marge postérieure.

7. Celes Saussure.

6′ Arête supérieure des fémurs postérieurs à denticulation en scie, fine et minutieuse. Espèce de grande taille. Ailes unicolores, sans bande apicale obscure. Carène discale du prothorax élevée; sillon général situé avant le milieu. Poitrine à pilosité dense et courte. Fovéoles du vertex en triangle, peu distinctes. **8. Pachytylus Fieber.**

3′ Ailes hyalines, plus rarement obscurcies et enfumées, vers le bout assez souvent un peu plus foncées, toujours sans coloration vive, basale. Vertex, vu de côté, faisant avec le plan de la tête, qui est fortement inverse, un angle toujours plus ou moins fortement aigu — le vertex et la marge antérieure et latérale du prothorax, vus de côté, jamais parallèles et toujours convergents en dessous. Tête souvent prolongée en avant en forme de mufle, plus longue. Élytres dans le champ discoïdal avec une nervation transversale, pas très dense, normale; pas de trace d'une réticulation spéciale. Prosternum étroit et large. Poitrine ♂♀ entre les hanches postérieures plus étroite, saillie du sternite basal, au milieu entre deux lobes du métasternum, étroite, plus longue que large, chez les plus robustes ♀♀ tout au plus faible-

ment transversale. Les fovéoles du vertex sont plus distinctes, souvent très nettement limitées. **II. Tryxalidae Walker.**

11″ Le sommet du lobe supérieur terminal des fémurs postérieurs (avant l'insertion du tibia) prolongé de part et d'autre en pointe courte et aigue. Tête fortement prolongée en mufle, beaucoup plus longue que le prothorax, les tempes (= partie latérale de la tête, entre l'oeil et la marge latérale antérieure du prothorax) plus que trois fois aussi longues que le long diamètre de l'oeil. Les antennes sont en triangle en transcission, leur partie extérieure étroite, les deux côtés (supérieur et inférieur) fortement defléchis en forme de lame d'épée. Élytres très allongés et très étroits. **9. Tryxalis F.**

11′ Le sommet du lobe supérieur terminal des fémurs postérieurs arrondi. Tête normale, seulement légèrement prolongée en avant. Les tempes courtes; à peu près aussi longues (rarement plus longues) que le diamètre transversal (court) de l'oeil. Les antennes étroites, minces, cylindriques, rarement subélargies au bout ou subdéprimées. Élytres plus courts.

12″ Prothorax latéralement sans carènes distinctes et entièrement développées; ces carènes seulement rarement un peu plus distinctes postérieurement (*Stauronotus*).

13″ Fovéoles du vertex distinctes. Tête, vue de côte, plus élevée et plus convexe que la partie antérieure du prothorax. Tête et prothorax glabres.

14″ Champ discoidal des élytres avec veine intercalée *(I)* distincte. Les carènes thoraciques manquent entièrement et ne sont pas marquées par une ornementation (bandes) claire. Les fovéoles du vertex sont plus longues et plus étroites, en triangle, allongées; vertex plus fortement rétreci entre les yeux; tête, vue de côte, plus fortement déclive. Côte frontale, à l'endroit le plus étroit, près des fovéoles du vertex, deux fois plus large que l'article basal das antennes. Élytres sans macules transverses plus distinctes. L'article basal des tarses postérieurs trois fois plus long que l'article suivant. **10. Epacromia Fisch.**

14′ Champ discoïdal des élytres sans veine intercalée. Les carènes du prothorax légèrement indiquées dans la moitié postérieure du prothorax. Ornementation du prothorax (deux bandes, étroites et claires, rapprochées au tiers antérieur en „x“) semblable à l'ornementation des *Stenobothrus*. Fovéoles du vertex quadrangulaires, plus courtes; vertex distinctement plus large entre les yeux. Tête (vue de côté) plus faiblement déclive. Côte frontale à l'endroit le plus étroit, près des fovéoles du vertex, à peu près de la même largeur que l'article basal des antennes. Élytres très souvent avec une ornementation obscure. L'article basal des tarses postérieurs deux fois plus long que l'article suivant. **11. Stauronotus Fisch.**

13′ Les fovéoles du vertex manquent absolument et sont très indistinc-

tement indiquées par quelques points isolés. Tête, vue de côté, forme la continuation directe de la ligne du prothorax; elle est légèrement convexe, fortement déclive vers le prosternum. Tête et prothorax à pubescence éparse et peu remarquable, mais longue et étalée. Prothorax (à l'endroit, ou, chez les divers autres genres, il y a des carènes) orné d'une bande droite, latérale, noire. L'article basal des tarses postérieurs trois fois plus long que l'article suivant.

12. Parapleurus Fisch.

12′ Prothorax latéralement avec une carène longitudinale, entière.

15″ Fovéoles de vertex peu distinctes, vagues, parfois absentes, régulièrement indiquées par quelques points, jamais en forme de petits sillons enfoncés. Carènes latérales du prothorax faiblement élevées.

16″ La marge postérieure des lobes latéraux du prothorax fait un angle obtus et largement arrondi. Espèces plus grandes et plus robustes. Sillon général („typique") et postérieur du prothorax situé soit au milieu, soit avant le milieu. Prosternum au milieu avec une légère élévation conique. Tête moins fortement déclive vers le prosternum. Élytres longs même grand ils sont raccourcis, couvrant au moins la moitié de l'abdomen. Carènes latérales du prothorax moins fortement rapprochées en avant, légèrement anguleuses à la moitié antérieure, rarement plus fortement divergentes antérieurement.

17″ Élytres ♀ souvent raccourcis. Champ discoïdal des élytres toujours sans veine intercalée. Tête très grande, robuste. Vertex plus large et plus convexe. Sillon général du prothorax situé environ au milieu de la longueur du prothorax. Côte frontale très large; élevation conique du prosternum plus grande, plus distincte. **13. Stethophyma Fisch.**

17′ Élytres ♂♀ jamais raccourcis, entiers, couvrant entièrement l'abdomen. Champ discoïdal des élytres avec une veine intercalée bien développée. Tête plus petite. Vertex moins convexe, plus étroit. Sillon général du prothorax situé avant le milieu. Côte frontale plus étroite. Élévation conique du prosternum plus petite, moins remarquable. **14. Mecostethus Fisch.**

16′ Marge postérieure des lobes latéraux du prothorax en angle droit, cet angle étant émoussé à sa pointe extrême. Sillon général du prothorax situé derrière le milieu. Prosternum simple, sans trace d'une élévation. Élytres fortement réduits, carènes latérales du prothorax presque parallèles, non recourbées. **15. Chrysochraon Fisch.**

15′ Fovéoles du vertex plus distinctes, plus distinctement imprimées, d'ordinaire très nettement délimitées. Carènes latérales du prothorax bien distinctes.

18″ Prosternum au milieu, entre les branches antérieures, avec une légère élévation conique. Voir: 17″!

18′ Prosternum simple, sans élévations ou calosités. Élytres sans veine intercalée dans le champ discoïdal.

19″ Antennes simples, à peine elargies au bout ♀♂.*)

20″ Marge antérieure (costale) des élytres droite dans le tiers basal, sans y former un petit lobe large et arrondi. Champ costal étroit et successivement atténué vers le sommet.

21″ Valves de l'oviscapte prolongées dans la partie basale en une petite dent extérieure. **16. Stenobothrus Fisch.**

21′ Valves de l'oviscapte simples, sans dents basales.

16a. Stenobothrus, Sbg. Omocestus I. Bolivar.

20′ Marge antérieure (costale) des élytres avancée et prolongée en forme d'un lobe large, peu convexe, subarrondi, distinct même quand les élytres sont closes. Champ costal irrégulier, souvent (surtout chez les ♂♂) subélargi dans la partie apicale.

22″ Carènes latérales du prothorax convergentes dans la partie antérieure du prothorax, y formant souvent un angle — très distinctement divergentes dans la moitié postérieure du prothorax.

16 b. Stenobothrus, Sbg. Stauroderus I. Bolivar.

22′ Carènes latérales du prothorax presque droites, presque parallèles, seulement faiblement ou bien très peu distinctement divergentes postérieurement, ne formant jamais un angle dans la partie antérieure du prothorax. **16 c. Stenobothrus, Sbg. Chorthippus Fieber.**

19′ Les antennes (surtout chez les ♂♂) subélargies en massue, déprimées de deux côtés au bout — chez les ♀ cette massue étant parfois beaucoup moins distincte, indiquée seulement par la forme aplatie du sommet des antennes, ou bien indistincte.

23″ Marge antérieure (costale) des élytres à peine élargie dans la partie basale, simple. Carènes latérales du prothorax fortement anguleuses, postérieurement seulement un peu plus fortement divergentes qu' antérieurement. Les valves de l'oviscapte sont courtes et fortes.

16 d. Stenobothrus, sbg. Myrmeleotettix J. Bol.

23′ Marge antérieure des élytres formant, dans la partie basale, un lobe large et peu convexe, subarrondi.

16 e. Stenobothrus, sbg. Gomphocerus Thunb.

2′ Prosternum avec une épine forte, élevée, étroite et longue entre les hanches antérieures. Les ailes, quand elles sont bien développées, infumées ou rougeâtres dans la région anale, hyalines dans la partie apicale. (Quand épine prosternale est courte et peu aigue et quand, simultanément, les ailes sont obscurcies dans la partie apicale — voir: 17″.) Sillons transversaux du prothorax très nets, parfois même marqués par une coloration noire ou formant des incisions distinctes sur la carène médiane longitudinale du prothorax. Marge extérieure des tibias postérieurs sans épine au sommet. **III. Acridiidae Walker.**

---

*) Les différences entre les sous-genres du genre *Stenobothrus* étant souvent faibles et trompeuses, le tableau pour la détermination de ce genre a été composé sans avoir égard aux sous-genres pour faciliter la détermination des espèces et des variétés.

24″ L'arête supérieure et inférieure des fémurs postérieurs lisse, sans denticulation. Carène médiane du prothorax moins fortement convexe, ininterrompue. Front latéralement, entre les yeux et les antennes, sans carène longitudinale bien délimitée, parallèle avec la côte frontale.

25″ Carènes latérales du prothorax absentes, caréne médiane faiblement élevée. Prothorax cylindrique, carène médiane souvent indistincte antérieurement entre les sillons transversaux. Côte frontale légèrement imprimée longitudinalement près de l'ocelle, concave. Yeux plus petits. Organes du vol réduits. Article basal des tarses postérieurs, aussi long que l'article dernier. Tergites 10 et 11 soudés latéralement.

17. Podisma Latr.

25′ Carènes latérales du prothorax distinctement développées; carène médiane ininterrompue, aiguë. Côte frontale convexe. Yeux plus grands. Article basal des tarses postérieurs plus long que le dernier article. Les derniers segments de l'abdomen moins densément joints — tergites 10 et 11 libres.

26″ Élytres en forme de lobes raccouccis. Ailes absentes. Carène latérale du prothorax moins distincte. Marge postérieure du prothorax arrondie. Saillie prosternale émoussée et subdéprimée.

18. Paracaloptenus I. Bolivar.

26 Élytres et ailes entièrement développés, couvrant entièrement l'abdomen. Carène latérale du prothorax plus distincte. Marge postérieure du prothorax en angle obtus. Saillie prosternale cylindrique.

19. Caloptenus Burm.

24′ Les arêtes supérieure et inférieure des fémurs postérieurs denticulées en scie. Carène médiane du prothorax fortement élevée, interrompue par les trois sillons transversaux en forme de trois incisions dentiformes. Front latéralement entre les antennes et les yeux avec une carène longitudinale aiguë et bien limitée, élevée, courant en ligne parallèle avec la côte frontale. Cette côte frontale très nettement délimitée en carène, faiblement excavée longitudinalement. L'article basal des tarses postérieurs aussi long que le dernier l'article.

20. Acridium Geoffroy.

1′ Prothorax grand, lancéolé, prolongé en arrière en une saillie aiguë et très allongée, protégeant de dessus la majeure partie de l'abdomen et le dépassant très souvent en arrière. Les angles des tarses sans *l'arolium*. Prosternum antérieurement avec une mentonnière en forme de collier ouvert, où la tête est enfoncée. Partie antérieure (inférieure) de la tête ne dépasse pas, en dessous, notablement la marge antérieure et intérieure du prosternum. Élytres et ailes disposés latéralement, de part et d'autre du prothorax. Veine médiane *M* dans les ailes postérieures très raccourcie, distincte seulement dans la partie basale de l'aile. Organes auditifs manquent. Fémurs postérieurs au champ extérieur à sculpture irrégulière, oblique, squamiforme, simple.

IV. Tettigidae Walker.

Fig. 12. 1 = Sphingonotus coerulans L. ♀; 2 = Oedipoda coerulescens L. ♀; 3 = Acrotylus patruelis Herr.-Schaeffer ♂; 4 = Psophus stridulus L. ♂; 5 = Psophus stridulus L. ♀; 6 = Caloptenus italicus L. ♀. (Grandeur naturelle. Phot. Dr. F. G. Rambousek.)

27″ La partie plus étroite du vertex est fortement rétrécie, presque aussi large que le diamêtre de l'oeil, vu de dessus. Vu du côté, le vertex extrême antérieur ne fait pas notablement saillie en avant de l'oeil et il ne forme pas la partie la plus avancée de la tête. Carène mêdiane du prothorax faiblement élevée. Prothorax long, de même que les ailes. **22. Paratettix I. Bolivar.**

27′ La partie plus étroite du vertex (vu de dessus) est large, distinctement plus large que le diamètre de l'oeil, tel qu'on le voit de dessus. Vu de côté, le vertex est souvent très fortement avancé en avant des yeux et cette partie antérieure du vertex constitue alors la partie la plus avancée de la tête. **21. Tettix Charp.**

I. Oedipodidae Walker.

1. Oedaleus Fieb.

1. *Nigrofasciatus* De Geer. ♂ 17—24, ♀ 30—39 *mm*. — Vraisemblablement en Slovaquie.

2. Psophus Fieb.

Tableau des variétés:

1″ Les ailes inférieures rouge feu, obscurcies seulement au sommet et le long de la marge postérieure.

2″ De taille normale — moins trapu. ♂♂ 23—25, ♀♀ 30—35 *mm*.

3″ Brun, les élytres dans la partie anale (dorsale) plus clairs, à maculation indistincte; souvent d'un brun rouge ou d'un brun jaune, élytres avec macules plus claires dans la partie dorsale. — Assez commun partout: Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. Fig. 12, (4), (5). **1. stridulus Linné.**

3′ Coloration très sombre, noirâtre ou bien très claire.

4″ Brun noir ou noir profond, sans macules plus claires. Plus rarement avec la forme typique. **1. stridulus var. a.**

4′ D'une coloration très claire, souvent avec une teinte blanchâtre. Bohême: Rožmitál. **1. stridulus var. b.**

2′ Forme très robuste, de taille très grande (38—43 *mm*). — Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. Forme méridionale. **1. stridulus var. c.**

1′ Ailes inférieures jaune de chrome, très claires. Forme très rare. Pas encore signalée en Tchécoslovaquie **1. stridulus var. Ebneri Karny.**

3. Acrotylus Fieb.

Tableau des espèces.

1″ Partie basale des ailes jaune clair (ou rarement bleue), même orangé;

macule brune en demi-lune des ailes absente. Espèce grêle, aux antennes longues, élytres très longs et très étroits. Base du prothorax presque droite.

2″ Partie basale des ailes jaune clair ou orangé. ♂ 14—18, ♀ 19—21 *mm.* Espèce méditérannéenne. Trouvée dans le Mecklenbourg. Manque en Tchécoslovaquie. **1. longipes Charp.**

2′ Partie basale des élytres bleuâtre. Forme tropique, absente en Tchécoslovaquie. **1. longipes var. a.**

1′ Ailes avec macule obscure enfumée, en demi-lune, préapicale; partie basale rouge clair ou rouge carmin brillant. Base du prothorax plus fortement arrondie ou anguleuse.

3″ Macule brune préapicale des ailes relativement petite, plus petite que la partie rouge basale.*) L'apex des élytres hyalin, incolore, sans macules brunes ou, quand ces macules sont présentes, elles sont toujours petites; les antennes un peu plus longues que la tête et la corselet unis.

4″ Macule rouge basale des ailes plus foncée, rouge vermillon; prothorax plus arrondi postérieurement, plus fortement subétranglé antérieurement à pubescence très espacée, formée de quelques poils rares. Les élytres plus longs, leurs moitié apicale transparente. ♂ 17, ♀ 22—23 *mm* Pas encore constaté en Tchécoslovaquie. Espèce de Roumanie. Possible en Russie Subcarpathique. **2. versicolor Burr.**

4′ Macule rouge basale des ailes plus claire, vermeil ou rouge carmin; prothorax plus trapu, à granulation plus rude, à pubescence plus dense, seulement légèrement subétranglé au milieu; base du corselet plus ou moins anguleuse.

5″ Macule obscure préapicale des ailes ne touchant pas la marge intérieure postérieure des ailes — macules brunes de la partie apicale de l'aile isolées. Plus grand, plus étroit, régulièrement à coloration plus claire, élytres plus allongés, base du corselet moins anguleuse; macule basale couleur du vermeil de l'aile moins claire; macule brune préapicale plus large et plus claire. ♂ 13—16, ♀ 17—25 *mm.* Russie Subcarpathique. Peut être même en Slovaquie méridionale. **3. insularis Scop.**

5′ Macule brune préapicale des ailes interrompue par la nervation longitudinale et claire; les petites macules brunes de la partie apicale de l'aile sont tellement agglomérées, qu'elles formant souvent une deuxième bande obscure. Plus petit, plus trapu, à coloration plus obscure, les élytres plus obscurs; base du prothorax plus fortement anguleuse; macule rouge basale alaire plus claire; macule préapicale obscure touchant presque la marge interne postérieure de l'aile — elle est plus obscure et plus étroite. — Forme décrite en France. Manque en Tchécoslovaquie. **3. insubricus var. Fischeri Azam.**

---

*) A l'exception de *A. insubricus v. Fischeri* Azam.

3′ Macule brune préapicale de l'aile grande, dilatée jusqu'au sommet, partie basale seule étant rouge vermeil. Antennes longues. ♂ 14—17, ♀ 20—25 *mm.* (Fig. 12 (3).) — Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. Slovaquie? Russie Subcarpathique? **4. patruelis Sturm.**

4. Sphingonotus Fieb.

Tableau des races.

1″ Ailes inférieures bleu clair, sans trace de bandes ou macules obscures. ♂ 15—22, ♀ 21—28 *mm.* Bohême (localisé, mais pas très rare), Moravie? (pas encore signalé), Silésie? Slovaquie? Russie Subcarpathique (Pungur) (Fig. 12, (1). — **1. coerulans Linné.**

1′ Ailes avec une macule plus ou moins dilatée et préapicale, brune, l'autre surface bleue.

2″ Élytres ♀♀ avec deux ou trois bandes obscures faiblement indiquées. Marge antérieure des ailes des ♀♀ avec une macule obscure, chez les ♂♂ avec une bande obscure plus distincte, cette macule ou bande moins distincte et plus faible que chez la forme suivante. Élytres ♂♂ sans bandes obscures distinctes. Décrite dans l'Allemagne boréale. Manque en Tchécoslovaquie. **1. coerulans ssp. intermedius Ramme.**

2′ Élytres ♀♂ brun grisâtre, sans bandes distinctes. Les ailes avec une large bande transversale, subéffacée, brune — leur marge antérieure rougeâtre dans la région basale. Rasse nordique. Connue en Silésie prussienne; elle touche parfois notre frontière boréale.

1. coerulans ssp. cyanopterus Charp.

5. Bryodema Fieb.

1. *Tuberculata* Fabr.

Espèce boréoalpine. Signalée en Silésie Prussiene (Glogau). Il n'est pas impossible qu'elle se retrouve un jour sur nos montagnes du Nord (Krkonoše, Beskydes, Tatra etc.). —

6. Oedipoda Latr.

Tableau des espèces et des variétés:

1″ Ailes inférieures jamais à coloration rouge intense. Côte frontale au dessus de l'ocelle légèrement impressionnée, formant dans la partie supérieure une petite carène longitudinale faiblement indiquée, dont la partie supérieure (postérieure) forme à la hauteur des fovéoles du vertex une espèce d'élevation transversale; fovéoles du vertex plus distinctement délimitées et moins fortement éloignées l'une de l'autre. Carène médiane longitudinale du prothorax beaucoup plus élevée, surtout antérieurement, distinctement plus haute; incision transver-

sale, faite par le dernier sillon transversal du prothorax est plus aiguë, en angle aigu et très distincte. La carène latérale de la tête, courant sous l'ocelle latérale, est plus distinctement indiquée, plus marquée. La macule obscure, bordant la marge antérieure de l'aile, est indistincte au tiers basal. ♂ 15—21, ♀ 22—28 *mm.*

2″ Les ailes sont d'un bleu éclatant, à bande noire.

3″ Surface obscure, d'un brun rouge plus clair ou plus foncé, avec deux ou trois bandes obscures transversales aux élytres, rarement toute la surface d'un brun rouge uniforme.

4″ Surface obscure, prothorax jamais entièrement brun rouge.

5″ Prothorax unicolore. Cette espèce est répandue partout en Tchécoslovaquie. Les variétés et aberrations plus rarement avec le type. Fig. 12 (2). **1. coerulescens L.**

5′ Prothorax dans se majeure partie (moitié postérieure), ou au moins sur les bords, à coloration jaune gris clair ou rouge roux.

6″ Marge postérieure du prothorax ou toute la moitié postérieure à coloration claire, jaune gris ou gris blanchâtre, parfois avec une croix blanche en dessus.

7″ Moitié postérieure du prothorax jaune gris ou blanche.
1. coerulescens ab. collaris Karny.

7′ Prothorax seulement postérieurement à bordure étroite claire; disque obscur ou à croix blanche.

8″ Prothorax en dessus avec une croix blanche aux branches obliques, postérieurement souvent à bordure étroite, claire.
1. coerulescens ab. cruciata Karny.

8′ Prothorax sans coloration discale claire, seulement postérieurement à bordure étroite et claire. Bohême: Nová huť.
1. coerulescens ab. marginata Karny.

6′ Marge postérieure du prothorax ou la majeure partie de cette partie postérieure à coloration rousse, postérieurement souvent à bordure jaune, claire et étroite.

9″ Moitié postérieure du prothorax à coloration claire, rouge-roux.
1. coerulescens ab. ferrugata Karny.

9′ Moitié postérieure du prothorax à coloration claire, rouge-roux, la marge postérieure étant étroitement bordée de gris blanchâtre.
1. coerulescens ab. ornata Karny.

4′ Surface rouge roux, la plus grande partie du prothorax rouge.
1. coerulescens ab. a.

3′ Surface d'un jaune gris blanchâtre, très clair, les élytres sans bandes transversales. Bohême: Nová huť. **1. coerulescens ab. b.**

2′ Ailes jaunes ou avec une teinte rougeâtre.

10″ Ailes jaunes. Bohême: Bělá p. Bezdězem. Trouvée en assez grand nombre à Bolehošť près d'Opočno.
1. coerulescens var. sulphurescens Sauss.

10′ Ailes jaunes avec une teinte rouge plus ou moins forte. Bohême: Troja. Extrêmement rare avec la forme typique. **1. coerulescens var. c.**

1′ Ailes jamais d'un bleu intense. Côte frontale en dessus de l'ocelle en général plane, sans gibbosités ou élévations. Fovéoles du vertex moins nettement délimitées et plus fortement éloignées l'une de l'autre, parce que la partie supérieure (supraocellaire) de la côte frontale est souvent plus élargie que la partie inférieure. Carène médiane thoracique moins élevée, moins aiguë, l'incision de cette carène plus arrondie, en angle obtus, plus petite. Carène latérale de la tête beaucoup moins distincte.*) Bande obscure des ailes postérieures se prolongeant le long de la marge antérieure de l'aile jusque presque vers la base de l'aile qui est aussi de couleur assez foncée.

11″ Ailes vermeil ou d'un rouge intense.

12″ Élytres ♀♂ intransparentes, mais vers le bout ou un peu avant le sommet de couleur brune. Ailes postérieures rouge intense. Bande obscure des ailes postérieures grande, très dilatée.

13″ Bande obscure des ailes postérieures laisse libre antérieurement, le long de la marge antérieure, une étroite bordure rouge; elle fait une courbe, bordant la marge postérieure de l'aile dont elle s'éloigne arrivée au deuxième sinus (pli) de l'aile. Apex de l'aile hyalin. — En Tchécoslovaquie semble être plus rare que l'espèce précédente. Bohême. Pas encore (d'après Ginter) signalée en Moravie; Slovaquie? Russie Subcarpathique? Tab. II., 78, 103. — **2. miniata Pallas*).**

13′ Bande obscure des ailes postérieures s'élargissant dans toute la partie apicale de l'aile, ne laissant rouge aucune partie du bord antérieur. — Forme des Alpes**). **2. miniata ssp. Kraussi Ramme.**

12′ Élytres ♂♀ plus clairs, notamment chez les ♀♀ souvent l'apex sur une étendue plus ou moins grande est hyalin. Ailes rouges ou rouge vermeil.

14″ Ailes rouges. Macule noire alaire plus petite, plus étroite, atteignant la marge latérale au deuxième pli (sinus); élytres plus clairs, chez les ♀♀ souvent hyalins au bout. — Forme tyrolienne, méridionale.

2. miniata ssp. intermedia Ramme.

14′ Ailes de couleur vermeille. Macule noire claire très étroite, atteignant la marge latérale jusqu'au troisième ou quatrième pli (sinus). Le sommet des élytres, sur un très large étendue, hyalin; pigmentation élytrale faible. Race méridionale. **2. miniata ssp. meridionalis Ramme.**

11′ Les ailes sont jaunes, légèrement rougeâtres ou bien bleuâtres.

15‴ Ailes jaunes. **2. miniata var. flava Saussure.**

15″ Ailes jaune-vermeil. **2. miniata var. decolor Saussure.**

15′ Ailes hyalines et bleuâtres. **2. miniata var. coerulea Saussure.**

*) Cette espèce a quelques aberrations de couleur analogues à l'espèce précédente. Elles ne sont pas mentionnées ici, parce qu'elles sont très exceptionelles et pas encore citées par les auteurs.

**) Les trois races suivantes manquent en Tchécoslovaquie et sont ajoutées seulement pour faire connaître la variabilité de l'espèce. Les variétés de *Saussure* n'ont pas été encore trouvées en Tchécoslovaquie mais elles sont bien possibles.

Celes Saussure.

Tableau des variétés de l'espèce.

1″ Partie basale des ailes de couleur vermeille ou rouge.
2″ Partie basale alaire vermeil clair. Russie Subcarpathique (Pungur), Slovaquie? ♂ 18—25, ♀ 22—34 *mm*. **1. variabilis Pallas.**
2′ Ailes rouges. Tchécoslovaquie? **1. variabilis var. rhodoptilus Charp.**
1′ Partie basale des ailes hyaline, incolore ou d'un bleu clair.
3″ Partie basale alaire incolore, hyaline, au plus avec un très faible lustre bleuâtre. Tchécoslovaquie? (Autriche).
variabilis var. subcoeruleipennis Charp.
3′ Élytres bleus. Tchécoslovaquie? (Autriche). **variabilis var.** a.

8. Pachytylus Fieb.

Tableau des formes:

1″ Brun grisâtre allant jusqu'au brun olivâtre. Vertex avec une carinule longitudinale très fine et luisante. Prothorax plus fortement étranglé

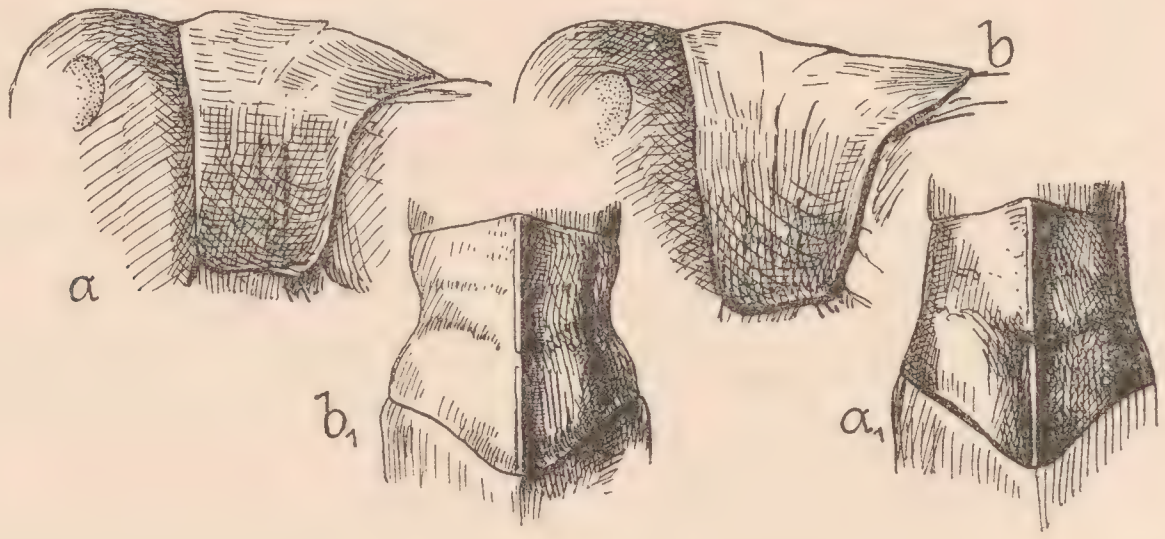


Fig. 20. Forme du prothorax (*a, b* vu latéralement, a_1 b_1 vu dessus) ; *a*, a_1 = *Pachytylus migratorius ssp. danicus* L., *b*, b_1 = *Pachytylus migratorius* L. (forma typica).

latéralement, obtusement prolongé en avant. ♂♀ de la même grandeur. Carène longitudinale médiane du prothorax droite et seulement legèrement élevée. Denticulation des fémurs postérieurs plus fine. ♂♂ 35—48, ♀♀ 42—55 *mm*. Fig. 20 (*b*, b_1). — Bohême. Moravie? Silésie. **1. migratorius Linné.**
1′ De couleur verdâtre ou olive, rarement brune. Vertex sans carinule longitudinale petite. Prothorax seulement faiblement étranglé, prolongé en angle antérieurement. Les ♂♂ de taille généralement moindre que les ♀♀. Carène longitudinale du prothorax courbée et plus fortement élevée. L'arête supérieure des fémurs postérieurs à denticulation plus forte. ♂♂ 33—36 *mm*, ♀♀ 37—60 *mm*. Fig. 20 (*a*, a_1). — Bohême. Slovaquie, Russie Subcarpathique.
1. migratorius ssp. danicus Linné.

II. Tryxalidae Walker.

9. Tryxalis Fabr.

1. *Nasuta* L. Tab. II., 79, 80. — Slovaquie, Russie Subcarpathique, dans les localitées chaudes et steppiques. Trouvé en 1875 dans les environs de Brno (Moravie). —

10. Epacromia Fisch.

Tableau des espèces et des variétés:

1″ Coloration brune rougeâtre. Fémurs postérieurs environs trois fois plus longs que larges, aussi plus larges et plus forts, ailes plus enfumées antérieurement et vers le sommet. Carène latéro-inférieure des fémurs postérieurs, bordant en dessous le champ fémoral, ornée de quelques macules noires et petites. Tibias postérieures en majeure partie rouges; leur articulation du genou grise, ornée d'une macule noire; sous cette macule, un anneau jaune et brun (chez les exemplaires déséchés moins distinctement visible). La carène mêdiane longitudinale du prothorax, vue de côté, est distinctement convexe, surtout antérieurement. Prothorax, vu de dessus, plus long, marge postérieure du prothorax plus fortement et plus anguleusement avancée. Élytres bruns, avec deux ou trois bandes obscures et transversales. ♂ 18—20, ♀ 22—28 *mm*.

2‴ Les ailes inférieures hyalines, légèrement bleu verdâtre. — Pas encore trouvée en Tchécoslovaquie. Elle vit dans le Mecklenbourg et est bien possible en Bohême. **1. strepens Latr.**

2″ Les ailes bleues. Race Adriatique, absente en Tchécoslovaquie.

1. strepens var. cyanoptera Ramme.

2′ Les ailes vertes. Race méridionale, tyrolienne. Manque en Tchécoslovaquie. **1. strepens var. chloroptera Ramme.**

1′ Verdâtre, rarement brun. Fémurs postérieurs environ quatre fois plus longs que larges, alors plus étroits et plus grêles; leurs carène extéro-inférieure sans macules noires. Les ailes beaucoup moins foncées vers le sommet. Tibias postérieurs plus longs et plus étroits, rouge pâle, l'anneau jaune et brun sous le genou indistinct. Carène médiane du prothorax, vue de côté, subdéprimée antérieurement; prothorax, vu de dessus, plus court, marge postérieure du prothorax prolongée au milieu en angle plus arrondi et beaucoup plus faiblement. Élytres bruns au bout, antérieurement, près de la base, le long de la marge antérieure, souvent avec une macule claire verte. Les ailes presque

hyalines, incolores, légèrement jaune verdâtre. — Bohême, Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. **2. thalassina Fabr.*)**

11. Stauronotus Fisch.

Tableau des espèces.

1″ Brun jaunâtre, à maculation plus obscure. Côte frontale, au dessus de l'ocelle, sans impression, plus convexe. Élytres plus courts, ne dépassant pas les fémurs postérieurs chez la forme normale; *Cu* plus éloigné de *M* que de *A*; les veines *Cu* et *A* plus fortement rapprochées. L'articulation des genoux postérieurs noire (♂) ou brune (♀) ornée en dessus d'une macule jaune ou blanche. Fovéoles du vertex en parallélopipède. L'article basal des antennes environs aussi large que le court diamètre de la fovéole du vertex. Les yeux, vus de côté, proportionnellement à la tête beaucoup plus grands. — Espèce de taille moindre: ♂ 12—18, ♀ 16—19 *mm*. Moravie (formes brachyptères et macroptères), Slovaquie. **1. brevîcollis Eversm.**

1′ Jaune rougeâtre, maculé de brun. Côte frontale en dessus de l'ocelle impressionnée. Élytres plus longs, dépassant distinctement les fémurs postérieurs. — *Cu* située à la même distance de *M* que de *A*. L'articulation des genoux postérieurs ♂♀ brun grisâtre, ornée d'un anneau jaune clair. Fovéoles du vertex en losange. L'article basal des antennes plus fort; plus large que le diamètre étroit de la fovéole du vertex. Les yeux, vus de côté, beaucoup plus petits (proportionnellement à la tête). — Espèce de grande taille: ♂ 17—28, ♀ 20—33 *mm*. Pas encore signalée en Tchécoslovaquie, mais bien possible en Slovaquie et en Russie Subcarpathique. **2. maroccanus Thunb.**

12. Parapleurus Fisch.

1. *Alliaceus* Germ. — Trouvé en Bohême. Russie Subcarpathique (Pungur). Moravie? Slovaquie?

13. Stethophyma Fisch. (Tab. III, 115).

Tableau des espèces:

1″ Fovéoles du vertex très nettement délimitées, sans points isolés plus marqués. Abdomen ♂♀ unicolore en dessous, à coloration jaune ou

---

*) Dans la voisinage de la frontière de Slovaquie, on a trouvé en Hongrie (Lac Nezider) *E. tergestina* Charp. qui s'éloigne des deux espèces citées par la couleur bleuâtre des tibias postérieurs, par les fovéoles du vertex, qui sont en triangle et moins distinctes, par les ailes incolores et par les élytres sans bandes obcures, transversales.

jaune-gris. Partie distale des tibias postérieurs rouge foncé. Ailes incolores, hyalines. Carènes latérales du prothorax au moins légèrement divergentes antérieurement.

2″ Carènes latérales du prothorax très faiblement divergentes antérieurement. Base des tibias postérieurs à coloration noire (♂) ou jaune (♀). Jaunâtre ou brunâtre, à maculation obscure. Nervation élytrale assez claire. Abdomen ♀ ♂ unicolore, jaune, sans macules obscures. Espèce robuste et plus grande. ♂ 25—30, ♀ 35—45 *mm.*

3″ Élytres ♂♀ raccourcis. — N'a pas encore été trouvée en Tchécoslovaquie. Forme orientale et méridionale. **1. brevipenne Brunn.**

3′ Élytres entièrement développés, longs. Forme exceptionelle et très rare. **brevipenne var. macroptera auct.**

2′ Les carènes latérales du prothorax plus fortement et très distinctement divergentes antérieuremen'. Tibias postérieurs jaunes ou légèrement rougeâtres à la base. D'un brun olive. Carènes latérales du prothorax plus claires. Élytres à maculation brune, leur nervation obscure à la base. Abdomen jaune clair, légèrement maculé en dessus. Espèce plus petite. ♂ 19—21, ♀ 25—28 *mm.* Moravie. Slovaquie? Russie Subcarpathique? **2. flavicosta Fisch.**

1′ Fovéoles du vertex indistinctement délimitées, peu concaves et indiquées par quelques points enfoncés. Abdomen jaune en dessous; chez les ♂♂ les 4—5 sternites basales de part et d'autre et à leur base portant des macules noires. Tibias postérieurs rouges, partie basale ♂♀ avec un anneau jaune. Ailes entièrement brunes. Carènes du prothorax parallèles antérieurement et légèrement convergentes en avant.

4″ Élytres ♂ dépassant l'abdomen; raccourcies chez les ♀♀. — Slovaquie, Russie Subcarpathique. Moravie? Tab. II, 84, tab. III, 128. **3. fuscum Pall.**

4′ Femelles avec les organes du vol entiers, longs. Très rare. — Pas encore trouvée en Tchécoslovaquie. **3. fuscum ♀ var. macroptera** auct.

14. Mecostethus Fieb.

Tableau des variétés de l'espèce.

1″ Brun obscur allant jusqu'à l'olivâtre, plus rarement plus rougeâtre. Une bande longitudinale noire aux élytres. Prothorax au milieu sans bande claire. Élytres antérieurement avec une bande longitudinale couleur jaune soufre ou jaune blanchâtre.

2″ Vertex plus convexe, les fovéoles du vertex moins distinctes; plus obscur. Ailes hyalines, leur sommet légèrement obscurci. Abdomen vert jaunâtre, de même que les tibias postérieurs — le sommet de ces derniers et un anneau au dessous de genou noirs, ainsi que leur épination. Fémurs postérieurs rouges en dessous, genoux noirs. ♂ 12—24,

♀ 26—40 *mm.* — Bohême, Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. Silésie? Tab. II, 82, 83. **1. grossus Linné.**

2′ Forme pâle, à vertex moins convexe, presque legèrement concave et aux fovéoles du vertex très peu distinctes. **1. grossus L. var. a.**

1′ Brun clair, brun jaunâtre en dessus; le front au milieu avec une bande longitudinale jaune claire, qui se prolonge au milieu du prothorax et dans la région anale (dorsale) des élytres. — Forme des Alpes, pas encore trouvée en Tchécoslovaquie. **1. grossus var. mediovittatus Puschnigg.**

15. Chrysochraon Fisch.

Tableau des espèces et des variétés.

1″ Vertex entre les antennes, antérieurement, plus aigu — sa partie émoussée apicale est plus étroite. Plaque sous-génitale ♂♂ très longue et subacuminée; fémurs postérieurs et genoux obscures, jaunes (♂♂) ou rouge pourprés (♀♀) en dessous, de même que la partie inférieure des tibias postérieurs. Oviscapte avec des valves courtes et fortes — nottament les valves supérieures sont fortes, inégales supérieurement, courbées et acuminées vers le sommet. Couleur vert claire ou brunâtre, à lustre léger doré (ce lustre disparaissant chez exemplairs morts).

2″ Élytres ♂♂ plus longs, aussi long que les fémurs postérieurs, atteignant le bout de l'abdomen — chez les ♀♀ raccourcis et tellement rapprochés intérieurement, qu'ils se touchent presque; ils sont de forme ovalaire, longs et subaigus au sommet. ♂ 16—18, ♀ 23—25 *mm.* — Tab. II, 76, 77. Tab. III, 132, 134. Bohême, Moravie, Silésie? Slovaquie, Russie Subcarpathique. **1. dispar Germ.**

2′ Les élytres et ailes bien développés chez les deux sexes; élytres demihyalins, un peu rougeâtres à la base, longs de 15 *mm* (♂♂) et de 19—21 (♀♀) *mm.* — Rarement avec la forme typique. **1. dispar var. platypterus Ocskay.**

1′ Vertex antérieurement largement arrondi entre les antennes. Plaque sous-génitale ♂♂ courte et seulement un peu plus longue que le dernier sternite, moins acuminée au bout. Fémurs postérieurs unicolores, verts en dessous, chez les ♀♀ parfois rougeâtres L'oviscapte avec valves très étroites et allongées; les valves dorsales aussi étroites et presque de la même forme que les valves ventrales.

3″ Vert clair, élytres rouges ou rouge vermeil.

4″ Élytres ♂♂ de moitié plus courts que les fémurs postérieurs, plus courts que l'abdomen; chez les ♀♀ normalement très courts; chez les deux sexes fortement éloignés l'un de l'autre, distants.

5″ Élytres ♀♀ coupés au bout. ♂ 13·5—15, ♀ 18—22 *mm.* — Bohême, Moravie, Silésie? Slovaquie, Russie Subcarpathique. Tab. II, 85, tab. III, 131, 133, tab. IV, 164. **2. brachypterus Ocskay.**

5′ Élytres ♀♀ acuminés au bout. — Race des Pyrénées; n'existe pas en Tchécoslovaquie. **2. brachypterus var. intermedius I. Bol.**

4′ Élytres ♂♀ entièrement développés. Ailes longues. Assez rare; avec la forme typique, surtout dans les localités assez élevées.
2. brachypterus var. homoptera Eversm.

3′ Le dessus et les côtés, de même que la partie inférieure du prothorax bleus, les autres parties du corps de coloration bleu-grisâtre ou bleu noirâtre. Élytres ♂ rougeâtres. — Forme alpine, pas encore signalée en Tchécoslovaquie. **2. brachypterus var. subcoerulea Puschnigg.**

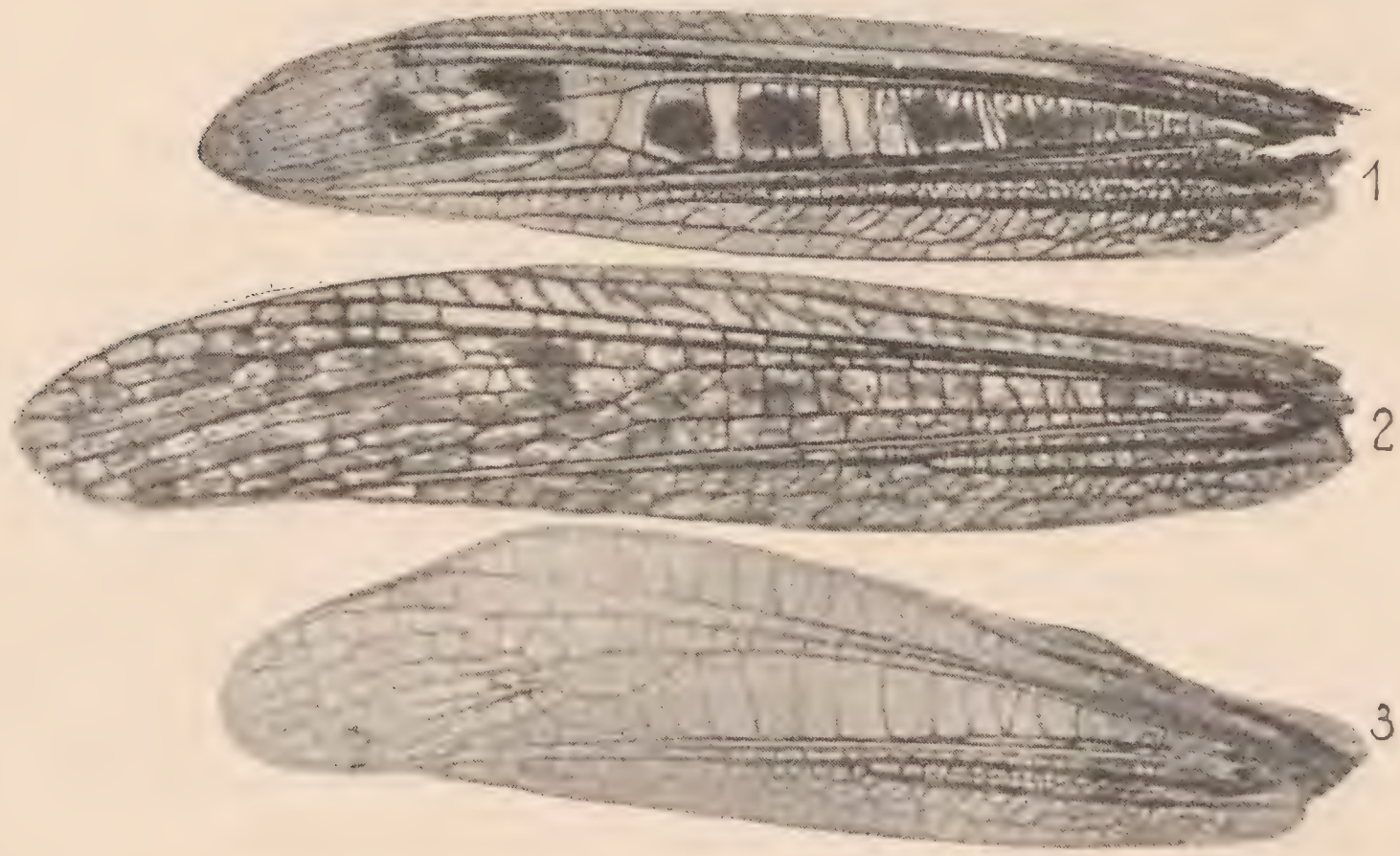


Fig. 13. L'élytre gauche: 1. Stenobothrus nigromaculatus Herr.-Schaeffer; 2. Stenobothrus haemorrhoidalis Charp.; 3. Stenobothrus apricarius L. (Phot. Dr. F. G. Rambousek.)

16. Stenobothrus Fisch.

Tandis que la détermination des espèces des genres précédents est assez simple, la détermination des *Stenobothrus* est assez difficile. Chez plusieures, on connâit des formes *brachyptères* et *macroptères*. Dans les derniers temps on a divisé l'ancien genre *Stenobothrus* en plusieures genres spéciaux et isolés, qui, dans le dernier Catalogue de Kirby, sont placés à une assez grande distance les uns des autres. Je crains, que mes observations ne me permettent pas d'accepter cet émiettement inutile. Dans la Coléopterologie on n'accepterait pas des catégories faibles, telles que *Omocestus*, *Chorthippus* etc. même comme sous-genres. Je vais jusqu'à adopter le *Gomphocerus* Thunb. comme un simple sous-genre de *Stenobothrus*, parce que, à l'exception de la conformation des antennes, *il n'éxiste pas de caractères plus importants pour définer ce sous-genre*. En étudiant les *Stenobothrus*, on trouvera bientôt des affinités remarquables entre St. (*Gomphocerus*) *maculatus* Thunb. et *St.* (*Omocestus*) *petraeus* Bris. qui sont très semblables, ayant la forme

et la longueur de la tête et du prothorax presque égales — et qui cependant, à en croire certains auteurs, doivent faire partie de deux genres fort éloignés! De même — la dilatation du sommet des antennes, — le seul caractère utile pour définir les *Gomphocerus* — est variable selon les espèces et selon les sexes; les femelles du *maculatus* Thunb. ont des antennes *simples!* En revanche on a constaté, que chez certains *Stenobothrus* vrais, comme chez *nigromaculatus* Herr.-Sch. et *Fischeri* Eversm., il existe certaines formes *dont l'apex des antennes est subdilaté.* Les quatre espèces des *Gomphocerus,* séparées dans les derniers temps en deux genres (*Gomphocerus* et *Myrmeleotettix*), semblent être en réalité quatre branches isolées des lignes d'évolution des divers groupes de *Stenobothres.* Leur affinité réciproque est très petite. Seul mériterait une position spéciale le *G. sibiricus* L. à cause de la conformation rémarquable de son pronotum et du dimorphisme sexuel très dépeloppé.

Les auteurs modernes ont divisé l'ancien genre *Stenobothrus* (sensu Brunner) en quatre genres: *Stenobothrus* s. str. *Omocestus* I. Bol., *Stauroderus* I. Bol. et *Chorthippus* Fieb. Comme caractère très important pour qualifier ces genres on a employé la présence ou l'absence d'une dent sur les valves de l'oviscapte ♀. *Il reste douteux si l'on puisse employer caractères sexuels pour définir un genre, mais le doute concernant le caractère en question ne fait que plus s'accentuer lorsqu'on se souvient que dans le genre Podisma, les quatre ou cinque espèces de l'Europe centrale, qui sont très voisines et qu'on n'a jamais considérées comme appartenantes à des genres différents, nous présentent toutes les variations possibles en ce qui touche la présence ou l'absence de la dent des valves de l'oviscapte.* Il reste encore un caractère: le lobe basal de la marge antérieure des élytres. Mais on constate des variations manifestes de ce caractère chez les *Gomphocerus,* dont la génerale sculpture élytrale n'est nullement différente de celle des *Stenobothrus* vrais.

En revanche il est fort intéressant de noter qu'aucun auteur n'a érigé de groupe générique ou sous-générique pour le *Stenob. miniatus* Charp. et ses voisins. Cette espèce s'éloigne des autres très manifestement par la forme bizare et fort remarquable du champ discoïdal de élytres et notamment des ailes inférieures, caractère qui a cependant un contre-coup biologique intéressant, puisque c'est là la base de la stridulation chez cette espèce, analogue à celle chez les *Oedipoda.* De même la forme de l'aile inférieure, présentant une incision subapicale profonde de la marge postérieure est plus importante que ne l'ont admis les auteurs.

La systématique des espèces de ce genre est fort compliquée. Dans le texte tchèque je donne une synonymie complète. Je me bornerai à mentionner ici *St. biguttulus* L. Certains auteurs ont plaidé pour la séparation spécifique du *bicolor* Charp. et récemment de *mollis* Charp. Les formes citées ont les ♂♂ très bien différenciés, tandis que le ♀♀ sont presque absolument égales et indéterminables. En outre, il existe une certaine variabilité chez les

mâles des trois formes citées et l'on peut trouver quelques individus qui forment la transition d'une forme à l'autre. Il est vrai, qu'on a aussi constaté une très grande différence entre les sons, produits par les mâles en question, *mais, on n'a jamais encore étudié les modulations produites par les formes intermédiaires et qui varient suivant les modifications du champ costal et subcostal,* organes de la plus grande importance en ce qui concerne la stridulation des mâles. Contrairement à l'opinion de quelques auteurs modernes je considère cependant le *bicolor, mollis,* aussi que *collinus* et *montanus* de Karny comme les formes différentes *des mâles d'une seule espèce,* comme on le voit dans quelques groupes de Coléoptères et je *considère toute cette variabilité comme un phénomène de polymorphie chez les mâles d'une même espèce.* Chez cette espèce il y a des formes aux ailes assez courtes et d'autres aux ailes très longues — il serait fort intéressant de connaître les sons produits par ces formes.

* * *

Tableau des espèces et des variétés.

1″ Antennes normales, à peine élargies vers le sommet.

2″ Carènes latérales du prothorax seulement *légèrement, successivement* atténuées, parfois *presque parallèles*; l'espace entre ces carènes est à l'endroit *le plus large* (avant la base du prothorax) seulement *un peu plus large* (au plus 1½ fois) qu'à l'endroit *le plus éntroit* (situé dans le quart antérieur de la longueur du prothorax); les carènes sont, dans le quart antérieur de la longueur du prothorax, soit *parallèles* ou *presque parallèles,* rarement *faiblement* divergentes.

3″ Les carènes latérales du prothorax sont, au moins postérieurement, distinctement *divergentes.*

4″ Marge antérieure (costale) de l'élytre sans trace d'un large lobe arrondi au tiers basal. La ligne da le marge antérieure de l'élytre régulière, jamais onduleuse.

5″ Élytres ♂♀ pas raccourcis, couvrant la majeure partie de l'abdomen, toujours plus longs que la moitié de l'abdomen.

6″ Les ailes inférieures brun foncé, leur nervation noire. Marge antérieure des élytres avec une petite veine secondaire (*vena spuria*). Élytres de largeur inusuelle, distinctement plus larges que les fémurs postérieurs, largement arrondis vers le bout, environs trois fois plus longs que larges, la plus grande largeur étant située au milieu de la longueur. Champ discoïdal des ailes inférieures de largeur inusuelle, à nervation éparse, transversale, en lignes droites — beaucoup plus large que les deux champs voisins; marge postérieure, apicale, des ailes, près du champ discoïdal, avec une incision profonde. Sur les élytres *Cu* est très rapproché de *A* et lui est parallèle, au milieu de

longueur elle se tourne brusquement vers *M* et court au milieu du champ discoïdal entre *M* et *A*. Les carènes latérales du prothorax sont postérieurement fortement, dans le quart antérieur faiblement, divergentes. Vertex, dans l'angle formé par les fovéoles du vertex avec une carène longitudinale. Sur les ailes inférieures la veine *M* jointe dans la partie basale avec *R*. Sur les élytres *Cu* et *A* ne sont pas réunis. Fig. 14 (2), 16 (14); Tab. II, 81. — Moravie: environs de Brno: ♂ 19—21, ♀ 26—29 *mm*. **6. Stenobothrus (s. str.) miniatus Charp.*)**

6 Les ailes inférieures sont incolores, hyalines, au plus postérieurment légèrement infumées, sans incision large au bord postérieur près du champ discoïdal ou à échancrure très faible à cet endroit. Champ discoïdal des ailes inférieures étroit, peu différent des deux champs voisinants, à nervation transversale plus dense, fine et assez irrégulière.*) *Cu* forme avec *M* (sur les ailes inférieures) un champ discoïdal plus ou moins allongé. Marge antérieure des ailes sans veine accessoire (*vena spuria*). *M* et *R* des ailes inférieures divisés et isolés depuis la base de l'aile.

7″ *Cu* et *A* des élytres noduleusement et irrégulièrement réunis. Champ discoïdal plus large. ♀ avec une dent sur la partie externe des valves de l'oviscapte. (Fig. 18, 2 — voir la partie basale de élytre)**).

8″ Tête robuste. Champ discoïdal des élytres très large, unicolore, obscur, sans macules, avec des veines transversales droites et plus écartées vers le milieu. Champ costal le plus souvent blanc, élytres portant ordinairement, avant le tiers apical, une macule blanche, grande, transversale, oblique, souvent très distincte. Les carènes latérales du prothorax plus faiblement divergentes dans le quart antérieur de la longueur. Les ailes inférieures légèrement enfumées vers le sommet. Tête beaucoup plus courte que le prothorax. Long.: ♂ 17—19, ♀: 23—24 *mm*.

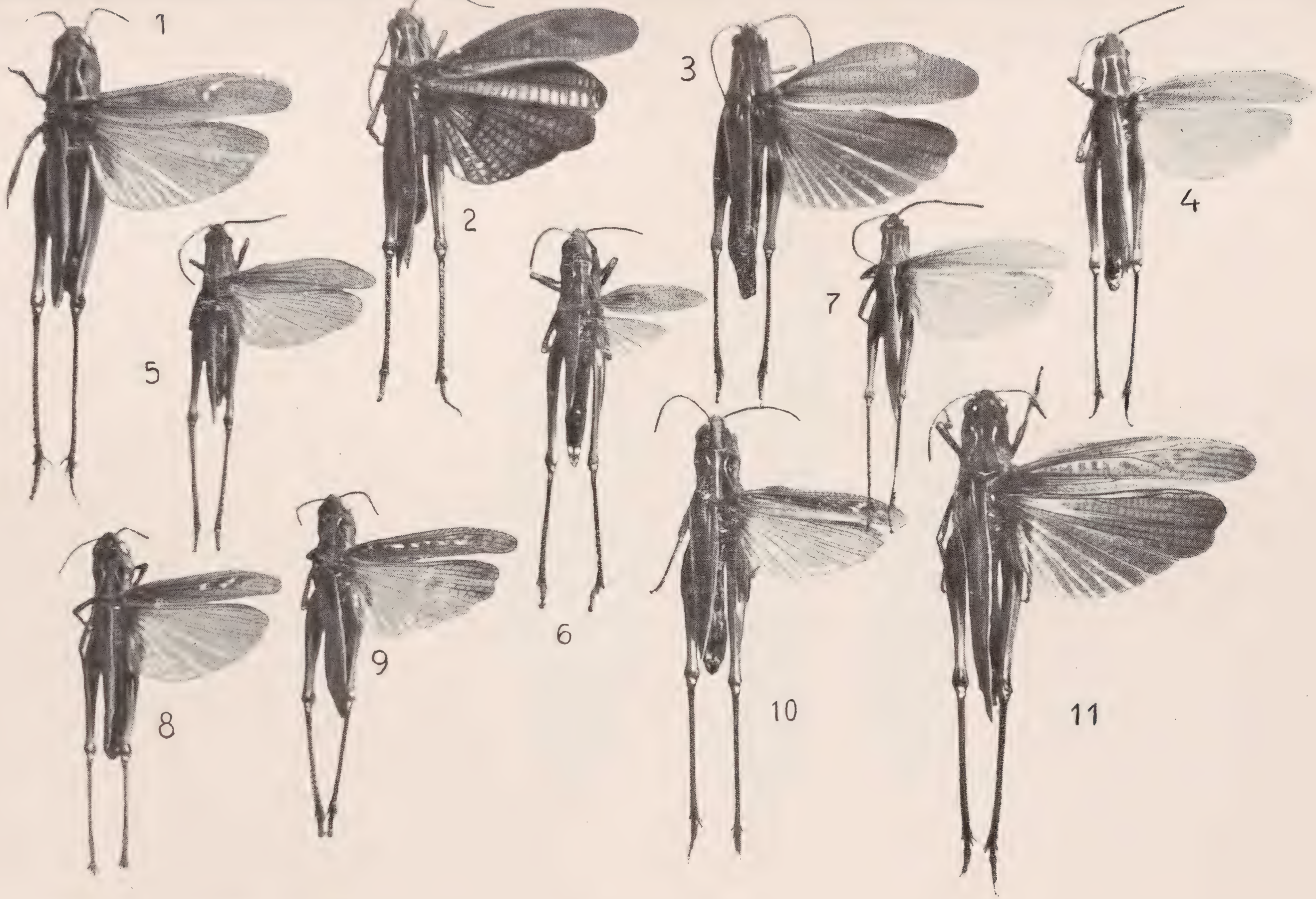
9″ Les élytres sont chez les deux sexes plus longs que l'abdomen.

10″ Verdâtre ou brun verdâtre, rarement vert bleuâtre. Partie dorsale (anale) des élytres, entre *Cu* et la marge postérieure, verte, l'autre partie (déclive) des élytres obscure, brun foncé. — Bohême, Moravie,

---

*) *St. Eurasius* Zub. a également le champ discoïdal des ailes fortement élargi, mais les ailes hyalines et incolores; les antennes ♂ faiblement subélargies vers le sommet. Brunâtre ou verdâtre; élytres ♂ plus longs, chez les ♀♀ de la même longueur que l'abdomen; avec une macule blanche dans le champ costal. *Cu* et *A* des élytres entierèment ou pour la plupart jointes. Nervation des ailes ♂ obscure; chez la ♀ seulement vers le sommet, aux veines obscures. Fémurs postérieurs avec les genoux obscurs; tibias postérieurs rouges, chez la ♀ brun rougeâtre ou jaune brunâtre, ♂ 17—18·5, ♀ 20—23 mm. (Ex Uvarov). Tab. II, 101. — Cette espèce de la Russie et Sibérie devait être trouvée dans les environs de Vienne, dont la faune est presque identique avec celle de la Moravie méridionale.

**) Chez l'éxemplaire photographié l'élytre est rompu le long de *Cu* et *A*.



Obr. 14. 1 = Stenobothrus lineatus Panz., 2 = S. miniatus Charp., 3 = S. morio Fab. ♂, 4 = S. dorsatus Zett. ♀, 5 = S. elegans Charp., 6 = S. parallelus Zett. ♀, 7 = S. dorsatus Zett. ♂, 8 = S. petraeus Bris., 9 = viridulus L., 10 = S. vagans Fieb., 11 = S. morio Fab. ♀. Mírně zvětšeno. (Fot. Dr. Rambousek.)

Slovaquie, sûrement aussi en Silésie et en Russie Subcarpathique. Fig. 14 (1), 16 (1), 18 (2) — Tab. II, 98. —
2. Stenobothrus (s. str.) lineatus Panz.

10′ Brun, brun noirâtre, jaunâtre ou pourpré jusqu'à violacé.

11″ Brun ocré ou brun plus foncé allant presque jusqu'au brun noirâtre.

12″ Brun ocré, partie dorsale (anale) des élytres avec une bande claire et longitudinale. **2. S. lineatus ab. a.**

12′ Brun jusqu'à brun noirâtre, les élytres sans bande claire près de la marge antérieure, fémurs brun jaunâtre clair, tibias rouge clair — pas de trace de coloration verte en dessus et en dessous. Décrit dans le Brandebourg; pas encore trouvé en Tchécoslovaquie.
2. S. lineatus ab. obscurus Zacher.

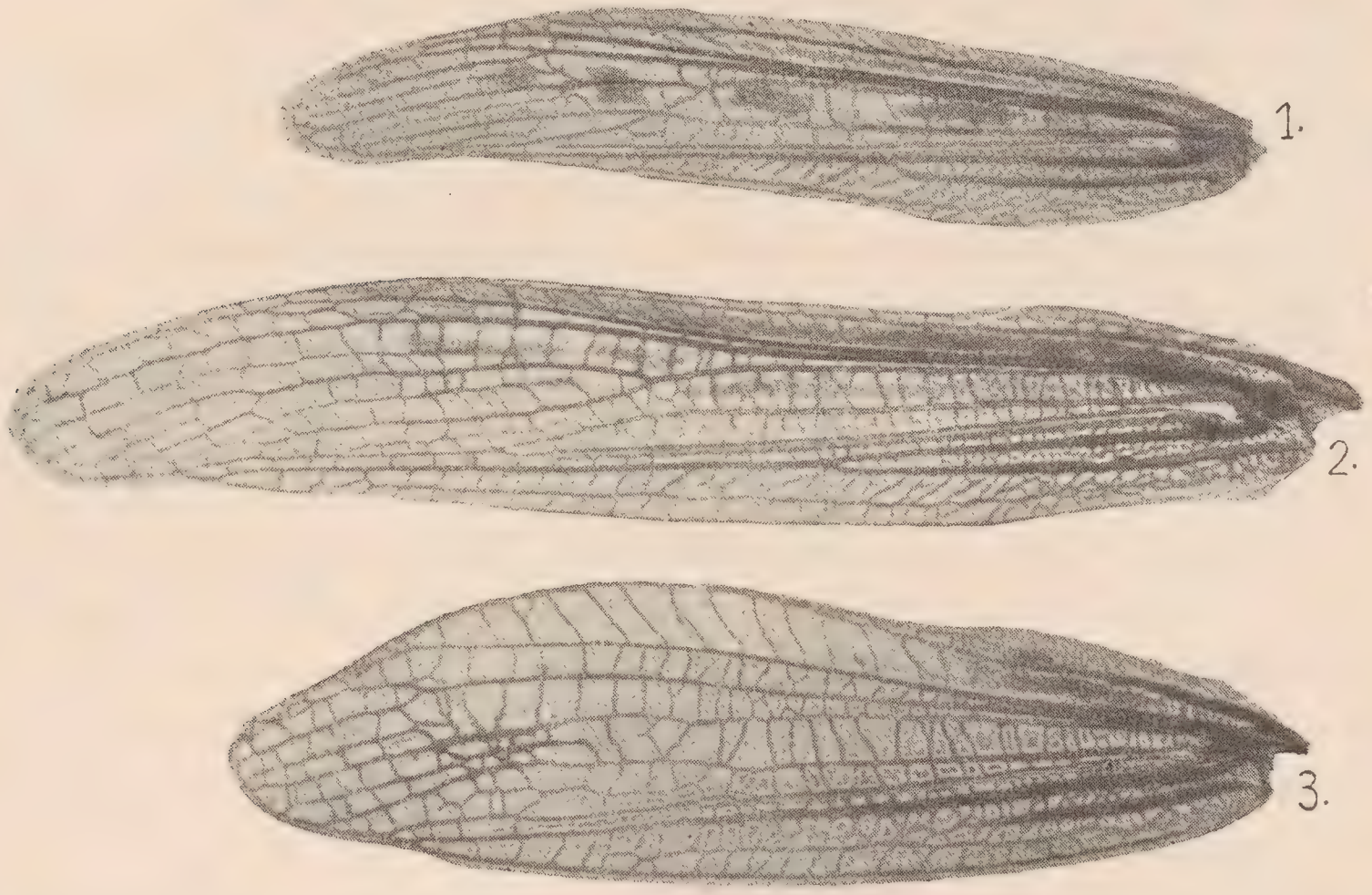


Fig. 15. L'élytre gauche: 1 = Stenobothrus stigmaticus Ramb. — 2 = St. elegans Charp. — 3 = St. parallelus Zett. (Phot. Dr. F. G. Rambousek.)

11′ Pourpré — violacé pouvant aller jusqu'au bleu. — Aberration très rare. Bohême: Rožmitál. **2. S. lineatus ab. violaceus Shugurov.**

9′ Élytres ♀♀ distinctement plus courts que l'abdomen. Rarement avec la forme typique. **2. S. lineatus var. ♀ b.**

8′ Tête seulement faiblement plus courte que le prothorax, moins trapue. Champ discoïdal plus étroit, aux macules obscures distinctes; macule blanche préapicale moins distincte, située au tiers postérieur des élytres, qui sont, chez le ♂ aussi longs, chez les ♀♀ distinctement plus courts que l'abdomen, ne le dépassant jamais.
♂ 14·7—19, ♀ 19—25 *mm*. Fig. 16 (2), 13 (1): tab. II, 113, 114. — Bohême. Moravie.
3. Stenobothrus (s. str.) nigromaculatus Herr.-Schäff.

7′ *Cu* et *A* des élytres libres, séparés. ♀ avec une dent sur la marge extérieure des valves de l'oviscapte ou bien sans cette dent.

13″ Espèces de grande taile. Les carènes du prothorax distinctement divergentes dans le tiers antérieur du prothorax ou bien au moins distinctement courbées à cet endroit. Tête souvent avec une carinule médiane petite et courte sur le vertex derrière la côte frontale. Les ailes inférieures enfumées au sommet.

14″ Tête très robuste, grande, chez la femelle de la même longueur que le prothorax, chez le mâle presque de la même longueur. Champ discoïdal court, environ aussi long que la moitié de la longueur de l'élytre. Macule blanche élytrale située plus antérieurement (plus proximale), avant le tiers apical de la longueur de l'élytre. *M* infléchie environ au milieu de l'élytre vers *Cu*. Élytres ♂♂ dépassant un peu l'abdomen, chez les ♀♀ distinctement plus courts. Valves de l'oviscapte extérieurement avec une dent distincte. ♂ 18—21, ♀ 23—26 *mm*. Fig. 16 (3). — Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie, sauf en Russie Subcarpathique (Pungur). **5. Stenobothrus (s. str.) Fischeri Eversm.**

14′ Tête indistinctement plus petite, beaucoup plus courte que le prothorax. Champ discoïdal plus long que la moitié de la longueur élytrale — macule blanche préapicale indistincte ou située jusque dans le tiers postérieur des élytres. *M* droite, sans courbure. Élytres ♂♀ dépassant distinctement l'abdomen. L'oviscapte ♀ sans valves extérieures.

15″ Champ discoïdal du largeur inusuelle; élytres avec une macule blanche et oblique du tiers apical très distincte. ♂ (Fig. 18, (2). Voir: **2. Stenobothrus (s. str.) lineatus Panz.**

15′ Champ discoïdal normal.

16″ Macule oblique et claire du tiers apical des élytres indistincte. Tête antérieurement, derrière la côte frontale, avec une carinule longitudinale petite. Oviscapte allongé: (Tab. II., fig. 99) denticule apical et atténué des deux valves ventrales est deux fois aussi court que la partie de l'oviscapte depuis la base de cette dent apicale jusque'à l'incision transversale avant la base de l'oviscapte. Palpes unicolores. L'espace entre *A* et Ax_1 est dans le quart basal des élytres presqu'aussi large qu'entre Ax_1 et Ax_2. (Fig. 14, 9).

17″ Vert clair ou jaune ocré, souvent brun avec une légère teinte verdâtre. Élytres souvent rougeâtres. ♂ 12—16, ♀ 19—24 *mm*. Tab. II., 88, 92, 96, 97, 99. — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. **1. S. (Sbg. Omocestus) viridulus L.**

17′ Vert obscur, unicolore ou bien bleu violacé.

18″ Vert obscur unicolore, seulement marge postérieure et apicale des élytres légèrement rougeâtre. Fémurs postérieurs vert obscur. Aberration rare. **12. S. (Omocestus) viridulus ab. unicolor Schirmer.**

18′ Bleu violacé brillant ou violacé pourpré. Aberration très rare. **12. S. (Omocestus) viridulus ab. rufoviolaceus Schirmer.**

16′ Macule claire oblique dans le tiers postérieur de la longueur, plus claire. Tête antérieurement sans carinule distincte derrière la côte

frontale. Oviscapte plus court: le denticule apical des deux valves ventrales de l'oviscapte est aussi long que la partie le l'oviscapte depuis la base de cette dent jusqu'a l'incision ou ride transversale avant la base de l'oviscapte (Tab. II, fig. 100). Palpes blanches au sommet. L'espace entre *A* et Ax_1 est plus étroit dans le quart basal qu'entre Ax_1 et Ax_2. Abdomen en dessus ou en dessous rougeâtre vers le bout. Élytres un peu plus étroits. ♂ 12—18, ♀ 175—21 *mm*. Fig. 16 (7). — Tab. II, 91, 100. — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.

13. Stenob. (Sbg. Omocestus) rufipes Zett.

13′ Espèce plus petite (11—20 *mm*). Carènes thoraciques soit presque parallèles dans la moitié antérieure du prothorax ou seulement très faiblement divergentes, à peine courbées. Ailes inférieures hyalines, incolores. Champ discoïdal des élytres assez indistinctement interrompu par macules plus claires. (Fig. 15, 1.) Macule claire préapicale située environ dans le quart apical de la longueur des élytres. Oviscapte ♀ avec une dent distincte sur la marge extérieure. Élytres ♀ un peu plus courts, ♂ un peu plus longs que l'abdomen. ♂ 10·5—15, ♀ 17—20 *mm*. Fig. 15 (1); 16 (19) tab. II, 90. — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.

4. Stenobothrus (s. str.) stigmaticus Ramb.

5′ Élytres ♂♀ fortement raccourcis, couvrant chez le ♂ presque la moitié, chez la ♀ un quart de l'abdomen. Oviscapte ♀ avec dent distincte sur la marge extérieure. Ailes inférieures réduites. Nervation des élytres simple, veines droites, non jointes, élytres sans macules obscures. — Moravie. Pas encore trouvé en Bohême. Il ne manque sûrement pas en Slovaquie et en Russie Subcarpathique.

1. Stenobothrus (s. str.) crassipes Ocskay.

4′ Marge antérieure des élytres dans le tiers proximal légérement avancée en formant un petit lobe large arrondi — elle est alors inégale et subonduleuse. Vertex, partie du prothorax entre les carènes longitudinales et partie dorsale des élytres souvent verts. La veine accessoire (*vena spuria*) entre Ax_2 et la marge postérieure est presqu'aussi forte et presque de la même conformation que *Cu*. Prothorax régulièrement sans bordure noire veloutée des carènes longitudinales. Champ discoïdal sans macules et obscures distinctes.

19″ *R* très fortement rapproché au *Sc*, à *courbure double* faible et applatie mais disdincte, en forme de „S“. Champ entre *Sc* et *R très étroit*, plus de deux fois plus étroit que le champ costal. Champ costal étroit, souvent à coloration blanche, avec des veines transversales éparses ou peu distinctes. *Sc*, *R*, *M* très fortement rapprochés dans la moitié basale des élytres, presque réunis. *Cu*, *A* et *Ax* dans la moitié basale éloignées l'une de l'autre. Carènes du prothorax droites ou presque droites, faiblement convergentes en avant en ligne droite. Champ costal ♂ à peine élargi vers le sommet. Les genoux postérieurs clairs,

sans macule noire. *M* au milieu de la longueur de l'élytre fortement tournée en arrière, fortement divergente de *R*. Fig. 15 (2).

20″ De taille moindre, même médiocrement robuste. ♂ 13, ♀ 18 *mm*.

21″ Jaune, verdâtre ou brunâtre.

22″ Élytres ♂♀ de la même longueur que l'abdomen. Fig. 14 (5), 15 (2). — Tab. II, 94. — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie.
17. Stenob. (Sbg. Chorthippus) elegans Charp.

22′ Élytres ♂♀ (surtout chez la ♀) soit plus courts que l'abdomen, soit beaucoup plus longs que celui-ci.

23″ Élytres ♂♀ (surtout chez la ♀) plus courts que l'abdomen. — Bohême: Rožmitál. **17. Stenob. (Sbg. Chorthippus) elegans f. brachyptera.**

23′ Élytres ♂♀ beaucoup plus longs que l'abdomen. — Bohême: Tabor.
17. Stenob. (Sbg. Chorthippus) elegans f. macroptera.

21′ De coloration uniforme verte, violacé rougeâtre ou pourprée.

24″ De coloration verte uniforme; tête, prothorax, partie dorsale des élytres et fémurs unicolores, seulement la bordure latérale des élytres dans le champ costal blanche. — Aberration rare; Bohême: Tábor.
17. Stenob. (Sbg. Chorthippus) elegans ab. virens Schirmer.

24′ Violacé rougeâtre ou violacé pourpré. — Forme très rare.
17. Stenob. (Sbg. Chorthippus) elegans ab. superbus Schirmer.

20′ Grand, beaucoup plus robuste, plus trapu. — Race méridionale de grande taille; manque en Tchécoslovaquie.
17. Stenob. (Sbg. Chorthippus) elegans var. maximus Karny.

19′ *R* moins fortement rapproché vers *Sc*, en ligne entièrement droite, à peine sinueuse. Champ entre *Sc* et *R* moins étroit. Champ costal avec une nervation transversale distincte; très rarement à coloration d'un blanc pur. *Sc*, *R* et *M* moins fortement rapprochés dans la partie basale de l'élytre, distinctement séparés l'un de l'autre. Carènes prothoraciques distinctement convergentes en avant en une ligne légèrement courbée. Champ costal ♂ subélargi vers le sommet. *M* presqu'en ligne droite.

25″ Sillon transversal du prothorax situé précisément au milieu de la longueur du prothorax. Oviscapte ♀ avec des valves remarquablement allongées. Ax_2 jointe avec Ax_1 environ au milieu de la longueur. Les antennes du ♂ longues. — Une espèce très mal décrite; je ne la connais pas en Tchécoslovaquie. *Ginter* dit qu'elle se trouve fréquement en Moravie. **17. Stenob. (Sbg. Chorthippus) longicornis Latr.**

25′ Sillon transversal du prothorax situé derrière le milieu, plus vers la base. Oviscapte ♀ avec des valves courtes.

26″ Fémurs postérieurs aux genoux de même coloration, claires. Élytres et ailes (Fig. 17 (2)) ♂♀ développés, exceptionellement raccourcis. Partie latérale, déclive des élytres (située entre *C* et *Cu*) très souvent d'une coloration obscure, partie dorsale des élytres (entre *Cu* et marge postérieure) très souvent plus claire. Les ailes inférieures bien développées et adaptées au vol. Dans le champ costal (souvent chez les ♀)

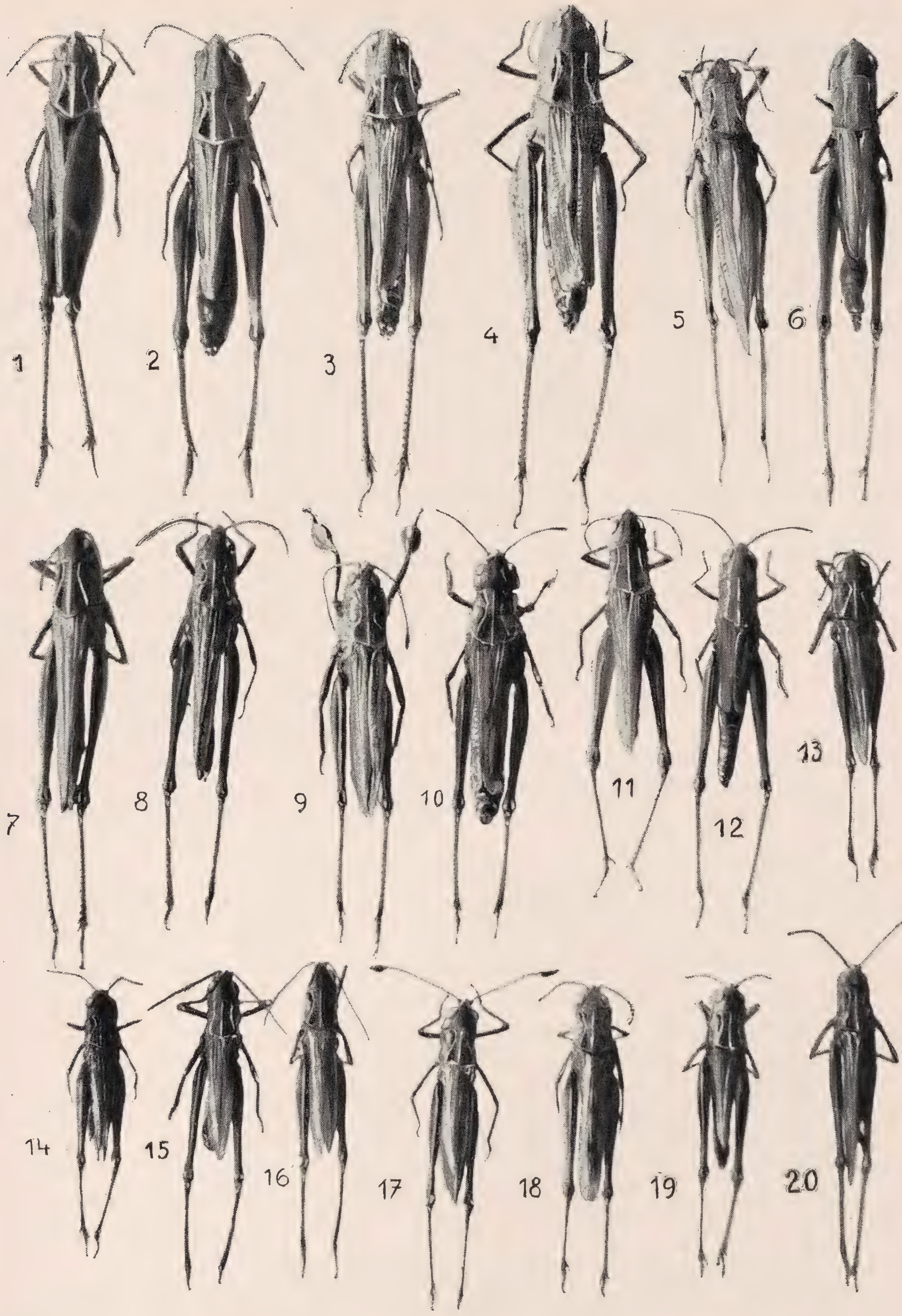


Fig. 16. 1 = *Stenobothrus lineatus* Panz., 2 = *S. nigromaculatus* Herr.-Schaeff., 3 = *S. Fischeri* Eversm., 4 = *S. miniatus* Charp., 5 = *S. morio* Fab., 6 = *S. pulvinatus* Fisch., 7 = *S. rufipes* Zett., 8 = *S. bicolor* Charp., 9 = *S.* (*Gomphocerus*) *sibiricus* L. ♂, 10 = *S.* (*Gomphoc.*) *sibiricus* L. ♀, 11 = *S. dorsatus* Zett., 12. *S. parallelus* Zett. ♀, 13 = *S. haemorrhoidalis* Charp., 14 = *S.* (*Gomphoc.*) *maculatus* Thunb., 15 = *S. parallelus* Zett. ♂, 16 = *S. apricarius* L., 17 = *S.* (*Gomphoc.*) *rufus* L., 18 = *S.* (*Gomphoc.*) *antennatus* Fieb., 19 = *S. stigmaticus* Ramb., 20 = *S. viridulus* L. — Faiblement grossi. (Phot. Dr. F. G. Rambousek.)

souvent une veine accessoire (*vena spuria*) bien développée. Champ costal ♂ distinctement subélargi. Les antennes ♂♀ plus longues que le prothorax et la tête réunis.

27″ Élytres et ailes ♂♀ entièrement développés, couvrant entièrement ou presqu'entièrement l'abdomen. Fig. 14 (4, 7): 16 (11), 17 (1). — ♂ 13—18, ♀ 19—26 *mm*. Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. **18. Stenob. (Sbg. Chorthippus) dorsatus Zett.**

27′ Élytres et ailes ♂♀ raccourcis, deux ou trois tergites découverts en arrière. **18. Stenob. (Sbg. Chorthippus) dorsatus f. brachyptera.**

26′ Les genoux postérieurs avec une macule noire. Les ailes inférieures raccourcies, inhabiles au vol. Élytres (fig. 15, 3) subacuminés vers le sommet, unicolores. Champ subcostal étroit. Antennes plus longues, chez la ♀ environ 1½ fois, chez le ♂ deux fois plus longues ques le prothorax et tête réunis.

28″ Carènes du prothorax au tiers antérieurs de sa longueur légèrement, mais distinctement courbées. Fig. 14 (6); 15 (3); (12, 15). — ♂ 14—17, ♀ 16·5—24 *mm*. Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.

29″ Marge basale du prothorax normalement arrondie.

30″ Prothorax unicolore, sans bordure noire de part et d'autre des carènes longitudinale.

31″ ♀♀. Élytres fortement raccourcis.

32″ Élytres couvrant seulement les segments antérieurs de l'abdomen. **19. Stenob. (Sbg. Chorthippus) parallelus Zett ♀.**

32′ Élytres couvrant la majeure partie de l'abdomen, dont les derniers tergites restent découverts. **19. Stenob. (Sbg. Chorthippus) parallelus Zett. var. ♀ a.**

31′ ♂♀. Élytres entièrement ou presqu'entièrement développés, atteignant ou même dépassant le sommet de l'abdomen.

33″ Élytres atteignant le sommet de l'abdomen.

34″ ♂♂; plus petits, plus étroits, avec les antennes plus longues. **19. Stenob. (Sbg. Chorthippus) parallelus Zett. ♂**

34′ ♀♀; plus grandes, plus trapues, avec les antennes plus courtes. **19. Stenob. (Sbg. Chorthippus) parallelus Zett. f. ♀ macroptera.**

33′ Élytres ♂♀ dépassant le sommet de l'abdomen. **19. Stenob. (Sbg. Chorthippus) parallelus f. montanus Charp.**

30′ Prothorax avec des macules d'un noir velouté, bordant de part et d'autre les carènes longitudinales du prothorax. — ♂♀ Bohême: localitées nombreuses. **19. Stenob. (Sbg. Chorthippus) parallelus ab. nigrolineatus Ivan.**

29′ Marge basale du prothorax courbée au milieu en angle émoussé. Forme grande, de coloration brune et obscure. **19. Stenob. (Sbg. Chorthippus) parallelus var. silvestris Puschnigg.**

28′ Carènes latérales du prothorax droites, sans courbure; marge postérieure du prothorax en ligne arrondie. Forme petite, de coloration claire. **19. Stenob. (Sbg. Chorthippus) parallelus var. pratensis Puschnigg.**

3′ Carènes latérales du prothorax entièrement parallèles. Fovéoles du vertex souvent moins distinctes. Jaune ocré; avant *C*, dans le petit lobe arrondi du tiers basal de la marge antérieure des élytres, une veine accessoire (*vena spuria*) bien développée. Une bande plus obscure latéralement derrière les yeux — continuation de cette bande, sur les côtés du prothorax, distincte. Champ costal très souvent d'un blanc pur, *Sc* régulierèment noire, bande longitudinale entre *Sc*, *R* et *M* obscure. Derrière Ax_2 une veine accessoire distincte. *Sc*, *R* et *M* très fortement rapprochées dans la partie basale, surtout chez ♀. Le sommet de l'abdomen ♂ avec une pointe longue, étroite, obliquement saillante en arrière. Valves de l'oviscapte ♀ avec une denticule courte.

35″ Tête moins robuste; élytres ♂ dépassant le sommet de l'abdomen, chez la ♀ assez faiblement raccourcis. Ailes entières. ♂ 11—21·5, ♀ 16—29 *mm*. Fig. 16 (6). — Trouvé en Moravie méridionale.*)

16. St. (Sbg. Chorthippus) pulvinatus Fischer.

35′ Tête très robuste, les élytres ♂♀ aussi que les ailes fortement raccourcis. — Forme méridionale; manque en Tchécoslovaquie.

16. St. (Sbg. Chorthippus) pulvinatus ssp. declivus Bris.

2′ Carènes latérales du prothorax *très fortement* et *anguleusement* rapprochées dans le tiers ou quart antérieur, fortement divergentes en avant et en arrière; l'espace entre ces carènes est sur l'endroit *le plus large* (avant la base du prothorax) beaucoup plus large (parfois jusqu'à deux fois plus large) que sur l'endroit *le plus étroit*.

36″ Élytres très larges, distinctement plus larges que les fémurs postérieurs, obscurs. Ailes d'un brun très foncé, leur nervation forte et obscure, avec champ discoïdal très fortement élargi. Carènes prothoraciques dans la partie antérieure, atténuées, presque parallèles. Fig. 14, 2. Voir: **6. Stenobothrus (s. str.) miniatus Charp.**

36′ Élytres étroits, sans sommet largement arrondi, environ aussi larges que les fémurs postérieurs. Ailes inférieures sans champ discoïdal fortement dilaté, hyalines, incolores, rarement obscures, mais aussi à nervation fine et claire.

---

*) Dans un important travail récent, M. S. T a r b i n s k i j („Materials concerning the Orthopterous fauna of the province of Altai, РУССКОЕ ЭНТОМОЛОГИЧЕСКОЕ ОБОЗРЕНИЕ, T. XIX. 1925, Nro 3—4, p. 176—195) a fondé (l. c. p. 192) pour le *Stenobothrus* (*Chorthippus*) *pulvinatus F.-W.* encore un genre nouveau: *Euchorthippus*. Je crains, que tous les caractères y donnés par le savant auteur (caractères, qui on retrouvera dans mon tablau présent —) n'ont *qu'une valeur spécifique* et qu'ils ne sont pas suffisantes pour constituer plus qu'une petite section de *Stenobothrus*. Une *atomisation inutile* des genres comme *Stenobothrus, basée sur caractères spécifiques et pas génériques,* comme elle est déjà commencée par divers auteurs aurait une seule conséquence: une *série des genres monotypiques artificiels,* comme on le trouve déjà dans quelques groupes des Insectes (par ex. *Sciaridae* chez les *Diptères* etc.), ce qui ne doit donc être considéré comme le but de la systématique, en la compliquant considérablement et inutilement.

37″ Marge antérieure des élytres faisant une courbe régulière, sans lobe large au tiers basal (proximal) de la longueur. Ailes hyalines, incolores, à veines plus obscures vers la marge antérieure.

38″ Prothorax plus long. Tête, vue de dessus, distinctement beaucoup plus courte que le prothorax. Poitrine presque entièrement glabre ou seulement faiblement pubescente. L'endroit le plus étroit entre les carènes thoraciques est situé *dans le quart antérieur* de la longueur du prothorax. Antennes plus longues. Fovéoles du vertex assez indistinctement delimitées. Sommet de l'abdomen ♂ rougeâtre. Valves de l'oviscapte plus fortes, denticule de la paire ventrale plus fort. Espèce plus grande.

Fig. 17. L'élytre gauche de: 1 = *Stenobothrus dorsatus* Zett., 2 = *St.* (*Gomphocerus*) *maculatus* Thunb. (Phot. Dr. F. G. Rambousek).

39″ Plus étroit, plus grêle. Fémurs postérieurs moins larges et plus courts. Prothorax plus court.

40‴ Surface à coloration jaunâtre ou ocrée, souvent brunâtre. Prothorax de la même couleur. Fig. 16 (13); 13 (2). — ♂ 11—13, ♀ 16—19 *mm.* — Bohême, Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.

14. Stenob. (Sbg. Omocestus) haemorrhoidalis Charp.

40″ Surface à coloration brune obscure ou vert clair.

41″ Brun obscur, presque sans maculation. Rarement, avec la forme typique. **14. S. (Sbg. Omocestus) haemorrhoidalis ab. obscurus Schirmer.**

41′ Vert clair — ressemble au *rufipes* Zett; forme assez rare.

14. S. (Sbg. Omocestus) haemorrhoidalis ab. viridis Schirmer.

40′ Brun, prothorax et partie dorsale des élytres à coloration gris blanchâtre ou d'un blanc pur. Aberration rare.

14. S. (Sbg. Omocestus) haemorrhoidalis ab. velatus Karny.

39′ Plus large, plus trapu. Fémurs postérieurs très larges et longs.; taille plus large avec la même longueur; prothorax distinctement plus long. Brun obscur, presque sans macules. Décrit en Allemagne. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie.

14. S. (Sbg. Omocestus) haemorrhoidalis var. robustior Zacher.

38′ Prothorax plus court. Tête presque de la même longueur que le prothorax on bien plus longue que cellui-ci. L'endroit le plus étroit entre le carènes du prothorax est situé *dans le tiers antérieur* ou derrière le quart antérieur, ou encore plus postérieurement. Antennes plus courtes. Fovéoles du vertex plus distinctement enfoncées et plus distinctement limitées. Valves de l'oviscapte plus faibles, plus petites, le denticule de la paire ventrale plus faible. Espèces de taille plus petite.

42″ Tête un peu plus longue que le prothorax, plus grande, plus robuste. Fovéoles du vertex moins distinctement, mais plus fortement délimitées. L'arête entre le vertex et les fovéoles du vertex arrondie, plus arquée, quand on l'observe de dessus. Cloison entre les fovéoles du

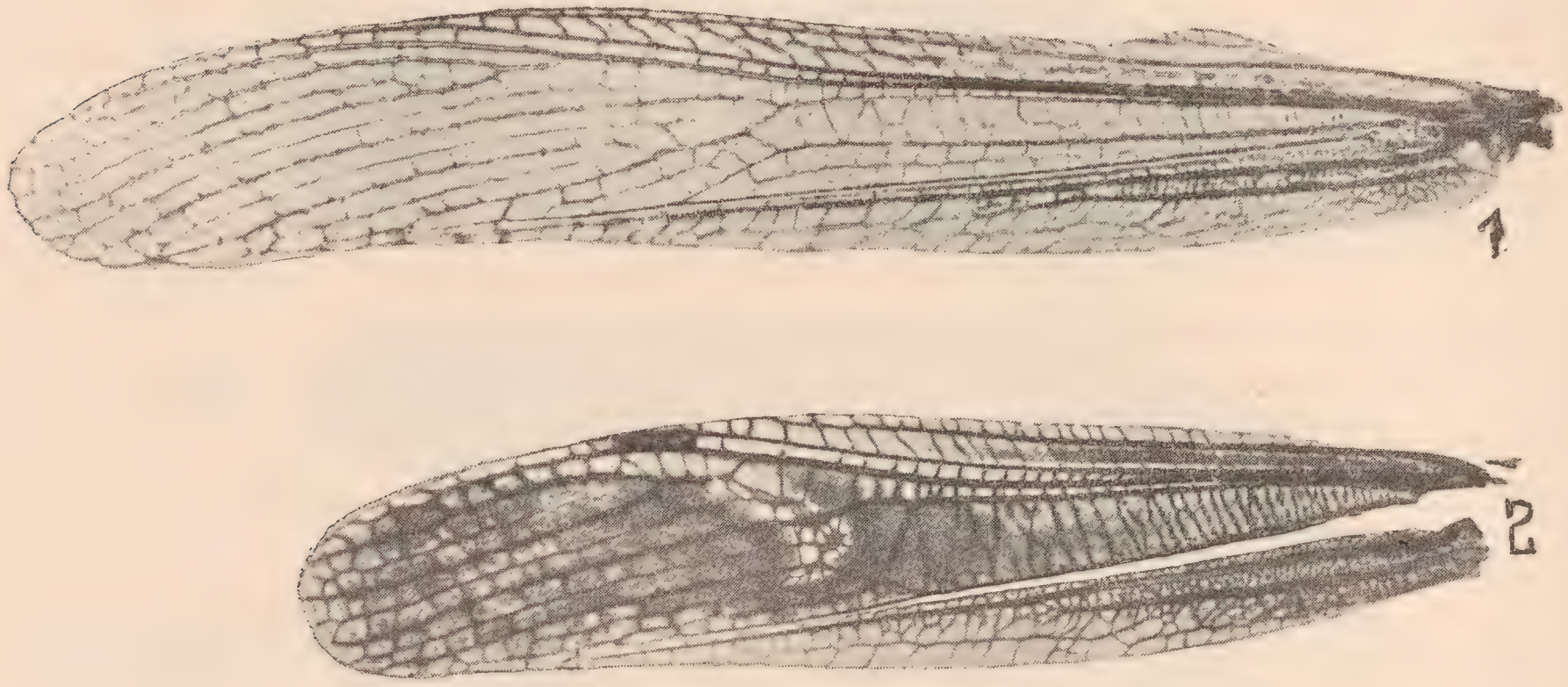


Fig. 18. L'élytre gauche de: 1 = *Stenobothrus bicolor* Charp. ♀, 2 = *St. lineatus* Panz. (Phot. Dr. F. G. Rambousek.)

vertex plus large, seulement un peu plus étroite que la côte frontale postérieurement, avant ces fovéoles. (Tab. II, 86). Poitrine à pubescence distincte. L'espace le plus étroit entre les carènes du prothorax est situé un peu avant le tiers antérieur de la longueur du prothorax — les deux carènes légèrement courbées à cet endroit. Champ discoïdal des élytres plus court, un peu plus court que la moitié de la longueur des élytres, à coloration obscure. Partie apicale de la valve inférieure de l'oviscapte, vue de côté, plus forte, inférieurement plus fortement recourbée et atténuée en forme de „S". Élytres et ailes plus longs. Espèce plus grande. ♂♀ Fig. 14 (8). — Tab. II, 86, 93. — ♂ 11—12·5, ♀ 14—17 *mm.* Bohême (Catalogue Haury-Nickerl). Moravie? Slovaquie? Je n'ai pas encore vu l'éxemplaire de Bohême.

15. Stenob. (Sbg. Omocestus) petraeus Brisout.

42′ Tête environ aussi longue que le prothorax, plus petite, moins convexe. Fovéoles du vertex distinctement excavées, leur rebords étrois, aigus, en carène, cloison entre les fovéoles à peu près deux fois plus

étroite que la côte frontale avant les fovéoles (Tab. II, 87). L'arête entre le vertex et les fovéoles, vue de dessus, anguleuse, le sommet de l'angle étant légèrement arrondi. Champ discoïdal des élytres (fig. 17, 2) plus long, atteignant presque le tiers apical de la longueur de l'élytre, à coloration obscure, interrompue par plusieurs macules claires. Partie apicale de la valve inférieure de l'oviscapte plus faible, en dessous atténuée en forme de „S," mais en une courbe plus allongée. Élytres et ailes plus courts, élytres relativement plus petits Petite espèce. ♀♀. Fig. 16 (14); 17 (2) — Tab. II, 87.

43″ Vertex sans bande longitudinale jaune claire, se prolongeant au milieu du prothorax; vertex unicolore, d'un brun plus ou moins clair, verdâtre ou ocré.

44″ L'espace entre les carènes thoraciques de la même coloration que les côtés et que le vertex.

45″ Brun ocré ou jaune, sans macules vertes. ♀ 12—17 *mm.* — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.

21. Stenob. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus Thunb. ♀

45′ Obscur allant jusqu'au brun rougeâtre ou tacheté de vert.

46″ D'un brun gris obscur ou brun noirâtre. Rare.

21. Stenob. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus ab. obscurus Schirmer ♀.

46′ Tacheté de vert clair. Plus rare.

21. Stenob. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus ab. viridis Schirmer ♀.

44′ L'espace entre les carènes du prothorax à coloration jaune ocré, plus claire que la tête et les côtés du prothorax. Avec la forme typique.

21. Stenob. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus Thunb. ab a ♀.

43′ Vertex avec une bande longitudinale claire jaune ou ocrée, se prolongeant en conservant la même largeur au milieu du prothorax. Avec la forme typique.

21. St. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus Thunb. ab. b. ♀

37′ Marge antérieure des élytres au tiers basal avec un large lobe arrondie, peu avancé — l'élytre alors bisinueux antérieurement. Les ailes inférieures hyalines, incolores ou obscurcies.

47″ *Cu* et *A* plus ou moins irrégulièrement, nodeusement réunis. Champ discoïdal large (voir aussi *sibiricus* L. ♀).

48″ Espèce plus grande. Ailes inférieures, surtout postérieurement, enfumées. Une veine accessoire (*vena spuria*) dévoleppée sur le bord antérieur des élytres. Champ discoïdal (fig. 2) très large, fermé environ dans les $^3/_5$ de la longueur de l'élytre. *M* derrière le milieu, fortement tournée en arc vers *Cu*. *Sc*, *R* et *M* très rapprochés et parallèles dans la moitié basale. Prothorax subrugueux avant la base. Carènes thoraciques plus fortement divergentes en avant et en arrière. Champ subcostal brusquement subélargi derrière le milieu. Élytres plus arrondis au sommet. Nervation des ailes inférieures obscure. Valves de l'oviscapte beaucoup plus fortement développées. Fig. 14, 3.

♂ 19—20, ♀ 23—27 *mm*. — Fig. 14 (3, 11), 16 (5). — Fig. II, 1, 2. — Moravie? Slovaquie? Russie Subcarpathique (Pungur). —

7. S. (Sbg. Stauroderus) morio F.

48′ Espèce plus petite. Ailes inférieures incolores, hyalines. Veine accessoire (*vena spuria*) de la marge antérieure des élytres indistincte. Champ discoïdal plus étroit, moins distinctement fermé vers le bout. *M* fait une ligne courbe regulière et s'éloigne derrière le milieu en ligne normale de *R*. Champ subcostal étroit, successivement subélargi vers le sommet. *Sc*, *R* et *M* moins brusquement divergentes derrière le milieu. Carènes du prothorax plus faiblement divergentes en avant et en arrière. Élytres plus étroitement atténués et arrondis au bout. Nervation des ailes inférieures claire. Valves de l'oviscapte plus petites, plus faiblement développées. ♂ 14—16, ♀ 18—22 *mm*.

49″ Élytres plus courts, ne dépassant pas l'abdomen. Fig. 13 (3): 16 (16). — Bohême, Moravie, Slovaquie. —

8. Stenob. (Sbg. Stauroderus) apricarius L.

49′ Élytres longs, dépassant les fémurs postérieurs. — Slovaquie (Ebner). — **8. St. (Stauroderus) apricarius f. macroptera.**

47′ *Cu* et *A* séparés dans toute leur longueur. Champ discoïdal plus étroit. Nervation des ailes postérieures plus claire — ailes toujours hyalines, incolores, au plus légèrement enfumées vers le sommet.

50″ Fémurs postérieurs extérieurement toujours unicolores, au plus tachetés de petites macules plus obscures; genoux postérieurs plus clairs, de la mémê coloration que les fémurs. Les ailes et les élytres ♂♀ presque toujours de la même longueur que l'abdomen ou le dépassant encore.

51″ Sillon transversal du prothorax situé au milieu de la longueur, alors la partie antérieure et postérieure du prothorax subégales — la postérieure étant toujours un peu plus longue. Face inférieure du corps, surtout la poitrine, de même que les fémurs et les tibias à pilosité souvent très dense et surtout longue dans la face inférieure des tibias. Champ subcostal plus large; *M* plus fortement divergente, dans la moitié apicale, de *R*.

52″ Champ costal plus fortement, parfois très fortement dilaté; champ subcostal aussi plus fortement dilaté, atteignant parfois presque la largeur du champ costal. Marge antérieure des élytres fortement arrondie en ligne convexe, élytres antérieurement plus fortement arrondis, antérieurement, souvent, plus fortement brillants. ♂♂.*)

53″ La plus grande largeur des élytres située environ au tiers apical, où ils sont subélargis et puis brièvement et brusquement atténués et arrondis au bout. Champ costal et subcostal plus fortement hyalins;

*) Tandis que les ♂♂ des formes citées ci-dessus présentent diverses variations de sculpture élytrale, leur coloration est assez monotone. Au contraire. les ♀♀ présentent une variabilité de couleur manifeste et je pense, que les aberrations de *Fieber* s'appliquent presqu'exclusivement aux femelles, où je les ai placées réellement.

champ costal très fortement et brusquement dilaté, champ subcostal assez large ou très large; (dans le premier cas le champ costal est à peine $1^2/_3$ fois plus large que le champ subcostal, dans le deuxième cas le champ subcostal est presque de la même largeur que le champ costal — on doit comparer *les plus grandes largeurs* des deux champs). Formes de taille plus petite.

54″ Plus petit. Champ costal moins fortement dilaté, champ subcostal assez étroit, presque d'une moitié plus étroit que le champ costal. Élytres moins larges au tiers apical, leur sommet beaucoup plus étroitement arrondi. Champ subcostal aussi large ou presqu' aussi large dans la moitié basale que le champ situé entre *R* et *M*. Forme plus grêle et plus petite, très souvent avec le sommet de l'abdomen rougeâtre. Fig. 19, 1.

55″ Ailes inférieures hyalines, incolores. Fig. 19 (1). — Bohême: Vrané, Doksy. Assez rare.

11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus L. ssp. ♂ mollis Charp.

55′ Ailes inférieures plus obscures, enfumées vers le bout. Bohême: Neratovice, Doksy. Rare.

11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus L. ssp. ♂ molis Charp. ab. a.

54′ Plus grand, plus robuste, champ costal à dilatation forte et remarquable, champ subcostal fortement dilaté, largeur des deux champs cités presque la même.

56″ Élytres plus grands, plus longs, plus fortement dépassant l'abdomen.

57″ Élytres un peu moins longues que chez la forme suivante, leur champ costal plus fortement dilaté. Fig. 19 (3) — ♂ 12—16, ♀ 16—26 *mm*. Forme très commune et répandue partout en Tchécoslovaquie.

11. Stenob. (Sbg. Stauroderus) biguttulus L. ♂.

57′ Élytres un peu plus longs, leur champ costal moins fortement dilaté. Décrit en l'Autriche. Je ne connais pas cette forme en Tchécoslovaquie.

11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ssp. ♂ montanus Karny.

56′ Élytres plus courts, moins fortement dépassant l'abdomen. Champ costal grand, fortement largement avancé an evant, à l'éclat hyaline et fort; large. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. Autriche.

11. St. (Sbg. Steuroderus) biguttulus ssp. ♂ collinus Karny.

53′ Champ costal fortement, champ subcostal faiblement dilaté; champ subcostal souvent jusqù à plus que deux fois plus étroit que le champ ccstal. Élytres moins brillantes. Fig. 18, 1. —

58‴ Élytres plus courts, dépassant légèrement les fémurs postérieurs. Fig. 18 (1), 16 (8). — Forme commune, plus commune que *biguttulus* ♂.

11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ssp. ♂ bicolor Charp.

58″ Élytres très fortement raccourcis. Connu seulement en Sibérie orientale (Amur) et montagnes de la Grèce méridionale.

11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ssp. ♂ bicolor f. Brunneri Werner.

58′ Élytres plus longs, dépassant fortement les fémurs postérieurs. Fig. 19, (2). Bohême: Vůznice.

11. St. (Sbg. Staurodeus) biguttulus ssp. ♂ bicolor f. macroptera.

52′ Au plus le champ costal subélargi — le champ subcostal étant toujours étroit. ♀♀. Élytres aussi longs que l'abdomen (*forma typica*) ou beaucoup plus courts que l'abdomen (*forma brachyptera*) ou bien beaucoup plus longs que l'abdomen (*forma macroptera*). (Les trois modifications des élytres étant combinées avec les variations de couleur suivantes.*)

59″ Carènes du prothorax claires, à bordure obscure; verdâtre ou rougeâtre, élytres avec une bande longitudinale blanche, claire dans le champ costal.

60″ Tête unicolore, sans bande claire au vertex. Carènes latérales à bordure noire. Commun **1 Stenob. (Sbg. Stauroderus) biguttulus Linné ♀.**

60′ Tête avec une bande claire, jaune ou ocrée, prolongée souvent au milieu du prothorax, partie basale des élytres souvent jaune clair. Assez commun. **11. Stenob. (Sbg. Stauroderus) biguttulus Linné ♀ ab. a.**

65′ Bande blanche dans le champ costal moins distincte ou bien absente. De colorations différentes.

61″ Disque du prothorax et partie dorsale des élytres à coloration d'un blanc grisâtre ou d'un blance pur. Aberration rare.

11. Stenob. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab. ♀ velatus Karny.

61′ Disque du prothorax à coloration jaune, brune, verte, noire ou pourprée, jamais d'un blanc pur.

62″ Élytres, tête et disque du prothorax à coloration obscure, allant jusqu'au noir, macule claire du tiers postérieur absente ou indistincte.

63″ Élytres a couleur noire uniforme, sans macules plus distinctes.

64″ Surface entièrement noire.

11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab. ♀ b.

64′ Noir, élytres noirs, sans macule préapicale claire, les côtés du prothorax et les fémurs postérieurs ocrés. Forme assez commune.

11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus Linné ab. ♀ nigrinus Fieb.

63′ Élytres d'un brun foncé ou brun grisâtre, souvent à maculation subtile, plus obscure, prothorax brun grisâtre, souvent plus clair latéralement. Très commun. **11. St. (Sbg. Stauroderus) bigutulus ab ♀ murinus Fieb.**

62′ Élytres, prothorax et tête à coloration claire, jaune ou verte, ou pourpré allant jusqu'au violacé.

65″ Élytres, prothorax et tête au moins dans la partie dorsale à coloration claire, ocrée, jaune ou grise.

66″ Vertex sans bande longitudinale claire.

---

*) Dans la collection on doit nommer les formes semblables comme suit: „*biguttulus* ♂ *ab. nigrinus Fieb. macropterus*“ — *ou biguttulus ab.* ♂ *lutescèns Fieb. brachypterus*“.

67″ Carènes du prothorax sans bordure d'un noir velouté. Prothorax jaune, ocré ou brunâtre.

68″ Élytres jaunârtes, nervation élytrale remarquable, blanche, surface élytrale tachetée de brun. Coloration foncière ocrée grise claire. Assez commun. **11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab ♀ c.**

68′ Élytres de jaune ocré, sans macules dans la partie dorsale, leur nervation jaune ou brunâtre. Forme assez commune.
11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab. ♀ lutescens Fieber.

67′ Carènes thoraciques à bordure noire véloutée. Pas très commun.
11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab. ♀ d.

66′ Vertex avec une bande ocrée, claire, se prolongeant au milieu du prothorax. Assez rare. **11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab. ♀ e.**

65′ Surface (ou seulement le prothorax et les fémurs postérieurs) soit verdâtre allant jusqu'au vert clair, soit pouprée ou violacée.

69″ Surface verdâtre ou vert clair, élytres parfois rougeâtre brunâtres.

70″ Surface, notamment le vertex, le disque du prothorax et partie dorsale des élytres, vert jaunâtre. Forme moins commune.
11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab. ♀ virescens Fieber.

70′ Coloration verte ou vert clair, élytres verts, parfois brunâtres ou un peu violacés. Forme assez peu répandue.
11. St. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab. ♀ prasinus Fieber.

69′ Surface rouge pourprée, rouge brunâtre allant jusqu'au violacée. Forme assez rare.
11. S. (Sbg. Stauroderus) biguttulus ab. ♀ purpurascens Fieb.

15′ Sillon transversal du prothorax situé plus postérieurement, non loin du milieu, alors la partie postérieure du prothorax distinctement, mais légèrement plus courte que la partie antérieure. Élytres ♀ atteignant le sommet de l'abdomen, chez les ♂♂ plus longs que l'abdomen. Pattes et la poitrine seulement à pubescence très éparse. Brun jaunâtre ou brun rougeâtre, carènes thoraciques claires, à bordure noire véloutée. Fig. 14, (10). Tab. II, 95. — ♂ 13—16, ♀ 16—22 *mm.* — Bohême. Moravie. **10. St. (Sbg. Stauroderus) vagans Eversm.**

50′ Fémurs postérieurs extérieurement avec deux macules noires. Les genoux postérieurs noirs, les tarses postérieurs rouge sang. Élytres le plus souvent à coloration brune uniforme. Champ costal ♂ subdilaté. Ailes inférieures raccourcies, brunâtres, beaucoup plus courtes que les élytres.

71‴ Élytres ♀ fortement raccourcis, élytres ♂ presqu'aussi longs que l'abdomen. ♂ 12—17, ♀ 19—22 *mm.* Bohême (Catalogue Haury-Nickerl Fieber). Silésie. Slovaquie. **9. Stenob. (Sbg. Stauroderus) pullus Phil.**

71″ Élytres ♂ fortement raccourcis, élytres ♀ encore plus courts que chez la forme typique. Ressemble au ♀ du *parallelus* Zett. — Forme des Alpes. Pas encore trouvée en Tchécoslovaquie.
9. S. (Sbg. Stauroderus) pullus f. brachyptera.

71′ Élytres ♂♀ plus longs, chez le ♂ dépassant l'abdomen, chez la ♀ atteignant le sommet de l'abdomen. — Bohême du Nord-ouest.

9. S. (Sbg. Stauroderus) pullus f. Wankeli Zacher.

1′ Les antennes particulièrement élargie et dilatées vers le bout, faisant une espèce de massue applatie (Tab. II, fig. 102), rarement (*maculata* Thunb. ♀) normales ou presque normales chez la femelle*) ou présentant une dilatation moindre, mais jamais entièrement filiformes.

72″ Tête, vue de dessus, de la même longueur que le prothorax. Marge antérieure des élytres sans lobe large et avancé dans le tiers basal — formée par une courbe régulière, *Sc*, *R* et *M* très rapprochés, plus divergents jusque derrière le milieu, *M* brusquement tournée vers *Cu* derrière le milieu. Les antennes ♂ subélargies au sommet, les antennes des ♀♀ simples ou presque simples, peu remarquablement déprimées de part et d'autre au sommet. Champ costal ♂ légèrement subélargi, champ subcostal ♂ à peine dilaté. Champ discoïdal à maculation obscure et claire distincte. ♂♂ Fig. 17 (2), 16 (14); — Tab. II, 87. —

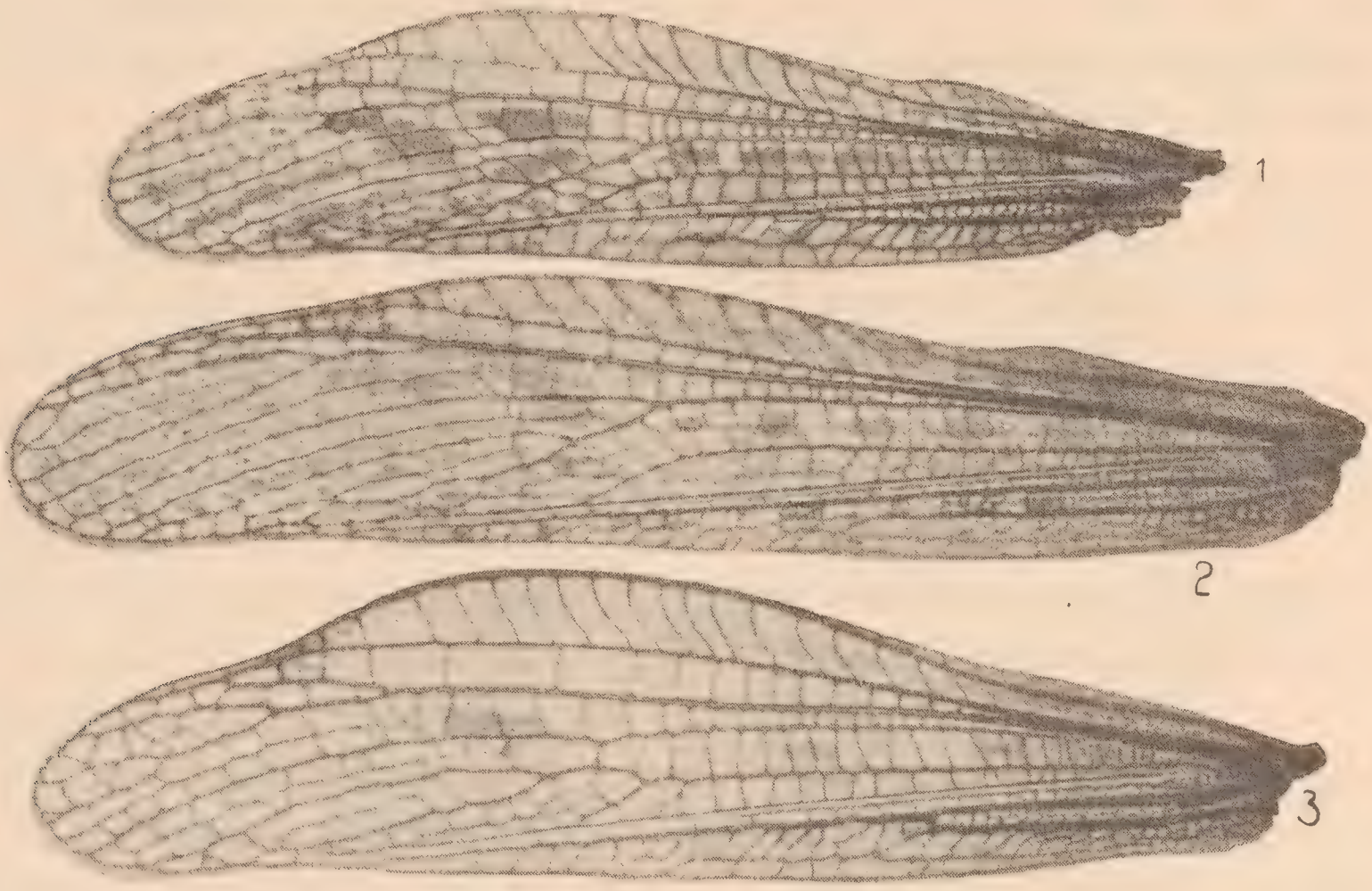


Fig. 19. L'élytre gauche: 1 = *Stenob. ssp. mollis* Charp. ♂; 2 = *St. bicolor v. macroptera* ♂; 3 = *S. biguttulus* L. ♂. (Phot. Dr. F. G. Rambousek.)

73″ Vertex sans bande jaune et claire, se prolongeant au milieu du prothorax à coloration uniforme, d'un brun plus ou moins clair, vert ou jaune ocré.

74″ L'espace entre les carènes thoraciques de la même coloration que les côtés du prothorax et que le vertex.

---

*) Voir aussi le *S. Eurasius* Zub., dont les ♂♂ ont les antennes légèrement dilatées vers le sommet. Voir la note, p. 78.

75″ Brun ocré ou jaune, sans macules vertes. ♂ 11—15 *mm.* Partout.
21. S. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus Thunb. ♂.

75′ Obscur, même brun noirâtre ou à maculation verte.

76″ Brun gris obscur ou brun rougeâtre — Rare.
21. S. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus ab. obscurus Schirmer ♂.

76′ Maculé de vert clair. Rare.
21. S. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus ab. viridis Schirmer ♂.

74′ L'espace entre les carènes thoraciques jaune ocré, alors à coloration plus claire que le tête et les côtés du prothorax. — Avec la forme typique. **21. S. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus ab. a ♂.**

73′ Vertex avec une bande longitudinale jaune ou ocré clair, prolongée en gardant la même forme au milieu du prothorax. — Avec la forme typique. **21. S. (Sbg. Myrmeleotettix) maculatus ab. b. ♂.**

72′ Tête distinctement plus courte que le prothorax; *Sc*, *R* et *M* moins fortement rapprochés et plus distinctement divergents depuis le tiers basal de la longueur élytrale. Champ costal ♂ plus fortement, champ subcostal ♂ faiblement, mais distinctement dilaté. Élytres souvent avec un lobe basal au tiers interne de la marge antérieure, plus rarement à rebord antérieur simple. Champ discoïdal des élytres sans macules distinctes.

77″ *Cu* et *A* distinctement séparées sur toute leur longueur. Prothorax en dessus sans trace de gibbosité. *M* faisant une courbe régulière. Les genoux postérieurs clairs, immaculés. Champ subcostal et radial généralement semblables par la forme et grandeur. Espèces plus petites. Côte frontale plus étroite, antérieurement mieux limitée, distinctement excavée antérieurement et longitudinalement.

78″ Poitrine presque glabre. Les antennes ♂ entièrement obscures au sommet. Marge antérieure sans lobe arrondi au tiers basal de la marge antérieure des élytres. Plus petit. ♂ 11—12, ♀ 15·5—16 *mm.* Fig. 16 (18). — Tab. II, 102. — Moravie mer.? Slovaquie mer.?
22. St. (Sbg. Myrmeleotettix) antennatus Fieber.

78′ Poitrine à pilosité dense. Les antennes ♂ subacuminées au bout, avec le dernier article blanc. Espèce plus grande. ♂ 13—16·5, ♀ 16—25 *mm.*

79″ Marge antérieure des élytres plus distinctement avancée au tiers basal en forme de lobe large et court. Fig. 16 (17). — Bohême, Moravie, Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.
23. St. (Sbg. Gomphocerus) rufus Linné.

79′ Marge antérieure des élytres plus faiblement avancée, formant le lobe basal beaucoup moins distinct, presque droit. — Bohême: Závist.
23. St. (Sbg. Gomphocerus) rufus L. var. a.

77′ *Cu* et *A* unis dans toute la longueur en une veine noduleuse. Champ discoïdal des élytres large. Prothorax sur le disque subgibbeux et renflé (♂) — cette gibbosité parfois peu marquée chez les ♀♀. *M* derrière le milieu des élytres brusquement tournée vers *Cu*. Les genoux postérieurs obscurs. Champ radial antérieurement beaucoup plus large que

le champ subcostal. Côte frontale large, antérieurement assez mal limitée, l'impression longitudinale très peu marquée à cet endroit. Marge antérieure des élytres avec un lobe très distinct dans le tiers basal. Fig. 16 (9, 20). — Tab. II, 89. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. Tatra?? Carpathes??

80'' Antennes courtes, légèrement dilatées vers le bout. Gibbosité du prothorax faible — prothorax médiocrement convexe dans la moitié antérieure de la longueur. Tibias antérieurs normaux.

24. St. (Sbg. Gomphocerus) sibiricus Linné ♀.

80' Antennes longues, plus distinctement dilatées vers le sommet. Prothorax antérieurement à convexité remarquabble et orbiculaire. Tibias antérieurs fortement renflés, dilatés en un organe particulier, ressemblant à une bouteille. Tab. II, 89.

24. St. (Sbg. Gomphocerus) sibiricus Linné. ♂

III. Acridiidae Walker.

17. Podisma Latr.

Les espèces de ce genre sont montagneuses et à faciès très caractéristique. Pour la systématique des *Podisma* un rôle très important est joué par la forme de la *plaque superanale* (Fig. 21. A, B—s), qui, chez les ♂♂ recouvre de dessus l'excavation du sommet de l'abdomen. *Comstock* donne à *plaque sous-génitale* chez un genre semblable *Dissosteira le nom coxale* (Introd. to Entom. 1924, p. 234) et déclare que ce „sont vraisemblablement les deux coxites du neuvième segment de l'abdomen." Cette plaque est très importante pour la

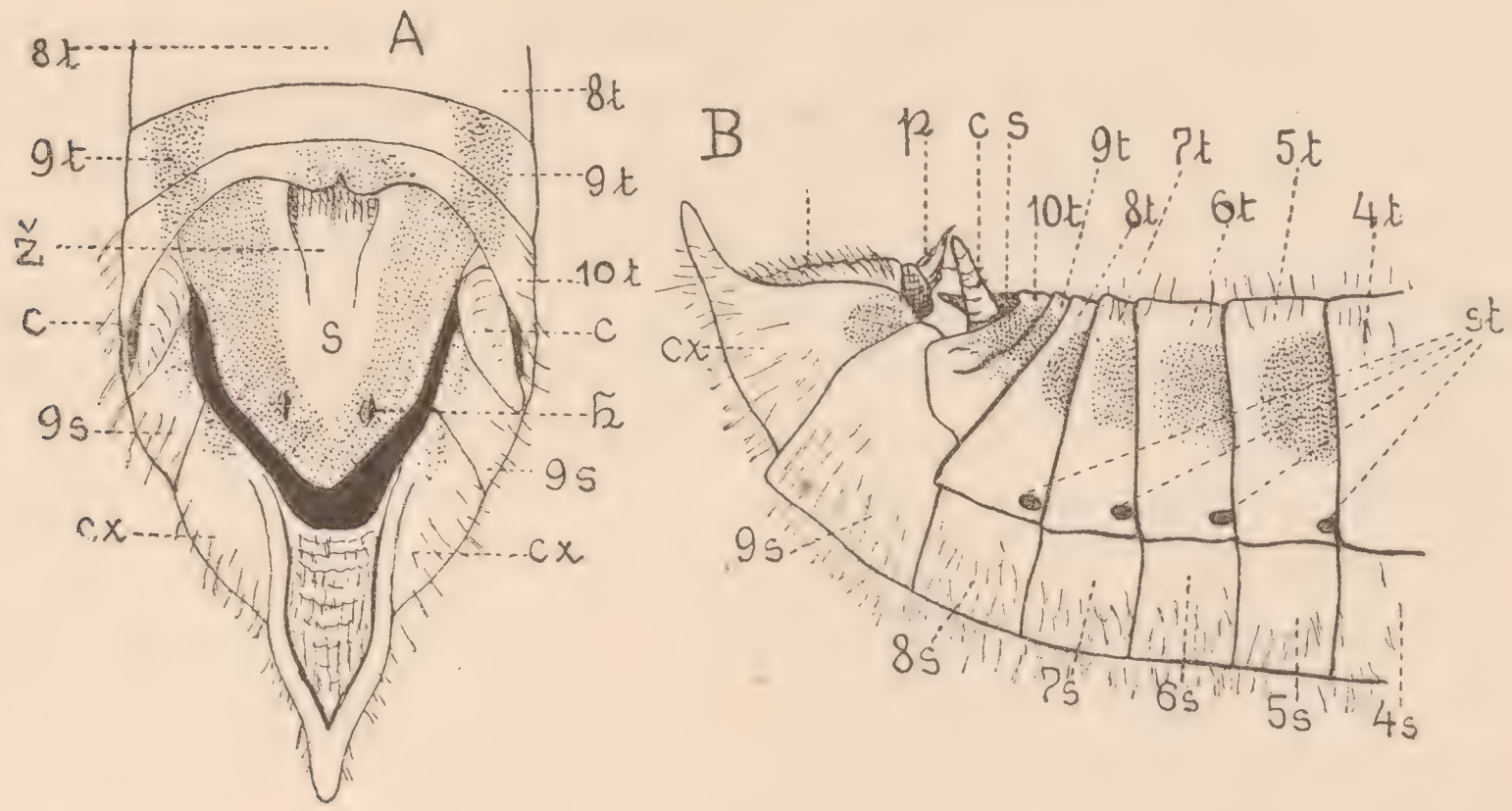


Fig. 21. *Podisma alpinum* Koll. L'apex de l'abdomen ♂ (*A* — de dessus, *B* — latéralement). 4 *s* — 9 *s* = quatrième jusque neuvième sternite; *cx* = *coxale*; *p* = penis; *st* = stigmates de l'abdomen; 4 *t* — 10 *t* = quatrième jusque dixième tergite; *ž* = sillon de la plaque superanale; *h* = gibbosité de la plaque superanale; *S* = plaque superanale. (A comparer le tab. III. fig. 138, 141, 142, 143, 144.) (Orig.)

distinction correcte des ♂♂. La forme de l'oviscapte ♀ est de même très caractéristique. On n'a pas encore signalé les différences caractéristiques, notamment la variabilité de la dent extérieure de l'oviscapte des *Podisma*. Le genre *Melanoplus* Stål, établi pour *P. frigidum* Boh. me semble être absolument superflu. La plaque superanale a toujours une sculpture très caractéristique, dont les détails permettent une détermination correcte des espèces. De même les cerques, même ceux des espèces très voisines, sont de forme différente et caractéristique. *Brunner* dit, „que la forme de l'oviscapte ne

donne pas de caractères plus importants pour la systematique". On verra plus loin, dans le tableau des espèces, que cette opinion n'est pas tout à fait correcte. Il est à noter que chez quelques espèces, l'apex des valves inférieures de l'oviscapte est légèrement bifide, chez les autres simplement acuminé. L'oviscapte de *P. Schmidti* Fieb. est d'une forme tout à fait particulière. Chez quelques espèces (*pedestre* L., *frigidum* Boh., *Fieberi* Scudder) on trouve une dent externe sur les valves inférieures; chez *pedestre* L. cette dent est très forte. *La variabilité en ce qui concerne la présence ou l'absence de cette dent chez les Podisma m'a persuadé que de même les genres voisins du Stenobothrus, caractérisés par la présence ou l'absence de cette dent, ont une valeur qui n'est rien moins que générique.* Il est encore a noter, que les deux derniers tergites chez les *Podisma* sont soudés latéralement, séparés l'un de l'autre seulement dans la région dorsale.

Tableau des espèces et variétés.

1″ Valves de l'oviscapte ♀♀ (vues de côté) droites, étroites, grêles; valves dorsales environ cinq fois plus longues que larges, atténuées jusqu'au cinquième postérieur, avec un sillon étroit et longitudinal en dessus, les deux arêtes supérieures à denticulation fine. distincte; le sommet de chaque valve peu profondément et étroitement échancré au bout et brièvement biépineux. Sommet du prothorax très distinctement anguleusement échancré; sillon typique du prothorax situé au tiers postérieur de la longueur. Vert, élytres rouges, étroits, environ trois fois plus longs que larges, antérieurement à bordure étroite noire. Fémurs d'un vert clair, sans macules obscures. Plaque sous-génitale („coxale") ♂ coupée au bout et arrondie; avant-dernier sternite convexe, avec une dépression longitudinale au milieu; cerques longs, subdéprimés à la base, pointus au sommet, noirs. Plaque superanale au milieu avec un sillon longitudinal, ce sillon très distinct, parcourant depuis la base jusque derrière le milieu. Plaque superanale rouge, à bordure étroite rouge, verte au milieu; sur la base de cette plaque on voit deux petites lobes anguleux, semblables aux styles, demicouverts par le bord du tergite avant-dernier; cettes deux petites proéminences sont courtes et étroites, acuminées. Côte frontale étroite, presque plus étroite que l'article basal des antennes. Tab. III, 135, 143, 155. — ♂ 14—16, ♀ 18—25 *mm.* Slovaquie, Russie Subcarpathique. Montagnes; forme subalpine. **1. Schmidti Fieber.**

1′ Valves de l'oviscapte ♀♀ (vues de côté), surtout celles de la paire supérieure sont courbées; valves dorsales fortes et dentiformes, souvent à dentelure distincte seulement extérieurement et au sommet; excavées en ovale et peu profondément dans la partie étroite et dentiforme; elles sont environ 2—3½ fois plus longues que larges. Cerques ♂ courts, quand ils sont plus grands, ils sont émoussés au bout. Dépres-

sion du sternite postérieur resp. de la plaque sous-génitale (coxale), quand elle est présente, large et moins distincte. Les saillies du milieu de la base du dixième tergite ♂, quand elles sont visibles, plus larges, lobiformes ou, au moins, plus applaties.

2'' Tibias postérieurs jaunes, verdâtres, bleus ou noirs, jamais rouges sang. Base du prothorax plus ou moins largement subarrondie, parfois avec une incision petite et faible au milieu du lobe basal.

3'' Tibias postérieurs bleu uniforme, jaunes ou verdâtres; fémurs postérieurs sans deux bandes noires plus distinctes sur la face interne. Les deux valves inférieures avec une dent latérale distincte. Plaque sous-génitale („coxale") ♂ arrondie au bout ou, seulement, avec une pointe large et courte, émoussée. Côte frontale plus large, beaucoup plus large que l'article basal des antennes. Le sommet des valves inférieures simple, étroitement émoussée au bout. Plaque superanale ♂ avec deux petites gibbosités situées soit latéralement, soit près du sommet. Prothorax, vu de dessus, presque deux fois plus long que la tête.

4'' Prothorax plus convexe, plus faiblement arrondi postérieurement; au milieu, parfois, avec une échancrure légère. Sillon typique transversal du prothorax situé plus postérieurement, placé avant le tiers basal de la longueur. L'oviscapte plus faible, dent latérale des valves inférieures plus petite, moins remarquable et (vue de dessous) à peine séparée de la partie basale de la valve par une carène ou par un sillon transversal. Saillies du milieu de la base du dixième tergite ♂ absentes; plaque superanale ♂ noire, brillante, sillon médian longitudinal jaune clair, subélargi vers la base; au tiers basal de la longueur de la plaque superanale de part et d'autre une gibbosité oblique aiguë. Cerques ♂ longs, atténués depuis le milieu et subparallèles jusqu'au bout, largement arrondis au sommet. Élytres ♂♀ étroits et petits, environ trois fois plus longs que larges, placés très latéralement. Tab. III, 140, 141. — ♂ 17—23, ♀ 23—30 *mm*. Slovaquie, Russie Subcarpathique. Forme subalpine. **2. Fieberi Scudder.**

4' Prothorax moins convexe, plus fortement arrondi postérieurement, sans ancune incision basale. Sillon typique situé au milieu de la longueur du prothorax. Oviscapte plus robuste, dent des valves ventrales plus forte, de même forme dans la partie externe et interne de la valve et, (vue de dessous) séparé de sa partie basale par une carinule transversale en forme de petite macule. Saillies de milieu de la base du dixième tergite ♂ développées en forme de deux petits lobes en triangle, defléchis et acuminés. Plaque superanale ♂ noire, mais plus mate, sillon médian longitudinal jaune clair, parallèle; une élevation petite, rude, placée obliquement, et située de part et d'autre du sillon médian, au tiers apical de la plaque superanale. Cerques ♂ courts, étroits, subconiques, longuement atténués vers le sommet, subacuminés, d'une moitié plus courts que chez *Fieberi*.

5″ Plus petit (♂ 17—19, ♀ 24—30 *mm*); tête avec le long des yeux une bande étroite jaune claire, prolongée de part et d'autre du corselet, indistincte depuis le sillon typique; extérieurement, sur la partie déclive, à bordure obscure. Abdomen, surtout chez ♂, avec une bande claire longitudinale en dessus, les tergites obscurs, à marge postérieure étroitement bordée de clair. Tab. III, 129, 136, 144. — ♂ 17—19, ♀ 24—30 *mm*. Forme subalpine.

6″ Élytres étroits, lobiformes, seulement un peu plus longs que larges. Bohême (Catal. Haury-Nickerl); (Haute Silésie); Slovaquie, Russie Subcarpathique. Moravie. **3. pedestre Linné.**

6′ Élytres ♂♀ plus longs, plus fortement développés. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. Alpes. **3. pedestre var. alatum Puschnigg.**

5′ Plus grand (30—34 *mm*), à coloration plus uniforme, brun jaunâtre clair, sans ornementations sur la tête et l'abdomen. Élytres très courts. Carinthie. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie.

3. pedestre var. maius Puschnigg.

3′ Tibias postérieurs jaune sale, souvent (♂) noirâtres ou d'un violacé sale dans la partie basale, leurs épines claires, noires au bout. Les deux valves ventrales sans dent. Plaque sous-génitale („coxale") ♂ prolongée au bout en une pointe longue, aiguë et acuminée. Côte frontale plus étroite, environ de la même largeur que l'article basal des antennes. L'apex des valves inférieures au sommet avec deux épines très petites, distinctes. Plaque superanale ♂ sans les deux élevations plus distinctes; elle est noire, à sillon médian jaune, et s'élargissant graduellement vers la base. Sur la base, exactement derrière la base du dixième tergite deux saillies en forme de deux lobes noirs et arrondis. Prothorax, vu de dessus, un peu plus de 1½ fois aussi long que la tête. Fémurs postérieurs extérieurement avec trois macules noires, très nettement limitées — les mêmes macules étant situées aussi dans la face interne des fémurs. Vert clair et jaune, sur les côtés du prothorax avec une bande longitudinale noire et nette; vertex également avec une macule noire; marge postérieure des yeux et tempes noires.

7″ Élytres courts, ne dépassant pas le troisième tergite; jaune brun. Cerques ♂ courts, coniques, subacuminés.

8″ Élytres plus rapprochés au milieu, environ deux fois plus longs que larges, ovalaires. Tab. III, 137, 142, 157. — ♂ 16—23, ♀ 22—31 *mm*. Bohême (Krkonoše). Silésie, Slovaquie, Russie Subcarpathique. Forme subalpine. **4. alpinum Koll.**

8′ Élytres plus écartés, situés plus latéralement, plus petits.

9″ Élytres courts, plus courts que chez la forme typique, mais larges et ovalaires, situés très latéralement. Forme des Alpes.; pas encore signalée en Tchécoslovaquie. **4. alpinum var. carinthiacum Puschnigg.**

9′ Élytres particulieèrment étroits, presque comme chez *Schmidti*, al-

longés, environ trois fois plus longs que larges. Russie Subcarpathique.: Howerla. **4. alpinum var. a.**

7′ Élytres longs, dépassant fortement le troisième tergite; dans la partie dorsale (anale) souvent d'un vert jaunâtre. Slovaquie.
4. alpinum var. collinum Brunner.

2′ Tibias postérieurs rouges sang. Base du prothorax anguleusement avancée en arrière, sans aucune incision médiane. Élytres fortement rapprochés au milieu, presque touchant. Valves inférieures de l'oviscapte avec une dent distincte. Côte frontale plus large que l'article basal des antennes. Fémurs postérieurs avec trois bandes transversales obscures, parfois assez indistinctes. Plaque superanale ♂ obscure, peu luisante, au milieu avec un sillon médian aigu—celui-ci développé seument dans la moitié basale; plaque superanale largement déprimée le long de la marge externe, cette marge élevée dans la moitié basale de la longueur. Pas des gibbosités où élevations sur la plaque superanale. Deux saillies extrêmement courtes, étroites et arrondies (de part et d'autre du sillon médian de la plaque superanale), situées sous la marge postérieure du deuxième tergite, en dessus de plaque superanale. Cerques ♂ assez longs, déprimés, largement arrondis au sommet. Tab. III, 138, 139. Tab. IV, 165. — ♂ 17—20, ♀ 24—26 *mm.* Espèce boréoalpine — pas encore signalée en Tchécoslovaquie, mais bien possible dans les Tatra, ou Sudètes. **5. frigidum Bohem.**

18. Paracaloptenus I. Bolivar.

1. *Brunneri* Stål; trouvé, d'après *Redtenbacher* sur l'Anninger près de Gumpoldskirchen en Basse Autriche, par conséquent non loin de notre frontière; il est bien possible qu'on le trouve un jour aus environs de Bratislava (Slovaquie mér.). —

19. Caloptenus Burm.

Tableau des variétés de l'espèce:

1″ Élytres à peine ou très faiblement raccourcis, un peu plus longs que l'abdomen, arrondis postérieurement. ♂ beaucoup plus petits que les ♀.

2″ Assez étroit; prothorax latéralement à convexité normale; marge basale en angle obtus. Élytres plus longs que l'abdomen.

3″ Ailes inférieures d'un rouge vermeil superbe dans la partie discale — hyalines et incolores antérieurement et sur la marge externe.

4″ Surface unicolore, au plus les élytres à maculation plus foncée; prothorax sans bandes longitudinales claires.

5″ Coloration du dessus obscure, élytres souvent tachetés de brun.

6″ Élytres ♂♀ dépassant médiocrement ou faiblement l'abdomen. Fig. 12 (6). — Bohême, Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.
1. italicus Linné.

6′ Élytres ♂♀ dépassant fortement l'abdomen.
1. italicus var. macropterus.

5′ Entièrement d'un jaune ocré clair. Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. **1. italicus ab. pallidus Karny.**

4′ Élytres de part et d'autre soit avec une bande longitudinale claire dans la région dorsale (anale) ou bien toute la région dorsale du corps à coloration brune plus claire et les côtés du corps plus obscurs.

7″ Toute la partie dorsale à coloration brune plus claire, les côtés du corps plus foncés. **1. italicus ab. germanicus Fabr.**

7′ Élytres obscures; de part et d'autre, dans la région dorsale, avec une bande étroite et longitudinale d'un jaune ocré clair.

8″ Les deux bandes claires citées formant un prolongement des deux bandes semblables de mêmes forme, couleur et largeur, sur le prothorax. **1. italicus ab. marginellus Serv.**

8′ Prothorax unicolore, obscur, sans bandes longitudinales claires.
1. italicus ab. bilineatus Puschnigg.

3′ Ailes inférieures entièrement hyalines, sans coloration basale rougeâtre. **1. italicus var. siculus Burm.**

2′ Plus robuste, prothorax latéralement renflé légèrement, marge postérieure arrondie, élytres plus courts, un peu plus longs que l'abdomen. Fémurs postérieurs très larges. Race méridionale; manque en Tchécoslovaquie. **1. italicus ssp. Wattenwyllianus Pantel.**

1′ Robuste, élytres fortement raccourcis. Race méridionale; manque en Tchécoslovaquie. **1. italicus ssp. ictericus Serv.**

20. Acridium Geoffroy.

1. *Aegyptium* Linné. Tab. III, 130. — ♂ 30—48, ♀ 48—68 *mm*. Espèce inportée avec les légumes du midi, mais, çà et là, trouvé aussi dans les champs (Bohême: Prutník près de Lysá, 23. I. 1905 par M. J. Krauskopf).

IV. Tettigidae Walker.

Ce groupe est extrêmement intéressant. On trouve souvent simultanément les larves et les imago. La larve se distingue en général des formes adultes par un seul caractère: chez les formes adultes existe, avant le sommet des fémurs postérieurs et sur l'arête supérieure de cet organe, une incision profonde et aiguë, qui, chez les larves, manque absolument.

De même, en observant l'insecte de côté, on voit chez la larve un seul lobe latéro-postérieur du prothorax tandis qu'on en voit deux chez les imago. Mais ce caractère ne peut pas être employé généralement, parce qu' on connaît une forme néoténique (*Kraussi var. paradoxus* Haij) qui, à l'état de l'imago, présente le caractère du prothorax de la larve.

Pour la distinction des espèces, qui quoique bien différenciées, sont cependant, parfois, très semblables, j'ai employé les caractères des antennes, les incisions du premier article des tarses postérieurs (que *Haij* et d'après lui tous les auteurs nomment avec peu de précision „pulvilli") et la conformation des pattes. La forme de la côte thoracale et la forme générale de cet organe est laissée en deuxième ligne à cause de sa variabilité, trop dangereuse pour les déterminateurs.

Je considère les espèces de *Saulcy*, dont j'ai pu étudier les *cotypes*, comme fort valables et j'ai essayé d'indiquer quelques caractères nouveaux pour les déterminer.

Les variétés et aberrations des *Tettix* sont peu acceptées par les spécialistes. Je les ai donc énumérées dans ce travail, où j'ai mentionné beaucoup de variétes non encore citées 1^0 parce que Fieber a décrit la plupart de ces variétés en Bohême 2^0 parce qu'étant très souvent fort remarquables et du point de vue de la variabilité de l'espèce et de leur adaptation au milieu, elles méritent bien d'être citées — plutôt que quelques genres illusoires ou synonymes fantastiques, employés par quelques auteurs. Dans la Coléoptérologie on donne sans craînte des noms aux telles formes fort bien caractérisées. Néanmoins, je crains que la systématique est, en général, plus perfectionnée, sinon plus scientifique dans cette branche de l'entomologie que dans l'Orthoptérologie, car, par exemple, un émiettement des genres, tel qu'on le constate chez les *Orthoptères*, n'y serait pas possible. L'étude des aberrations (comme partout parmi les Orthoptères) est rendue plus difficile par la circonstance, que divers auteurs, ne respectant pas le loi de priorité et de nomenclature, ont attribué les mêmes noms à deux variétés de deux espèces du même genre

(ce qu'on voit également chez les *Stenobothrus*). Puis, les désignations „macroptera" „brachyptera" devraient de même être une fois éliminées, parce qu'elles n'apportent aucun avantage et peuvent augmenter la confusion.

Les meilleurs travaux sur les *Tettix* sont de *Haij*. Le travail général de *Haij* a été traduit en français par M. B é r e n g u i e r, mais on trouvera dans cette traduction plusieures fautes importantes; il a ajouté un tableau à détermination, où cettes fautes de traduction s'accusent encore davantage (par ex. il a confondu la forme des „pulvilli" chez T. T ü r k i). Le tableau de B é r e n g u i e r est en général le tableau de *Azam*, complété d'après *Haij*. Le tableau de *Chopard* (Faune de France 1922, p. 119) est presque entièrement semblable au tableau de B é r e n g u i e r, mais très raccourci: il y manque le plus important caractère, la forme des „pulvilli," qui est, comme je me permets de constater, absolument sure et invariable; il prend pour base les articles des antennes; mais ce caractère n'est vraisemblablement que de valeur secondaire, car on connâit des formes (*Kiefferi ssp. Gavoyi* Saulcy) où il est bien variable. Il y a variation en deux directions dans chaque espèce de *Tettix*: l'une sculpturelle, morphologique, donnant des *variétés* des ailes et du prothorax etc., („brachy-et macroptères") l'autre de coloration, donnant des *aberrations* de couleur. Les formes qui diffèrent beaucoup morphologiquement*) sont presque invariables en ce qui touche la couleur. On pourrait presque dire qu'avec l'accroissement de variation morphologique l'aptitude pour la variation des couleurs va en diminuant.

J'ai traîté ici toutes les variétés nordiques de *Haij* et, en général, toutes les formes connues des espèces de Tchécoslovaquie, parce-qu'il n'est pas impossible que ces variétés du Haut Nord se retrouvent un jour dans la région alpine des montagnes de l'Europe centrale.

T a b l e a u p o u r d é t e r m i n e r l e s e s p è c e s, v a r i é t é s e t a b e r r a t i o n s:

1″ Carène longitudinale dorsale au moins antérieurement plus élevée; saillie épineuse postérieure du prothorax régulièrement courte et ne dépassant pas les fémurs postérieurs (on connaît, néanmoins, de rares variétés macrothoraciques de toutes les espèces).

2″ Carènes latérales du prothorax à l'endroit le plus large légèrement défléchies et formant un lobe aliforme élevé. Carène médiane avant le milieu (à l'endroit, ou on trouve régulièrement les deux macules obscures) brusquemnet, très fortement déprimée, disparaissant dans la partie postérieure (on voit, de côté, une „marche" distincte à cet endroit) — Surface du prothorax fortement granuleuse; l'espace du prothorax, entre les deux carènes latérales, est assez plan, plat, latéralement

*) Par ex. variétés „macroptères" des formes „brachyptères" et viceversa (il vaudrait mieux dire „macro" et „brachythoraciques").

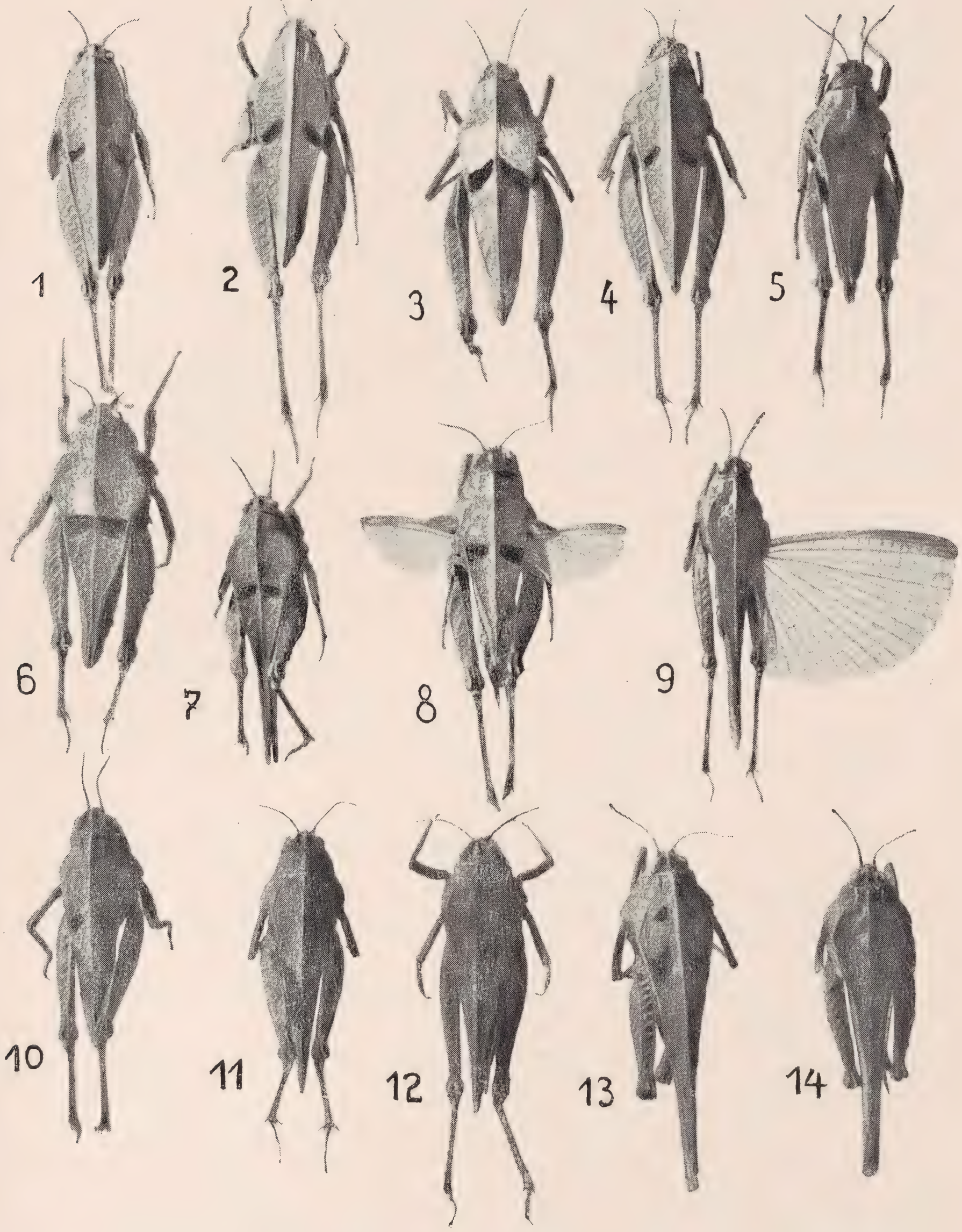


Fig. 22. 1 = *Tettix Kraussi* Saulcy, 2 = *T. Kraussi ab. cristatus* Zett., 3 = *T. Kraussi ab. ephippium* Thunb., 4 = *T. Kraussi ab. ochraceus* Zett., 5 = *T. Türki* Krauss, 6 = *T. depressus* Bris., 7 = *T. depressus var. acuminatus* Bris., 8 = *T. bipunctatus* L., 9 = *T. subulatus* L., 10 = *T. Kiefferi* Saulcy, 11 = *T. Kiefferi* ab. K, 12 = *T. subulatus var. Sahlbergi* Saulcy, 13 = *T. bipunctatus var. explicatus* Ebner, 14 = *Paratettix meridionalis* Ramb. (A peu près trois fois grossi — phot. Dr. F. G. Rambousek.)

seulement faiblement déclive. Vertex, divisé entre les yeux par une carène longitudinale élevée est très large et antérieurement largement arrondi. Les incisions de la face inférieure de l'article basal des tarses postérieurs („pulvilli") distinctes, pointues en arrière en angle droit, ne faisant pas, postérieurement, une épine aiguë; denticule postérieure (situé entre la deuxième incision et entre l'apex de l'article) est environ de la même longueur que le denticule médian (entre le deuxième et première incision) et il est plus long que le denticule basal (entre la base et première incision). L'arête inférieure des fémurs intermédiairs très distinctement onduleuse, inégale. Sternite anal ♀ prolongé au bout en une pointe courte, mais forte, émoussée; il est couvert sur toute la surface par des granulations petites et denses. Abdomen peu luisant ou mat, les sternites couverts au milieu par des granulations fines et éparses. Les articles médians des antennes environ trois fois plus longs que larges.

3″ Saillie prothoracique courte, ne dépassant pas notablement les genoux postérieurs.

4″ Brun grisâtre ou gris de terre, plus foncé derrière les épaules. Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. — Espèce meditérrannéenne, trouvée aussi dans le Mecklenbourg et en Thuringe. ♂♀ 9—12·5 *mm*. Fig. 22 (6). — Tab. III, 116. **1. depressus Brisout.**

4′ A coloration différente.

5″ Prothorax avec deux macules noires distinctes.

6″ Macules noires du prothorax bordées de clair.

1 α. depressus ab. circumscriptus Karny.

6′ Macules noires du prothorax sans bordure claire.

7″ Prothorax (à l'exception des macules noires) unicolore.

1 β. depressus ab. conspersus Karny.

7′ Prothorax, avant les macules noires, de coloration différente qu'en arrière.

8″ Prothorax, avant les macules noires clair, derrière elles foncé.

1 γ. depressus ab. contignus Karny.

8′ Prothorax, avant les macules noires foncé, postérieurement derrière elles clair. **1 δ. depressus ab. dimidiatus Karny.**

5′ Prothorax unicolore, sans les deux macules humérales.

1 ε. depressus ab. concolor Karny.

3′ Saillie du prothorax longue, dépassant fortement les genoux posté rieurs. Tab. 22 (7). — **1 b. depressus var. acuminatus Brisout.**

2′ Carènes latérales du prothorax moins distinctes, beaucoup plus faible ment élevées et jamais à dilatation aliforme dans la plus large partie du prothorax. Carène médiane (vue de côté) jamais à dépression brusque avant le milieu. Surface du prothorax à granulation fine; l'espace du prothorax entre les deux carènes latérales élevé en forme de toit. Vertex plus étroit.

9″ L'arête inférieure des fémurs intermédiairs (Tab. III, 119), plus faiblement aussi celle des fémurs antérieurs (Tab. III, 122) fortement inégale, onduleuse. Carène médiane du prothorax faiblement élevée. Vertex entre les yeux étroit (Tab. III, 124), environ de la même largeur que la partie d'un oeil, visible de dessus. Incisions sur la face inférieure de l'article basal des tarses postérieurs profondes, les denticules delimités pas les incisions sont assez aigus, mais à peine prolongés postérieurement en une pointe étroite. Les articles intermédiaires des antennes trois fois plus longs que larges.

10″ Saillie du prothorax courte.

11″ Pas de macules humérales noires sur le prothorax.

12″ Brun grisâtre unicolore ou gris de terre. — Pas encore signalé en Tchécoslovaquie; trouvé près de Vienne et par conséquent bien possible en Moravie et Slovaquie. ♂♀ 7—9 *mm*. Fig. 22 (5). — Tab. III, 119, 122, 124. — **2. Türki Krauss.**

12′ Brun grisâtre, assez indistinctement et plus obscurement marbré.

2 α. Türki ab. concolor Karny.

11′ Prothorax avec deux macules humérales noires.

2. β. Türki ab. signatus Karny.

10′ Saillie du prothorax longue, dépassant les genoux postérieurs, les ailes plus fortement dévelopées Forme méridionale.

2. b. Türki var. Saulcyi Azam.

9′ L'arête inférieure des fémurs intermédiaires (Tab. III., 121) et sur tout des fémurs antérieurs (Tab. III, 123) droite ou presque droite, rarement très faiblement onduleuse. Carène médiane du prothorax plus fortement élevée en une courbe régulière, diminuant graduellement vers le sommet. Les côtés de la partie supérieure du prothorax, de part et d'autre de la carène médiane, plus fortement déclives, en toit. Vertex entre les yeux toujours plus large que le diamètre de l'oeil, visible de dessus. (Tab. III, 125).

13″ Plus grand, plus robuste, avec des antennes plus courtes. Incisions de l'article basal des tarses postérieurs faibles (Tab. II., 112), peu profondes et les denticules, formés par elles, sout émoussés au bout. Les articles du milieu des antennes sont seulement deux fois plus longs que larges, les antennes sont alors plus courtes (Tab. II, 108). Champ latéral du prothorax allongé, formant une espèce d'épipleure thoracique, à l'endroit le plus large il est ordinairement un peu plus étroite que les élytres. Fémurs postérieurs robustes et larges, courts. Sternite anal densement couvert par de petites granulations distinctes. Marge antérieure du prothorax faiblement prolongée en angle en avant.

14″ Marge postérieure de la partie latérale du prothorax, sous la marge antérieure des élytres, présentant deux lobes (comme chez les adultes de toutes les espèces).

15″ Prothorax court, ne dépassant pas les fémurs postérieurs.

16″ Carène dorsale du prothorax droite, (vue de côté à peine sinueuse).
17″ Les ailes atteignant ou atteignant presque le sommet de la saillie du prothorax.
18″ Prothorax avec deux macules humérales noires.
19″ Prothorax, à l'exception de deux macules noires, sans autres macules ou ornementation dans la partie supérieure — toute la partie dorsale du prothorax unicolore.
20″ Les côtés du prothorax de la même coloration que la partie dorsale.
21‴ Noir. Vraisemblablement partout en Tchécoslovaquie, quoique je ne le connais que de Bohême, Slovaquie et Russie Subcarpathique. ♂♀ 8—12 *mm*. Fig. 22 (1). — Tab. II, 108, 112. Tab. III, 121, 123 125., Pas rare. **3. Kraussi Saulcy.**
21″ Gris brunâtre. Bohême: Rožmitál, Jindř. Hradec, Nová Huť, Písek. **3. α. Kraussi ab. scutellatus De Geer.**
21′ Brun jaunâtre allant jusqu'au brun roux. Fig. 22 (4). — Bohême: Breitenbach, Nová Huť, Závist, Krč, Všenory, Třemešný vrch, Hradec Králové. **3. β. Kraussi ab. ochraceus Zett.**
20′ Les côtés du prothorax à coloration plus claire, jaunâtre, partie dorsale du prothorax foncée. **3. γ. Kraussi ab. lateralis Zett.**
19′ En outre des macules noires encore une autre maculation ou ornementation sur le prothorax; cette ornementation soit claire, soit même noire.
22″ Carène longitudinale médiane à coloration plus claire que l'autre surface du prothorax.
23″ Pas de macule claire avant la macule humérale obscure.
24″ Postérieurement, dans la moitié postérieure du prothorax, est située encore une autre macule noire — deux paires de macules noires sur le prothorax. **3. δ. Kraussi ab. vittatus Zett.**
24′ Une seule paire de macules obscures vers les épaules. Fig. 22 (2). — Bohême: Nová Huť. **3. ε. Kraussi ab. cristatus Zett.**
23′ Une macule claire avant la macule noire humérale — les macules claires et noires semblables. Bohême: Nová Huť. **3. ζ. Kraussi ab. binotatus L.**
22′ Carène médiane obscure, de la même coloration que l'autre surface du prothorax.
25″ Prothorax dans la moitié antérieure avec une large bande transversale très claire; l'autre surface du prothorax obscure; bande transversale s'élargissant latéralement jusqu'aux carènes latérales. Fig. 22 (3). — Aberration très constante et très caractèristique. Bohême: Nová Huť, Cheb, Králové Hradec. **3. η. Kraussi ab. ephippium Thbg.**
25′ Prothorax sans macules ou bandes transversales.
26″ Une autre macule blanche avant la macule obscure humérale. **3. ϑ. Kraussi ab. obscurus Zett.**

26′ Avant la macule humérale obscure jamais de macule claire, mais, parfois, avec une autre macule obscure.

27″ La plus grande étendue de la partie dorsale du prothorax à maculation obscure. Bohême: Králové Hradec.

3. ι. Kraussi ab. variegatus Zett.

27′ Une autre macule noire avant la macule humérale obscure, située de part et d'autre du prothorax.

28″ Macule obscure préhumérale jointe à la macule humérale et prolongée en arrière en zigzag. **3. ϰ. Kraussi ab. scriptus Zett.**

28′ Sans macules en zigzag sur le prothorax.

29″ Saillie du prothorax à maculation obscure.

3. λ. Kraussi ab. lunulatus Thunb.

29′ Saillie du prothorax unicolore. Bohême: Šárka, Nová Huť.

3. μ. Kraussi ab. hilaris Zett.

18′ Prothorax sans macule humérale noire.

30″ Prothorax unicolore.

31‴ D'un noir uniforme. Bohême. **3. ν. Kraussi ab. nigricans Soverby.**

31″ D'un gris de terre ou ocré uniforme. Bohême: Nová Huť.

3. ξ. Kraussi ab. ξ.

31′ Brun ou roux uniforme. Bohême: Breitenbach, Nová Huť, Jindř. Hradec. **3. ο. Kraussi ab. ο.**

30′ Prothorax avec une bande transverse claire, obscur sur l'autre surface.

3. π. Kraussi ab. zonatus Zett.

17′ Les ailes inférieures beaucoup plus courtes, n'atteignant pas le sommet de la saillie prothoracale.

32″ Les ailes très courtes, dépassant très faiblement les élytres. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie, forme scandinavienne.

3. b. Kraussi var. subapterus Haij.

32′ Les ailes deux fois plus longues que les élytres. Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. Forme scandinavienne.

3. c. Kraussi var. brachypterus Haij.

16′ Carène dorsale du prothorax fortement onduleuse, inégale, surtout vue de côté. Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie. Forme scandinavienne. **3d. Kraussi var. tuberculatus Hais.**

15′ Prothorax long; saillie du prothorax dépassant les fémurs postérieurs.

33″ Saillie du prothorax pointue, mais pas rétroussée en haut; les ailes n'atteignant pas le sommet de la saillie du prothorax. Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie — forme scandinavienne.

3e. Kraussi var. acumiatus Hais.

33′ Prothorax légèrement retroussé en haut postérieurement, les ailes dépassant plus ou moins le sommet du prothorax.

ɛ4″ Les ailes dépassant médiocrement le sommet du prothorax. Pas encore trouvé en Tchécoslovaquie — forme scandinavienne.

3f. Kraussi var. Bohemani Hais.

34′ Les ailes dépassant très fortement et remarquablement le sommet du prothorax; saillie du prothorax très dévoleppée. Forme de Scandinavie — pas encore trouvée en Tchécoslovaquie.

3g. Kraussi var. macropterus Hais.

14′ Marge postérieure de la partie latérale du prothorax à un seul lobe chez l'imago — puis de la même conformation que chez les larves. (Fémur postérieur avec une incision postérieure, sur l'arête supérieure, très distincte); champ latéral et allongé du prothorax, faisant une espèce d'épipleure thoracale très développé et couvrant presque les élytres qui le dépassent très faiblement en dessous. Forme de Scandinavie. Pas encore signalée en Tchécoslovaquie.

3h. Kraussi var. paradoxus Hais.

13′ Plus petit, plus étroit, aux antennes plus longues. Incisions sur la face inférieure du premier article des tarses postérieurs fortes, profondes et les denticules allongés, formés par elles, sont prolongés postérieurement en pointe aiguë. Les articles médians des antennes assez longs, trois fois jusque quatre fois plus longs que larges. Le champ latéral allongé du prothorax faisant une espèce d'épipleure thoracique, est étroit, beaucoup plus étroit que les élytres. Fémurs postérieurs plus grêles et plus étroits. Marge antérieure du prothorax droite ou seulement légèrement prolongée en avant. Sternite anal seulement à l'apex couvert de granules fines, isolées et moins distinctes.

35″ Articles médians des antennes trois fois plus longs que larges. (Tab. II, 109). Antennes plus fortes et plus courtes. Corps, vu de dessus, plus étroit et plus atténué, fémurs postérieurs plus longs et plus grêles (Tab. III, 117), quatre fois, parfois presque cinq fois plus longs que larges. Abdomen plus luisant au milieu. Carène médiane thoracique étroite et plus fortement élevée, quoique, vue de côté, moins convexe. Saillie du vertex, vue de côté, plus fortement saillante en avant; le front plus déclive en angle plus fort. Vertex entre les yeux (vu de dessus) plus fortement saillant en avant, obliqué antérieurement de part et d'autre (Tab. III, 126) et arrondi en angle obtus.

36″ Plus grand, les articles médians des antennes plus grêles, trois fois plus longues que larges.

37″ Saillie du prothorax relativement longue, ne dépassant pas les genoux postérieurs; les ailes inférieures deux fois plus longues que les élytres ne dépassant pas le sommet de la saillie du prothorax.

38″ Prothorax avec une macule noire humérale distincte.

39″ Seulement une paire de macules noires, en triangle, obliquées et distinctes sur le prothorax. Brun grisâtre. ♂♀ 8—11 *mm*. Fig. 22 (10). — Tab. III, 109, Tab. III, 117, 126. — Vraisemblablement partout en Tchécoslovaquie. et commun. **4. Kiefferi Saulcy.**

39′ Plusieures macules noires sur le prothorax ou une bande longitudinale

noire, formée par la réunion des plusieures macules, de part et d'autre de la carène médiane de prothorax.

40″ Prothorax unicolore. Antérieurement, sur le prothorax, avec deux macules noires plus petites. Bohême: Šárka, Velké Počernice.
4 α. Kiefferi ab α.

40′ Prothorax bordé de clair ou la partie dorsale, le long de la carène médiane à coloration plus claire.

41″ Carènes latérales du prothorax à bordure étroite, mince et claire, ocrée. Bohême: Nová Huť, Čelakovice. **4 β. Kiefferi ab β.**

41′ Carènes latérales du prothorax obscures, de la même coloration que la partie latérale du prothorax.

42″ Partie du prothorax le long de la carène médiane et partie postérieure pointue claires, d'un jaune ocré de terre, mais à maculation plus foncée, brune. Macules noires petites et étroites, séparées ou réunies, en nombre de 4 à 6. Bohême: Nová Huť. **4 γ. Kiefferi ab. γ.**

42′ Carène longitudinale du prothorax ornée d'une bande unicolore d'ocré clair ou brunâtre, cette bande étant prolongée jusqu'au vertex. Macules humérales antérieures et postérieures plus ou moins réunies en une bande longitudinale étroite et plus ou moins irrégulière d'un noir velouté, bordant de part et d'autre la bande médiane claire. Bohême: Breitenbach, Nová Huť, Ouvaly, Jindř. Hradec. **4 δ. Kiefferi ab. δ.**

38′ Prothorax sans macule humérale distincte, sans petites macules noires.

43″ Surface du prothorax unicolore; lobe latéral de la même coloration que la partie dorsale.

44‴′ Noir ou gris noirâtre obscur. Bohême: Lužná, Breitenbach, Beřkovice.
4 ε. Kiefferi ab. ε.

44‴ Brun ou roux. Bohême. **4 ζ. Kiefferi ab. ζ.**

44″ Jaune ocré ou jaune blanchâtre. Bohême. **4 η. Kiefferi ab. η.**

44′ Brun gris olivâtre, souvent avec des traces des bandes très étroites et longitudinales, extrêmement fines sur le prothorax. Bohême:
4 ϑ. Kiefferi ab. ϑ.

43′ Oubien le lobe latéral du corselet est de coloration différente (plus claire) que l'autre surface, oubien cette surface est tachetée de macules ou, tout au moins, la carène médiane du prothorax présente une coloration plus claire.

45″ Surface du prothorax gris ocré, de même que le lobe latéral — surface du prothorax à maculation plus foncée gris brunâtre. Bohême.
4 ι. Kiefferi ab. ι

45′ Partie supérieure du prothorax à maculation nulle, au plus la carène médiane alternativement maculé de clair et de foncé.

46″ Lobe latéral du prothorax à coloration ocrée, claire, surface du prothorax plus foncée, gris brun, fémurs postérieurs très souvent de coloration gris brunâtre, avec deux bandes transversales irrégulières claires, plus rarement à coloration d'un brun grisâtre uniforme. Bohême. Fig. 22 (11). — **4. ϰ. Kiefferi ab. ϰ.**

46′ Lobe latéral du prothorax à coloration subégale ou presque égale, obscure comme celle du disque.

47″ Carène dorsale alternativement tachetée de clair et de foncé. Bohême.
4. λ. Kiefferi ab. λ.

47′ Carène dorsale du prothorax unicolore, mais plus claire que l'autre partie du prothorax, qui est souvent obscurcie de part et d'autre de cette bande claire et longitudinale. Bohême. **4. μ. Kiefferi ab. μ.**

37′ Saillie du prothorax plus longue, dépassant toujours les genoux postérieurs. Les ailes inférieures plus longues.

48″ Saillie du prothorax médiocrement allongée, dépassant faiblement les genoux postérieures, au sommet seulement légèrement retroussé en haut. Ailes longues, dépassant distinctement le sommet de la saillie du prothorax. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie — variété nordique. **4 b. Kiefferi var. Sjoestedti Haij.**

48′ Saillie du prothorax très fortement prolongée, dépassant très fortement les genoux postérieurs, pointue, légèrement retroussée en haut postérieurement. Les ailes de longueur inusuelle, dépassant postérieurement un peu le sommet du prothorax. Forme suédoise—pas encore signalée en Tchécoslovaquie.
4 c. Kiefferi var. macropterus Haij.

36′ De taille plus petite; les articles médians des antennes un peu plus courts. Diffère de Kraussi par le corps plus grêle et par les incisions et denticules de l'article basal des tarses postérieurs. Forme méridionale, pas encore signalée en Tchécoslovaquie.
4 d. Kieffer ssp. Gavoyi Saulcy.

35′ Les articles médians des antennes étroits, quatre fois plus longs que larges; les antennes longues et minces. (Tab. II, 110.) — Corps, vu de dessus plus large et plus court. Fémurs postérieurs plus courts et plus robustes, environs trois fois plus longs que larges. Abdomen mat, à peine luisant. Carène longitudinale médiane du prothorax plus large et plus fortement convexe, quoique moins élevée. Sailie du vertex (Tab. III, 127), vue de côté, moins avancée antérieurement et alors front à déclivité plus perpendiculaire, plus faible. Vertex entre les yeux (vu de dessus) distinctement plus étroit, moins avancée antérieurement, arrondi antérieurement en une ligne arquée, obtusement et transversalement arrondie.

49″ Saillie du prothorax de longueur médiocre: atteignant ou dépassant faiblement le sommet des fémurs postérieurs.

50″ Prothorax avec antérieurement deux macules noires plus ou moins distinctes. Coloration brun grisâtre. ♂♀ 7—9 *mm.* Partout. En Bohême plus rare que Kraussi et beaucoup plus rare que Kiefferi. Fig. 22 (8). — Tab. II, 104, 105, 106, 107, 110, 111, Tab. III 127. **5. bipunctatus Linné.**

50′ De coloration différente

51″ Prothorax avec latéralement macules humérales noires.
52″ En outre des macules noires, encore d'autres bandes ou macules sur le prothorax.
53″ Lobes latéraux du prothorax unicolores.
54″ Carènes latérales ou carène médiane du prothorax de coloration claire uniforme, ou le prothorax avec deux macules brunes, réunies.
55″ Brun; sur le disque avec deux macules jointes à bordure rouge.

5 α. bipunctatus ab. dorsalis Fi eber.

55′ Prothorax en dessus sans macules rousses.
56′ Seulement les carènes latérales du prothorax de coloration claire. De part et d'autre, dans la moitié antérieure, près de la macule noire humérale encore une petite macule noire.

5 β. bipunctatus ab. equestris Fieber.

56′ Les carènes latérales et la carène médiane de coloration claire.
57″ Macule noire humérale à bordure claire.

5 γ. bipunctatus ab. circumscriptus Fieber.

57′ Macule noire huméralesans bordure claire.

5 δ. bipunctatus ab. limbatus Fieber.

54′ Carènes latérales et médiane obscures, unicolores, ou seulement la carène médiane alternativement maculée de clair et de foncé.
58″ Carène médiane alternativement maculée de clair et de foncé.

5 ε. bipunctatus ab. carinalis Fieber.

58′ Carène médiane foncée, unicolore.
59″ Moitié antérieure du prothorax entièrement de coloration claire ou, au moins, avec une bande transversale large.
60″ Bande transv e rsale n'atteignant latéralement que les macules noires, elle est grand e et se prolonge sur la tête. Pattes le plus souvent brun roux. **5 ζ. bipunctatus ab. contiguus Fieber.**
60′ Bande transversale dépassant les macules humérales postérieurement, ne dépassant pas la marge antérieure du prothorax.

5 η. bipunctatus ab. pulcher Karny.

59′ Prothorax sans bande transversale.
61″ Encore une macule claire, située, avant la macule obscure, latérale, et humérale.
62″ Cette macule claire d'un jaune orangé.

5 ϑ. bipunctatus ab. punctatosignatus Fieber.

62′ Cette macule blanche. **5 ι. bipunctatus ab. marmoratus Fieber.**
61′ Aucune macule claire avant la macule obscure du prothorax mais parfois une autre macule obscure avant cette macule noire — puis deux paires de macules noires sur le prothorax.
62″ Deux paires des macules noires sur le prothorax.
63″ Macule humérale prolongée en arrière et formant une figure en zigzag.

5 κ. bipunctatus ab. ciczac Fieber.

63′ Les deux macules obscures separées de part et d'autre. Forme commune. **5 λ. bipunctatus ab. λ.**

62′ Partie dorsale du prothorax entièrement ou en majeure partie à maculation noire.

64″ Brun roux, à ponctuation noire sur le dos. Fémurs postérieurs avec extérieurement une macule noire.

5 μ. bipunctatus ab. conspersus Fieber.

64′ Jaune grisâtre, prothorax antérierement, au milieu, à maculation plus obscure des lignes transversales, noirâtre. L'apex du prothorax à ponctuation brune; sommet de la carène dorsale avec quelques macules claires. Fémurs postérieurs aux macules fasciformes.

5 ν. bipunctatus ab. punctulatus Gmel.

53′ Parties latérales du prothorax obscures antérieurement, jaunes postérieurement. Partie dorsale marbrée. **5 ξ. bipunctatus ab. discolor Fieb.**

52′ Prothorax (à l'exception des macules latérales noires) sur la partie supérieure, dorsale, unicolore ou avec une large bande médiane claire,

65″ Les côtés du prothorax à coloration différente de celle de la partie dorsale; cette partie supérieure d'un brun ocré, les côtés plus foncés.

5 ο. bipunctatus ab. deltiger Fieber.

65′ Les côtés du prothorax de la même coloration que la partie dorsale.

66″ Jaune brunâtre. Voir: **5 α. bipunctatus ab. dorsalis Fieber.**

66′ Brun grisâtre, plus foncé. Voir: **5. bipunctatus L. (forma typica).**

51′ Prothorax latéralement sans macules noires humérales.

67″ Noir. **5 π. bipunctatus ab. nutans Hag.**

67′ Jaune grisâtre. Forme commune.

5 φ. bipunctatus ab. xyphothyreus Schrank.

49′ Saillie du prothorax soit très courte ou, au contraire, très allongée.

68″ Saillie du prothorax beaucoup plus courte que chez la forme typique, n'atteignant pas les genoux postérieurs. Les ailes un peu plus courts, n'atteignant pas le sommet du prothorax. **5 b. bipunctatus var. b.**

68′ Saillie du prothorax très allongée, dépassant très fortement les genoux postérieurs, légèrement restroussée en haut postérieurement. Les ailes très longues. Fig. 22 (3). — Bohême: Šárka.

5 c. bipunctatus var. explicatus Ebner.

1′ Carène médiane du prothorax plus faiblement élevée, l'espace entre les deux carènes latérales plan et, surtout dans la partie apicale, seulement très légèrement élevé en toit. Forme normale macroptère et macrothoracique. Saillie thoracique longue, fortement allongée postérieurement, légèrement retroussée en haut vers le sommet.*)

69″ Espèce grande. Incisions de la face inférieure de l'article basal des tarses postérieurs faibles, peu profondes;**) les denticules, limités par elles

---

*) De toutes les espèces de ce groupe on connait des variétés rares brachythoraciques!

**) De forme analogue que chez *Kraussi* Saulcy.

sont émoussés, en angle obtus au bout. Troisième denticule plus grand que les deux autres réunis. Vertex plus fortement avancé antérieurement, faisant avec la côte médiane (vu de côté) un angle aigu; l'arête inférieure des fémurs postérieurs légèrement déprimée et plus élevée, les arêtes inférieures des fémurs intermédaires légèrement onduleuses.

70″ Saillie thoracique dépassant fortement les genoux postérieurs.*) Les ailes fortement développées. Espèce nordique. Il n'est pas impossible qu'on la retrouve un jour sur les hautes montagnes de Tchécoslovaquie. **6. fuliginosus Zett.**

70′ Saillie thoracique courte, dépassant légèrement les genoux postérieurs. Les ailes beaucoup plus raccourcies. Forme boréale, scandinavienne (Dalekarlie). Manque en Tchécoslovaquie.

6 b. fuliginosus var. Aurivillii Haij.

69′ Incisions de la face ventrale de l'article basal des tarses postérieurs profondes, les denticules, délimités par elles, étant aigus et pointus.

71″ L'arête inférieure des fémurs intermédiaires inégale, onduleuse.

72″ Les yeux plus fortement avancés antérieurement que le vertex, placé entre eux. L'arête dorsale des fémurs intermédiaires très distinctement onduleuse, très inégale. L'arête inférieure des fémurs antérieurs droite, pas onduleuse. Les articles médians des antennes quatre fois plus longs que larges. Fémurs postérieurs plus de quatre fois plus longs que larges. Sternite anal presque glabre, luisant, abdomen assez luisant en dessous. Voir: **1. Paratettix meridionalis Ramb.**

72′ Vertex plus fortement avancé antérieurement que les yeux. L'arête supérieure, dorsale des fémurs intermédiaires droite. L'arête inférieure des fémurs antérieurs très distinctement onduleuse et inégale. Les articles médians des antennes trois fois plus longs que larges. Fémurs postérieurs courts et forts, environ trois fois plus longs que larges. Sternite anal couvert de granules denses, à peine luisant, de même que le milieu de l'abdomen en dessous. Voir: **2. Türki Krauss.**

71′ L'arête inférieure des fémurs intermédaires entièrement droite, à peine très légèrement onduleuse.

73″ Espèce grande, avec les incisions de l'article basal des tarses postérieurs faibles, peu profondes, subémoussées. Saillie frontale (vue de côté) formant avec le vertex un angle aigu. Fémurs postérieurs avec l'arête dorsale très nettement délimitée, en carène, élevée, haute, déprimée. Vertex plus fortement avancé antérieurement. Voir:

6. fuliginosus Zett.

73′ Plus petit, les incisions sur la face inférieure de l'article basal des

---

*) Cette espèce boréale est rare dans les collections; *Haij* dit qu'elle varie de coloration comme les autres espèces, mais il n'indique pas de plus près ces aberrations, dont seulement deux sont décrites (*fuscipes* Zett. et *pulchella* Sahlb.), qui me sont inconnues.

tarses postérieurs plus grandes, plus profondes, les denticules, formés par elles, sont aigus. Côte frontale fait avec le vertex un angle droit (vue de côté). Vertex médiocrement avancé antérieurement. Troisième (dernier) denticule de l'article basal des tarses postérieurs environ de la même longueur que les deux denticules précédents réunis. Les arêtes des fémurs postérieurs moins remarquables et moins élevées.

74″ Saillie du vertex entre les yeux plus étroite, environ aussi large que le diamètre d'un oeil, visible de dessus; seulement légèrement avancée antérieurement, dépassant légèrement la ligne, joignant la marge antérieure des yeux. Les deux denticules allongés et basales de la face inférieure de l'article basal des tarses postérieurs sont de longueur égale, pointus postérieurement et plus avancés. Les articles médians des antennes environ quatre fois plus longs que larges — les antennes sont plus longues et plus étroites. Espèces mediterranéenne. Hongrie? Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. **7. Bolivari Saulcy.*)**

74′ Saillie du vertex entre les yeux plus large le diamètre de l'oeil, visible de dessus; plus fortement avancée antérieurement en arc subanguleux, dépassant distinctement la ligne, joignant la marge antérieure extrême des yeux (observée de dessus). Les deux denticules premiers de la face ventrale de l'article basal des tarses postérieurs sont de longueur inégale et de forme différente, moins saillants, moins pointus au bout. Les articles médians des antennes sont trois fois plus longs que larges, les antennes sont plus fortes et plus courtes.

75″ Saillie du prothorax longue, dépassant fortement les genoux postérieurs.

76″ Les ailes sont fortement développées, mais elles ne dépassent cependant que très faiblement le sommet de la saillie du prothorax.

77″ Partie dorsale du prothorax sans macules humérales doubles, plus grandes,**) au plus aux bords latéraux de coloration différente que la partie centrale; surface du prothorax unicolore, au plus avec des lignes minces plus foncées, rarement avec deux macules claires et quadratiques autérieurement.

78″ Les côtés du prothorax de la même coloration que la partie dorsale. Le lobe latéral du prothorax, parfois, antérieurement, de coloration différente (plus claire). —

79″ Le lobe latéral du prothorax antérieurement de la même coloration que l'autre partie dorsale.

80″ Unicolore, au plus en dessus à maculation plus obscure, les pattes, surtout les fémurs postérieurs, de coloration aberrante.

81‴‴Marge postérieure, inférieure de la saillie thoracique plus claire, l'autre

---

*) Les aberrations de couleur de cette espèce ne sont pas bien connues et ne sont pas décrites.

**) A l'exception de *l'ab. notata* Fieb.

surface d'un brun noirâtre. ♂♀ 9—15 *mm*. Fig. 22 (9). Espèce très répandue et très commune. **8. subulatus L.**

81′′′′ Entièrement noir, tibias antérieurs et intermédiairs jaunâtres, aux bandes transverses plus foncées. **8 α. subulatus ab. niger Fieber.**

81′′′ Brun grisâtre. **8 β. subulatus ab. fuscus Fieber.**

81′′ Jaune grisâtre clair, souvent avec taches brunes sur le dos. **8 γ subulatus ab. lividus Fieber.**

81′ Blanc grisâtre, sans macules plus foncées et isolées.

82′′ Prothorax avec des traces d'une linéation longitudinale très étroite et très fine, plus foncée que l'autre surface. **8 δ. subulatus ab. δ.**

82′ Surface entièrement unicolore. Bohême. **8 ε. subulatus ab. ε.**

80′ Lobe latéral du prothorax ocré clair, l'autre surface du prothorax brun foncé ou gris brunâtre. Bohême. **8 ζ subulatus ab. ζ.**

79′ Prothorax antérieurement avec deux macules quadratiques, ces macules jaunes, ainsi que la marge postérieure inférieure. Brun noirâtre, à linéation noire, carène longitudinale du prothorax maculée de jaune, les côtés du prothorax jaunes et maculés de noir. **8 η. subulatus ab. notatus Fieber.**

78′ Partie dorsale du prothorax jaune grisâtre clair, marge latérale déclive du prothorax et l'autre surface du corps brunes. **8 ϑ. subulatus ab. dispar Lap.**

77′ Partie dorsale du prothorax avec 2—4 macules ou bandes noires ou claires.

83′′ Prothorax en dessus toujours sans ornementation longitudinale, avec une macule humérale claire ou foncée ou avec une bande transversale blanche.

84′′′ Prothorax avec une macule humérale claire.*) Brun, derrière l'épaule une macule jaune et oblique en triangle. Partie dorsale à linéation longitudinale fine et brune. **8 ι. subulatus ab. bimaculatus Fieber.**

84′′ Prothorax avec une macule humérale obscure.

85′′ Prothorax avec une paire de macules foncées, plus grandes.

86′′ Jaune brunâtre pâle; tête, prothorax antérieurement et les élytres bruns, macule humérale triangulaire et quelques petites taches irrégulières noires. Parfois légèrement brunâtre ou d'un jaune plus clair. **8 ϰ. subulatus ab. pallescens Fieber.**

86′ Blanc grisâtre. Prothorax antérieurement et les côtés thoraciques jusque vers le sommet brunâtres; partie entre les épaules blanchâtre, avec quelques petites macules irrégulières et noires. Macule triangulaire courte et brune. **8 μ. subulatus ab. nebulosus Fieber.**

85′ Prothorax avec deux paires de macules obscures. **8 λ. subulatus ab. quadrimaculatus Thunb.**

84′ Prothorax avec une bande transversale blanche, claire.

---

*) L'aberration *oculata* Karny, qui je ne connais pas, doit être voisine de cette forme.

86″ Jaune brunâtre; une bande transversale et blanche, en parallel épipède, avec quelques petites macules noires, est située entre les épaules; derrière les épaules, an voit parfois de petites lignes et macules, restes des macules humérales noires. **8 ξ. subulatus ab. stragulum Fieber.**

86′ Gris brunâtre; entre les épaules est située une bande large et transversale, antérieurement et postérieurement largement échancrée et bordée de petites macules noires. Avant cette bande quelques macules claires et irrégulières. Macule obscure humérale petite, courte et triangulaire. **8 ο. subulatus ab. humeralis Fieber.**

83′ Prothorax avec macules et étroites lignes longitudinales — bande longitudinale et claire formant, avec les ornementations tranversales, parfois, une croix claire.

87″ Prothorax obscur à ornementation claire.

88″ Cette ornementation jamais en forme de croix.

89″ Tête, élytres, corps et moitié supérieure des côtés du prothorax à coloration obscure; longue bande longitudinale au milieu du prothorax à coloration jaune claire.

90″ Prothorax de part et d'autre de la carène médiane sans macules allongées noires et sans bandes longitudinales étroites. **8 π. subulatus ab. vittatus Fieber.**

90′ Prothorax, de part et d'autre de la carène médiane avec une macule ou avec une petite bande longitudinale Bohême. **8 ϱ. subulatus ab. ϱ.**

89′ Brun noirâtre, les arêtes dorsales sur les côtés du prothorax et, parfois, une bande dans l'arête supérieure des fémurs postérieurs, jaunes. **8 σ. subulatus ab. marginatus Fieber.**

88′ Une croix claire, bordée antérieurement et latéralement de noir, sur le prothorax. Les côtés du prothorax jaunes dans sa moitié postérieure. Tête et élytres noirs. **8 τ. subulatus ab. cruciger Fieber.**

87′ Prothorax clair, ornementation thoracique foncée.

91″ Brun foncé. Partie dorsale jaune; un triangle allongé et obscur, joint postérieurement à une macule allongée et subacuminée, est situé de part et d'autre de la carène médiane. **8 υ. subulatus ab. dorsalis Fieber.**

91″ Jaune grisâtre, une bande longitudinale entière et deux bandes latérales subonduleuses du prothorax noires. Fémurs antérieurs et intermédiairs noirs, fémurs postérieurs jaunes. **8 φ. subulatus ab. lineatus Fieber.**

76′ Saillie thoracique très allongée, les élytres dépassent fortement le sommet du prothorax. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. **8 b. subulatus var. macropterus Fischer.**

75′ Saillie thoracique très raccourcie, dépassant seulement faiblement ou atteignant à peine les genoux postérieurs. Ailes petites. Fig. 22 (12). — Bohême: Byšičky près Lysá; Jindřichův Hradec. **8 c. subulatus var. Sahlbergi Saulcy.**

22. Paratettix J. Bolivar.

Tableau des aberrations de l'espèce:

1″ Prothorax unicolore dans sa partie supérieure.

2″ Les lobes latéraux du prothorax de la même coloration que la partie dorsale.

3″ Brun grisâtre ♂♀ 10—15 *mm*. Fig. 22 (14). — Tab. III., 120. — D'après le Catalogue de Haury-Nickerl en Bohême. Slovaquie mer.? Moravie? **1. meridionalis Ramb.**

3′ Brun roux clair. **1 α. meridionalis ab. concolor Karny.**

2′ Les lobes latéraux du prothorax de coloration différente.

4″ Les lobes latéraux du prothorax obscurs antérieurement et jaunâtres postérieurement. Fémurs postérieurs plus clairs à la base. Partie dorsale du prothorax obscure. **1 β. meridionalis ab. notatus Karny.**

4′ Lobe latéral du prothorax entièrement obscur, partie dorsale du prothorax claire. **1 γ. meridionalis ab. lividus Karny.**

1′ Prothorax sur le dos soit multicolore, soit avec des macules et bandes de coloration différente.

5″ Prothorax sur le dos sans macules allongées noires ou obscures, brunâtres, seulement avec les macules humérales — ces macules claires ou foncées; rarement la carène longitudinale du prothorax claire.

6″ Une macule humérale noire; parfois, avant cette macule, une autre macule claire.

7″ Une macule claire situé avant la macule obscure, humérale. **1 δ. meridionalis ab. oculatus Karny.**

7′ Pas de macule claire avant la macule noire et humérale.

8″ Les côtés du prothorax ne sont pas plus clairs que la partie médiane, dorsale.

9″ Carène médiane du prothorax de coloration claire. **1 ε. meridionalis ab. ε.**

9′ Carène médiane concolore.

10″ Une large bande transversale blanche, située avant les macules humérales noires. **1 ξ. meridionalis ab. dorsalis Fieb.**

10′ Pas de large bande blanche avant les macules humérales. **1 η. meridionalis ab. sordidus Fieb.**

8′ Les côtés du prothorax, de coloration claire, jaunâtre, faisant une bordure étroite autour de la partie discale foncée. **1 ϑ. meridionalis ab. marginatus Karny.**

6′ Macule humérale claire, jaunâtre; moins distincte ou bien subeffacée. **1 ι. meridionalis ab. bimaculatus Karny.**

5′ Des bandes ou lignes allongées, développées au lieu des macules humérales triangulaires ou quadratiques. **1 κ. meridionalis ab. lineatus Karny.**

C. Phasmodea Burn.

I. Phasmidae Serv.

1. Bacillus Latr.

Une seule espèce:
1. *Rossii* Fab. (Tab. IV, 168) doit se trouver en Slovaquie méridionale. Je n'eu ai pas vu encore d'exemplaire authentique, trouvé en pleine nature en Tchécoslovaquie.

Dermaptera.

Tableau analytique des familles et des genres.*)

1″ Troisième et quatrième tergite**) latélarement sans élévations granuli-

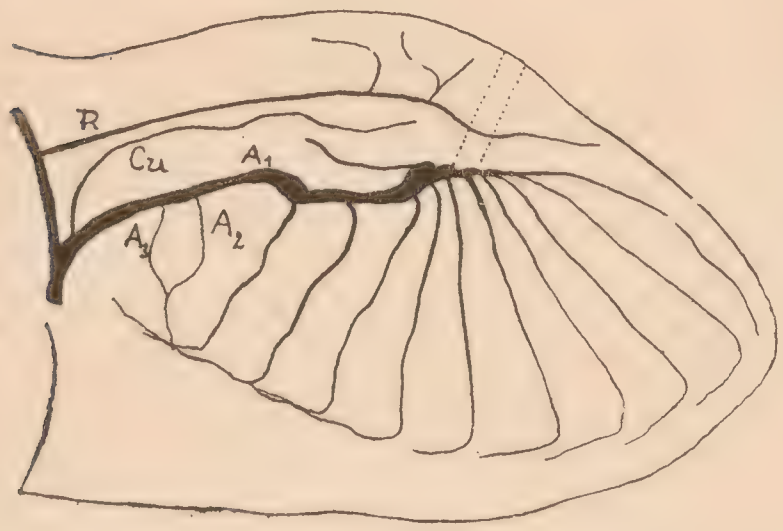


Fig. 23. Système trachéen de l'aile de nymphe de *Forficula*. D'après Comstock (The wings of Insects).

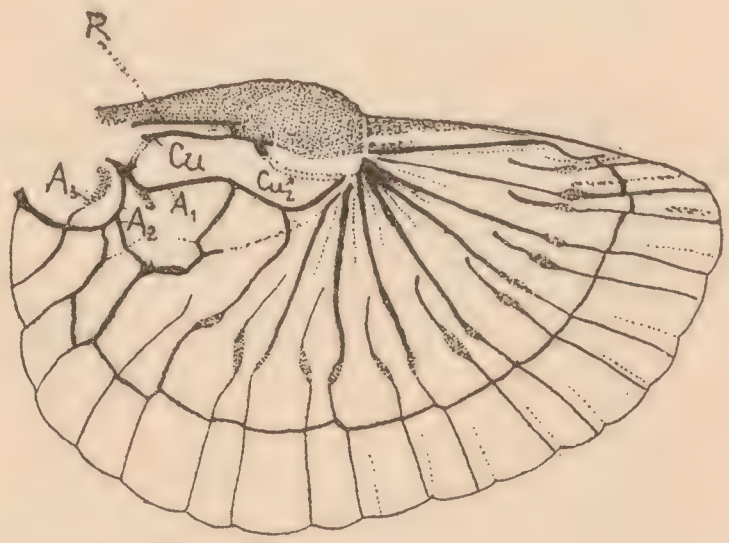


Fig 24. L'aile du *Forficula*. Nervation d'après Comstock (The wings of Insects).

formes de la marge basale (♂♀). Antennes multiarticulées, présentant jusqu'à 30 articles. Avant-dernier l'article des tarses presque cylindrique, presque subparallèle, à peine subélargi au sommet. Metapygidium (= 11 segment de l'abd.) et telson distinctement plus petits que le pygidium (= 10 segment de l'abdomen). Metapygidium et telson en forme

*) Les caractères de ce tableau s'appliquent seulement aux formes de la Tchécoslovaquie.

**) Chez les espèces aux élytres longs c'est le première et le deuxième tergite, visible de dessus derrière les élytres.

de deux plaques chitinisées et séparées. (Système génital ♂ en paire — Handlirsch 1924.) **I. Labidurini Handlirsch.**

Prothorax plus long que large. Les cerques ♂ longs, légèrement courbés, glabres. Dent interne des cerques petite et située dans la région distale. Très grande forme: **1. Labidura Leach.**

1′ Troisième et quatrième tergite de l'abdomen*) latéralement avec une élevation granuliforme en forme de pli près de la marge postérieure (♂♀). Les antennes au plus de 15 articles. Prothorax distinctement plus large que long. Métapygidium et telson indistinct et réduits. Pygidium distinctement développé. (Système génital ♂ asymétrique et simple, par atrophie d'une moitié des organes — Handlirsch 1924). —

2″ Avant-dernier l'article des tarses cylindrique, à peine élargi au bout. Élytres dépeloppés. **II. Labiini Handlirsch.**

3″ Les articles III, IV, et V des antennes à peu près de même longueur et de même forme. Ailes inférieures bien développées. Les cerques inférieurement avec une dentelure assez grossière et assez peu dense, à pubescence longue. **2. Labia Leach.**

3′ Les articles III, IV et V des antennes de longueur et de forme inégales; les ailes inférieures manquent. **3. Prolabia Burr.**

2′ Avant-dernier l'article des tarses longuement subdilaté au sommet en forme d'un petit lobe cordiforme. **III. Forficulini Handlirsch.**

4″ Cerques intérieurement et extérieurement à pubescence assez longue, distincte; de même l'abdomen et les côtés du prothorax ciliés. Élytres développés, ailes absentes. **4. Apterygida Westwod.**

4′ Cerques glabres ou seulement intérieurement à pilosité courte, peu remarquable et peu apparente (*Chelidurela* ♀) . Élytres développés.

5″ Prothorax ayant la plus grande largeur un peu avant la base, en losange, légèrement atténué en avant, avec les côtés postérieurs très largement arrondis. Saillie du pygidium avancée entre les deux cerques en forme d'une proéminence perpéndiculaire. Ailes absentes. Marge postérieure des tergites sans trace d'une pilosité dense, couchée, fine, unisériale. **5. Chelidurella Verhoeff.**

5′ Prothorax parallèle, les angles postérieurs très largement arrondis; ailes bien développées et dépassant postérieurement les élytres. Pygidium sans saillie perpendiculaire, tournée en haut. Marge basale des tergites distinctement bordée d'une série de poils très courts, très fins, couchés et dorés.

6″ De coloration plus claire; brillant. Surface sans chagrination microscopique distincte. Cerques ♂ extérieurement sans dents ou saillies, dent interne située dans la région proximale; cerques ♂ vus de côté, situés dans le même plan, de courbure normale.

6. Forficula Linné.

---

*) Chez les espèces aux élytres longs c'est le première et le deuxième tertige, visible de dessus derière les élytres.

6′ Obscur, mat, à peine brillant, couvert d'une chagrination très fine et dense; cerques ♂ avec une saillie dentiforme, tournée en haut et située dans la base du cerque; dent interne située dans la région distale; cerques ♂, vue de côté, très courbés, notamment dans la partie basale, à courbure double horizontale et verticale. **7. Anechura Scudder.**

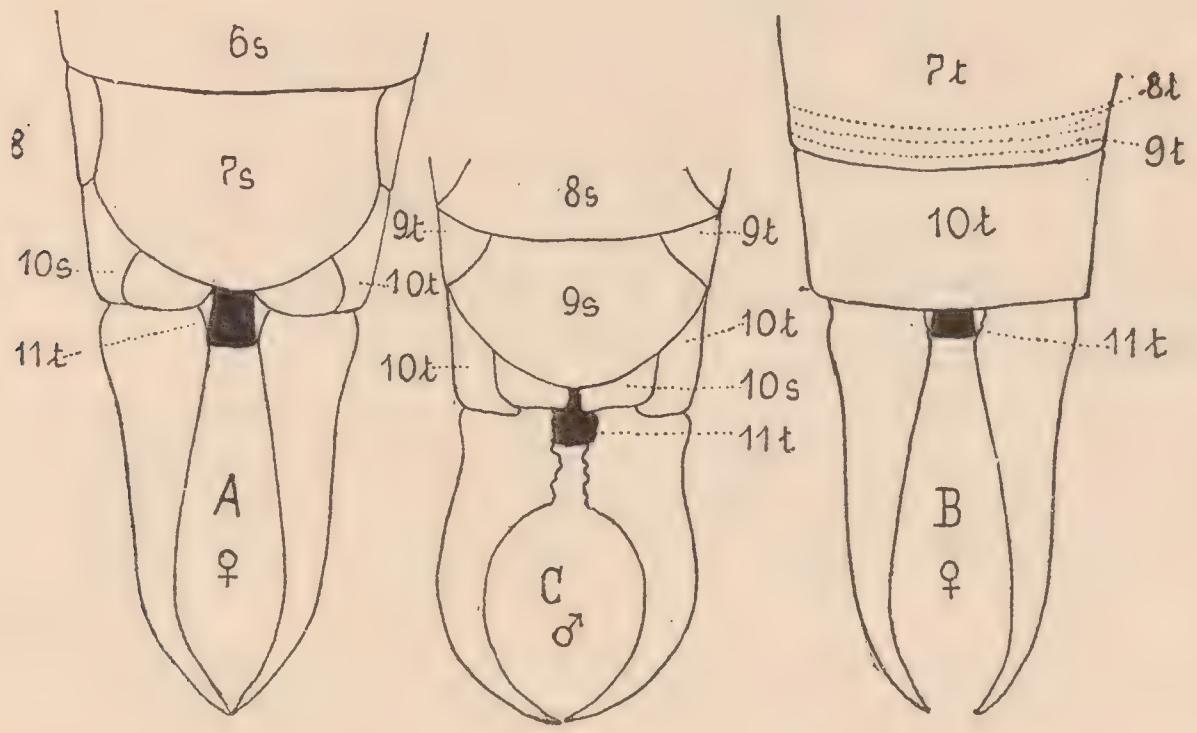


Fig. 25. Les derniers segments de l'abdomen de *Forficula*. *A* = ♀ de dessous; *B* = de dessus; *c* = ♂ de dessous; *s* = sternite, *t* = tergite. D'après I m m s.

I. Labidurini Handlirsch.

1. Labidura Leach.

1. *Riparia* Pallas: Tab. III, 148. — ♂♀ 20 — 41 *mm*. On connait trois formes de cette espèce, qui peuvent être distinguées, comme suit:

1″ Marge postérieure du dernier tergite visible de dessus au milieu avec deux denticules (♂) ou fortement coriacée (♀).

2″ Tête jaune, claire. **1. riparia Pallas.**

2′ Tête noire. **1. riparia ab. a.**

1′ Marge postérieure du dernier tergite, visible de dessus sans deux denticules au milieu (♂), simple, légèrement coriacée (♀). Trouvé en Autriche, possible en Moravie et Slovaquie. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie. **1. riparia var. livida Borm.**

La forme typique se trouve rarement en Bohême (Závist, Mělník, Praha). Les indications des autres pays manquent; on la trouvera sûrement en Moravie, Slovaquie et en Russie Subcarpathique.

II. Labiini Handlirsch.

2. Labia Leach.

1. *Minor* L. (♂♀ 5—10 *mm*). Espèce commune partout.

3. Prolabia Burr.

1. *Arachidis* Yersin — ♂ 9—10, ♀ 9·8—12 *mm*. Espèce tropicale, dans les dernier temps plusieurs fois importée en Europe. Pas encore signalé en Tchécoslovaquie.

III. Forficulini Handlirsch.

4. Apterygida Westwood.

1. Media Hagenb. Tab. III., 151. ♂ 9·5—15, ♀ 10·5—11·5 *mm*.
On connait deux formes de cette espèce:

1″ Plus grand, de coloration plus foncée; dent interne des cerques ♂ plus distincte; cerques plus faiblement courbées en ligne plus allongée. Bohême, Moravie, Russie Subcarpathique. Slovaquie?
1. media Hagenb.

1′ Plus petit, de coloration plus claire, les cerques ♂ intérieurement sans dent ou cette dent seulement très fablement indiquée; les cerques à courbure plus forte. Bohême. **1. media var. ♂ edentula Azam.**

5. Chelidurella Verhoeff.

1. *Acanthopygia* Géné. Tab. III, 152, 153, 154. — ♂ 10—18·5, ♀ 9—13 *mm*. Bohême, Moravie, Slovaquie, Russie Subcarpathique.

6. Forficula Linné.

1. *Auricularia* L. Tab. III, 145. ♂♀ 14—23 *mm*.
On connait de cette espèce les formes suivantes:

1″ Surface claire.

2″ Les cerques ♂ aussi longs ou plus courts que les tergites, visiblés de dessus et situés derrière les élytres et ailes.

3″ Les cerques à peu près aussi longs que la partie découverte de l'abdomen, visible de dessus, courbés en ligne médiocrement arquée. Partout. **1. auricularia L.**

3′ Les cerques ♂ très courts, beaucoup plus courts que la partie découverte de l'abdomen, visible de dessus, fortement courbés. Partout avec la forme typique, mais plus rare.
1. auricularia f. cyclolabia Fieber.

2′ Cerques ♂ plus longs que la partie découverte de l'abdomen, visible de dessus, de longueur remarquable. Surtout dans les montagnes — avec la forme typique. **1. auricularia f. macrolabia Fieber.**

1″ Surface, notamment le prothorax et les élytres, foncée. Bohême: Sv. Prokop. **1. auricularia var. infumata Charp.**

7. Anechura Scudder.

1. *Bipunctata* F. ♂ 21·5—24, ♀ 15·5—19 *mm.* Tab. III., 149, 150. — Bohême, Slovaquie, Russie Subcarpathique. Pas encore signalée en Silésie et en Moravie. Assez rare.

N. B. Les indications plus détaillées des localités etc. doivent être cherchées dans mon travail tchèque, en: Rovnokřídlý hmyz (Orthoptera a Dermaptera) republiky československé, Fauna et flora čechoslovenica, I., 1926, p. 1.—234., d'où on a ici reproduites mot à mot les tableaux à détermination seules.

Explication des planches.

Tab. I.

1. Tête de *Xiphidium* I = premier, II = deuxième article des antennes ; t = vertex ; z = rostre frontal (rostrum) ; z h = occiput ; č = front ; cl = clypeus ; m = mandibule ; sp = labrum ; m x = maxille ; m č = palpe maxillaire ; le labium avec les palpes est apposé de dessous aux maxilles et n'est pas dessiné sur cette figure.
2. Schéma de la nervation de l'élytre d'un *Orthoptère* (*Acridioidea*). C = costa, Sc = subcosta, R = radius, M = media, Cu = cubitus, A = analis, Ax = axillaris, I = vena intercalata (spuria) ; ac = area costalis (area mediastina) asc = area subcostalis (scapularis) ; n = veine marginale (d'après Saussure) ; d'après *Redtenbacher*, un peu modifié.
3. Nervation demi-schématique d'un *Ectobius* (*Blattoidea*)
4. Glande dorsale répugnative ♂ *d'Ectobius lapponicus* L.
5. Glande dorsale répugnative ♂ *d'Ectobius sylvestris* Poda.
6. *Ectobius sylvestris* Poda — tête de devant.
7. *Ectobius lapponicus* L. — tête de devant.
8. *Phyllodromia germanica* L. — plaque sous — génitale avec un seul style (st).
9. *Ectobius lapponicus* L.— plaque sous — génitale avec un seul style (st).
10. Schéma de nervation de l'élytre des *Locustoidea*. D'après *Chopard*, un peu modifié. Désignation c'omme dans la fig. 2. —
11. Schéma de l'aile postérieure des *Locustoidea*. D'àprès *Chopard*, un peu modifié. Désignation comme dans la fig. 2. —
12. *Orphania denticauda* Charp. — Organe tympanal du tibia antérieur (t). —
13. *Decticus verrucivorus* Linné. — Organe tympanal du tibia antérieur (t).
14. *Tachycines asynamorus* Adel. — apex des fémurs intermédiaires.
15. *Ephippigera vitium* Serv. — apex du tibia postérieur droit.
16. *Locusta viridissima* Linné — apex du tibia postérieur droit.
17. *Xiphidium fuscum* Fabr. — apex du tibia antérier gauche.
18. *Locusta viridissima* Linné — apex du tibia antérier gauche. (t = épine apicale et extérieure).
19. *Decticus verrucivorus* Linné — article basal des tarses postérieurs ; p = appendix double de cet article.
21. *Gampsocleis glabra* Herbst ; partie de la tête et rostre frontal = č ; I = premier article des antennes.
22. *Decticus verrucivorus* Linné ; č = rostre frontal ; I = premier article des antennes.
23. *Isophya camptoxipha* Fieber ; tête et corselet ; č = rostre frontal ; t = base des antennes ; b = sillon du prothorax ; s = tempe.
24. *Barbitistes constrictus* Br. — tête et corselet — désignation comme dans la fig. 23.
25. *Decticus verrucivorus* L. — Tarse; ż = sillon latéral du tarse.
26. *Decticus verrucivorus* L. — partie externe du tibia antérieur.
27. *Orphania denticauda* Charp. ♂ — c = cerques, sp. = plaque sous-génitale.
28. *Isophya camptoxipha* Fieb. — sommet de l'abdomen.
29. *Leptophyes punctatissima* Bosc. — c = cerques, sp = plaque sous-génitale.

30. *Barbitistes serricauda* Br. — c = cerques, sp. = plaque sous-génitale.
31. *Isophya camptoxipha* Fieb. — oviscapte.
32. *Leptophyes punctatissima* Bosc. — oviscapte.
33. *Meconema varium* F. — oviscapte.
34. *Isophya camptoxipha* Fieb. — prothorax de coté; kr = élytres.
35. *Leptophyes albovittala* Koll. — prothorax de côté; kr = élytres.
36. *Homorocoryphus mandibularis* Charp. — prothorax de côté; kr = elytres.
37. *Xiphidium dorsale* Latr. — prothorax de côté; kr = élytres.
38. *Ephippigera vitium* Fieb. — prothorax de côté; kr = élytres.
39. *Xiphidium dorsale* Latr. — c = cerques, sp = plaque sous-génitale.
40. *Orphania denticauda* Charp. — plaque sous-génitale ♀.
41. *Phaneroptera falcata* Scop. — prothorax de côté.
42. *Phaneroptera falcata* Scop. — hranches antérieures; t = épine.
43. *Gampsocleis glabra* Hbst. — oviscapte.
45. *Platycleis affinis* Fieber — prothorax de côté.
44. *Thamnotrizon transsylvanicum* Fisch. — oviscapte.
46. *Platycleis affinis* Fieber — cerque droit.
47. *Platycleis grisea* F. — cerque droit.
48. *Platycleis Roeselii* Hagenb. — cerque droit.
49. *Platycleis brachyptera* L. — cerque droit.
50. *Platycleis bicolor* Phil. — cerque droit.
51. *Decticus verrucivorus* L. ♂ — sommet de l'abdomen avec les cerques.
52. *Thamnotrizon transsylvanicum* Fisch. ♂ — cerque droit.
53. *Thamnotrizon cinereum* L. ♂ — cerque droit.
54. *Thamnotrizon apterum* F. ♂ — oviscapte.
55. *Thamnotrizon cinereum* L. oviscapte.
56. *Thamnotrizon transsylvanicum* Fisch. — oviscapte.
57. *Thamnotrizon littorale* Fieb. — oviscapte.
58. *Thamnotrizon apterum* F. — oviscapte.
59. *Tachycines asynamorus* Adelung — détail de sculpture du tibia postérieur.
60. *Troglophilus cavicola* Kollar — détail de sculpture du tibia postérieur.
61. *Dolichopoda sp.* — détail de sculpture du tibia postérieur.

Tab. II.

62. *Thamnotrizon Friwaldzskyi* Hermann — prothorax de côté.
63. *Thamnotrizon littorale* Fieb. — prothorax de côté.
64. *Thamnotrizon transsylvanicum* Fisch. — prothorax de côté.
65. *Thamnotrizon apterum* F. — prothorax de côté.
66. *Thamnotrizon fallax Fisch* — prothorax de côté.
67. *Thamnotrizon cinereum* L. — prothorax de côté.
68. *Tridactylus variegatus* Latr. — Tibia postérieur.
69. *Tridactylus variegatus* Latr. — sommet de l'abdomen ♂; c = cerque; va = saillie de la valve anale.
70. *Gryllotalpa vulgaris* L. — patte antérieure.
71. *Oecanthus pellucens* Scop. — épination du tibia postérieur droit, vue de dessus.
72. *Nemobius sylvestris* F. — épination du tibia postérieur gauche (déssiné seulement d'un côté).
73. *Pteronemobius Heydeni* Fisch. — épination du tibia postérieur gauche ♂.
74. *Acheta campestris* L. — organe tympanique — ouverture externe.
75. *Acheta campestris* L. — organe tympanique — ouverture interne.
76. *Chrysochraon dispar* Germ. ♀ — poitrine.

77. *Chrysochraon dispar* Germ. ♂ — poitrine.
78. *Oedipoda miniata* Pall. ♀ — poitrine.
79. *Tryxalis nasuta* L. ♂ — tête et une antenne vues de dessus.
80. *Tryxalis nasuta* L. — tête et une antenne vues de côté; o = ocelle.
81. *Stenobothrus miniatus* Charp. — tête, vue de côté.
82. *Mecostethus grossus* L. — prosternum.
83. *Mecostethus grossus* L. — prothorax, vu de dessus.
84. *Stethophyma fuscum* Pallas — prothorax, vu dessus.
85. *Chrysochraon brachypterus* Ocskay — fovéoles du vertex.
86. *Stenobothrus petraeus* Brisout — fovéoles du vertex et une partie de la côte frontale.
87. *Stenobothrus (Gomph.) maculatus* Thunb. — fovéoles du vertex et une partie de la côte frontale.
88. *Stenobothrus viridulus* L. — vertex; a = carinule du vertex.
89. *Stenobothrus (G.) sibiricus* L. — patte antérieure; s = fémur, h = tibia, t = tarsus.
90. *Stenobothrus stigmaticus* Ramb. — tête et prothorax.
91. *Stenobothrus rufipes* Zett. — tête et prothorax.
92. *Stenobothrus viridulus* L. — tête et prothorax.
93. *Stenobothrus petraeus* Bris. tête et prothorax.
94. *Stenobothrus elegans* Charp. tête et prothorax.
95. *Stenobothrus vagans* Fieber tête et prothorax.
96. *Stenobothrus viridulus* L. — sommet de l'abdomen ♀; hv = valve supérieure de l'ovicsapte, dv = valve inférieure, c = cerque.
97 *Stenobothrus viridulus* L. — valve inférieure de l'oviscapte; x = sommet de l'oviscapte, y = partie de l'oviscapte depuis la dent latérale jusqu'au sillon transversal.
98 *Stenobothrus lineatus* Panz; valve inférieure de l'oviscapte; les lettres comme 97.
99. *Stenobothrus viridulus* L.; valves inférieures de l'oviscapte, vues de dessous; a = longueur de l'oviscapte depuis le sommet jusqu'à la dent extrne; b = longueur de l'oviscapte depuis la dent (sillon transversal) jusque vers la base; x = épine (partie apicale) des valves; y = partie de l'oviscapte depuis la dent externe jusque vers le sillon transversal.
100. *Stenobothrus rufipes* Zett. — valves inférieures de l'oviscapte, vues de dessous. La même désignation comme 99. —
101. *Stenobothrus eurasius* Zub. — marge antérieure de l'aile inférieure. D'après Uvarov. rp = champ dilaté.
102. *Stenobothrus (Gomph.) antennatus* Fieb. — antenne ♂.
103. *Oedipoda miniata* Pallas; fémur postérieur. z = dent de l'arête supérieure.
104. *Tettix bipunctata* L. — fémur postérieur de l'adulte. z = dent préapicale avec incision.
105. *Tettix bipunctata* L. — fémur postérieur de larve; z = l'endroit, où chez l'adulte se trouve une dent
106. *Tettix bipunctata* L; — tête et prothorax, vus de côté; adulte. oc — ocelle; K = élytres, z = deux lobes du côté du prothorax; ep = „épipleure".
107. *Tettix bipunctata* L. — tête et prothorax, vus de côté. larve; Désignation comme 106.
108. *Tettix Kraussi* Saulcy — antenne.
109. *Tettix Kiefferi* Saulcy — antenne.
110. *Tettix bipunctatus* Linné — antenne.
111. *Tettix bipunctatus* Linné — article basal des tarses postérieurs avec les incisions *z*.

112. *Tettix Kraussi* Saulcy — article basal des tarses postérieurs avec les incisions *z*.
113. *Stenobothrus nigromaculatus Herr. — Schäff.* — valve inférieure gauche de l'oviscapte, avec une dent externe *z*.
114. *Stenobothrus nigromaculatus* Herr — *Schäff.* — Les deux valves inférieures de l'oviscapte, vues de dessous; *z* = dent externe.

Tab. III.

115. *Stethophyma*; schéma de la nervation de l'élytre. I = veine intercalée entre *M* et *Cu*.
116. *Tettix depressus* Bris. — fémur postérieur; h = élevations.
117. *Tettix Kiefferi* Saulcy — fémur postérieur; h = élevations.
119. *Tettix Türki* Krauss — fémur intermédiaire, gauche, vu de devant. a = partie. supérieure, b = partie inférieure.
120. *Paratettix meridionalis* Ramb. — fémur intèrmédiaire, gauche, vu de devant. a = partie supérieure, b = partie inférieure.
121. *Tettix Kraussi* Saulcy — fémur intermédiaire, gauche, vu de devant. a = partie supérieure, b — partie inférieure.
122. *Tettix Türki* Krauss — fémur antérieur gauche de devant; a = partie supérieure, b = dessous.
123. *Tettix Kraussi* Saulcy — fémur antérieur gauche de devant; a = partie supérieure, b = dessous.
124. *Tettix Türki* Krauss — tête; a = largeur du vertex, b = diamètre de l'oeil.
125. *Tettix Kraussi* Saulcy — tête; a = largeur du vertex, b = diamètre de l'oeil.
126. *Tettix Kiefferi* Saulcy — partie antérieure du vertex.
127. *Tettix bipunctatus* Linné — partie antérieure du vertex.
128. *Stethophyma fuscum* Pall. — prosternum; *a* — de dessus; — *b* en transcission longitudinale.
129. *Podisma pedestre* Linné — prosternum; *a* — de dessus; — *b* en transcission longitudinale.
130. *Acridium aegyptium* Linné — prosternum; a — de dessus; — *b* en transcission longitudinale.
131. *Chysochraon brachypterus* Ocskay ♀ — l'oviscapte.
132. *Chrysochraon dispar* Germ. ♀ — l'oviscapte.
133. *Chrysochraon brachypterum* Ocskay ♂ — Sommet de l'abdomen.
134. *Chrysochraon dispar* Germ. ♂. — Sommet de l'abdomen.
135. *Podisma Schmidti* Fieb. ♀ — l'oviscapte.
136. *Podisma pedestre* L. ♀ — l'oviscapte; z = dent des valves inférieures.
137. *Podisma alpinum* Koll. ♀ — l'oviscapte.
138. *Podisma frigidum* Boh. ♂ — apex de l'abdomen vu de vessus.
139. *Podisma frigidum* Boh. ♂ — cerque gauche, vu de côté.
140. *Podisma Fieberi* Scudder ♂ — cerque gauche, vu de côté.
141. *Podisma Fieberi* Scudder ♂ — apex de l'abdomen, vu de dessus.
142. *Podisma alpinum* Koll. ♂ — apex de l'abdomen, vu de dessus.
143. *Podisma Schmidti* Fieb. ♂ — apex de l'abdomen, vu de dessus.
144. *Podisma pedestre* Linné ♂ — apex de l'abdomen, vu de dessus.
145. *Forficula auricularia* Linné — forme demi-brachyptère; a = aile; k = élytres š = prothrorax; t = antenne; L = élevations ou gibbosités des tergites.
146. *Forficula auricularia* f. *cyclolabia* Fieb. — cerques.
147. *Forficula auricularia* f. *macrolabia* Fieb. — cerques.
148. *Labidura riparia* Pallas — apex de l'abbomen et cerques ♂.

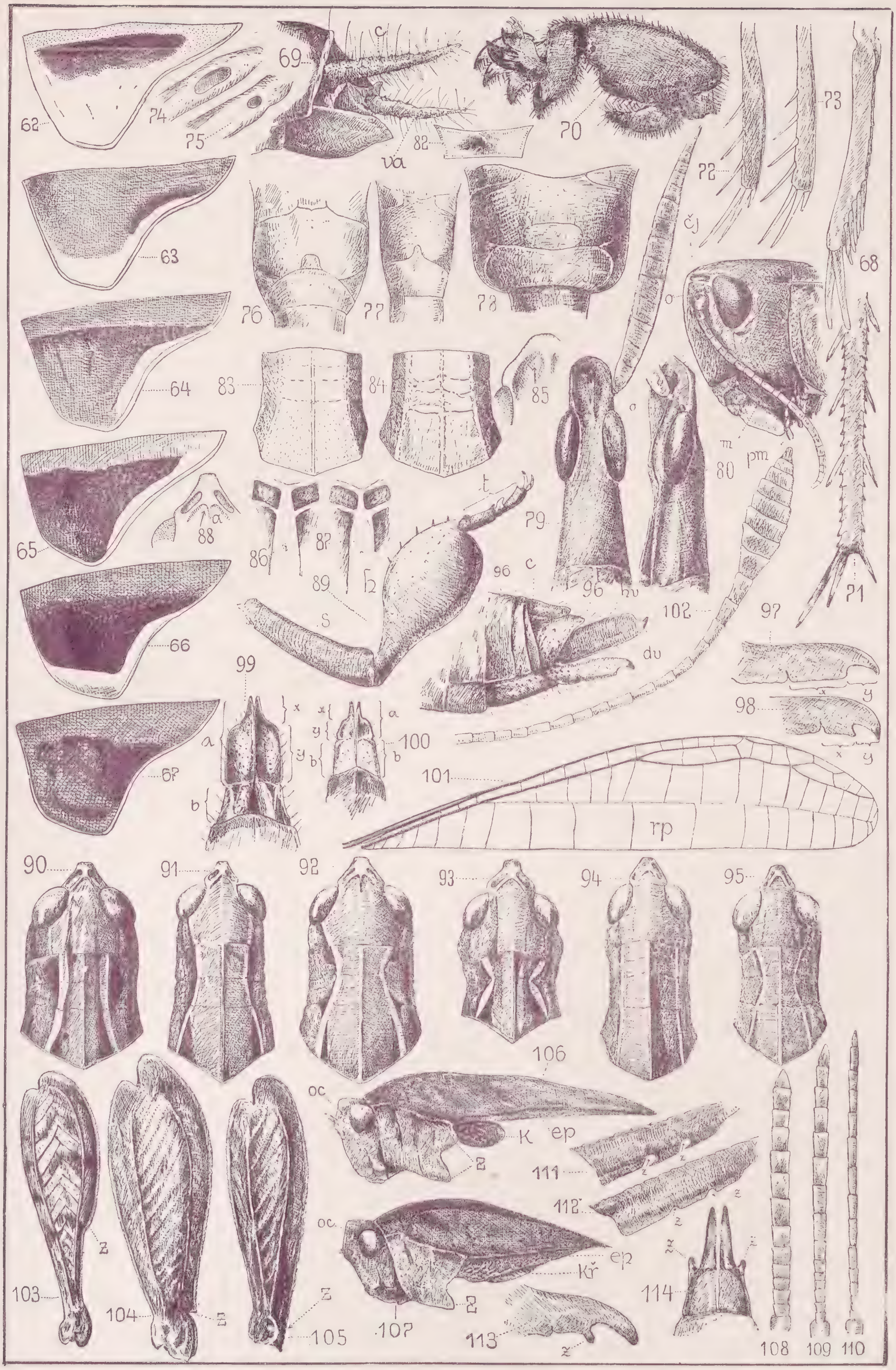
149. *Anechura bipunctata* F. — cerque gauche, vue de côté.
150. *Anechura bipunctata* F. — apex de l'abdomen et cerques, vus de vessus.
151. *Apterygida media* Hagenb. — apex de l'abdomen et cerques, vus de dessus.
152. *Chelidurella acanthopygia* Géné — cerque gauche ♂, vu de dessus.
153. *Chelidurella acathopygia* Géné — apex de l'abdomen, vu de côté; c = cerques (coupés) v = saillie du pygidium; c = cerque gauche.
154. *Chelidurella acanthopygia* Géné — cerque droit ♀, vu de dessus.
155. *Podisma Schmidti* Fieber — cerque ♂.
157. *Podisma alpinum* Koll. — cerque gauche, vu de côté.

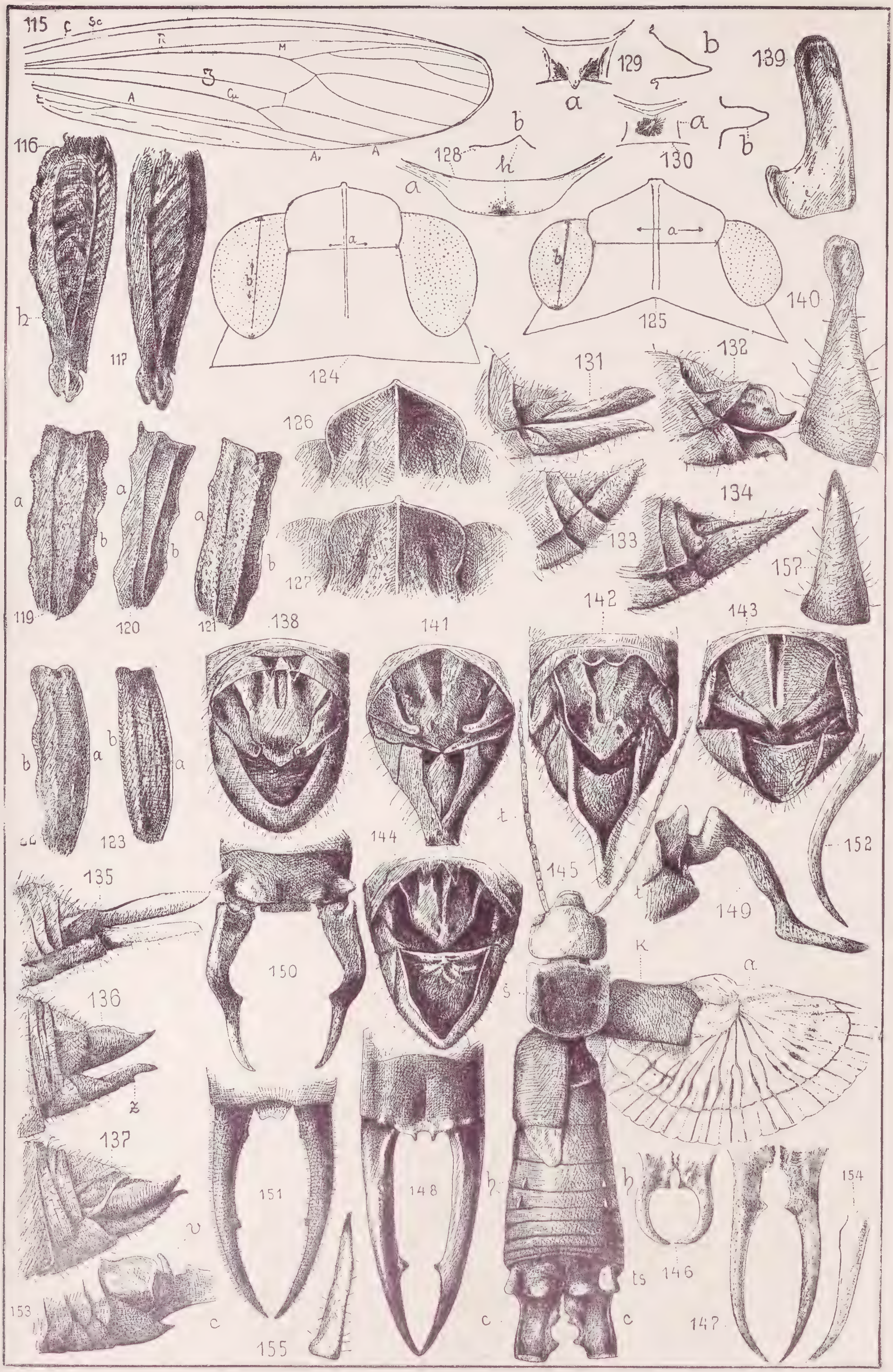
Tab. IV.

158. *Ectobius sylvestris* Poda.
159. *Barbitistes constrictus* Br. ♀.
160. *Onconotus Servillei* Fischer ♀.
161. *Locusta viridissima* Linné.
162. *Myrmecophila acervorum* Panz.
163. *Troglophilus cavicola* Kollar ♂.
164. *Chrysochraon brachypterus* Ocskay ♀.
165. *Podisma frigidum* Boh. ♂.
166. *Ephippigera vitium* Fieber ♀.
167. *Tachycines asynamorus* Adel. ♀.
168. *Bacillus Rossii* Fab. ♀.
169. *Orphania denticauda* Charp. ♀.
170. *Isophya camptoxipha* Fieber ♀.
171. *Leptophyes albovittata* Kollar ♀.
172. *Phaneroptera falcata* Scop. ♀.
173. *Meconema varium* Fabr. ♀.

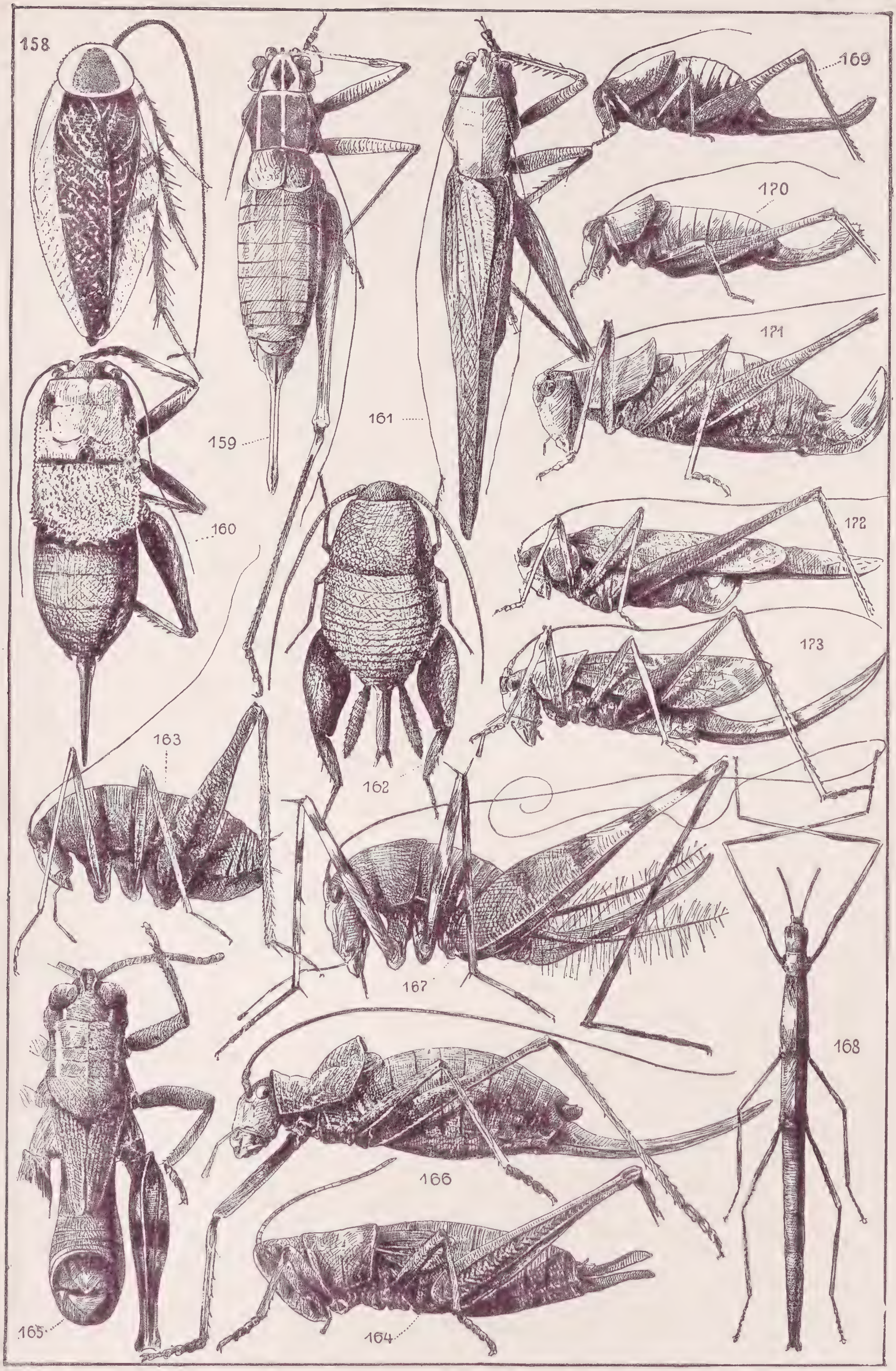
Tab. I.

II
zh
t
I
z
č
0
1
2
m
ac
c
asc
Sc
R
R
R
M
M
M
A
J
3
R+M
Ax
mč
4
A
Cu
5
Cu
Cu
8
cl
m
mx
6
7
20
9
st
c
sp
Sc
Sc
R
10
12
13
26
19
14
M
t
25
ž
11
c
Sc
Ax
A
Cu
Sc
M
M
R
Cu
A
Ax
Cu
Cu
21
č
22
č
43
44
Ax
Ax
Ax
Ax
Ax
Ax
Ax
15
16
17
18
23
č
t
s
b
b
24
t
s
b
27
c
sp
28
c
sp
31
32
33
34
40
39
sp
c
29
c
sp
30
Kr
41
Kr
45
t
35
42
Kr
37
55
Kr
46
47
48
49
36
Kr
38
56
50
52
53
57
54
58
59
60
61
51


62
74
75
69
c
va
82
70
72
73
63
76
77
78
čj
68
o
64
83
84
85
80
m
pm
71
65
88
a
86
87
89
b
S
t
79
96
c
hu
102
du
97
98
x
y
99
a
b
100
101
rp
66
67
90
91
92
93
94
95
106
oc
K
ep
z
111
112
Kř
114
103
104
105
107
113
108
109
110


115
Sc
R
M
A
Cu
A1
A
116
117
119
120
121
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
a
b
h
k
s
t
ts
c
v
x

Tab. IV.



On the stratigraphy of the Palestine palaeolithic.

(First report.)

By

Jar. Petrbok.

(Elaborated in the Archaeological Section of the Národní Museum, Praha.)

(108 Figures.)

Presented 8. January 1921.

As the Palestine palaeolithic has not yet been untill now completely elaborated, even from its typological point of view and as thus its stratigraphy is still less known — having only been collected on the surface, that means on reploughed fields and gardens digged anew — about which Karge[1]) still complains — and not in open stations, which simply do not exist — as Bayer[6]) especially and after him Blanckenhorn[7]) declare — it is still impossible for me, to make any notion in this present work, for its true chronology and stratigraphy.

Also the stratigraphical conditions in *Palestine* are quite different from those of Central and Southern *Europe* (proof, my find of the (?) *Mousterian* from *Russe* in *Bulgaria* 1925,[2]) the *micoquien* of Ambrožević at Kišla-Nedžimova in *Besarabia* 1924 ect.). The palaeolithic occurs here exclusively in plistocene loesses, or in travertines of the same age, and the *terra rossa* is of exclusively plistocene age (if, with the time, we shall not count also the *rusty-coloured* plistocene *clay* = Verlehmungszone, for the plistocene terra rosa). Yet the palestine *chamra* („terra rosa") ist also of the plistocene age, for it contains partly, even the lowest palaeolithic. (*Mount Scopus* near Jerusalem) although it sometimes is laying upon the loesses (*Beth Alfa*).

Equally, the chronology not only, of the palestine loesses has not yet been executed, except insignificant profiles in recent time Range,[4]) Petrbok[5]), but also that of the plistocene clays, to which beside the loess belong two kinds of palaeolithic clay, known untill present — which are:

---

[1]) P. 24., line 9.

1. The above mentioned *chamra* („terra rossa") a dark red compact clay of vegetative origin.

2. *Light clays* (near of El Džiser) whittish, of aero-hydatical origin.

Those both layers — as evident from the description of the single deposits — are covered with more recent stratas.

1. Mount Scopus near Jerusalem.

The *coup de poing* of *chelean* type of this place are alredy known with other local and surrouding industry, for a rather longer time (Germer-Durand 1897, Vincent, Zumoffen etc.) but untill now only from the *surface collections* and as such also mentioned in the literature. (Karge)

The stratigraphy of their deposits is the following:

1. Profile in the break of the brook on the path to the university.
(Covering clays, mixed by means of ploughing with the next layer.)

1. *Red clay (chamra): ½ m: pigmy tools and chélean coup de poing.*
2. *Gravels: ½ m: chelean coup de poing.*
3. *Grayish loam with splits of conchylies, impossible to determine.*

N. 1.: *Coup de poing* (chelean). 2. *Scraper* (chel.). 3. *Wedgeshaped flake trimmed* (chel.). 4. *High blade trimmed* (chel.). 5. *Atypical edge without distinct retouche* (chel.). 6. *Small discoid patinated wedge* (chel.). 7. *discoid trimmed flake* (chel.). 8. *Small flake-lche wedge* (chel?) 9. *Small discoid patinated wedge* (chel.).

Reproduced implements:

Nro 1. *Chelean coup de poing,* from flint (senon) striped: 165—120—50 *mm* and of the weight of 1½ *kg,* trimmed, with flat base; (28716).
Nro 2. *Scraper,* 108—73—50 *mm* high, beautifully trimmed; (28719).
Nro 3. *Wedgeshaped flake,* trimmed 60—18—16 *mm;* (28743).
Nro 4. *High blade* trimmed: 91—42—20 *mm;* (28747).
Nro 5. *Atypical, edge without* distinct retouche: 93—43—30 *mm;* (28733).
Nro 6. *Small discoid patinated wedge*: 62—53—21 *mm;* (28732).
Nro 7. *Discoid trimmed flake:* 45—47—13 *mm;* (28740).
Nro 8.
Nro 9. *Small discoid patinated wedge:* 63—61—32 *mm;* (28731).

(28717.) *Atypical implement,* with 3 blunt edges, roughly trimmed the base polished: 100—111—53 *mm,* made from natural gravel.

(28718.) *Atypical scraper:*108—73—50 *mm,* roughly retouched, made fcom natural gravel.

(28720.) *One — sided coup de poing,* with flat base rough trimming and sharp under edge: 100—81—32 *mm.*

(28721.) *One — sided coup de poing,* with flat base, rough trimming: 82—68—22 *mm.*

(28722.) *Atypical wedged implement* with flat base, rough trimming: 107—68—32 *mm.*

(28723.) *Atypical implement* (scraper?) with finer trimming: 75—60—23 *mm.*

(28724.) *Atypical scraper* with flat base, finer trimming: 65—60—31 *mm.*

(28725.) *One — sided polyhedric graver,* beaked to left: 120—50—30 *mm.*

(28726.) *Edge,* slightly beaked to right with rough trimming: 85—56—30 *mm.*

(28727.) *Small one — sided edged wedge,* with flat base rough trimming, the execution of the wedge more skillfull, than for inst. at Nro 1. (28716): 81—62—26 *mm.*

(28728.) *A great scraper,* roughly but little trimmed: 128—122—53 *mm.*

(28729.) *Atypical flake,* with patina, insignificant trimming: 101—58—35 *mm.*

(28730.) *Atypical scraper,* trimmed: 91—73—42 *mm.*

(28734.) *Atypical polyhedric edge,* insignificant trimming: 108—48—29 *mm.*

(28735.) *Atypical polyhedric edge,* undistinct retouche: 96—35—34 *mm*

(28736.) *Polyhedric blade* with finer trimming: 91—38—26 *mm.*

(28737.) *Great flat blade,* slitghly trimmed: 98—42—22 *mm.*

(28738.) *Polyhedric blade,* slightly trimmed: 81—45—24 *mm.*

(23789.) *Flake trimmed* (scraper?): 55—48—22 *mm.*

(28742.) *Trimmed bladeshaped flake:* 55—26—14 *mm.*

(28741.) *Edged flake:* 60—31—19 *mm.*

(28744.) *Polyhedric edge,* slightly beaked to left trimmed: 58—36—16 *mm.*

(28745.) *Flake:* 35—33—14 *mm.*

In the latest time B a y e r[6]) denies the *chelean* age of those implements and places them into the *campignian.* But than, all of the palaeolithic stations of *Palestine,* should have an equal industry, *yet they have not.* Even at the *Mount Scopus* itself, we are able to follow profiles and regions of older cultures, with a precised, coherent type of implements (profile I and II) and separatly of it, in another region and profile (profile III) a station with a decidedly younger culture. *And than, the true campignian from Bath Galim*[2]) *should be identical with the palaeolithic (Chelean) from Mount Scopus but there is nothing like that.*

Also B a y e r's fictive geological proof, of the chelean coup de poing coming from more recent layers than the most recent loesses, which he places, into the last glacial era — is not sufficient.

My profiles from *Mount Scopus,* show not all any loesses and we are not able to give any sure opinion about the age of the loesses of *Beth Alfa, El Sachne* and *Tel Josef,* where there is really a more recent industry than that of the chelean coup de poing from *Mount Scopus, for the mollusca fauna found there, is identical with* that of *chamra and differs from it only as association.* It will be necessary, to continue in the work, when there will be more profiles uncovered at the construction.

B l a n c k o r n[7]) in 1921 — probably under B a y e r's influence, accepts the archaeological determination of the chelean coup de poing *as campignian,* whilst in 1914,[8]) he places them into the W ü r m-R i s s i a n interglacial (in archaelogy — chelean, acheulean, mousterian inf.) although in 1921 — contrary to B a y e r he keeps up the "surface finds" (!!) remark of ref*) near *Hallet* et *Hamrā* south from *Tiberias* for *chelean-acheulean,* than again R i s s-W ü r m i a n.

The finds, of course, again "surface finds" at *Karmel* near *Ras Iskander, Chan Lubije, Bire, Ram Allâh, Mount Scopus,* in the lowland of *Rephaim, Bet Sahûr* and the *Salamon's ponds,* he imputes to "new immigrated primitive inhabitants of the old palaeolithic".

There, of course, again it is meant by it the old palaeolithic or *chelean-acheulean* of that race — whose immigration among the inhabitants of the *campignian* culture is of course not prooved — but than — those chelean coup de poing from *Mount Scopus* cannot absolutely be determined as

---

[2]) I shall elaborate the campignien station of *Bath Galim* in an independent work.

*) About the right valuation of the surfaceness of those finds, he speaks already in the preface of his work.

campignian — just for the reasons exposed by B l a n c k e n h o r n himself in 1921.

Only when the culture of the chelean coup de poing will really once be found in an undisturbed layer resting above the *campignian* culture (which till now has not yet been found in this place) than only, B l a n c k e n h o r n may speak about an immigration of a race of chelean culture among inhabitants of the *campignian*.

In the meantime, all those theories are quite useless and there remains nothing else than small systematical profiling work of all the palaeolithical, campignian, and neolithical finds. But beside the vertical profiles it is necessary to take great care in the detailed topography of the ground-design, of the single regions of culture. This, of course seems to be evident — but till now — just in those mentioned localities — it has been overlooked by all.

II. Profile of the same break, lower down in the walley of Kedron.

1. *Red clay* (*chamra*) $1\frac{1}{2}$ *m* — pigmy tools, some chelean coup de poing, in the lower layers more gravel and the chelean coup de poing more numerous.

2. *Gravel* 1 *m*. — Chelean coup de poing.

3. *Senon*.

10. *Coup de poing one base flat* (chel.). 11. *Great discoid coup de poing* (chel.). 12. *Edgeshaped flake trimmed* (chel.). 13. *Graver* trimmed. 14. *Discoid scraper* achatlike, trim. 15. *Flat scraper* trim.

Reproduced implements:

Nro 10. *Chelean coup de poing* one base flat rough trimming: 170—84—34 *mm* $1^1/_4$ kg; (28748):

Nro 11. *Great discoid coup de poing* slightly but roughly trimmed. 109—124—69 *mm*; (28719).

Nro 12. *Edgeshaped flake* trimmed: 50—48—18 *mm.*

Nro 13. *Graver trimmed:* 102—40—25 *mm*; (28757).

Nro 14. *Discoid scraper* achatlike, trimmed, polished by the blown sadns: 47—53—30 *mm*; (28768).

Nro 15. *Flat scraper,* trimmed: 50—35—14 *mm.*

(28746.) *Edged flake,* slightly retouched: 85—38—36 *mm.*

(28749.) *Great coup de poing,* one — sided from gravel, trimmed: 154—102—49 *mm.*

(28750.) *Coup de poing,* one — sided, trimmed: 98—76—30 *mm.*

(28751.) *One-sided wedge,* with blunt rounded edge: 101—70—60 *mm.*

(28752.) *Coup de poing,* precisely trimmed, with sharp edges one-sided: 112—90—52 *mm.*

(28753.) *Discoid scraper* well trimmed in shape: 92—81—38 *mm.*

(28754.) *Wedge,* rather narrow, roughly trimmed, one-sided: 107—64—41 *mm.*

(28755.) *Scraper,* trimmed in shape: 79—49—42 *mm.*

(28756.) *Burin* well trimmed: 86—40—33 *mm.*

(28758.) *Burin* finer trimmed: 84—52—24 *mm.*

(28759.) *Flake,* atypical, one-sided, roughly trimmed: 68—40—23 *mm.*

(28760.) *Flake edged,* of four plans, slightly retouched: 82—32—26 *mm.*

(28761.) *Flake twoedged,* scraper shaped, flat, trimmed: 79—42—20 *mm.*

(28762.) *Flake edged,* trimmed: 55—26—14 *mm.*

(28763.) *Flake edged,* one-sided slightly and roughly trimmed: 60—30—13 *mm.*

(28764.) *Flake irregular,* roughly trimmed: 66—53—25 *mm.*

(28766.) *Flake irregular,* slightly trimmed: 52—37—14 *mm.*

As in the preceeding profile, also there are great coup de poing made from natural gravel — and some of them — as for inst. Nro 10, from the reproduced implements — from the lowest layers of the profile, have the whole shape already naturally edged — therefore they have been used and their trimming for that reason is very slight.

Those coup de poings are neither by their material, nor by the workmanship absolutely identical with the european *chelean* coup de poing, but untill now, they are implements, known as most primitive from the Palestine palaeolithic, yet not only themselves, but with the whole other contemporaneous industry.

III. Profile in the break on the roadto Kedron.

1. *Black-earth and chamra mixed by the melioration of the ground:* $^1/_4$—$1\,^1/_2$ *m* — pigmy tools.
2. Cretaceous lime-stone (senon).

The industry of that profile is very rich on small implements, has no more great and rough coup de poing chelean, neither roughly trimmed smaller implements, but all tools — at the first sight — belong to another culture, if we judge from their whole type, than to a more recent, statement of which are the smaller and finer shapes of them.

This industry has not been found in any connection neither with the I and II profile, but on a place rather distant from them, which is a proof, of that there is no connection between those both cultures. As there has been done untill now very little in this subject, will not yet try to range it into the chronological order of the European palaeolithic.

16. *Great polyhedric pic,* roughly trimmed. 17. *Atypical rough blade, chiselshaped* slightly trimmed. 18. *Wedgelike flake* trim. 19. *Atyp. flat blade, at both roughly trim.* 20. *Forkke flake* with fine trimming. 21. *Flake roughy trimmed.* 22. *Flake roughy trimmed.* 23. *Flat flake trimmed.* 24. *Wedgelike flake,* roughly trimmed. 25. *Flat scraper* with finer trimming. 26. *Awl,* trimmed, with fhe edge beaked to right. 27. *Cored scraper.* 28. *Flake,* trimmed. 29., 30. *Flakes* irregularly and roughly trimmed.

Reproduced impliments.

Nro 16. *Great polyhedric pic,* roughly trimmed: 134—58—47 *mm.*

Nro 17. *Atypical rough blade,* chiselshaped, trilateral, slightly trimmed: 113—34—16 *mm.*

Nro 18. *Wedgelike flake,* trimmed: 52—16—8 *mm.*

Nro 19. *Atypical flat blade,* at both sides roughly trimmed: 65—40—20 *mm.*

Nro 20. *Forkke flake,* with fine trimming at both sides: 61—45—17 *mm.*

Nro 21. *Flake roughly trimmed:* 49—25—17 *mm.*

Nro 22. *Flake roughly trimmed:* 54—38—13 *mm.*

Nro 23. *Flat flake,* with finely trimmed edges: 57—31—17 *mm.*

Nro 24. *Wedgelike flake,* roughly trimmed.

Nro 25. *Flat scraper,* with finer trimming: 60—46—14 *mm.*

Nro 26. *Awl, trimmed,* with the edge beaked to right: 42—39—11 *mm.*

Nro 27. *Cored scraper:* 72—36—23 *mm.*

Nro 28. *Flake, roughly trimmed:* 44—35—11 *mm.*

Nro 29. *Flake, very irregularly* and roughly trimmed: 45—35—36 *mm.*

Nro 30. *Flake, irregularly* and roughly trimmed: 50—37—11 *mm.*

2. El Džiser above the river Jarmuk.

According to its stratigraphy, *El Džiser* belongs to the group of whittish aero-hydatical clays, which I determined from *Daganea Alef,* till to the northern shore of the *Dead Seai* thus in the valley of the river *Jourdain.*

Those clays are deposed partly above partly underneath of the pluvial terasse of the river *Jordain* which Blanckenhorn[8]) 1914 places into the *mindélien* — if that chronology is definitive — that will show the next future, for Blanckenhorn places 1921 this terasse into the *Rissian.*

The key to its real chronology is at *Daganea Alef,* where at the border of the lake at the mouth of the river *Jourdain,* we find stone implements, determined untill now as "palaeolithic," and further at the waterfall of the river *Jarmuk.*

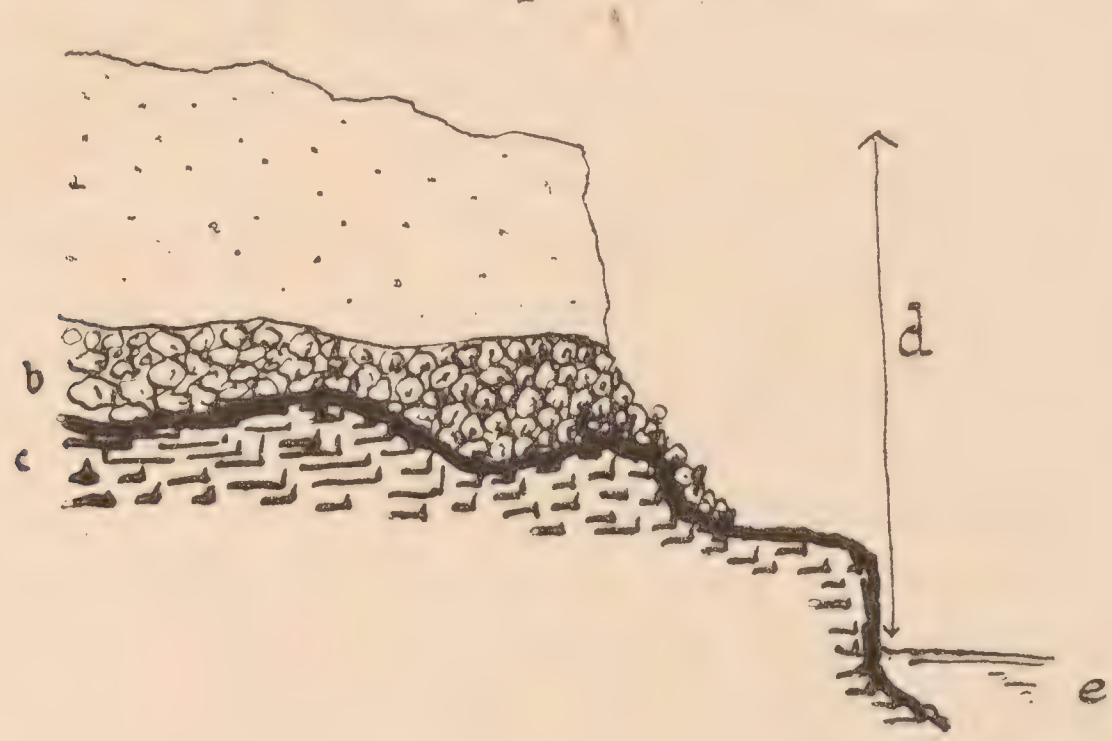
Those whittish clays partly (prepluvial) loesses, partly aero-hydatical[5]) clays are of a quite different character than the yellow loesses at *Beth Alfa, El Sachne, Tel Josef* and *Tel Aviv* and their mutual chronology has not yet been determined. And also my own discoveries of débris and of whole pottery at the bridge in *El Džiser* could not yet been valued, for I could not dig deeper in those places and the followed layers were not otherwise varieted as they are in our country in the fonds de cabane and tombs.

As to their type, those implementes differ from the oldest types of the chelean coup de poing from *Mount Scopus* of the I and II profile for those are just missing there, at least as far as, I have collected. The material of implements of El Džiser comes from the gravel of one of the pluvial terasses of the paling of junction of the rivers *Jarmuk* and *Jourdain*. According to that, of course, the great implements have really their own shapes. They are pebble stones, more or less worked (31, 32) often, only with one trimmed plane.

As soon as we have fixed the precise age of that pluvial terasse, we also shall have the age of this palaeolithic.

It is natural, that the shape of the flint implements has been influenced by the kind of material, from which it has been made: The coup de poing from *Mount Scopus* (profile I and II) are worked from sharpedged gravels and therefore they are of that wedged shape, beside them, others were made from more rounded form and those give us the discoid coup de poing (profile II — 11). Here at *El Džiser* and further at *Kinnereth* comes hown out, globular (crescent) shapes of scrapers roughly trimmed (36) which issued directly from such globular fisked flint stones. There already the material has been economised and therefore we find here relatively many cores, from which the smaller pigmy tools have been worked.

Also at *El Džiser* is a great palaeolithic station.



a = 1—4 *m* pleistácene light leess clays with palaeolithic artefacts; *b* = 1—2 *m* pluvial terasse of Jourdain in seme places with fauna [5]), frem this gravel are made the lecal palaeolithic implements; *c* = basalt; *d* = the wall of wave-cellisen shere; *e* = the actuel level of Jarmuk.

The reproduced implements are the following.
(Mostly grey flint of unite colour.)

Nro 31. *Roughly trimmed kerned* wedge: 100—55—47 *mm* (28950).

Nro 32. *Discoid wedge, from* flint stone, with natural plane, the second

small, roughly trimmed on the very edge with small trimming: 80—75—40 *mm*; (28948).

Nro 33. *Chiselshaped flake,* trimmed: 65—23—11 *mm*; (28963).

Nro 34. *Polyhedric scraper,* roughly trimmed: 37—22—11 *mm*; (28964).

Nro 35. *Flat scraper,* roughly trimmed: 80—55—18 *mm*; (28951).

Nro 36. *Crescent scraper,* roughly trimmed: (from globular how): 73—38—12 *mm*; (28968).

31. *Roughly trimmed kerned wedge.* 32. *Discoid wedge.* 33. *Chiselshaped flake,* trimmed. 34. *Polyhedric scraper* roughly trimmed. 35. *Flat scraper,* roughly trimmed 36. *Crescent scraper,* roughly trimmed, from globular horo.

El Džiser.

(28947.) *A* great core: 120—80—82 *mm.*

(28952.) Atypical scraper, roughly trimmed: 67—40—26 *mm.*

(28953.) Flake, irregularly trimmed: 84—36—17 *mm.*

(28954.) Atypical scraper, finer trimming: 52—36—14 *mm.*

(28955.) Flat scraper, finer trimming: 62—40—14 *mm.*

(28956.) Irregular scraper, finer trimming: 70—44—20 *mm.*

(28957.) Irregular scraper finer trimming: 52—46—18 *mm.*

(28958.) Irregular flake, with atypical trimming: 51—40—20 *mm.*

(28959.) Irregular flake, roughly trimmed: 52—36—16 *mm.*

(28960.) Atypical scraper, with atyp. trimming: 54—26—12 *mm.*

(28961.) Flake with atypical trimming: 43—40—11 *mm.*

(28962.) Flake atypical trimming: 45—35—15 *mm.*

(28965.) Flake trimmed: 31—20—10 *mm.*

(28966.) Irregular flake, irregular trimmed: 45—20—7 *mm.*

(28967.) Irregular flake, irregular trimmed: 34—27—16 *mm.*

(28949.) Flake from flintstone, one plane natural, chaffed by use: 69—50—27 *mm.*

Beth Alfa.

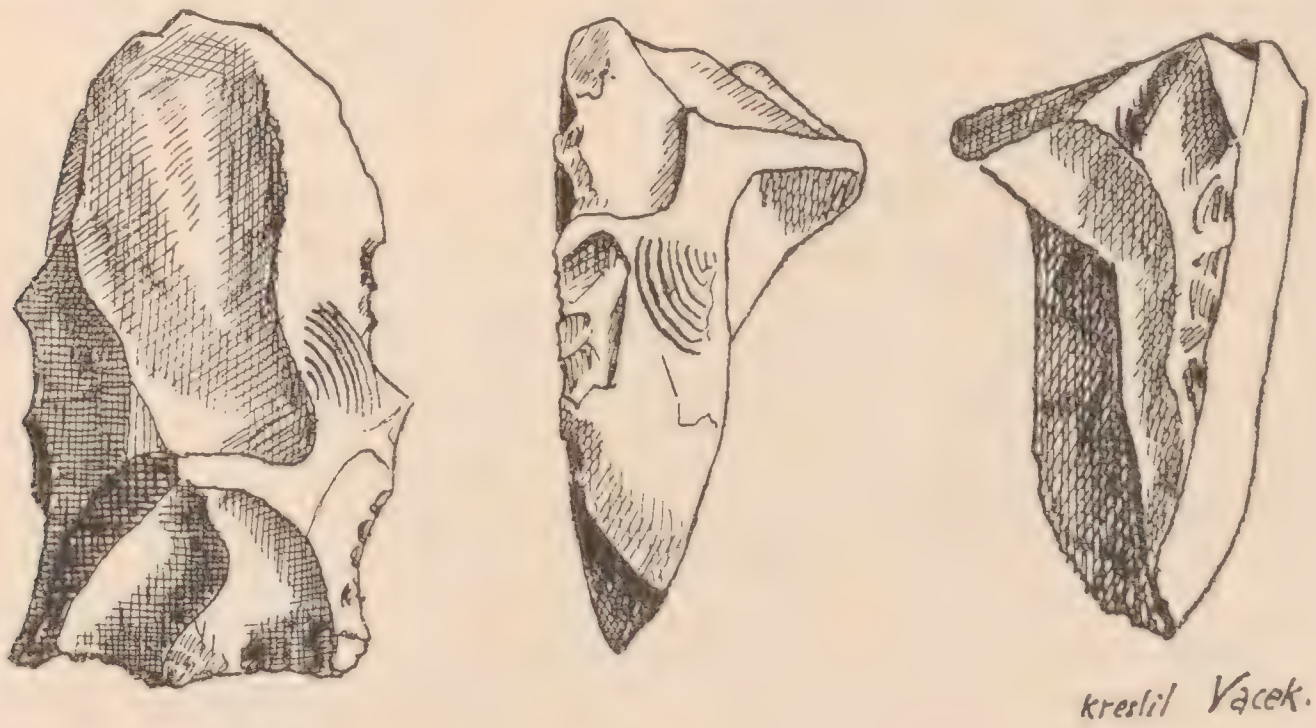
Beth Alfa is situated at the foot of the mountain range *Gilboa* in *Emek Jezrel* throughout which the Gieallud is flowing. This profile is important because the layer containing the paleolithic is deposed on an older clay layer and that *loess*. The covering strata has been determined on the single places of the cross profile. If we go from *Beth Alfa* till the stream Giellud. we come upon dark brown reddish clays, already quite different from true *chamra,* and in those clays 3—4 *m* thick (as far as it was possible to measure in the break) with an unimportant aquatical faunula, but there is no palaeolithic at all.

It is than a strata, which covers the *chamra* between *Beth Alfa, El Sachne* and that stream Gieallud). It *is than more recent than chamra*. It is a very important discovery for the stratigraphy of the Palestine palaeolithic and it will be necessary then to follow the younger stratas than *chamra,* chiefly on account of the chronology itself of this palaeolithic. We already know the whittish loesses (and the aero-hydatical clays) with the *older bronze culture* (Daganea Alef) and the *white clays* 5 *m* thick on the *Mount Scopus* with débris of historical ceramics, which also are lying upon *chamra*.

Beside that, *chamra* is on one certain place at *Beth Alfa* covered by grey loose clays which forms here a thick station of culture (as far I know about more than 2 *m*) and contain remains of historical vessels. *Chamra is* than in this locality covered by another younger clay. (It would besides come into consideration *the holocene black earth* which I found *at El Sachne*) and many other clays. Than only it shall be possible, to say the definitive word about the stratigraphy of the palestine palaeolithic, campignian and the neolithic as well as about the bronze age of the prehistorical, historical era and finally about the present time.

Profile at the road to *El Sachne.*

Plistocene . . . 1. *Chamra:* ½—1½ *m palaeolithic conchilies.*
2. *White*-yellowish *looess* ½ *m concreces*
senon.



The stone implements from *Beth Alfa, Tel Josef, Ain Charod* (Harod) and from the ponds at *El Sachne* (but not from the hot spring at *El Sachne*) are mostly made from the local senon flint stone, greyish-yellow (the implements from the hot spring at *El Sachne* are from another place, the mineral contains small fossil fauna) and they are mostly small.

There are no coup de poing and for implements, flakes which arose by natural way, were used, being often trimmed in bizare *shapes* as shown by the atypical scraper otherwise well trimmed (29532).

A very similar probably the same type of palaeolithic is to be found at the peninsula *Sinai.*[10])

In the mentioned localities (*Beth Alfa, Tel Josef, Ain Charod, El Sachne*) it is only in the neolithic age where the implements are distinctly and finely worked. It neither can be here meant any *campignian*[1]) for this culture has partly coup de poings and partly flint chisels, eventually already polished at the edge.

Reproduced artefactes.

Nro 37. *Scraper,* finely trimmed flat: 56—39—9 *mm;* (29987).
Nro 38. *Scraper,* finely trimmed: 60—27—10 *mm;* (29100).
Nro 39. *Flake* trimmed:
Nro 40. *Wedged flake,* roughly trimmed: 50—21—11 *mm;* (28996).
Nro 41. *Flake wedgelike* roughly trimmed: 65—40—15 *mm;* (29108).
Nro 42. *Scraper,* flake trimmed: 57—44—14 *mm;* (29179).
Nro 43. *Flake wedgelike* roughly trimmed: 55—35—19 *mm;* (29111).
Nro 44. *Flake scraperlike* trimmed: 58—50—23 *mm;* (29110).
Nro 45. *Flake trimmed* 52—42—30 *mm;* (29134).
Nro 46. *Flake wedgelike* roughly trimmed: 48—48—24 *mm;* (29133).
Nro 47. *Scraper roughly* trimmed with the edge bent to right: (28992).
Nro 48. *Scraper roughly* trimmed: 38—25—12 *mm;* (29130).
Nro 49. *Flake very* roughly trimmed: 33—23—11 *mm;* (29171).
Nro 50. *Flake scraperlike* flat trimmed: 28—24—7 *mm;* (29149).
Nro 51. *Flake roughly* trimmed: 24—16—12 *mm;* (29237).
Nro 52. *Flake* fine trimmed: 24—14—7 *mm;* (29242).
Nro 53. *Flake roughly* trimmed: 41—23—15 *mm;* (29160).
Nro 54. *Flake roughly* trimmed: 46—26—11 *mm;* (29140).
Nro 55. *Flake roughly* trimmed: 32—16—10 *mm;* (29001).
Nro 56. *Flat scraper* fine trimmed: 40—35—11 *mm;* (29188).
Nro 57. *Scraper fine* trimmed: 38—29—9 *mm;* (29193).
Nro 58. *Flake roughly* trimmed: 40—25—9 *mm;* (29163).
Nro 59. *Wedgelike* flake, roughly trimmed: 22—24—8 *mm;* (29166).

---

[1]) The palestine *campignian* from *Bath Galim* of my own finds, I shall elaborate in an independent work.

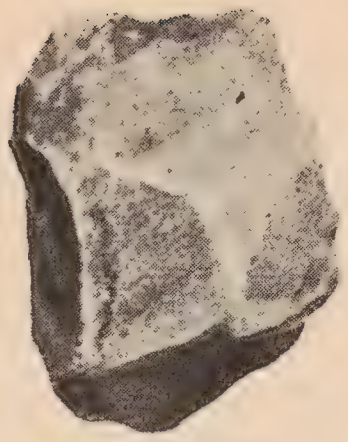
37

38

39

40

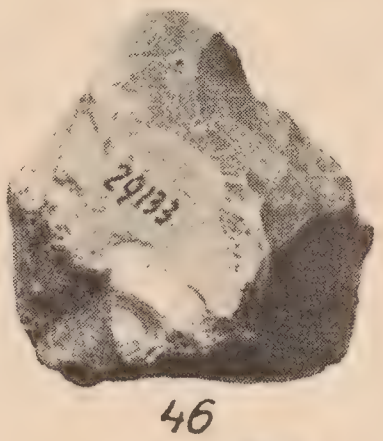
41


42

43

44

45

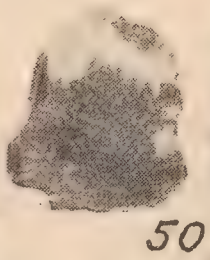


46

47

48

49


50

51

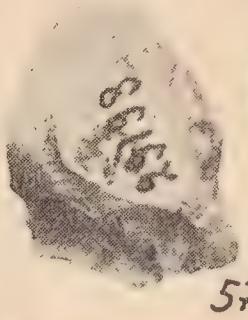
52

53

54

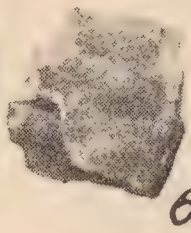
55

56


57

58

59


60

61

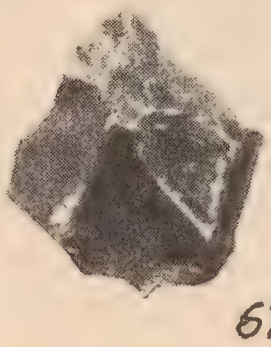
62

63

64

65

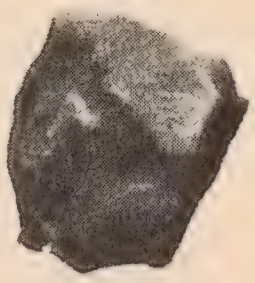
66

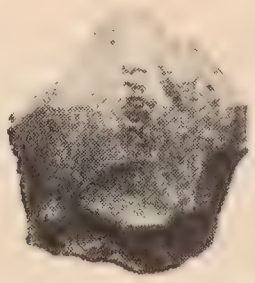

67

68

69

70


71


72

73

74

37. *Scraper, finely trimmed.* 38. *Scraper* trimmed. 39. *Flake* trimmed. 40. *Wedged flake* roughly trimmed. 41. *Flake wedgelike,* roughly trim. 42. *Scraper flake,* trimmed. 43. *Flake roughly* trimmed. 44. *Flake* roughly trimmed. 45. *Flake* roughly trimmed. 46. *Flake* roughly trimmed. 47. *Scraper,* roughly trimmed. 48. *Scraper,* roughly trimmed. 49. *Flake* very roughly trimmed. 50. *Flake,* trimmed. 51. *Flake* roughly trimmed. 52. *Flake* fine trimmed. 53. *Flake* roughly trimmed. 54. *Flake* roughly trimmed. 55. *Flake* roughly trimmed. 56. *Flat scraper* fine trimmed. 57. *Flake,* trimmed. 58. *Flake* roughly trimmed. 59. *Wedgelike flake,* roughly trimmed. 60. *Scraper* roughly trimmed. 61. *Bladelike flat flake* finer trimmed. 62. *Flake finer* trimmed. 63. *Bladelike scraper flat* finer trimmed. 64. *Bladelike scraper* roughly and finer trimmed. 65. *Scraper* finer trimmed. 67. *Wedgelike flake flat* roughly trimmed. 68. *A typical kerned* scraper from El. Sachne. 69. *Wedgelike flake* roughly trimmed. 70. *Graver flat* finer trimmed. 71. *Core.* 72. *Scraper* roughly trimmed. 73. *Chisellike flake* at one end finely trimmed into oval shape. 74. *Scraper like narrow flat flake* finer trimmed.

Nro 60. *Scraper roughly* trimmed: 35—23—10 *mm*; (29218).
Nro 61. *Bladelike flat* flake finer trimmed: 34—18—5 *mm*; (29147).
Nro 62. *Flake finer* trimmed: 36—22—10 *mm*; (29168).
Nro 63. *Bladelike scraper* flat finer trimmed: 30—25—9 *mm*; (29211).
Nro 64. *Bladelike scraper* rough and trimmed: 35—20—9 *mm*; (29184).
Nro 65. *Scraper roughly* trimmed: 26—38—9 *mm*; (29000).
Nro 66. *Scraper finer* trimmed: 46—34—12 *mm*; (29181).
Nro 67. *Wedgelike flake* flat roughly trimmed: 39—35—9 *mm*; (29006).
Nro 68. *Atypical kerned* scraper from *El Sachne:* 34—30—15 *mm*; (29406).
Nro 69. *Wedgelike flake* roughly trimmed: 45—20—15 *mm*; (28998).
Nro 70. *Gravel flat* finer trimmed: 35—20—8 *mm*; (29177).
Nro 71. *Core:* 37—32—22 *mm*; (28993).
Nro 72. *Scraper roughly* trimmed: 35—30—13 *mm*; (28986).
Nro 73. *Chiselike flake* at one end finely trimmed into oval shape: (29005).
Nro 74. *Scraperlike* narrow flat flake finer trimmed: 42—22—8 *mm*; (29118).

Tel Josef.

In a direct geographical, typical and temporary connection with *Beth Alfa is Tel Josef* and *Ain Charod* (Ain Harod) and also the ponds of *El Sachne.*

The palaeolithic bed is also at the foot of the mountain range of *Gilboa* and the station near the thermal spring (to-day of course already regulated).

Profile:

I. *Chamra* ½ *m, palaeolithic eventually Melania costata sp.*
Senon.

In that *chamra* forms a unique postsenon clayish strata. The plistocene loess as also in *Beth Alfa* are there not formed. The covering layers — younger than *chamra* — mixed by melioration with it; implements here the same, as in *Beth Alfa,* station at the spring of the thermal karst source. But there really a great quantity of tools.

Reproduced artefactes:

Nro 75. *Scraper roughly* trimmed: 31—32—11 *mm*; (29268).
Nro 76. *Scraper flat* not roughly trimmed: 35—29—11 *mm*; (29284).
Nro 77. *Flake flat* roughly trimmed: 34—25—11 *mm*; (29330).
Nro 78. *Scraperlike flake* roughly trimmed: 32—20—17 *mm*; (29278).
Nco 79. *Scraperlike flake* roughly trimmed: 28—22—10 *mm*; (29370).
Nro 80. *Flake scraperlike* trimmed: 32—20—17 *mm*; (29278).
Nro 81. *Graver trimmed:* 37—20—5 *mm*; (2281)9.

Nro 82. *Flake bladelike* roughly trimmed: 45—20— 7 *mm*; (29316).
Nro 83. *Flake bladelike* roughly trimmed: 55—25—11 *mm*; (29316).
Nro 84. *Scraper roughly* trimmed: 45—28—13 *mm*; (29352).
Nro 85. *Flake wedgelike* slightly trimmed: 50—35—11 *mm*; (29374).
Nro 86. *Scraper flat* finer trimmed: 55—27—10 *mm*; (29309).
Nro 87. *Small flake trimmed:* 16—12—8 *mm*; (29336).
Nro 88. *Flake trimmed:* 25—22—11 *mm*; (29303).
Nro 89. *Atypical implement* kerned roughly trimmed: 60—40—28 *mm*; (29261).
Nro 90. *Scraper* roughly trimmed: 43—30—17 *mm*; (29271).
Nro 91. *Scraper flat finer* trimmed: 50—36—15 *mm*; (29347).
Nro 92. *Scraper finer trimmed:* 54—37—9 *mm*; (29355).
Nro 93. *Atypical implement kerned* roughly trimmed: 32—28—18 *mm*; (29266).

Ain Charod (Harod).
Profile at the source of the thermal spring af *Gideon*.

75. *Scraper* roughly trimmed. 76. *Scraper flat* not roughly trimmed. 77. *Flake flat* roughly trimmed. 78. *Scraper* roughly trimmed *like flake*. 79. *Scraper like flake* roughly trimmed. 80. *Flake scraperlike* trimmed. 91. *Graver* trimmed. 82. *Flake bladelike* roughly trimmed. 83. *Flake bladelike* rouglhy trimmed. 84. *Scraper* roughly trimmed. 85. *Flake wedgelike* slithly trimmed. 86. *Scraper flat* finer trimmed. 87. *Small flake* trimmed. 88. *Flake* trimmed. 89. *Atypical implement kerned* roughly trimmed. 90. *Scraper* roughly trimmed. 91. *Scraper flat* finer trimmed. 92. *Scraper* finer trimmed. 93. *Atypical implement kerned* roughly trimmed.

1. *Chamra* $^1/_2$ — $^3/_4$ *m, palaeolithic.*
2. *Loess* clay: concreces.

As already had been told it is equal with *Tel Josef, Beth Alfa* and *El Sachne* in its stratigraphy, typology and chronology.

The implements identical with the preceeding, therefore not reproduced in this work.

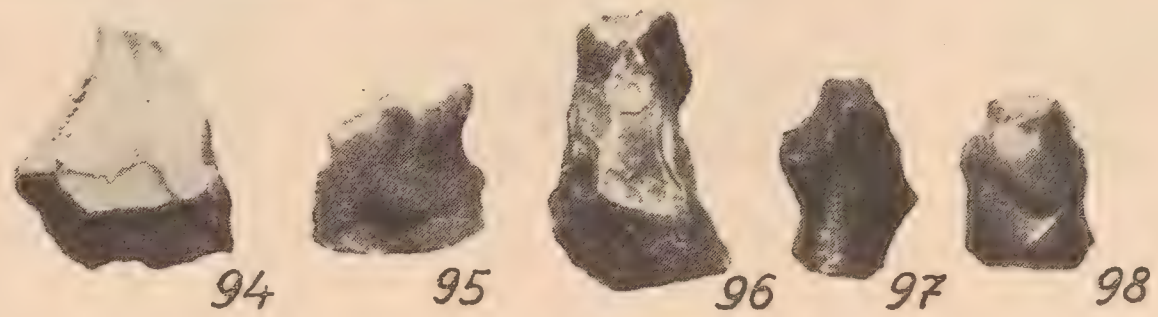
El Sachne: A. *Source of the thermal spring.*

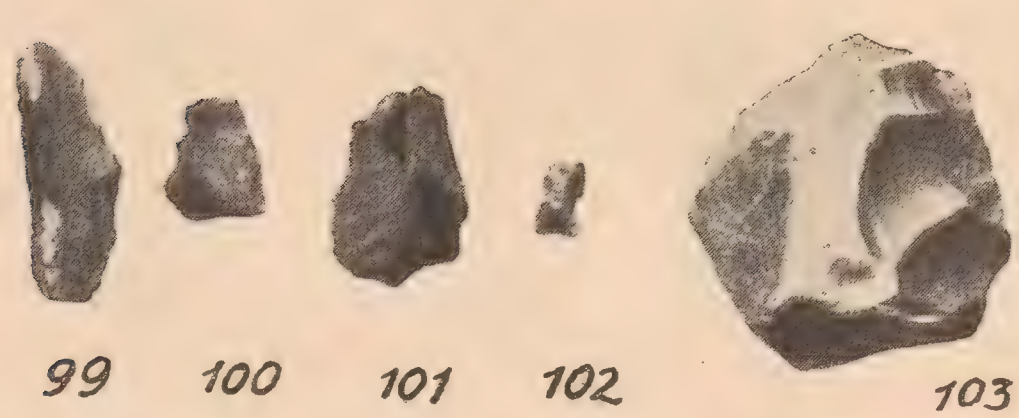
This culture is typologically different from the neibughring *Beth Alfa* in that, that it contains smaller implements than the former.

Profile:

1. *Reddish clay — chamra* — $^1/_2$—$^3/_4$—$1^1/_4$ *m — palaeolithic aquatical conchylies.*
2. *Loess clay.*

Above the present source of the thermal spring, there is in the hight of about 10 *m* a halfcavity, where the former source of the same spring has been. It is prooved by the presence of conchylies of aquatic molluscas (*Melania costata sp. Theodoxis sp.*) completely identical with the recent of the present spring and also with the fossils of the lower profile. The sinking of that spring is probably in direct connection with the sinking of the Jourdain lowland, from the palaeotological point of view, just very important for the determination of the geological age of the aquatic mollusc fauna in those regions.





94. *Atypical scraper kerned* trimmed. 95. *Flake,* roughly trimmed. 96. *Scraper blade like* roughly trimmed. 97. *Scraper,* roughly trimmed. 98. *Atypical scraper kerned* roughly trimmed. 99. *Flat flake scraper like* finer trimmed. 100. *Flake* roughly trimmed. 101. *Scraper* roughly trimmed. 102. *Small flake* trimmed. 103. *Kerned flake* roughly trimmed.

Reproduced artefactes:

Nro 94. *Atypical scraper* kerned trimmed: 34—30—15 *mm*; (29406).
Nro 95. *Flake roughly* trimmed: 25—23—9 *mm*; (29456).

Nro 96. *Scraper bladelike* roughly trimmed: 40—23—6 *mm*; (29475).
Nro 97. *Scraper roughly* trimmed: 28—16—7 *mm*; (29471).
Nro 98. *Atypical scraper* kerned roughly trimmed: 23—18—9 *mm*; (29407).
Nro 99. *Flat flake scraperlike* finer trimmed: 35—13—4 *mm*; (29463).
Nro 100. *Flake roughly* trimmed: 15—13—9 *mm*; (29450).
Nro 101. *Scraper roughly* trimmed: 26—18—5 *mm* (29472).
Nro 102. *Small flake* trimmed: 12—6—4 *mm*; (29526).
Nro 103. *Kerned flake* roughly trimmed: 40—40—23 *mm*; (29390).

El Sachne: B. *Profile above the lake:*

Those implements are from the same culture as those from *Beth Alfa*, *Tel Josef* and *Ain Harod*.

1. Profile at the road:

1. *Chamra* $^1/_2$ — $^3/_4$ *m palaeolithic implements.*
2. *Loess* $^1/_4$—$^1/_2$ *m.*

II. Profile at the hills.

1. *Chamra* $^1/_4$—$^1/_3$ *m palaeolithic.*
2. Limestone of senon.

Reproduced implements:

Nro 104. *Flat scraper,* roughly trimmed: 36—30—10 *mm*; (29538).
Nro 105. *Flat scraper,* roughly trimmed: 43—30—10 *mm*; (29533).
Nro 106. *Atypical scraper,* finely trimmed.
Nro 107. *Scraper,* roughly trimmed: 12—6—4 *mm*; (29526).
Nro 108. *Flake* trimmed; (29003).

104. *Flat scraper,* roughly trimmed. 105. *Flat scraper* roughly trimmed. 106. *Atypical scraper* finely trimmed. 107. *Scraper,* roughly trimmed. 108. *Flake,* trimmed.

Used bibliography.

1. Karge Paul. *Rephaim. Die* vorgeschichtliche Kultur Palestinas und Phöniziens (Collectanea Hierosolymitana), Paderborn 1917.

2. Petrbok Jar. *Stratigrafie a palaeontologie palaeolithického naleziště v Russe* (Věstn. st. geol. ústavu Čsl. rep. 1925).

3. Hauser O. *Die* grosse Zentraleuropäische Urrasse (Langensaza 1925).

4. Range. *Die* Geologie der Küstenebene Palestinas (Zeitschr. der deutsch. geol. Ges. 1921).

5. Petrbok Jar. *Stratigrafie a palaeontologie pluvialní* (mindělienské) terasy Jordanu u Daganea Alef. (Rozpr. II. tř. české akademie r. XXXIV. č. 10, Praha 1925).

6. Bayer Jos. *Die Jugendlichkeit der ältesten Kultur Palestinas.* (Sitzungsber. d. Mitteil. d. Anthrop. Gess. Wien 1918.)

7. Blanckenhorn M. *Die Steinzeit Palästina-Syriens u. Nordafrikas* (Das Land der Bibel.) Leipzig 1921.

8. Blanckenhorn M. *Syrien, Arabien und Mesopotamien.* (Handb. d. region. Geologie.) Heidelberg 1914.

9. Petrbok Jar. *Palestinou* (Věda přírodní), Praha 1925.

10. Bracht E. *Datierbare Silexgeräte aus den Türkminen von Maghara in der Sinaihalbinsel* (Zeitschr. für Ethnologie, Berlín 1905, XXXVII.).

Sur les îlots mésozoïques du bassin de Liptov, au Sud de la Haute Tatra.

Par

Vladimír Šťastný.

(Avec une carte géologique.)

Présenté dans la séance du 23 Avril 1926.

Résumé du texte tchèque.

A la suite des études géologiques des dernières années, qui ont permis de reconnaître plusieurs facies dans les couches mésozoïques de la Haute Tatra (Vysoké Tatry) et dans les Carpathes slovaques en général, et de démontrer qu'il existe là des nappes de charriage, une importance spéciale s'attache aux îlots mésozoïques subtatriques qui s'élèvent au milieu des sédiments tertiaires et plistocènes. Les problêmes principaux sont les suivants:

1. A quelle phase ou bien au quel facies du mésozoïque carpathique ces îlots appartiennent-ils, et où sont leurs équivalents stratigraphiques dans la Haute et dans la Basse Tatra? (Nízké Tatry).

2. Quelle est leur relation avec l'Eocène, avec lequel ils sont en contact en beaucoup d'endroits;

3. Quelle est leur position dans la structure tectonique entière du bassin de Liptov? et

4. Quel était le rapport primaire des complexes mésozoïques de ces îlots avec le Mésozoïque de la Haute Tatra!

La distribution des îlots mésozoïques subtatriques a été représentée pour la dernière fois sur la carte géologique de la *Haute Tatra* (1 : 75.000) par V. Uhlig. Après avoir pris part à deux tracés géologiques de vacance du prof. Dr. R. Kettner dans la *Basse Tatra*, et familiarisé ainsi avec le principe de la stratigraphie et de la tectonique d'une grande partie de ces montagnes, je me suis occupé au cours de l'été 1925 sur le conseil du prof. Kettner, que je remercie pour ses conseils nombreux, de l'étude géologique séparée de la région des îlots mésozoïques situés au Sud de la *Haute Tatra* et j'en résume ici les résultats.

Division stratigraphique de la région étudiée.

D'après la carte de la *Haute Tatra* par U h l i g les îlots mésozoïques du *bassin de Liptov* appartiennent tous au facies subtatrique du Mésozoïque carpathique. Mais j'ai pu démontrer que d e u x facies y sont représentés: le subtatrique inférieur et supérieur (tout comme dans la *Haute Tatra* et dans autres montagnes des *Carpathes slovaques*). La *nappe subtatrique supérieure* est représentée dans les îlots du bassin de *Liptov* par le dolomie de Choč du Triasique et par le *calcaire* du Triasique moyen. U h l i g a considéré la dolomie de Choč comme crétacée aussi c'est-il efforcé de distinguer dans le complexe des marnes dites tâchetées, qui le plus souvent forment le mur de la Choč dolomie, non seulement les étages jurassiques, mais aussi le Néocomien. Il est entendu que nous ne pouvons plus admettre aujourd'hui cette explication, et mon tracé, lui, est aussi diamétralement opposé. Il est évident que là encore les dolomies de Choč sont charriées en nappes au-dessus des autres complexes mésozoïques dans leur mur. Il en résulte que dans îlots subtatriques il y a encore assurément deux facies du Mésozoïque subtatrique comme dans la *Haute Tatra* et comme j'ai pu l'observer dans la *Basse Tatra,* surtout dans les environs de la vallée de *la Demänova.*

Les *calcaires* (inférieurs) très compacts, presque noirs et traversés par de nombreuses veines de calcaire pur, n'ont pas conservé partout la direction normale des sédiments triasiques, car ils se trouvent à proximité de la grande dislocation subtatrique. Mais au point de vue pétrographique ils correspondent complètement aux calcaires triasiques de la *Basse Tatra.*

La série mésozoïque dans le mur de la nappe subtatrique supérieure charriée correspond d'après la description à la nappe subtatrique inférieure du côté Nord de *la Haute Tatra,* et aussi aux séries mésozoiques que les études du p r o f. K e t t n e r ont déterminées sous la nappe subtatrique supérieure, par ex. dans la vallée de l' *Il'anova* et ailleurs sur la pente septentrionale du *Ďumbier.* En général, on peut déterminer dans cette *série subtatrique inférieure* les formations suivantes:

Keuper: Schistes argileux inférieurs rouges et supérieurs gris en feuilles minces,
Rhétien: calcaires foncés avec faunes,
Couches de Gresten: grès compact verdâtre,
Liasique: marnes grises, aves des intercalations des calcaires en dalles, à l'Ouest de la colline Suchý Hrádok rougeâtres à leur base. Dans leur mur, une couche de calcaire brun-grisâtre.

Les sédiments du Keuper, Rhaet, des couches de Gresten et du Liasique sont les restes de la nappe inférieure du facies subtatrique.

Les autres formations des nappes tatriques ne sont pas conservées, ayant été probablement détruites par les mouvements tectoniques et par dénudation pendant tout le Crétacé supérieur.

Les sédiments tertiaires ne sont représentés dans notre région que par le Paléogène, dans lequel nous pouvons distinguer les calcaires à Nummulites de l'Eocène moyen (Lutétien) et dans leur toit les grès avec intercalations schisteuses (dits jusqu'à présent grès de la Magura). Partout l'Eocène reste distinctement en transgression sur les complexes mésozoïques. Il n'y a pas d'indication que les îlots mésozoïques subtatriques aient été charriés au-dessus de l'Eocène ou que l'Eocène ait été apporté d'autre part. Au contraire, on voit partout que la structure tectonique des îlots mésozoïques recouverts par l'Eocène est distinctement antérieure à la transgression.

Des dépôts superficiels plus récents, il faut mentionner les vastes nappes de graviers, dues en grande partie au remaniement des moraines frontales de la *Haute Tatra*.

La Structure.

De la partie descriptive et stratigraphique ci-dessus et des résultats du tracé géologique, on peut tirer les conclusions suivantes sur la tectonique des îlots mésozoïques subtatriques du *bassin de Liptov*. D'abord, comme nous l'avons déjà indiquer, il faut souligner que le Mésozoïque subtatrique montre distinctement une structure de charriage, se manifestant dans le charriage de la série subtatrique supérieure (calcaires et dolomies triasiques) au-dessus de la série subtatrique inférieure. Nous y observons donc encore les mêmes faits qu'ailleurs dans les *Carpathes* avoisinantes (*Haute Tatra, Basse Tatra, Petite Fatra*). Le fait que l'Eocène reste en transgression distinctement déjà sur les deux séries mésozoiques superposées, démontre que le charriage de la nappe subtatrique supérieure avait eu lieu avant la transgression éocène. *La transgression de la mer éocène a donc rencontré dans le bassin de Liptov les deux séries du Mésozoique subtatrique dans à peu prés la même position tectonique celle que nous constatons aujord'hui.*

L'Eocène repose sur les îlots mésozoïques toujours tranquillement, mais naturellement il a subi les évènements orogéniques plus récents, ce qui est démontré par son plissement distinct. Ce plissement est d'ailleurs beaucoup plus faible que dans le Paléogène de la zone extérieure des *Carpathes*. La déformation après tout peu considérable de l'Eocène dans le *bassin de Liptov* en plis peu accentués appartient probablement à la fin de l'Oligocène et s'explique peut-être par la résistance des complexes mésozoïques et des complexes plus anciens déjà plissès dans le mur de l'Eocène de *Liptov* et par le déplacement des mouvements orogéniques principaux du plissement carpathique vers le Nord.

En ce qui concerne la continuité entre le Mésozoïque subtatrique des îlots de *Liptov* et les complexes mésozoïques de la *Basse* et de la *Haute Tatra*, nous pouvons dire pour le moment:

La nappe subtatrique supérieure qui, dans la *Basse Tatra*, à *Východná* et *Važec* plonge sous l'Eocène transgressif et sous la couverture de graviers

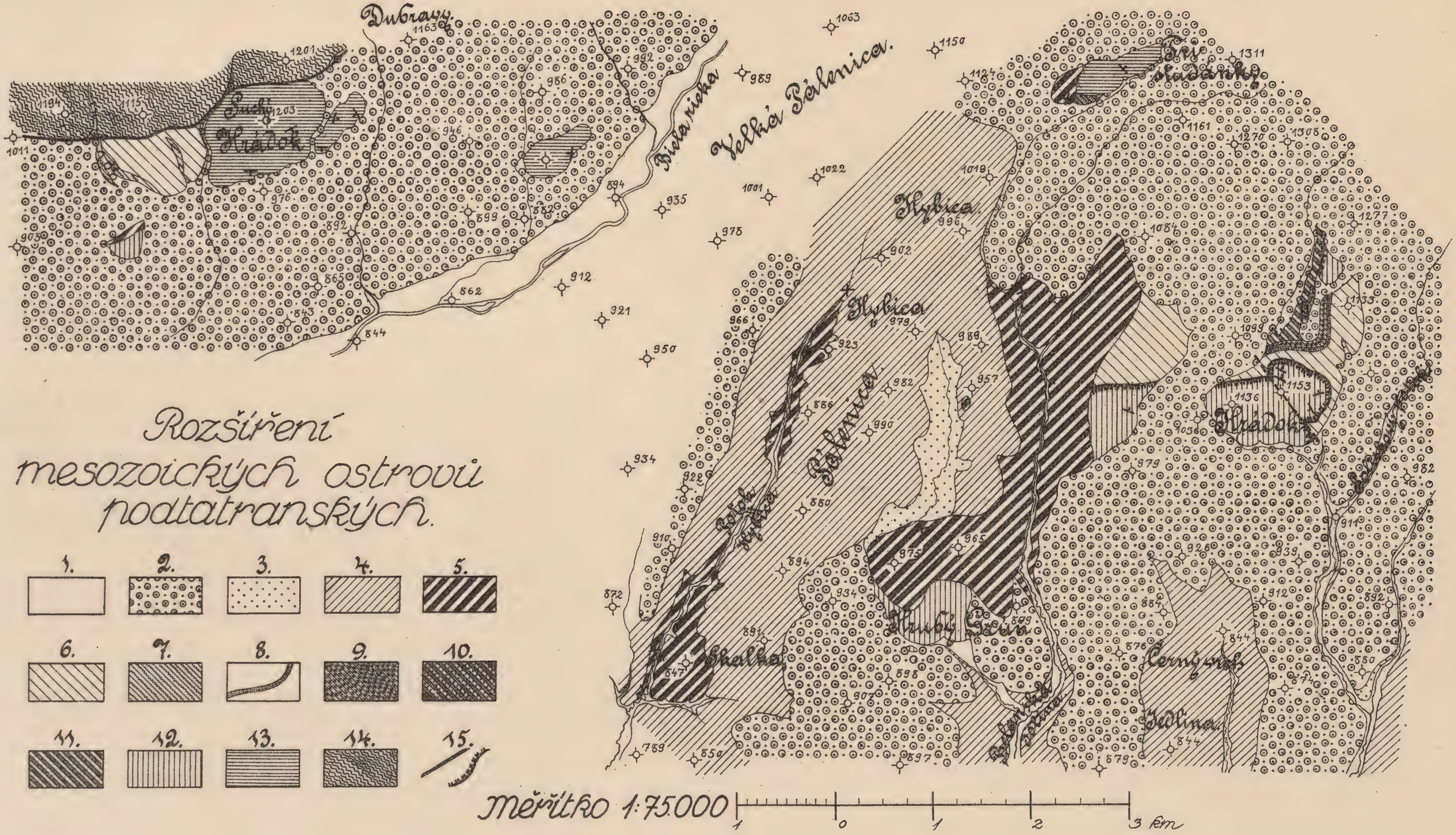
plistocènes (selon les études du prof. R. Kettner), semble continuer dans nos îlots, où, à cause de son cours ondulé, elle s'élève de nouveau au-dessus des formations de couverture.

La continuité de la série subtatrique inférieure des îlots de *Liptov* et de la *Basse Tatra,* et la relation entre cette série et la série des couches de *Hradok,* d'âge crétacé inférieur et reconnue dans la *Basse Tatra* au Sud de la région de mes études, n'est pas encore assez éclaircie et il faut donc attendre les résultats de futures études à cet égard.

De la *Haute Tatra* le *bassin de Liptov* est séparé par la grande faille subtatrique, selon laquelle la région de *Liptov* a été abaissée. Vu la correspondance lithologique et de facies du Mésozoïque des îlots subtatriques de *Liptov* avec le Mésozoïque de la nappe subtatrique inférieure et supérierure du versant septentrional de la *Haute Tatra,* on peut affirmer qu'il s'agit de parties des mêmes nappes séparées plus tard par la dénudation. Ces nappes ont été charriées à peu près du Sud de la *Basse Tatra* par-dessus le noyau autochthone de ces montagnes, elles descendaient dans la dépression de *Liptov* déjà primaire sans doute entre les noyaux de la *Haute* et *Basse Tatra* avant l'origine des nappes, et continuaient ensuite vers le Nord en surmontant le noyau autochthone (granitique) en saillie de la *Haute Tatra.* Il va sans dire que les différences d'altitude entre la position du Mésozoïque des îlots de *Liptov* et celui du versant Nord de la *Haute Tatra* ont été accentués plus tard par l'origine de l'affaissement subtatrique.

Explication de la carte:

1. Dépôts alluviaux.
2. Nappes de graviers.
3. Limons.
4. Grès du Flysch avec intercalation de schistes.
5. Calcaire à Nummulites (Eocène).
6. Marne tâchetée du Liasique.
7. Calcaire du mur du Liasique.
8. Couches de Gresten.
9. Rhétien, couches de Kössen.
10. Schistes gris du Keuper.
11. Schistes rouges du Keuper.
12. Dolomie de Choč du Triasique.
13. Calcaire du Triasique moyen.
14. Roches cristallines.
15. Failles et charriages.



Rozšíření mesozoických ostrovů podtatranských.

1. 2. 3. 4. 5.

6. 7. 8. 9. 10.

11. 12. 13. 14. 15.

Études sur les Plasmodium.

Par

V. Breindl.

Présenté le 5 Mars 1926.

Chapitre I: **La biologie des Plasmodium.**

Pour l'étude de la biologie des parasites du paludisme, 14.000cas de la maladie ont été étudiés sur les préparations microscopiques. Comme on aperçoit au diagramme, la distribution Text. tab. I. du *Plasmodium vivax* est plus uniforme pendant toute l'année que celle du paludisme tropique, dont le parasite n'a jamais été observé pendant plusieurs mois du printemps.

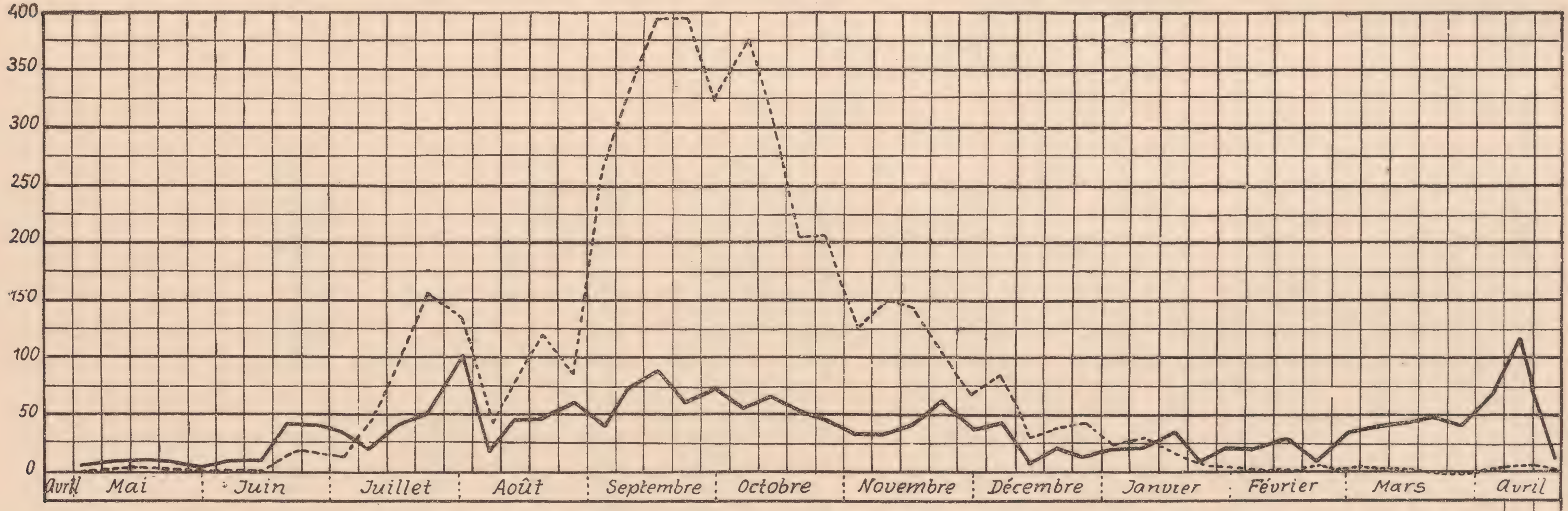
L'auteur est d'avis que deux facteurs jouent un rôle dominant dans la distribution de toutes les trois espèces du Plasmodium: les conditions climatiques (et météorologiques) et l'influence réciproque qu'exercent les Plasmodium entre eux. Car le *P. immaculatum* et le *P. vivax* ayant le même optimum de température, le *P. immaculatum* prévaut pourtant en juillet, août et septembre; l'auteur admet que le P. immaculatum est la forme du point de vue biologique la plus forte et domine grâce à cette circonstance durant son optimum thermique sur les deux autres espèces, quoique l'optimum du *P. vivax* coïncide avec celui du *P. immaculatum*.

L'auteur est d'avis que cette distribution saisonnière, différente pour chaque espèce (*P. immaculatum* en été, *P. vivax* au printemps, et en automne, et *P. malariae* dans la saison froide) en Albanie correspond à la distribution géographique maximale de chacune de ces espèces et laisse en même temps entrevoir leur progression géographique dans le passé. L'auteur suppose que la distribution géographique actuelle est le résultat d'une adaptation lente. Le *P. malariae* (fièvre quarte), qui se trouve dans la partie septentrionale de la zone tempérée, s'est progressivement adapté à des températures de plus en plus basses (à cause de quoi dans les régions situées plus au

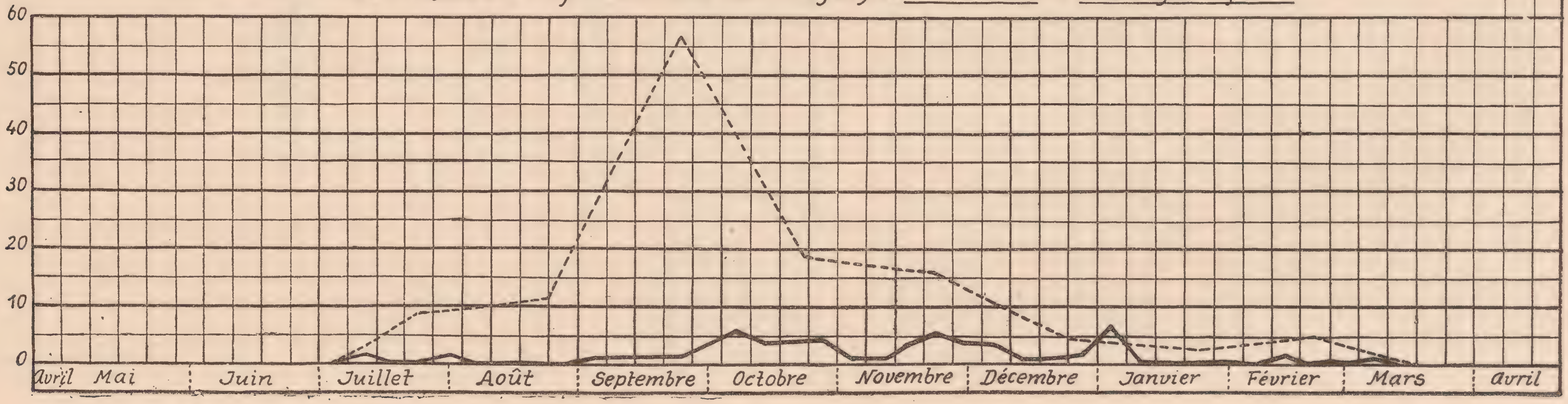
Text. tabule I.

Grafické znázornění celoročního výskytu P. immaculatum a P. vivax.

------- = P. immaculatum ——— = P. vivax.



Text. tabule II. Graf. znázornění celoroč. výskytu P. malariae a smíšených infekcí



——— = P. malariae ------- = smíšené infekce

sud, nous le trouvons en hiver). Le *P. vivax* (fièvre tierce bénigne) s'est adapté dans le courant de sa progression géographique à la zone tempérée et supporte des températures moyennes beaucoup plus basses que le *P. immaculatum* (fièvres irrégulières), qui s'est adapté aux régions méridionales de la zone tempérée, mais a pourtant conservé, comme réminiscence atavistique, la période d'évolution pendant la plus chaude saison de l'année. La progression zoogéographique s'effectue en un sens vers le pôle et est, d'après l'avis de l'auteur, terminée chez le P. malariae, a atteint le zénith chez le P. vivax, et, chez le P. immaculatum, se trouve arrêtée dans son élargissement par des moyens artificiels (amélioration des démeures de l'homme, mesures hygiéniques). En considération de quoi l'auteur estime le P. immaculatum comme la forme la plus récemment adaptée. La disparition du paludismedans différentes contrées infestées autrefois est causée, suivant l'auteur, non seulement par un changement des conditions biologiques de l'Anophèle (Wesenberg-Lund, Iltis, Grassi Komárek), mais de même par l'amélioration des domiciles de la population et la guerre acharnée de la médecine contemporaine menée contre lui. La résistence du parasite du Paludisme à la quinine prend son origine, selon l'opinion toute nouvelle de l'auteur, déjà dans l'Anophèle. L'auter appuie son hypothèse par des cas d'infection où la quinine reste sans effet dès le premier moment, et explique ce phénomène par la circonstance que l'Anophèle absorbe un sang contenant des gamétocytes, le stade le mieux résistant à la quinine, et suppose que de même les sporozoïtes, qui se développent de ces gamétocytes après la copulation, ne réagissent du tout sur la quinine.

Chapitre II: **Morphologie et Cytologie des Plasmodium.**

Ce chapitre concerne le kinétonucleus, le karyosome, la schizogonie et la gamétogonie.

A. **Le kinétonucléus.**. L'auteur, se basant sur ses observations, est d'avis que chez les Plasmodium le kinétonucleus a encore une fonction locomotrice (se trouve le plus souvent chez les schizontes et les mérozoïtes) semblable à celui des Flagellés; outre cela il possède encore une fonction trophique dirige l'assimilation dans les endroits de l'accroissement le plus intense du cytoplasme. En suite d'une étude comparée l'auteur constate que le kinétonucleus se trouve le plus souvent chez le P. immaculatum, moins souvent chez le P. vivax, et rarement chez le P. malariae. Ensuite on le trouve chez le P. malariae dans les schizontes c'est à dire dans les stades plus jeunes ; il disparaît bientôt, chez le P. vivax au stade dit „l'anneau" et dans les gamètes; il se trouve chez le P. immaculatum presque pendant toute l'évolution asexuée. Puisque l'auteur l'a trouvé chez le P. immaculatum de même dans des gamètes mûres (ccz P. vivax seulement dans des gamètes jeunes)

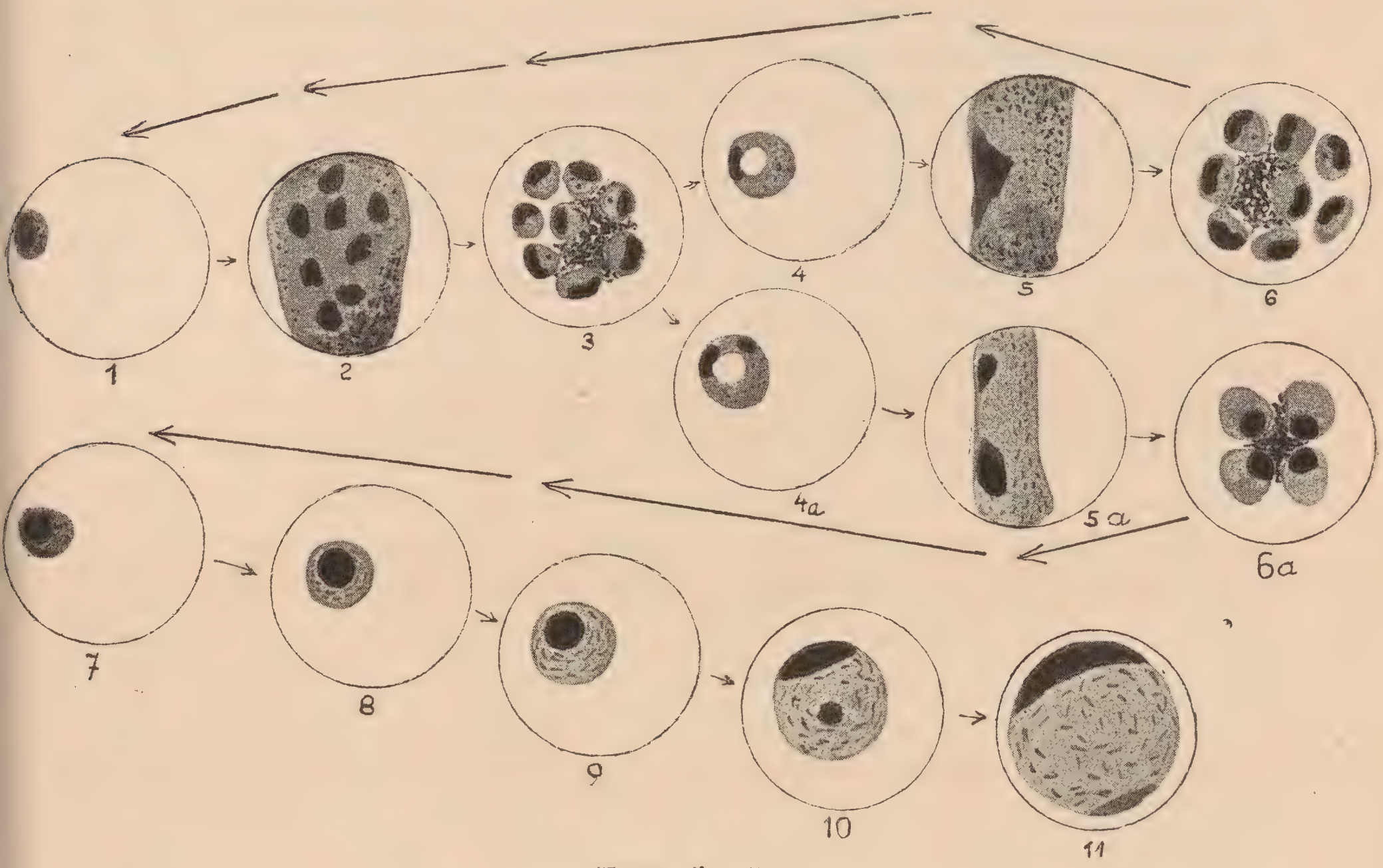
et même dans un cas il a constaté une formation analogue à un flagellum, il accepte que le P. immaculatum est l'espèce la plus ancienne du point de vue phylogénétique. (T. I. fig 1—5, 30, 31, T. II. fig 35—44, T. III. fig 9—11, 22.)

B. **Le Karyosome.** L'auteur résout le problème du karyosome qui restait jusqu'à aujourd'hui dans la littérature protozoologique en un état chaotique; premièrement il considère le karyosome comme état de repos (il arrive à un résultat analogue dans ses études des Trypanosomes) et soutient l'oppinion que c'est une formation périodique qu'on trouve à de certains moments du développement, qui a pour origine une condensation de la chromatine dispersée. L'auteur interprète les changements cycliques du karyosome comme un procès de réduction partielle, ou par sa fonction trophique. (T. II. fig 36, 39, 42, 44, 61, 62.)

Et se basant sur ses observations comparées il donne le schème suivant d'un Binucléé (idéal): le macronucleus contient le kinétonucleus (ce qu'on désignait autrefois à tort de karyosome) et autour de lui la chromatine dispersée en forme de grains de plus grande ou plus petite taille. Le kinétonucleus est un élément jusqu'à un certain degré indépendant, comme le centrosome de la cellule des métazoaires. Chez certaines formes il reste dans le noyau (à certains moments il est masqué par la chromatine ou par le karyosome), chez la plupart pourtant il en sort aussitôt au commencement de l'évolution végétative pour se charger de la fonction locomotrice, de laquelle dépend aussi la durée de son existence; chez les trypanosomes il persiste, chez les Plasmodium il dégénère après quelque temps. Tout au contraire le karyosome qui prend naissance de l'agglomération de la chromatine disperse est une formation ad hoc.

C. **La Schizogonie chez P. malariae.** L'auteur fait communication d'un fait absolument inconnu jusqu'à lui: le dimorphisme de la schizogonie, qui attira son attention surtout à l'étude des cas de fièvre quarte très forte. Une fois la schizogonie a un parcous tout à fait normal et produit 8 mérozoïtes, tandis qu'il existe une autre schizogonie dont ne résultent que 4 mérozoïtes. L'auteur a examiné les schizontes en croissance et a constaté qu'il en existe deux sortes. Les uns évoluent normalement, ne subissent de réduction du noyau, la schizogonie est normale (8 mérozoïtes), les mérozoïtes ont une forme normale, le noyau a une position parallèle au grand axe du mérozoïte. Les autres schizontes subissent déjà au stade de l'anneau une réduction nucléaire et se développent en des schizogonies qui ne contiennent que la moitié normale de mérozoïtes, de même ovales, mais dont le noyau est situé parallèlement au petit axe du mérozoïte. L'auteur a suivi, sur des préparations natives de même que colorées, le développement de ces derniers mérozoïtes et a pu constater qu'il en résulte des gamétocytes. Il admet même la possibilité de pouvoir distinguer suivant la position et la grandeur du noyau les mérozoïtes qui vont se développer en macrogamètes de ceux dont résulteront des microgamètes. (T. III. fig 12—29.)

L'auteur énumère les conséquencens que cette découverte a pour la protozoologie en général et pour l'étude du P. malariae en particulier. En ce



Text. fig. I.

qui regarde le premier point, il admet, ayant constaté une seconde réductio nucléaire chez les mérozoites mûrs du P. malariae, que cette gamétogonie correspond complètement à celle des métazoaires. En ce qui regarde l'importance de cette découverte pour notre connaissance du P. malariae, il serait à mentionner tout d'abord un schème justifié par le développement du P. malariae dans le corps humain donné par l'auteur Text. fig 1. (voir le schème) ; ensuite, la constation d'une variabilité frappante de la quantité des mérozoïtes de même chez les autres Plasmodium (chez P. immaculatum 8—16, chez P. vivax 10—20), parle pour l'existence d'un dimorphisme des schizogonies analogue chez ces deux dernières espèces, que néanmoins l'auteur n'a pas réussi à découvrir quelque différence cytologique entre les deux sortes de mérozoïtes des deux dernièrs espèces.

Pour la position du P. malariae dans le système, cette découverte est de grande portée, car par ce dimorphisme le P. malariae se rapproche des Hémogrégarines et de même des Coccidies. Ainsi, suivant l'opinion de l'auteur, le P. malariae présente une forme de passage qui rallie les Binucléés aux Coccidies. L'auteur interprète ce dimorphisme de la schizogonie comme trait caractérisant le P. malariae comme parasite qui a atteint le plus haut point d'adaption; pour l'atteindre il a eu le plus grand espace de temps pour l'adaption, qu'il présente donc la forme la plus ancienne.

D. **Gamétogonie du Plasmodium perniciosum.** La gamétogonie de cette forme n'a pas été décrite jusqu' à aujourd'hui. Ayant à sa disposition des matériaux innombrables du paludisme tropique dont beaucoup de cas avaient une issue mortelle, de même que des matériaux provenant des sections des cadavres, l'auteur a étudié avec le plus grand soin la gamétogonie de cette forme. En résultat de l'étude des matériaux provenant des cadavres, l'auteur a pu constater que la gamétogonie n'a pas lieu dans la moëlle des os, comme le supposaient certains auteurs, où elles sont ordinairement peu nombreuses, mais que le foie et la vate en sont ordinairement surchargés. L'auteur parle en premier lieu de leur morphologie et ensuite de leur cytologie. La morphologie est à peu près suivante: les gamétocytes se forment des stades d'anneau de forme ovale par une extension dans la direction vers la périphérie de l'érytrocyte. Les stades qui'en résultent sont analogues à ceux de la fièvre quarte et l'auteur les désigne de même de stade „zonal tropique" La forme définitive des gamétocytes dépend, selon les résultats obtenus par l'auteur, de la position du stade zonal, dépend donc de la différente résistence exercée par le reste de l'hématie. Si le stade zonal coïncide avec le diamètre de l'érytrocyte, le gamétocyte mûr est droit et en forme d'aiguille, car la résistence de la membrane cellulaire est égale des deux côtés, tandis que si le stade zonal coïncide avec une des cordes du cercle, le gamétocyte mûr obtient une forme plus ou moins courbée (c'est pourquoi la plupart des gamétocytes est falciforme) suivant la distance de sa position initiale du centre. Se basant sur des phénomènes physiques (adhésion, résistence de la membrane des érytrocytes) l'auteur décrit l'origine des formes convex-concaves ou biconcaves chez les gamétocytes murs. Du point de vue cytologique, l'auteur décrit une relation très intéressante entre la position du macronucléus, kinétonucléus et du pigment chez les gamétocytes mûrs, de s'accumuler à la proximité du noyau, tandis qu'il se trouve au commencement de l'évolution dans le pôle opposé. L'auteur désigne cette tendence d'un terme nouveau: de „nucléotropisme" (dans notre cas positif).

De cette gamétogonie l'auteur fait la déduction suviante: les plus jeunes stades de propagation sexuelle et asexuée du P. immaculatum (par conséquence du P. perniciosum) sont difficiles à distinguer, ce qui démontre l'analogie de leur constitution morphologique et la primitivité de ces parasites. Ensuite, la forme étirée en aiguille ou en fuseau indique une affinité de ces parasites avec les flagellés et affirme la supposition de l'auteur que le parasite du paludisme tropique est le plus ancien du point de vue phylogénétique. (T. I. fig 7—28.)

Chapitre III: **La question de la parthénogénèse.**

Dans ce chapitre l'auteur décrit et analyse quatre cas de parthénogénèse chez P. immaculatum, trois chez P. vivax, et un chez P. malariae. Il revient de nouveau au problème du karyosome chez les gamétocytes

de P. vivax et émet l'opinion que précisément ce type de gamétocyte à karyosome joue un rôle important dans les récidives de la maladie après une période prolongée sans fièvre. Toute cette question, non résoute encore, l'auteur la résume de son point de vue comme suit: pendant les périodes latentes de courte durée, la parthénogénèse ne joue absolument aucun rôle, tandis que pendant les périodes latentes de longue durée, les gamétocytes à noyau à karyosome présentent le stade de repos et peuvent sous l'influence de certains agents, probablement chimiques, grâce à un procédé regressif, provoquer une schizogonie accélérée, par conséquence un nouvel accès de fièvre. (T. I. fig 32, 33, 34, T. II. fig 57, 60, 62, T. III. fig 30.)

Chapitre IV: **Considérations phylogénétiques et systématiques.**

A. Considérations phylogénétiques.

En résumant toutes les différences, cytologiques, biologiques et morphologiques, existant entre les trois espèces décrites dans les chapitres précédents l'auteur manifeste de nouveau l'opinion que le P. immaculatum est la forme la plus ancienne du point de vue phylogénétique. Se tournant à l'intéressant chapitre traitant l'âge de l'adaption, il démontre de nouveau, se basant sur les faits biologiques, morphologiques et cytologiques, que du point de vue de l'adaption l'espèce la plus ancienne est le P. malariae, tandis que le plus récent est le P. immaculatum. Le P. vivax tient le moyen entre eux. L'auteur soutient cette opinion tout à fait originale, outre par les diférences susmentionnées (présence d'un kinétonucléus, forme des gamètes, le haut degré du parasitisme, dimorphisme de la schizogonie) par les faits suivants: premièrement par le degré de virulence des différentes espèces dans le corps humain, (la plus grande virulence possède le P. immaculatum, ce qui plaide pour la plus courte durée de l'adaption du P. immaculatum au corps humain en comparaison aux autres espèces, et la moindre du P. malariae pour l'adaption la plus ancienne), 2⁰. par la durée de la période de l'évolution (la plus courte durée de l'évolution du paludisme tropique démontre la courte durée de la période d'adaptation de ce parasite à l'organisme humain, tandis que la longue durée (72 heures) de l'évolution chez P. malariae, l'adaption de plus grande durée), 3⁰. par le degré de la toxicité dans le corps humain (avec l'augmentation de la durée de l'adaptation diminue la toxicité du parasite), 4⁰. par le degré du parasitisme (le haut degré de parasitisme du P. malariae plaide pour la plus longue durée de son adaptation) et 5⁰. le degré de virulence dans le corps de l'Anophèle (la virulence du P. immaculatum dans l'Anophèle de même la plus grande).

Se basant sur tous ces faits morphologiques, cytologiques et biologiques, l'auteur est d'avis qu'entre le P. immaculatum et les autres espèces l'affinité phylogénétique est moins proche qu'entre le P. immaculatum et, par exemple, le genre Proteosoma, et que par conséquence le P. immaculatum présente un type tout à fait isolé. En suite de ces études comparées, l'auteur

corrige la série phylogénétique de Hartmann-Berenberg-Gossler, en mettant le P. immaculatum avant le genre Proteosoma ou, autrement dit, démontre que la série est en effet inverse. Selon l'auteur la série est suivante: P. immaculatum (Laverania) —Proteosoma — P. Brasilianum (duquel s'est développé le P. malariae) P. kochi — P. inui — P. pitheci —P. cynomolgi (desquels s'est développé le P. vivax). A cause de la position iolée du P. immaculatum, l'auteur soutient l'opinion que ce parasite doit, sous son nom original „Laverania", être séparé des deux autres espèces et rangé en un genre ou groupe indépendant.

B. Position systématique du genre Lavérania.

L'auteur analyse la position du P. immaculatum dans le système actuel et la résume, se basant sur les résultats de ses investigations faites en Albanie, de la manière suivante: il est hors de doute qu'il existe deux espèces de parasites du paludisme tropique qui diffèrent suivant les observations de l'auteur par une plus grande virulence, une plus grande mobilité de l'une, par leur forme et cycle évolutif. L'espèce plus la virulente et la plus mobile atteint son optimum thermal en juillet et dans la première moitié de l'août (P. perniciosum), l'autre espèce a une évolution plus prolongée (48 heures), est moins virulente, et son optimum thermal est plus long (jusqu'à l'automne). Cette dernière espèce est$_2$ d'après l'auteur, le P. immaculatum. Du point de vue phylogénétique, la seconde espèce s'est dévelopée de la première, est donc une forme d'adaptation de la première, qui s'est développée pendant sa progression vers le nord. L'auteur propose de distinguer du point de vue systématique les deux espèces du genre Laverania en désignant la forme plus méridionale de Laverania malariae perniciosa (synonymes: P. camaranense, P. tenue) et Laverania malariae praecox (synonymes: P. falciparum, P. immaculatum). (T. III. fig 3.—8.)

Explication des planches.

Pl. I.

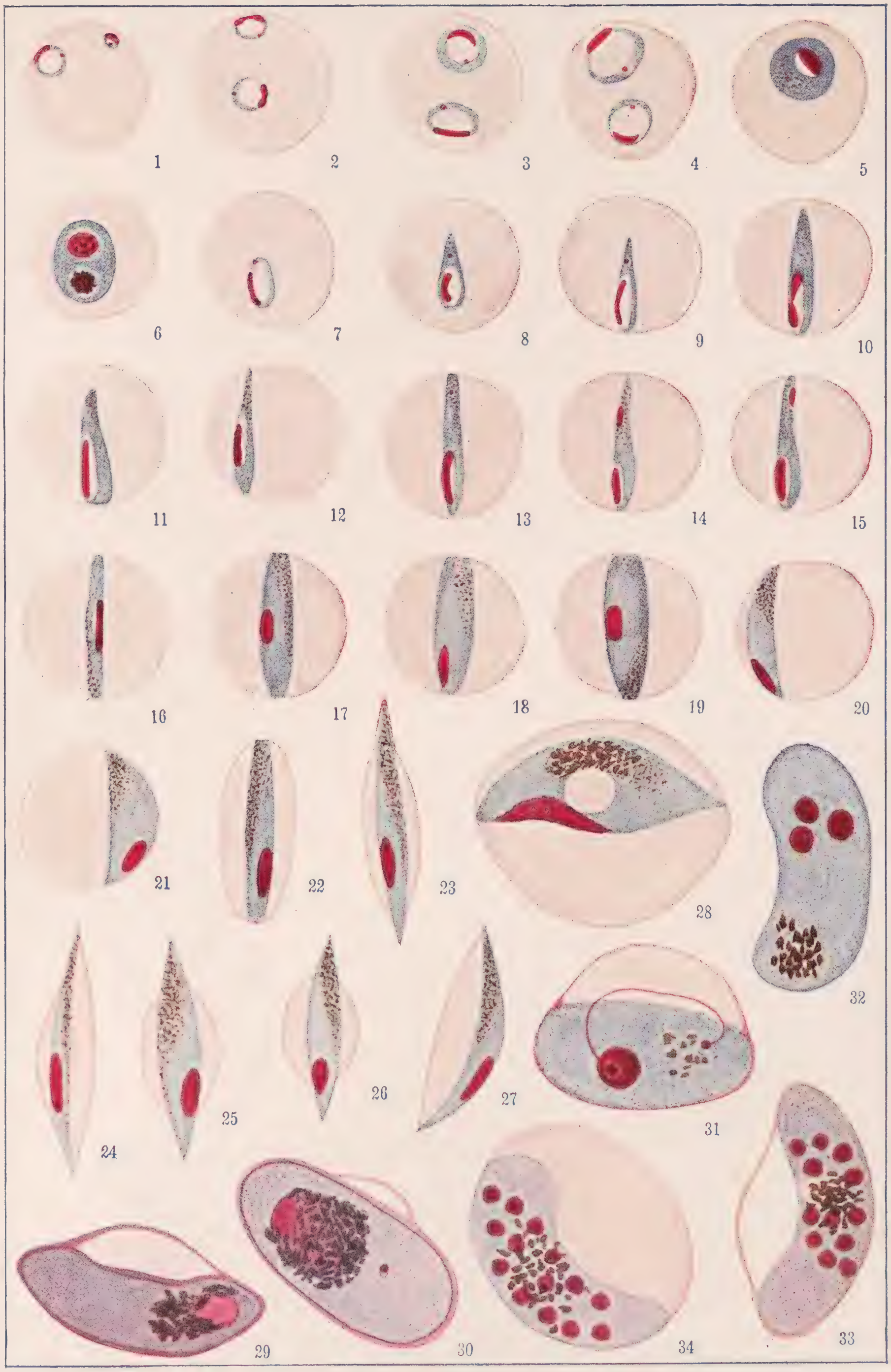
Fig. 1—6. *Pl. immaculatum*; schizontes montrant le kinétonukleus,
fig. 7—28. *P. perniciosum*, gamétogonie,
fig. 29—31. *P. immaculatum*, gamétocytes,
fig. 32—34. *P. immaculatum*, parthénogénèse.

Pl. II. *P. vivax*.

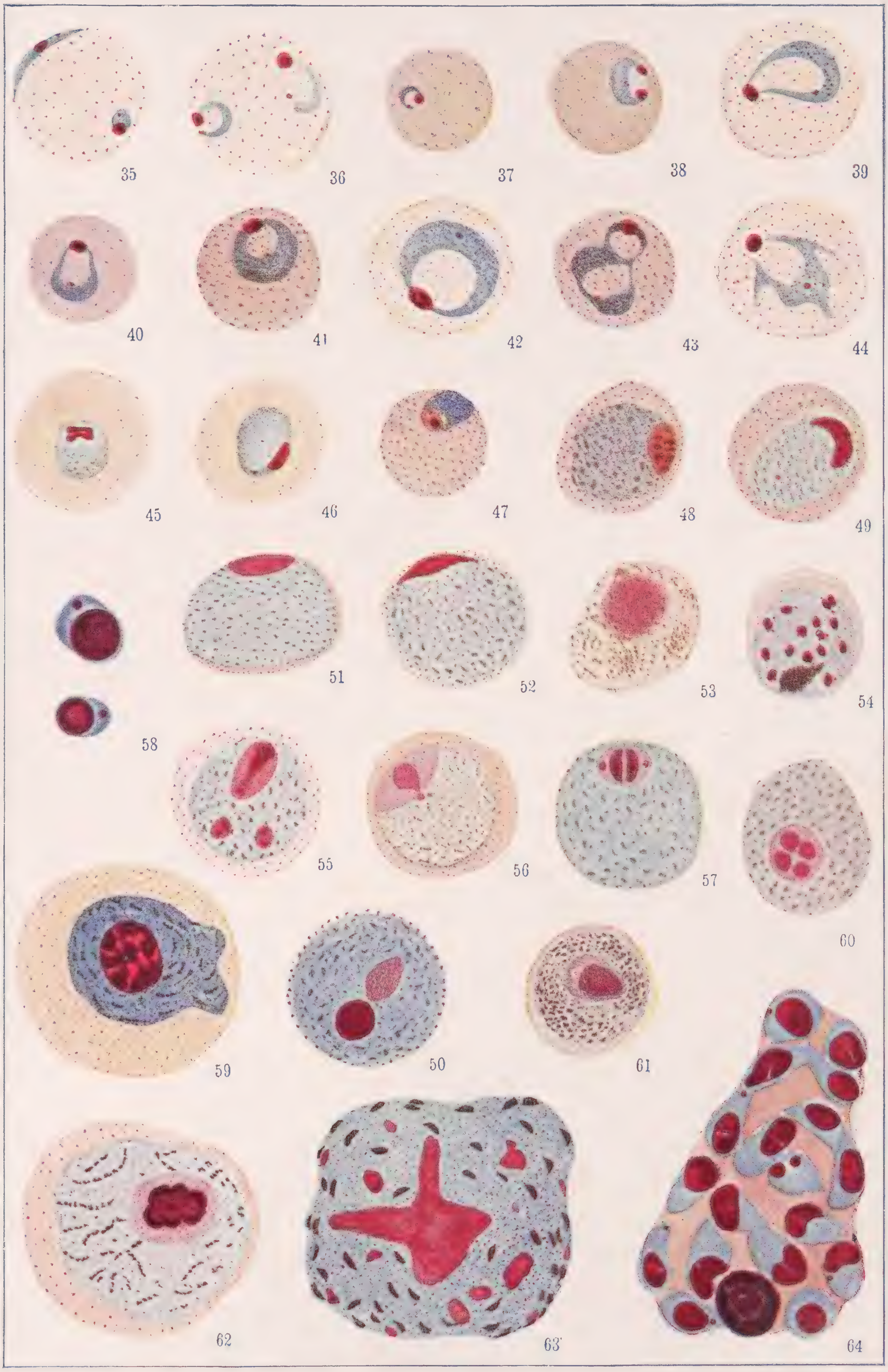
Fig. 35—44; schizontes montrant le kinétonukleus,
fig. 57. — division du karyosom,
fig. 61. — microgamétocyt avec karyosom et centrosom (?),
fig. 62. — fragmentation du karyosom,
fig. 64. — schizogonie — merozoïtes montrant le kinétonukleus.

V. BREINDL: Études sur les Plasmodium.

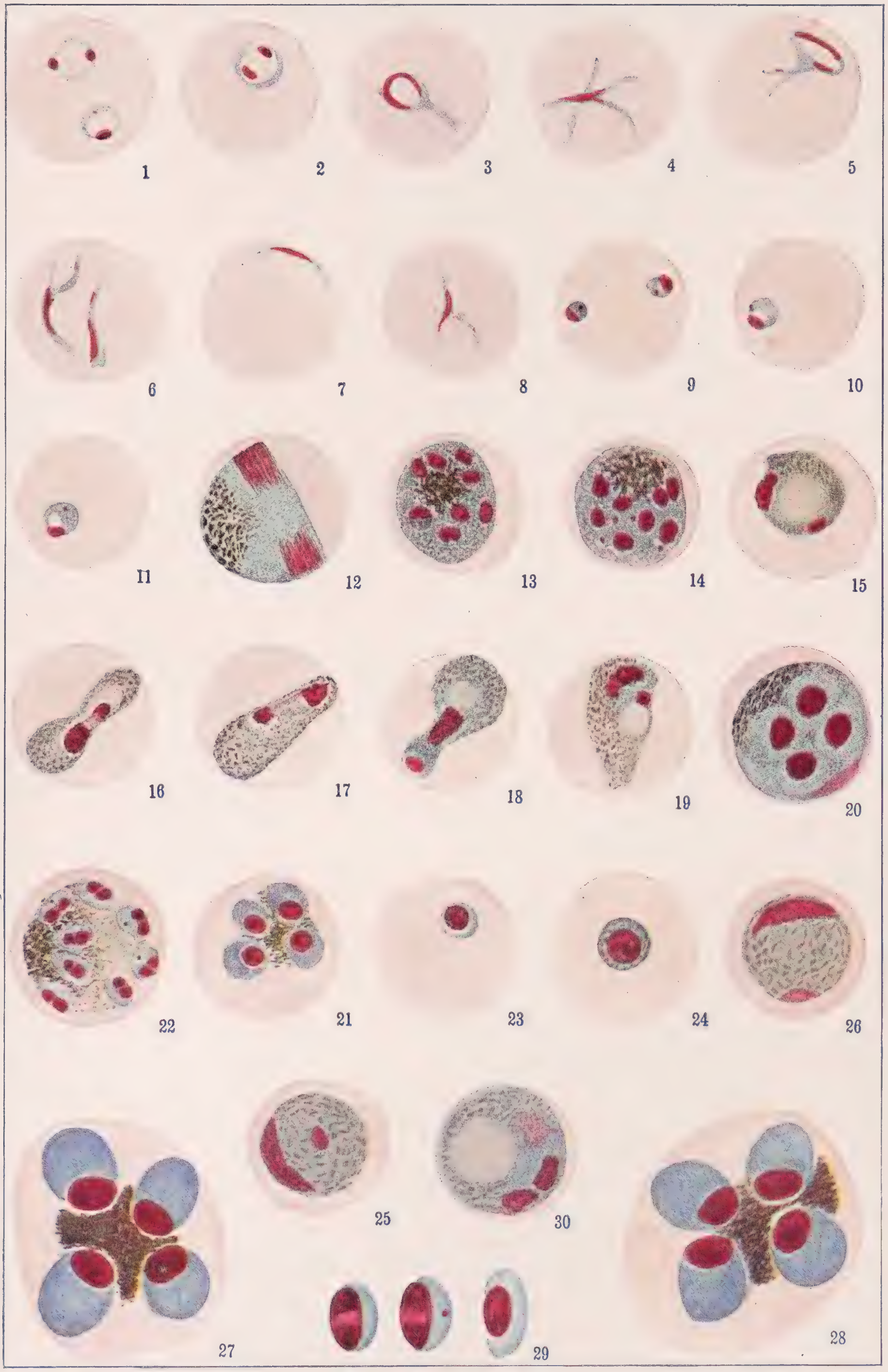
Tab. I.



Tab. II.


35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
58
51
52
53
54
55
56
57
60
59
50
61
62
63
64

Tab. III.


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
22
21
23
24
26
25
30
27
29
28

Pl. III.

Fig. 1—2. — *P. immaculatum* — jeunes schizontes,
fig. 3—8. *P. perniciosum (Laverania malariae perniciosa)*,
fig. 9—30. *P. malariae*,
fig. 13, 14, 22. — schizogonie normale (assexuelle, polyvalente),
fig. 20, 21, 27, 28. — schizogonie sexuelle,
fig. 23—26. — gamétocytes — 2. reduction,
fig. 30. — parthénogénèse (?).

The age of the Pectunculus sediments near Jaffa in Palestine.

By

Jar. Petrbok.

(Elaborated in the Geol.-Palaeontol. Section of the Národní Museum. Praha.)

(4 Figures.)

Presented 4. June 1926.

South from Jaffa, about 300 *m* behind the bay near to the quarantaine, there are strata of *Pectunculus violaceus* shells. They are covered by more recent layers of loose dune sands, thick of 10—15 *m*, which at the first sight seem to be of a very old geological age on account of the thickness of their covering beds.

The bay near *Jaffa* with Pectunculus stratos.

Already in 1925.[1]) I have presented a report about the real geological age of similar *Pectunculus sediments* near *Tel-Aviv,* which differ from the latter, that they are not at all covered by any other layer.

In the above- mentioned work I also brought the sections of these *Pectunculus strata,* the loose ones and the encimented and according to the pottery fragments, grinded by the break of the sea discovered there, I determined their geological age as to belonging to the historical period, called in *Menzel's* Geology quintér and in that of *Rennévier* the actuel era.

The same conglomerats are on the coast of that sea near *Bath Galim, Atlit, Caesarea, Arsuf* (*Apolonia*) *Tel-Aviv, Jaffa, Askalon* and *Gaza,* which contain also pottery fragments of historical times.

We must distinguish from this conglomerats the morter of medieval ages, which to-day are also below the sea level. (*Caesarea, Arsuf, Askalon ect*).

I have found the same Pectunculus conglemerats from *Anatolia* in 1925 in the Constantinople University collections of professor M a l í k bej.

There remains still to examine the rest of the Mediterrane cost of *Syria* and the northern coast of *Africa.*

The matter of the question is to prove the real geological age of the loose Pectunculus layers, south from *Jaffa.*

The Pectunculus bank in the nay near Jaffa.

Below the bank of *Pectunculus,* at the presence of the Palestine geologist D r. L ö w e n g a r d, I again did find some typical pottery fragments of historical times (antique pottery) grinded by the sea break.

That is a new proof of my assertion I presented more widely in the above — named work of mine.

Acording to it, these *Pectunculus layers* are of the same age as the mentiened pottery fragments, i. e. they are belonging to the historical era, for they have been sedimentated at the same time. These layers occur sometimes also 5 *m* high above the actual sea level of the *Mediterranean,* they are horizontal and often only 5 *cm* thick. All the rest of the covering beds of loose dune sand, partly in encimented crusted sandy — clay layers 10—15 *m* high, is therefore younger than these *Pectunculus* loose and conglomerat layers edimentated in historical period.

The Pectunculus sediments with the basis of the crusted sand dunes.

The loose Pectunculus layers (stratos) with the fragments of antique pottery.

A more precise chronology of them — so very important especially for the Palestine coast — can only be given by the archaelogists as soon as they have collected a sufficient collection of artefact materials from these recent coast strata, which have attained in this section (as well as in the next one) such different hights ,because behind them, i. e. east from the sea coast, there have already been older strata more cemented (or crusted), high enough, to hinder the further flying over, of the loose dune sands.

Somewaht further from the actual coast, as far as I could follow in the tunnel below *Herzlie,* there are fragments of antique pottery and glass in a depth of 10 *m,* covered by crusted *clays* containing[1-2]) a very rich fauna of land molluscs, rich in their species[1]) as well as in their number[2]) and finally above these clays move the dunes of loose flying sands.

From this proceeding, named pottery fragments of historical era, discovered in the *Pectunculus layers,* it is evident, that these *pectunculus sediments,* the loose and the conglemerat ones orcuring south *from Jaffa* belong to the geological historical period as well as *the Pectunculus sediments* near *Tel-Aviv* decribed by me in 1925.

Conclusion.

1. *The Pectunculus loose sediments* of the Mediterranean coast south from Jaffa contain pottery fragments of historical era, grinded by the sea break and are thus of *the same historical age.*

2. They prove *the relative oscilation of the sea level of the Mediterranean* on the Palestine coast and the advance of the coast line in the actuel geological age (actual, quintér) as shown by me last year in my werk about *Tel-Aviv* and of course they are also proof that.

3. the oscillation of the sea level of that sea took also place in the historical era.

Literature.

1. Jar. Petrbok: *Doklad o skutečném stáří pectunculových sedimentů u Tel-Avivu v Palestině a tím oscillace vodní hladiny moře Středozemního v době historické.* (Rozpravy II. tř. České Akademie r. XXXIV. č. 29. Praha 12. VI. 1925.)

2. Jar. Petrbok: *Evidences as to the real age of the Pectunculus sediments near Tel-Aviv in Palestine proving thus an oscillation of the Mediterranean sea level in historical times.* (Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême 1925.)

The other literature cited in both this works.

A Contribution to the Dynamics of the Neutral Helium Atom.

By

V. TRKAL.

(Communicated January, 8th, 1926.)

An attempt has been made, to deal with the helium atom problem in analogy to the hydrogen atom in a ,,singular" case (Q_1 = Constant) the meaning of which in the case of He is, that the sum of the squares of distances of the electrons from the nucleus is constant (and in the case of H, that the orbit of the electron is circular).

The Hamiltonian function of the Problem of Three Bodies of the helium type is made ,,hydrogen-like". [Equations (1), (2), (3), *(IV)*.] The derivative of the Hamiltonian function with respect to the time gives zero, because the total energy is constant. Using 7 (of 8) equations of motion, it is easily understood that the assumption Q_1 = Constant can be made. It is shown that for this ,,singular" case, the energy of the helium atom $W = -2\,\pi^2\,me^4\,\widehat{Z}^2/J_2^2$, where $\widehat{Z}$ denotes a function of the quantum numbers defined in article IV.

The general form of the energy of helium atom as a function of the action variables is derived from the Jacobi's theorem of the mean values of the potential and kinetic energy in the case of the Coulombian field. (Eq. (42)). It is pointed out that for the action variables J_k holds a relation analogous to the formula for frequencies $\nu_k = \partial\, W\,(J)/\partial J_k$, namely $J_k = \partial\, \overline{L}\,(\nu)/\partial \nu_k$.

Rutherford's atom consists of a positively charged nucleus, very small compared to the size of the atom, surrounded by a distribution of electrons, whose number Z equals the nuclear charge. It is often compared to the planetary system with a central ,,sun". The essential mass of the atom is concentrated in the nucleus.

The hydrogen atom ($Z = 1$) presents no difficulties. With helium ($Z = 2$) various possible ways have been suggested in which the two electrons may be arranged. A most elegant and comprehensive investigation on this subject has been published by M. Born and W. Heisenberg and was anticipated by J. H. van Vleck.[1]) This paper gives theoretical

---

[1]) M. Born u. W. Heisenberg, Ztschr. f. Phys. *16*, 229, (1923). — M. Born (F. Hund), Vorlesungen über Atommechanik. Berlin (J. Springer), 1925, pp. 327, 334. — J. H. van Vleck, Phil. Mag. (6), *44*, 842–869, 1922.

treatment of the case, where *the distance between the nucleus and the No. 1 electron is permanently smaller than the distance between the nucleus and the No. 2 electron,* and shows that the model gives a *disagreement* with spectroscopic results.

This difficulty strengthened the doubts about this assumption.

Quite recently Heisenberg[2]) has taken a step probably of fundamental importance by formulating the problems of the quantum theory in a novel way by which the difficulties attached to the use of mechanical pictures may, it is hoped, be avoided. Owing to the great difficulties of the mathematical problem involved, it has, however, not yet been possible to apply Heisenberg's theory to questions of atomic structure.[3])

The present paper deals with the same problem as Born and Heisenberg, but quite different theoretical methods have been employed.

We may solve the problem on the classical theory in the following way.

Taking the equations of motion of the Problem of Three Bodies in the case of the neutral helium atom in the form (*I*), it is easily seen that these equations can be reduced by the contact-transformation (*A*) to the form (*II*). Apply to the variables the contact-transformation defined by the equations (*D*). The equations of motion in terms of the new variables are (1), (2), (3) [compare (*IV*)], where H differs from the value of H in the case of the hydrogen atom by the term Z^* [for the hydrogen atom $Z^* = Z = 1$]; from these equations follows the condition (8).

Let us first enquire whether these equations admit of a *„singular" solution* (9) *in which the sum of the squares of the distances of the two electrons from the nucleus is permanently constant.*

I.

The equations of the Problem of Three Bodies in the case of the neutral helium atom are

$$\dot{q}_i' = \frac{\partial H}{\partial p_i'}, \qquad \dot{p}_i' = -\frac{\partial H}{\partial q_i'}, \qquad (i = 1, 2, 3, 4),$$

---

[2]) W. Heisenberg, Ztschr. f. Phys. *33*, 879, (1925). — P. A. M. Dirac, Proceedings of the Royal Society *109*, 642 (1925). — M. Born u. P. Jordan, Ztschr. f. Phys. *34*, 858, (1925). — M. Born, W. Heisenberg u. P. Jordan, Ztschr. f. Phys. *35*, 557 (1926). — N. Bohr, Die Naturwissenschaften, *14*, 1, (1926). Nature, *116*, 845 (1925).

[3]) (Note added in proof. July 1926). — The hydrogen atom has been treated on the new mechanics by P. A. M. Dirac, Proc. Roy Soc., A, *110*, 561—579, 1926, and independentny by W. Pauli jr., ZS. f. Phys. *36*, 336—363, 1926. — The new quantum mechanics introduced by Heisenberg was developed from different points of view by various authors. — Cf. Notices respecting new papers of the new quantum mechanics by V. Trkal, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Praha, *55*, 207, 208, 423, 424, (1926). — See also the work of E. Schrödinger, Ann. d. Phys. *79*, 361—376, 490—257, 734—756, (1926).

where[4])

$$H = \frac{1}{2\,m}\left(p_1'^2 + \frac{p_3'^2}{q_1'^2}\right) + \frac{1}{2\,m}\left(p_2'^2 + \frac{p_4'^2}{q_2'^2}\right) - e^2\,Z\left(\frac{1}{q_1'} + \frac{1}{q_2'}\right) +$$

$$+ \frac{e^2}{\sqrt{q_1'^2 + q_2'^2 + 2\,q_1'\,q_2'\,(\cos q_3'\cos q_4' + \lambda' \sin q_3' \sin q_4')}} = W, \qquad (I)$$

$$\left(\lambda' = \frac{k^2 - p_3'^2 - p_4'^2}{2\,p_3'\,p_4'}\right),$$

is the Hamiltonian function of the problem. Interpreting these equations, it is easily seen that q_1', q_2' are the distances of the two electrons from the nucleus [thus essentially positive quantities], and $k = \text{const.}$ is the total angular momentum of the system. The Hamiltonian function H represents the total energy $W < 0$ of the system. $Z = 2$ is the so-called „atomic number".

Apply to the variables the contact-transformation defined by the equations

$$x = \frac{\partial V_1}{\partial p_x}, \quad y = \frac{\partial V_1}{\partial p_y}, \quad z = \frac{\partial V_1}{\partial p_z}, \quad u = \frac{\partial V_1}{\partial p_u};$$

$$p'_i = \frac{\partial V_1}{\partial q_i'}, \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

where[5])

$$V_1 = p_x\,q_1'\cos q_3' + p_y\,q_1'\sin q_3' + p_z\,q_2'\cos q_4' + p_u\,q_2'\sin q_4',$$

i. e.

$$\left.\begin{aligned} x &= q_1'\cos q_3', \quad y = q_1'\sin q_3', & z &= q_2'\cos q_4', \quad u = q_2'\sin q_4', \\ p_1' &= p_x\cos q_3' + p_y\sin q_3', & p_3' &= q_1'(-p_x\sin q_3' + p_y\cos q_3'), \\ p_2' &= p_z\cos q_4' + p_u\sin q_4', & p_4' &= q_2'(-p_z\sin q_4' + p_u\cos q_4'). \end{aligned}\right\} (A)$$

It follows that

$$q_1' = \sqrt{x^2 + y^2} > 0, \quad p_1'^2 + \frac{p_3'^2}{q_1'^2} = p_x^2 + p_y^2, \quad p_3' = -p_x\,y + p_y\,x,$$

$$q_2' = \sqrt{z^2 + u^2} > 0, \quad p_2'^2 + \frac{p_4'^2}{q_2'^2} = p_z^2 + p_u^2, \quad p_4' = -p_z\,u + p_u\,z.$$

Effecting in H the transformations which have been indicated, we have the new Hamiltonian function

$$H_1 = \frac{1}{2\,m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 + p_u^2) - e^2\,Z\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{z^2 + u^2}}\right) +$$

$$+ \frac{e^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + 2\,x\,z + \lambda\,y\,u}} = W, \qquad (11)$$

---

[4]) M. Born u. W. Heisenberg. Ztschr. f. Phys. *16*, 229, (1923). — E. T. Whittaker, Analytical Dynamics, 2nd ed., Cambridge (University Press) 1917, §§ 155, 157, 158. — In the book of Whittaker, l. c., p. 351, 7 and 8 line from the top, for $-\frac{k^2 - p_3^2 - p_4^2}{2\,p_3\,p_4}\sin q_3 \sin q_4$ read $+\frac{k^2 - p_3^2 - p_4^2}{2\,p_3\,p_4}\sin q_3 \sin q_4$.

[5]) M. Born (F. Hund), Vorlesungen über Atommechanik. Berlin 1925, p. 37. Form. (12).

$$\lambda = \frac{k^2 - (x\,p_y - y\,p_x)^2 - (z\,p_u - u\,p_z)^2}{(x\,p_y - y\,p_x)\,(z\,p_u - u\,p_z)}. \qquad (II)$$

The equations of motion now become

$$\dot{x} = \frac{\partial H_1}{\partial p_x}, \quad \dot{p}_x = -\frac{\partial H_1}{\partial x}, \quad \text{etc.}$$

Let this system be transformed by the contact-transformation

$$p_i = \frac{\partial V_2}{\partial q_i}, \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad x = \frac{\partial V_2}{\partial p_x} \quad \text{etc.},$$

where[6])

$$V_2 = (p_y \sin q_4 + p_x \cos q_4)\, q_1 + \sqrt{p_z^2 + (p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4)^2}\,.\, q_2 + p_u \,.\, q_3,$$

i. e.

$$x = q_1 \cos q_4 - \frac{p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4}{\sqrt{p_z^2 + (p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4)^2}}\,.\, q_2 \sin q_4,$$

$$y = q_1 \sin q_4 + \frac{p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4}{\sqrt{p_z^2 + (p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4)^2}}\,.\, q_2 \cos q_4,$$

$$z = \frac{p_z}{\sqrt{p_z^2 + (p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4)^2}}\,.\, q_2,$$

$$u = q_3,$$

$$p_1 = p_y \sin q_4 + p_x \cos q_4,$$

$$p_2 = \sqrt{p_z^2 + (p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4)^2},$$

$$p_3 = p_u,$$

$$p_4 = (p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4)\left(q_1 - q_2\,\frac{p_y \sin q_4 + p_x \cos q_4}{\sqrt{p_z^2 + (p_y \cos q_4 - p_x \sin q_4)^2}}\right),$$

or

$$\left.\begin{aligned}
p_x &= p_1 \cos q_4 - \frac{p_4}{q_1 p_2 - q_2 p_1}\,.\, p_2 \sin q_4,\\
p_y &= p_1 \sin q_4 + \frac{p_4}{q_1 p_2 - q_2 p_1}\,.\, p_2 \cos q_4,\\
p_z &= p_2 \sqrt{1 - \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}},\\
p_u &= p_3\\
x &= q_1 \cos q_4 - \frac{p_4}{q_1 p_2 - q_2 p_1}\,.\, q_2 \sin q_4,\\
y &= q_1 \sin q_4 + \frac{p_4}{q_1 p_2 - q_2 p_1}\,.\, q_2 \cos q_4,\\
z &= q_2 \sqrt{1 - \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}}\\
u &= q_3.
\end{aligned}\right\} \qquad (B)$$

[6]) As far I know this contact-transformation has not yet been introduced in the litterature; we can get it by the composition of the transformation (C) and (A) of this paper.

We now have

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 + p_u^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2$$

and

$$x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2,$$

$$x^2 + y^2 = q_1^2 + q_2^2 \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}, \qquad x p_y - y p_x = p_4,$$

$$z^2 + u^2 = q_2^2 \left(1 - \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}\right) + q_3^2,$$

$$z p_u - u p_z = (q_2 p_3 - q_3 p_2) \sqrt{1 - \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}}.$$

The differential equations, when expressed in terms of the new variables, become

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H_2}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H_2}{\partial q_i}, \qquad (i = 1, 2, 3, 4),$$

where

$$H_2 = \frac{1}{2m}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2) - e^2 Z \left\{ \left(q_1^2 + q_2^2 \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2} \right)^{-\frac{1}{2}} + \right.$$
$$\left. + \left(q_3^2 + q_2^2 \left(1 - \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}\right)\right)^{-\frac{1}{2}} \right\} +$$
$$+ e^2 \left\{ q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + 2 q_2 \sqrt{1 - \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}} \left(q_1 \cos q_4 + \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{p_4}{q_1 p_2 - q_2 p_1} q_2 \sin q_4 \right) + \right\} \quad (III)$$
$$+ q_3 \left(q_1 \sin q_4 + \frac{p_4}{q_1 p_2 - q_2 p_1} q_2 \cos q_4 \right).$$
$$\cdot \frac{k^2 - p_4^2 - (q_2 p_3 - q_3 p_2)^2 \left(1 - \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}\right)}{p_4 (q_2 p_3 - q_3 p_2) \sqrt{1 - \frac{p_4^2}{(q_1 p_2 - q_2 p_1)^2}}}^{-\frac{1}{2}}.$$

Perform on the system the contact-transformation defined by the equations

$$q_i = \frac{\partial V_3}{\partial p_i}, \; P_i = \frac{\partial V_3}{\partial Q_i}, \qquad (i = 1, 2, 3, 4),$$

where[6])

$$V_3 = (p_2 \sin Q_3 + p_1 \cos Q_3) \cdot Q_1 \cos Q_2 +$$
$$+ \sqrt{p_3^2 + (p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3)^2} \cdot Q_1 \sin Q_2 + p_4 Q_4,$$

i. e.

[6]) E. T. Whittaker, l. c., § 160, p. 349. — J. M. Burgers, Het atoommodel van Rutherford-Bohr (Proefschrift Leiden), Haarlem 1918, § 17, p. 80.

$$q_1 = Q_1 \cos Q_2 \cos Q_3 - \frac{p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3}{\sqrt{p_3^2 + (p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3)^2}} Q_1 \sin Q_2 \sin Q_3,$$

$$q_2 = Q_1 \cos Q_2 \sin Q_3 + \frac{p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3}{\sqrt{p_3^2 + (p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3)^2}} Q_1 \sin Q_2 \cos Q_3,$$

$$q_3 = \frac{p_3}{\sqrt{p_3^2 + (p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3)^2}} Q_1 \sin Q_2,$$

$$q_4 = Q_4,$$

$$P_1 = (p_2 \sin Q_3 + p_1 \cos Q_3) \cos Q_2 + \\ + \sqrt{p_3^2 + (p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3)^2} \cdot \sin Q_2,$$

$$P_2 = -(p_2 \sin Q_3 + p_1 \cos Q_3) Q_1 \sin Q_2 + \\ + \sqrt{p_3^2 + (p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3)^2} \cdot Q_1 \cos Q_2,$$

$$P_3 = (p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3) Q_1 \cos Q_2 + \\ - \frac{(p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3)(p_3 \sin Q_3 + p_1 \cos Q_3)}{\sqrt{p_3^2 + (p_2 \cos Q_3 - p_1 \sin Q_3)^2}} Q_1 \sin Q_2,$$

$$P_4 = p_4,$$

or finally

$$p_1 = \left(P_1 \cos Q_2 - \frac{P_2}{Q_1} \sin Q_2\right) \cos Q_3 + \\ - \frac{P_3}{P_2}\left(P_1 \sin Q_2 + \frac{P_2}{Q_1} \cos Q_2\right) \sin Q_3,$$

$$p_2 = \left(P_1 \cos Q_2 - \frac{P_2}{Q_1} \sin Q_2\right) \sin Q_3 + \\ + \frac{P_3}{P_2}\left(P_1 \sin Q_2 + \frac{P_2}{Q_1} \cos Q_2\right) \cos Q_3,$$

$$p_3 = \left(P_1 \sin Q_2 + \frac{P_2}{Q_1} \cos Q_2\right) \sqrt{1 - \frac{P_3^2}{P_2^2}}, \qquad (C)$$

$$p_4 = P_4,$$

$$q_1 = Q_1 \left(\cos Q_2 \cos Q_3 - \frac{P_3}{P_2} \sin Q_2 \sin Q_3\right),$$

$$q_2 = Q_1 \left(\cos Q_2 \sin Q_3 + \frac{P_3}{P_2} \sin Q_2 \cos Q_3\right),$$

$$q_3 = Q_1 \sqrt{1 - \frac{P_3^2}{P_2^2}} \sin Q_2,$$

$$q_4 = Q_4.$$

We have therefore

$$p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = P_1^2 + \frac{P_2^2}{Q_1^2}, \quad q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = Q_1^2,$$

$$q_1 p_2 - q_2 p_1 = P_3, \; q_2 p_3 - q_3 p_2 = P_2 \sqrt{1 - \frac{P_3^2}{P_2^2}} \sin Q_3.$$

The equations of motion in terms of the new variables are

$$\dot{Q}_i = \frac{\partial H_3}{\partial P_i}, \; \dot{P}_i = -\frac{\partial H_3}{\partial Q_i}, \qquad (i = 1, 2, 3, 4),$$

where, on substitution in H_2 of the new variables for the old, we have

$$\left.\begin{aligned}
H_3 &= \frac{1}{2m}\left(P_1^2 + \frac{P_2^2}{Q_1^2}\right) - \frac{e^2}{Q_1} Z^* = W,\\
Z^* &= Z\left[\left\{\left(\cos Q_2 \cos Q_3 - \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \sin Q_3\right)^2 + \right.\right.\\
&\qquad \left.\left. + \frac{P_4^2}{P_3^2}\left(\cos Q_2 \sin Q_3 + \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \cos Q_3\right)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\right.\\
&+ \left\{\left(1 - \frac{P_3^2}{P_2^2}\right)\sin^2 Q_2 + \left(\cos Q_2 \sin Q_3 + \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \cos Q_3\right)^2\left(1 - \frac{P_4^2}{P_3^2}\right)\right\}^{-\frac{1}{2}}\Big]\\
&- \left[1 - 2\left\{\frac{P_4}{P_3}\left(\cos Q_2 \sin Q_3 + \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \cos Q_3\right)^2 \sin Q_4 + \right.\right.\\
&- \left(\cos Q_2 \cos Q_3 - \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \sin Q_3\right)\left(\cos Q_2 \sin Q_3 + \right.\\
&\qquad \left.\left. + \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \cos Q_3\right)\cos Q_4\right\}\sqrt{1 - \frac{P_4^2}{P_3^2}}\\
&+ \frac{k^2 - P_4^2 - P_2^2\left(1 - \frac{P_3^2}{P_2^2}\right)\left(1 - \frac{P_4^2}{P_3^2}\right)\sin^2 Q_3}{P_2 P_4 \sqrt{1 - \frac{P_4^2}{P_3^2}\sin Q_3}}\sin Q_2\left\{\left(\cos Q_2 \cos Q_3 + \right.\right.\\
&- \left.\left.\frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \sin Q_3\right)\sin Q_4 + \left(\cos Q_2 \sin Q_3 + \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \cos Q_3\right)\cdot\right.\\
&\qquad \left.\left.\cdot\frac{P_4}{P_3}\cos Q_4\right\}\right]^{-\frac{1}{2}}.
\end{aligned}\right\} (IV)$$

The two contact-transformations (B), (C) may be replaced by the contact-transformation of the type

$$\left.\begin{aligned}
p_x &= \left(P_1 \cos Q_2 - \frac{P_2}{Q_1}\sin Q_2\right)\left(\cos Q_3 \cos Q_4 - \frac{P_4}{P_3}\sin Q_3 \sin Q_4\right) +\\
&- \frac{P_3}{P_2}\left(P_1 \sin Q_2 + \frac{P_2}{Q_1}\cos Q_2\right)\left(\sin Q_3 \cos Q_4 + \frac{P_4}{P_3}\cos Q_3 \sin Q_4\right),\\
p_y &= \left(P_1 \cos Q_2 - \frac{P_2}{Q_1}\sin Q_2\right)\left(\cos Q_3 \sin Q_4 + \frac{P_4}{P_3}\sin Q_3 \cos Q_4\right) +\\
&- \frac{P_3}{P_2}\left(P_1 \sin Q_2 + \frac{P_2}{Q_1}\cos Q_2\right)\left(\sin Q_3 \sin Q_4 - \frac{P_4}{P_3}\cos Q_3 \cos Q_4\right),\\
p_z &= \left[P_1\left(\cos Q_2 \sin Q_3 + \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \cos Q_3\right) + \right.\\
&\qquad \left. - \frac{P_2}{Q_1}\left(\sin Q_2 \sin Q_3 - \frac{P_3}{P_2}\cos Q_2 \cos Q_3\right)\right]\sqrt{1 - \frac{P_4^2}{P_3^2}},\\
p_u &= \left[P_1 \sin Q_2 + \frac{P_2}{Q_1}\cos Q_2\right]\sqrt{1 - \frac{P_3^2}{P_2^2}},
\end{aligned}\right\} (D)$$

$$\left.\begin{aligned}
x &= Q_1\left\{\left(\cos Q_3 \cos Q_4 - \frac{P_4}{P_3}\sin Q_3 \sin Q_4\right)\cos Q_2 + \right.\\
&\qquad \left. - \frac{P_3}{P_2}\left(\sin Q_3 \cos Q_4 + \frac{P_4}{P_3}\cos Q_3 \sin Q_4\right)\sin Q_2\right\},\\
y &= Q_1\left\{\left(\cos Q_3 \sin Q_4 + \frac{P_4}{P_3}\sin Q_3 \cos Q_4\right)\cos Q_2 + \right.\\
&\qquad \left. - \frac{P_3}{P_2}\left(\sin Q_3 \sin Q_4 - \frac{P_4}{P_3}\cos Q_3 \cos Q_4\right)\sin Q_2,\right\},\\
z &= Q_1\left\{\cos Q_2 \sin Q_3 + \frac{P_3}{P_2}\sin Q_2 \cos Q_3\right\}\sqrt{1 - \frac{P_4^{\,2}}{P_3^{\,2}}},\\
u &= Q_1\sqrt{1 - \frac{P_3^{\,2}}{P_2^{\,2}}}\sin Q_2.
\end{aligned}\right\} \quad (D)$$

II.

In brief [suppressing the index 3], the equations of motion of the Problem of Three Bodies in the case of the neutral helium atom are reduced to the system of 8th order

$$\dot{Q}_i = \frac{\partial H}{\partial P_i}, \quad \dot{P}_i = -\frac{\partial H}{\partial Q_i}, \qquad (i = 1, 2, 3, 4), \qquad (1)$$

where

$$H = \frac{1}{2m}\left(P_1^{\,2} + \frac{P_2^{\,2}}{Q_1^{\,2}}\right) - \frac{e^2 Z^*}{Q_1} = W \qquad (2)$$

and

$$Z^* = Z^*\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_2, Q_3, Q_4,\right), \quad (P_5 = k = \text{Constant}). \quad (3)$$

Z^* is homogeneous of degree 0 in $P_2, P_3, P_4, P_5 = k$.

Thus, the problem of the helium atom can be reduced to the same form as the problem of the hydrogen atom; the problem of He differs from the corresponding problem of H only by certain modifications in the potential energy [Z^* is in the case of hydrogen $= 1$].

The equations of motion in their new form are

$$(4\,a)\quad \dot{Q}_1 = \frac{\partial H}{\partial P_1} = \frac{P_1}{m}, \qquad \dot{P}_1 = -\frac{\partial H}{\partial Q_1} = \frac{P_2^{\,2}}{m Q_1^{\,3}} - \frac{e^2 Z^*}{Q_1^{\,2}}, \quad (4\,a')$$

$$(4\,b)\quad \dot{Q}_2 = \frac{\partial H}{\partial P_2} = \frac{P_2^{\,2}}{m Q_1^{\,2}} - \frac{e^2}{Q_1}\frac{\partial Z^*}{\partial P_2}, \quad \dot{P}_2 = -\frac{\partial H}{\partial Q_2} = \frac{e^2}{Q_1}\frac{\partial Z^*}{\partial Q_2}, \quad (4\,b')$$

$$(4\,c)\quad \dot{Q}_2 = \frac{\partial H}{\partial P^3} = -\frac{e^2}{Q_1}\frac{\partial Z^*}{\partial P_3}, \quad \dot{P}_3 = -\frac{\partial H}{\partial Q_3} = \frac{e^2}{Q_1}\frac{\partial Z^*}{\partial Q_3}, \quad (4\,c')$$

$$(4\,d)\quad \dot{Q}_4 = \frac{\partial H}{\partial P_4} = -\frac{e^2}{Q_1}\frac{\partial Z^*}{\partial P_4}, \quad \dot{P}_4 = -\frac{\partial H}{\partial Q_4} = \frac{e^2}{Q_1}\frac{\partial Z^*}{\partial Q_4}. \quad (4\,d')$$

The derivative of Z^* with regard to the time t is

$$\frac{d Z^*}{d t} = \frac{\partial Z^*}{\partial P_2}\dot{P}_2 + \frac{\partial Z^*}{\partial P_3}\dot{P}_3 + \frac{\partial Z^*}{\partial P_4}\dot{P}_4 + \frac{\partial Z^*}{\partial P_5}\dot{P}_5 + \frac{\partial Z^*}{\partial Q_2}\dot{Q}_2 + \\ + \frac{\partial Z^*}{\partial Q_3}\dot{Q}_3 + \frac{\partial Z^*}{\partial Q_4}\dot{Q}_4.$$

With the help of the equations ($4\,b$—d, $4\,b'$—d') and by means of the equation $P_5 = k = \text{Constant}$, the simple relation results:

$$\frac{d\,Z^*}{d\,t} = \frac{P_2}{m\,Q_1^2}\frac{\partial\,Z^*}{\partial\,Q_2} = \frac{P_2\,\dot{P}_2}{m\,e^2\,Q_1}. \tag{5}$$

Differentiating the equation (2) we have

$$\frac{d\,H}{d\,t} = \frac{1}{m}\left(P_1\,\dot{P}_1 + \frac{P_2\dot{P}_2}{Q_1^2} - \frac{P_2^2\,\dot{Q}_1}{Q_1^3}\right) +$$
$$+ \frac{e^2\,Z^*}{Q_1^2}\,\dot{Q}_1 - \frac{e^2}{Q_1}\frac{d\,Z^*}{dt} = \frac{d\,W}{d\,t} = 0\,, \tag{6}$$

where W is the constant of energy. With respect to (5) we have from (6) the following equation:

$$\frac{1}{m}P_1\,\dot{P}_1 - \left(\frac{P_2^2}{m\,Q_1^3} - \frac{e^2\,Z^*}{Q_1^2}\right)\dot{Q}_1 = O. \tag{7}$$

By means of the substitution $P_1 = m\,\dot{Q}_1$ [compare the equation $(4a)$] we obtain

$$\left(\dot{P}_1 - \frac{P_2^2}{m\,Q_1^3} + \frac{e^2\,Z^*}{Q_1^2}\right)\dot{Q}_1 = 0. \tag{8}$$

We arrive at the alternative, that either

$$\dot{P}_1 = \frac{P_2^2}{m\,Q_1^3} - \frac{e^2\,Z^*}{Q_1^2}$$

only, this is the equation $(4\,a')$ of the set $(4\,a$—$d')$, or also

$$\dot{Q}_1 = 0,$$

so that

$$\underline{Q_1 = Constant.} \tag{9}$$

We shall now proceed to consider this „singular" solution (9) *of the considered problem.*

The equations $(4\,a)$, (9) shew that

$$P_1 = 0. \tag{10}$$

Thus $(4\,a')$ becomes

$$\dot{P}_1 = \frac{P_2^2}{m\,Q_1^3} - \frac{e^2\,Z^*}{Q_1^2} = 0$$

and we obtain [compare (9)]

$$Q_1 = \frac{P_2^2}{m\,e^2\,Z^*} = \text{Constant}. \tag{11}$$

Substituting from (9), (10), (11) in the Hamiltonian system we may write

$$(12\,a)\quad \dot{Q}_1 = 0, \qquad \dot{P}_1 = 0, \qquad (12\,a')$$

$$(12\,b)\quad \dot{Q}_2 = \frac{m\,e^4\,Z^*}{P_2^{\,2}}\left(\frac{Z^*}{P_2} - \frac{\partial\,Z^*}{\partial\,P_2}\right), \qquad \dot{P}_2 = \frac{m\,e^4\,Z^*}{P_2^{\,2}}\,\frac{\partial\,Z^*}{\partial\,Q_2}, \qquad (12\,b')$$

$$(12\,c)\quad \dot{Q}_3 = -\,\frac{m\,e^4\,Z^*}{P_2^{\,2}}\,\frac{\partial\,Z^*}{\partial\,P_3}, \qquad \dot{P}_3 = \frac{m\,e^4\,Z^*}{P_2^{\,2}}\,\frac{\partial\,Z^*}{\partial\,Q_3}, \qquad (12\,c')$$

$$(12\,d)\quad \dot{Q}_4 = -\,\frac{m\,e^4\,Z^*}{P_2^{\,2}}\,\frac{\partial\,Z^*}{\partial\,P_4}, \qquad \dot{P}_4 = \frac{m\,e^4\,Z^*}{P_2^{\,2}}\,\frac{\partial\,Z^*}{\partial\,Q_4}. \qquad (12\,d')$$

The system $(4\,a—d')$ may therefore be replaced in this „singular" case by the system $(12\,a—d')$. Let H' denote the function derived from H by making the substitution for P_1 and Q_1 [from (10) and (11)], and let s denote any one of the quantities $P_2, P_3, P_4, Q_2, Q_3, Q_4$; then we have

$$\frac{\partial\,H'}{\partial\,s} = \frac{\partial\,H}{\partial\,s} + \frac{\partial\,H}{\partial\,Q_1}\,\frac{\partial\,Q_1}{\partial\,s} = \frac{\partial\,H}{\partial\,s} - \dot{P}_1\,\frac{\partial\,Q_1}{\partial\,s} = \frac{\partial\,H}{\partial\,s}$$

and it is therefore allowable to substitute for P_1 and Q_1 in H *before* the derivates of H have been formed. The equations of motion $(12\,a—d')$ may be written in the form

$$\dot{Q}_i = \frac{\partial\,H'}{\partial\,P_i}, \quad \dot{P}_i = -\,\frac{\partial\,H'}{\partial\,Q_i}, \quad (i = 2, 3, 4), \qquad (12^*)$$

where, effecting in H the transformations which have been indicated, we have

$$H' = -\,\frac{m\,e^4\,Z^{*2}}{2\,P_2^{\,2}} = W = \text{Constant}. \qquad (13)$$

If in (5) we substitute the value of Q_1 from (11) we find

$$\frac{d\,Z^*}{d\,t} = \frac{Z^*}{P_2}\,\dot{P}_2,$$

and therefore

$$\frac{Z^*}{P_2} = \text{Constant}.$$

From (11) and this last equation [or from (11) and (13)] we have

$$Z^* = \text{Constant} \qquad (14)$$

and

$$P_2 = \text{Constant}. \qquad (15)$$

Refering to the equation $(12\,b')$, we obtain

$$\dot{P}_2 = \frac{m\,e^4\,Z^*}{P_2^{\,2}}\,\frac{\partial\,Z^*}{\partial\,Q_2} = 0$$

i. e.

$$\frac{\partial\,Z^*}{\partial\,Q_2} = 0. \qquad (16)$$

From the latter equation we find

$$Q_2 = Q_2\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_3, Q_4\right) \tag{16*}$$

Now let H'' be the function obtained when this value of Q_2 is substituted in H'; then if s denotes any one of the variables P_2, P_3, P_4, Q_3, Q_4, we have

$$\frac{\partial H''}{\partial s} = \frac{\partial H'}{\partial s} + \frac{\partial H'}{\partial Q_2}\frac{\partial Q_2}{\partial s} = \frac{\partial H'}{\partial s} - \dot{P}_2\frac{\partial Q_2}{\partial s} = \frac{\partial H'}{\partial s};$$

in other words, we can make the substitution for Q_2 in H' *before* forming the derivates of H'; and thus the equations of motion (12*) are reduced to the system

$$(17\,a) \qquad \dot{Q}_2 = \frac{\partial H''}{\partial P_2} = \frac{m\,e^4\,Z_1^*}{P_2^2}\left(\frac{Z_1^*}{P_2} - \frac{\partial Z_1^*}{\partial P_2}\right),$$

$$\dot{P}_2 = -\frac{\partial H''}{\partial Q_2} = 0, \tag{17\,a'}$$

$$(17\,b) \qquad \dot{Q}_3 = \frac{\partial H''}{\partial P_3} = -\frac{m\,e^4\,Z_1^*}{P_2^2}\frac{\partial Z_1^*}{\partial P^2},$$

$$\dot{P}_3 = -\frac{\partial H''}{\partial Q_3} = \frac{m\,e^4\,Z_1^*}{P_2^2}\frac{\partial Z_1^*}{\partial Q_3}, \tag{17\,b'}$$

$$(17\,c) \qquad \dot{Q}_4 = \frac{\partial H''}{\partial P_4} = -\frac{m\,e^4\,Z_1^*}{P_2^2}\frac{\partial Z_1^*}{\partial P_4},$$

$$\dot{P}_4 = -\frac{\partial H''}{\partial Q_4} = \frac{m\,e^4\,Z_1^*}{P_2^2}\frac{\partial Z_1^*}{\partial Q_4}, \tag{17\,c'}$$

where

$$H'' = -\frac{m\,e^4\,Z_1^{*2}}{2\,P_2^2} = W = \text{Constant} \tag{18}$$

and

$$Z_1^* = Z_1^*\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_3, Q^1\right) \tag{19}$$

is the function obtained when the value of Q_2 from (16*) is substituted in Z^*.

III.

Before proceeding to discuss these equations, it is convenient to calculate the following illustrative example.

The Hamiltonian function H of the problem of two bodies in a plane in the case of the hydrogen atom is

$$H = \frac{1}{2\,m}\left(p_x^2 + p_y^2\right) - \frac{e^2\,Z}{\sqrt{x^2+y^2}} = W \tag{20}$$

and the equations of motion of this problem are

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p_x}, \qquad \dot{p}_x = -\frac{\partial H}{\partial x},$$

$$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial p_y}, \qquad \dot{p}_y = -\frac{\partial H}{\partial y}.$$

It is easily seen that (x, y) are the coordinates of the electron relative to the nucleus.

Apply to the variables the contact-transformation defined by the equations

$$P_1 = \frac{\partial V_4}{\partial Q_1}, \qquad x = \frac{\partial V_4}{\partial p_x},$$

$$P_2 = \frac{\partial V_4}{\partial Q_2}, \qquad y = \frac{\partial V_4}{\partial p_y},$$

where

$$V_4 = p_x \sqrt{Q_2^2 - Q_1^2} + p_y Q_1.$$

The equations of motion in their new form are

$$\left.\begin{aligned} \dot{Q}_1 = \frac{\partial H'}{\partial P_1} = \frac{1}{m}\left(P_1 + P_2 \frac{Q_1}{Q_2}\right), \quad \dot{P}_1 = -\frac{\partial H'}{\partial Q_1} = -\frac{P_1 P_2}{m Q_2}, \\ \dot{Q}_2 = \frac{\partial H'}{\partial P_2} = \frac{1}{m}\left(P_2 + P_1 \frac{Q_1}{Q_2}\right), \\ \dot{P}_2 = -\frac{\partial H'}{\partial Q_2} = -\frac{1}{Q_2^2}\left(\frac{P_1 P_2 Q_1}{m} - e^2 Z\right), \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

where

$$H' = \frac{1}{2m}\left(P_1^2 + P_2^2 + 2 P_1 P_2 \frac{Q_1}{Q_2}\right) - \frac{e^2 Z}{Q_2} = W, \ (Q_2 > 0). \qquad (22)$$

It is well known that $Q_2 =$ Constant [the circular orbit of the electron] is a particular solution of the problem considered.

If $Q_2 =$ Constant then

$$\dot{Q}_2 = \frac{1}{m}\left(P_2 + P_1 \frac{Q_1}{Q_2}\right) = 0,$$

hence

$$P_2 = -P_1 \frac{Q_1}{Q_2}. \qquad (23)$$

Let H'' denote the function derived from H' by making the substitution for P_2 [from (23)], and let s denote any one of the quantities Q_1 Q_2, P_1; then we have

$$\frac{\partial H''}{\partial s} = \frac{\partial H'}{\partial s} + \frac{\partial H'}{\partial P_2}\frac{\partial P_2}{\partial s} = \frac{\partial H'}{\partial s} + \dot{Q}_2 \frac{\partial P_2}{\partial s} = \frac{\partial H'}{\partial s}.$$

The equations of motion may be written in the form

$$\left.\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= \frac{\partial H''}{\partial P_1} = \frac{P_1}{m}\left(1 - \frac{Q_1^2}{Q_2^2}\right), & \dot{P}_1 &= -\frac{\partial H''}{\partial Q_1} = \frac{P_1^2}{m}\frac{Q_1}{Q_2}, \\ \dot{Q}_2 &= \frac{\partial H''}{\partial P_2} = 0, & \dot{P}_2 &= -\frac{\partial H''}{\partial Q_2} = -\frac{P_1^2 Q_1^2}{m Q_2^3} - \frac{e^2 Z}{Q_2^2}, \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

where

$$H'' = \frac{1}{2m} P_1^2\left(1 - \frac{Q_1^2}{Q_2^2}\right) - \frac{e^2 Z}{Q_2} = W. \tag{25}$$

Differentiating the equation (23) with regard to the time t we have

$$P_1 \dot{Q}_1 + \dot{P}_1 Q_1 + \dot{P}_2 Q_2 = 0.$$

Substituting in this equation for Q_1, P_1, P_2 their values as given by the equations of motion, we have the relation

$$\frac{P_1^2}{m}\left(1 - \frac{Q_1^2}{Q_2^2}\right) - \frac{e^2 Z}{Q_2} = 0. \tag{26}$$

From the equation (26) we obtain

$$\frac{1}{Q_2} = \frac{1}{2 P_1^2 Q_1^2}\left(-m e^2 Z + \sqrt{m^2 e^4 Z^2 + 4 P_1^4 Q_1^2}\right) \tag{27}$$

since $Q_2 > 0$. Now let H''' be the function obtained when this value of Q_2 is substituted in H''; then if s denotes any one of the variables P_1, Q_1, we have

$$\frac{\partial H'''}{\partial s} = \frac{\partial H''}{\partial s} + \frac{\partial H''}{\partial Q_2}\frac{\partial Q_2}{\partial s} \mp \frac{\partial H''}{\partial s}.$$

Hence

$$H''' = -\frac{e^2 Z}{4 P_1^2 Q_1^2}\left(-m e^2 Z + \sqrt{m^2 e^4 Z^2 + 4 P_1^4 Q_1^2}\right)$$

is no longer the Hamiltonian function of the considered problem.

The total energy of the system is given by

$$W = -\frac{e^2 Z}{4 P_1^2 Q_1^2}\left(-m e^2 Z + \sqrt{m^2 e^4 Z^2 + 4 P_1^4 Q_1^2}\right)$$

so that

$$P_1 = \sqrt{\frac{2m(-W)}{1 - \frac{4W^2}{e^4 Z^2} Q_1^2}}.$$

It is easy to see that

$$\int_0 \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{\alpha}\right)^2}} = 2\pi|\alpha|.$$

Thus

$$J = \int_0 P_1 \, dQ_1 = 2\pi \frac{e^2 Z}{2|W|}\sqrt{2m(-W)}$$

and the total energy of the system

$$W = -\frac{2\pi^2 m e^4 Z^2}{J^2}. \tag{28}$$

This is the well-known value of the total energy of the hydrogen atom [$Z = 1$, $J = n h$].[7])

IV.

We shall now proceed to consider the equations (16*), (17 a—c').

Differentiating the equation (16*) we have

$$\dot{Q}_2 = \frac{\partial Q_2}{\partial P_3}\dot{P}_3 + \frac{\partial Q_2}{\partial P_4}\dot{P}_4 + \frac{\partial Q_2}{\partial Q_3}\dot{Q}_3 + \frac{\partial Q_2}{\partial Q_4}\dot{Q}_4$$

where the quantities $\dot{Q}_2$, $\dot{P}_3$, $\dot{P}_4$, $\dot{Q}_3$, $\dot{Q}_4$ are to be replaced by their values as given by the equations of motion (17 a—c'), i. e.

$$\Phi\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_3, Q_4\right) = 0.$$

From this equation we obtain

$$\text{either } Q_4 = Q_4\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_3\right) \text{ or } Q_3 = Q_3\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_4\right). \tag{29}$$

Let H''' denote the function derived from H'' by making this substitution for Q_4, Q_3 respectively, and let s denote any one of the quantities P_2, P_3, P_4, Q_3; P_2, P_3, P_4, Q_4 respectively, we have

$$\frac{\partial H'''}{\partial s} = \frac{\partial H''}{\partial s} + \frac{\partial H''}{\partial Q_4}\frac{\partial Q_4}{\partial s} =|= \frac{\partial H''}{\partial s},$$

$$\frac{\partial H'''}{\partial s} = \frac{\partial H''}{\partial s} + \frac{\partial H''}{\partial Q_3}\frac{\partial Q_3}{\partial s} =|= \frac{\partial H''}{\partial s} \qquad \text{respectively.}$$

Hence

$$H''' = -\frac{m e^4 {Z_2}^{*2}}{2 P_2^2} \tag{30}$$

[where

$$Z_2^* = Z_2^*\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_3\right),$$

$$Z_2^* = {Z^*}_{II}\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_4\right), \text{ respectively,} \tag{31}$$

is the function obtained when the value of Q_4, Q_3 respectively is substituted in Z_1^*] is no longer the Hamiltonian function of the considered problem.

[7]) M. Born, l. c. p. 159, form. (3).

The total energy of the system is given by

$$W = - \frac{m\, e^4\, Z_2^{*2}}{2\, P_2^{\,2}}, \tag{32}$$

where Z_2^* is given by the equations (31).

Let us assume that this equation can be solved with regard to P_3, P_4 respectively; ve get

$$\begin{aligned} \frac{P_3}{P_2} &= f\left(-2\, W\, P_2^{\,2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_3\right), \\ \frac{P_4}{P_2} &= g\left(-2\, W\, P_2^{\,2}, \frac{P_3}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}, Q_4\right) \text{ respectively.} \end{aligned} \tag{33}$$

If we put

$$P_i = \frac{\partial\, S}{\partial\, Q_i}, \quad (i = 2, 3, 4, 5),$$

we see that, if $S = S_2\,(Q_2) + S_3\,(Q_3) + S_4\,(Q_4) + S_5\,(Q_5)$, then [keeping P_4, P_3 respectively constant]

$$\begin{aligned} J_3 &= \int_0 P_3\, d\, Q_3 = \int_0 \frac{\partial\, S}{\partial\, Q_3}\, d\, Q_3 = \int_0 \frac{d\, S_3}{d\, Q_3}\, d\, Q_3, \\ J_4 &= \int_0 P_4\, d\, Q_4 = \int_0 \frac{\partial\, S}{\partial\, Q_4}\, d\, Q_4 = \int_0 \frac{d\, S_4}{d\, Q_4}\, d\, Q_4 \text{ respectively,} \end{aligned} \tag{34}$$

where the quantities P_3, P_4 respectively are to be replaced by their values as given by the equations (33). From the equations (34) we have the relation

$$W = - \frac{m\, e^4\, \widehat{Z}^2}{2\, P_2^{\,2}}, \tag{35}$$

where

$$\widehat{Z} = \tilde{Z}\left(\frac{J_3}{P_2}, \frac{P_4}{P_2}, \frac{P_5}{P_2}\right), \quad \widehat{Z} = \tilde{Z}'\left(\frac{P_3}{P_2}, \frac{J_4}{P_2}, \frac{J_5}{P_2}\right) \text{ respectively.}$$

Writing

$$J_2 = 2\,\pi\, P_2,\ J_3,\ J_4 = 2\,\pi\, P_4,\ J_5 = 2\,\pi\, P_5,$$

$$J_2 = 2\,\pi\, P_2,\ J_3 = 2\,\pi\, P_3,\ J_4,\ J_5 = 2\,\pi\, P_5 \text{ respectively,}$$

the relation (35) may be written

$$W = - \frac{2\,\pi^2\, m\, e^4\, \widehat{Z}^2}{J_2^{\,2}}, \tag{36}$$

where

$$\begin{aligned} \widehat{Z} &= \widehat{Z}\left(\frac{J_3}{J_2}, \frac{J_4}{J_2}, \frac{J_5}{J_2}\right), \\ \widehat{Z} &= \widehat{Z}'\left(\frac{J_3}{J_2}, \frac{J_4}{J_2}, \frac{J_5}{J_2}\right) \text{ respectively.} \end{aligned} \tag{37}$$

The constants J_k are the action variables of the considered system. The quantum equations of restriction are $J_k = n_k\, h$, $(k = 2, 3, 4, 5)$.

V.

The equations of motion remain Hamiltonian after this transformation is made and are

$$\dot{w}_k = \frac{\partial W}{\partial J_k}, \quad \dot{J}_k = -\frac{\partial W}{\partial w_k} = 0.$$

Since W is constant, and is a function of the constants J_k only,

$$\dot{w}_k = \nu_k = \frac{\partial W}{\partial J_k} = \text{Const.}^{8})$$

and

$$w_k = \nu_k t + \delta_k ,$$

where ν_k and δ_k are constants. Thus the new coordinates w_k, so introduced, are variables which increase indefinitely with the time, and are therefore called angle variables.

It is well known that the total energy W may be written[9])

$$W = \sum_{k=2}^{5} J_k \dot{w}_k - \bar{L}, \tag{38}$$

where L is the mean value of the kinetic potential $L = T - V$, T the kinetic energy and V the potential energy.

According to Jacobi's theorem is in the case of the Coulombian field[10])

$$\left.\begin{aligned} \bar{T} &= -\tfrac{1}{2}\bar{V} \\ W &= \bar{T} + \bar{V} = \tfrac{1}{2}\bar{V} = -\bar{T} \\ \bar{L} &= \bar{T} - \bar{V} = -\tfrac{3}{2}\bar{V} = 3\bar{T} = -3W, \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

where $\bar{L}$, W, $\bar{T}$, $\bar{V}$ etc. are the mean values of L, W, T, V etc.

With the help of these equations, we find the equation[11])

$$\sum_{k=2}^{5} J_k \frac{\partial W}{\partial J_k} = -2W. \tag{40}$$

---

[8]) J. M. Burgers, l. c. § 10, p. 43, equat. (5). — N. Bohr (P. Hertz) Über die Quantentheorie der Linienspektren, Braunschweig, 1923, p. 40, equat. (5).

[9]) E. T. Whittaker, l. c., § 41, 109. — A. Sommerfeld, Atombau, u. Spektrallinien, 4. Aufl., 1924., Zusatz 4, p. 766, form. (13a). — V. Trkal, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, *21*, 1923 p. 81, form. (3). — J. H. van Vleck, Phys. Review, *22*, 547 (1923).

[10]) A. Sommerfeld, l. c. Zusatz 5., p. 771, 772. — M. Born, l. c., p. 159 form. (3).

[11]) Cf. the relation $2\bar{T} = \sum_{k=2}^{5} J_k \nu_k$; compare J. M. Burgers, l. c. 16, p. 72, form. (I). — M. Born, l. c., p. 94, form. (18).

The integral of this partial differential equation is, as it is well known,

$$W = \frac{1}{J_2^2} F\left(\frac{J_3}{J_2}, \frac{J_4}{J_2}, \frac{J_5}{J_2}\right) \tag{41}$$

(where F is the symbol of an arbitrary function), agreeing with formula (36).

Let us write $-\frac{1}{3}\overline{L}$ instead of the energy W, so that we have

$$\sum_{k=2}^{5} J_k \nu_k = \frac{2}{3}\overline{L}, \tag{42}$$

The differential of W is

$$d\,W = \sum_{k=2}^{5} \frac{\partial\, W}{\partial\, J_k}\, d\, J_k = \sum_{k=2}^{5} \nu_k\, d\, J_k, \tag{43}$$

i. e.

$$-\frac{1}{3}\, d\,\overline{L} = \sum_{k=2}^{5} \nu_k\, d\, J_k. \tag{44}$$

From the formula (42) it follows that we can write $d\,\overline{L}$ in the form

$$\frac{2}{3}\, d\,\overline{L} = \sum_{k=2}^{5} J_k\, d\,\nu_k + \sum_{k=2}^{5} \nu_k\, d\, J_k. \tag{45}$$

Thus, on comparing the equations (44) and (45), we have

$$d\,\overline{L} = \sum_{k=2}^{5} J_k\, d\,\nu_k. \tag{46}$$

It follows, that[12])

$$J_k = \frac{\partial\,\overline{L}\,(\nu)}{\partial\,\nu_k} = -\,3\,\frac{\partial\, W\,(\nu)}{\partial\,\nu_k} \tag{47}$$

where $\overline{L}$, W are functions of the constants ν_k only.

VI.

In brief, it is found that the „singular" solution $Q_1 =$ Constant of the equations of motion of the neutral helium atom (1), (2), (3), (*IV*) leads to the result (36), (37).

---

[12]) (Note added in proof. July 1926). — Recently the author has been able to make an extension of the formula $J_k = \partial\,\overline{L\,(\nu)}\,|\,\partial\,\nu_k$ for each field. In the present paper is this formula deduced for a purely Coulomb field. Cf. V. Trkal. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, *55*, 343—351, 1926.

Since the expression Z^* [cf. the formula (IV)] is very complicated it has not yet been possible to calculate the expression W [cf. (36)] in a more complete form; therefore a confirmation of the theory cannot be given in the present paper. The problem cannot be solved without a knowledge of any convenient approximations.

January 1926.

Institute for Theoretical Physics of the Czech (Charles-) University,

Sur les dislocations affectant le massif granitique de la Bohême centrale.

Par

RADIM KETTNER

(Prague).

(Avec une carte géologique schématique.)

Présenté le 23 avril 1926.

Je désire de parler ici en détails des dislocations affectant le massif granitique de la Bohême centrale et surtout de mettre en évidence leur caractère et leur rapport avec les filons éruptifs traversant le granite. Dans mes notes antérieurement publiées[1]) je me suis déjà occupé du développement tectonique de la Bohême centrale et j'ai distingué *trois phases orogéniques* dans le plissement varisque ; je considérais la plupart des dislocations atteignant le massif granitique comme due à la *troisième phase*, ou *phase finale* du plissement varisque.

Les dislocations postgranitiques sont actuellement connues en très grand nombre dans la région entre *Hradešín* près de *Ouvaly* et les environs sud-est de *Příbram*, grâce à la levée d'une carte géologique détaillée de cette région. Ces dislocations sont le mieux exprimées près de la limite nord du massif granitique qui est souvent atteinte par les dislocations postgranitiques et acquiert un parcours denté. En outre, on peut bien les observer sur les „*îles phyllitiques*" — dernier reste du manteau sédimentaire qui recouvrait autrefois le granite.

Les assises du manteau sédimentaire encaissant le massif granitique et la limite nord du granite ont la même direction ; la direction des dislocations postgranitiques est justement normale à la direction dominante des

---

[1]) Radim Kettner: Ueber die Eruptionsfolge und die gebirgsbildenden Phasen in einem Teile des südöstlichen Flügels des Barrandiens ; ein Beitrag zur Kenntnis der variskischen Gebirgsbildung in Mittelböhmen, Jahrbuch d. k. k. geol. Reichsanstalt in Wien, Bd. 67., 1917. Principes de la tectonique de la Bohême centrale, Comptes rendus du Congrès Géologique international, Bruxelles 1922.

assises des roches encaissant le granite et au parcours de la limite du massif granitique. Elles sont donc dirigées du NW au SE ou même du NNW au SSE, tout-à-fait, comme les *dislocations transversales* affectant le Barrandien disposé hors des limites de la région formée de granite. On n'a pas pu révéler, au moins jusqu'à présent, dans la région cartographiée du massif granitique de dislocations postgranitiques *longitudinales*, c'est-à-dire ayant la direction NE-SW.

Les dislocations postgranitiques, révélées jusqu'à présent entre *Hradešín* près de *Ouvaly* et *Příbram*, sont représentées sur la carte schématique ci-jointe.

Les dislocations postgranitiques qui affectent également les formations sédimentaires encaissant le granite n'atteignent ordinairement que les assises algonkiennes et les assises du Paléozoïque inférieur. Seulement dans la région située à l'Est de *Říčany* on a pu constater que les dislocations traversant le granite affectent également le *Permien* de *Černý Kostelec* et le *Crétacé* des environs sud-est de Prague.

Le fait que les dislocations postgranitiques traversent aussi parfois le Permien et le Crétacé, pourrait conduire à la conclusion que ces dislocations sont de date relativement très récente et parlerait contre notre opinion suivant laquelle les dislocations postgranitiques signifient une phase finale du plissement varisque dans la Bohême centrale. Dans la suite nous tâcherons de montrer qu'une conclusion pareille est fausse, car la formation des dislocations postgranitiques correspond sûrement à un temps où les phénomènes de volcanisme de profondeur, liés au foyer magmatique du granite de la Bohême centrale, étaient encore loin d'être terminés. Le fait que certaines dislocations postgranitiques affectent le Permien et le Crétacé nous montre seulement *qu'il s'agit dans ce cas de dislocations postgranitiques rajeunies ultérieurement.*

Les dislocations postgranitiques qui pénétrent du massif granitique dans les formations du Barrandien ne sont liées qu'*à une zone étroite jalonnant la limite granitique*; à peu de distance de la limite du granite ces dislocations se perdent.

Les dislocations transversales qui appartiennent à la deuxième phase du plissement varisque, et qui sont donc de date plus ancienne que la mise en place du massif granitique de la Bohême centrale, ont des caractères très différents. Suivant certaines d'entre elles se sont produits des *décrochements horizontaux*, d'autres appartiennent à la catégorie des *affaissements*, enfin certaines d'entre elles, comme l'a démontré O. K o d y m dans une série de publications, sont des *failes inverses transversales*. Quel est le caractère des dislocations transversales postgranitiques?

Nous pouvons en juger le mieux en examinant *les lambeaux dit „phyllitiques"*, c'est à dire les restes de la courverture sédimentaire du massif granitique conservés au milieu de la région formée par le granite. La nouvelle

carte de J. Koutek[2]) de la partie Est du lambeau de *Neveklov* et de *Netvořice* nous montre que les dislocations postgranitiques sont, sans aucun doute, des *affaissements*. La même observation peut être faite sur les dislocations très nettes des environs de *Netvořice*; la limite brusque du granite, ou, respectivement, du lambeau de *Neveklov* et de *Netvořice*, déterminée par des dislocations, nous montre que ce lambeau schisteux s'est effondré dans le granite. L'étude de la tectonique des autres lambeaux sédimentaires plantés au milieu du granite, comme p. ex des lambeaux de *Zbořený Kostelec*, d'*Ondřejov*, de *Čerčany* etc. nous conduit à la même conclusion.

L'étude du caractère de la limite du granite avec les formations sédimentaires du Barrandien, accidentée par de nombreuses fractures transversales, nous montre que dans ce cas aussi *il s'agit de dislocations ayant le caractère d'effondrements*. Les environs de *Nový Knín* nous présentent une région, classique pour l'étude de ces phénomènes. Ici, la présence d'affaissements s'exprime surtout par la largeur inégale de la zone de contact autour du granite et par le caractère de la limite de l'Algonkien dans les environs de *Pankov*; le caractère de cette limite nous montre avec une netteté extraordinaire qu'une partie de la courverture algonkienne s'est affaissée et se trouve entourée de granite. Près de *Nový Knín* le granite s'avance vers le Nord et est limité au NE et au SW par des failles postgranitiques de direction NW-SE. Cette disposition du granite se présente donc comme un horst limité par des zones affaissées suivant des failles transversales. Au contraire, les environs de *Borotice* et la région algonkienne de *Pankov* doivent être considérés comme fosses existant près de la limite du massif granitique.

Cette manière de considérer les dislocations transversales postgranitiques fut exposée déjà dans mon travail en 1917.[3]) Le granite de la Bohême centrale se comportait par rapport aux mouvements orogéniques varisques d'une manière *tout à fait passive*. Sa mise en place n'a produit aucune influence tectonique sur le manteau sédimentaire schisteux; au contraire, la mise en place du granite signala la fin de l'action de la pression orogénique. Celle-ci a atteint son maximum avant la montée du granite de la Bohême centrale, ce qui s'exprime par la formation de la faille inverse de *Závist*; en même temps la zone éruptive de Jílové acquit sous l'influence de la pression une schistosité caractéristique. Ces phénomènes ont été probablement accompagnés par la formation d'autres dislocations qui seront révélées par les études géologiques ultérieures. *Le granite pouvait jouer un rôle actif seulement lors de sa consolidation*. A ce moment, son volume commença à diminuer et lors du retrait se formèrent les fractures qui correspondent aux cassures qui existaient dans le manteau sédimentaire, les zones déli-

---

[2]) Jaromír Koutek: La géologie de la région entre Benešov et Neveklov dans la Bohême centrale, „Sborník" du Service géologique tchécoslovaque vol. V., Prague 1925.

[3]) voir l. c. [1]).

mitées par les fractures s'affaissèrent. Les cassures affectant le manteau sédimentaire avaient dans la plupart des cas une direction parallèle à celle des dislocations transversales formées avant la consolidation du granite; il est donc naturel que les affaissements qui se formaient lors de la consolidation et du retrait du granite, avaient la même orientation que les dislocations transversales. L'influence de la diminution du volume de la masse granitique ne se faisait naturellement pas sentir à grande distance du contact du granite avec les roches sédimentaires encaissantes, ce qui est bien évident du fait que les dislocations transversales postgranitiques s'évanouissent à peu de distance de la limite du massif granitique comme nous l'avons déjà mentionné.

* * *

Ces derniers temps l'étude des massifs granitiques à aquis un intérêt nouveau grâce aux recherches de Hans Cloos.[4]) M. H. Cloos prête une attention spéciale à la disposition et l'orientation des fissures dans le granite, des filons éruptifs, à la structure parallèle du granite et à d'autres phénomènes qu'on peut observer dans les massifs granitiques; il constata que ces phénomènes présentent une certaine régularité et qu'il existe des lois qui les mettent en raport avec *l'influence de la pression orogénique* à laquelle le massif granitique avait été soumis lors de sa mise en place et après sa consolidation. L'étude des fissures, des filons éruptifs etc. dans les massifs granitiques a fourni grâce aux travaux de Cloos un point d'appui extrêmement précieux pour la compréhension de la tectonique des massifs granitiques et des formations qui les encaissent.

Le massif granitique de la Bohême centrale présente une région extrêmement favorable à l'application des mesures, dites *granotectoniques*. Déjà les recherches de M. Boh. Stočes[5]) dans le territoire granitique à l'Est de *Příbram* et nos recherches dans les environs de *Nový Knín* et dans la vallée de la *Sázava* et de la *Vltava* près *des chutes de St. Jean* (Svatojanské proudy) ont démontré l'existence d'un grand nombre de filons éruptifs de disposition régulière, plus jeunes que le granite qu'ils traversent. Ces faits démontraient l'exactitude des conclusions de Cloos et leur valabilité pour le territoire du massif granitique de la Bohême centrale.

M. Jaromír Koutek a récemment commencé l'étude systématique du massif granitique en se servant des méthodes granotectoniques de M. H. Cloos. Il a soumis à l'analyse surtout la région formée de granite dans la vallée de la Sázava entre *Žampach* et *Chocerady* et au Sud de cette

---

[4]) Hans Cloos: Der Mechanismus tiefvulkanischer Vorgänge, Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1921; Das Batholithenproblem, Bornträger, Berlin 1923, Tektonik und Magma, Abhandl. d. Preuss. Geol. Landesanstalt, Berlin 1922 et 1924.

[5]) Boh. Stočes: Výskyt zlata na Bytíze, „Rozpravy" de l'Académie tchéque Prague 1918; R. Kettner et B. Stočes: Carte géologique du district de Dobříš, 1:25.000, Prague 1920.

région dans les environs de *Neveklov* et de *Benešov*. Dans sa note „*Sur la persistance de la pression orogénique de Jílové durant l'intrusion et la consolidation du granite de la Bohême centrale*" M. J. Koutek[6]) a décrit une région granitique très intéressante dans les environs de *Žampach* et *Teletín* à l'Est des *chutes de St. Jean*.

La limite du massif granitique dans cette région a un parcours presque linéaire de direction NNE—SSW et s'étend de *Pohoří* près de *Chotouň* vers *Žampach, Krňany, Teletín* et *Jablonné*. Elle est ici parallèle à la zone éruptive de Jílové de laquelle le massif granitique n'est séparé que par une mince bande de sédiments algonkiens devenus schisteux sous l'influence de la pression de Jílové et atteints par le métamorphisme de contact. En certains endroits, surtout le long de la coupe classique de la vallée de la Sázava à *Žampach*[7]) et dans la forêt *Halíře* au SE de *Jílové*, le granite envoie des apophyses digitiformes traversant l'Algonkien, qui ont une allure concordante avec la schistosité due à la pression de Jílové.

La formation éruptive de Jílové a été soumise à l'influence de la pression orogénique qui a déterminé un laminage intense et une texture schisteuse de direction NNE—SSW des roches. Il n'en est pas de même pour le granite qui présente une structure grenue et non-orientée. Seulement dans le voisinage du contact du granite avec la bande mince des schistes algonkiens, les éléments du granite aquièrent une *disposition orientée* ce qui détermine la présence d'une *texture parallèle* au parcours de la surface de contact du granite et à l'orientation des éléments du granite.

En se basant sur ces faits on serait en droit de conclure que *la pression de Jílové se faisait encore sentir durant et après la consolidation du granite de la Bohême centrale*.

Cette conclusion pourrait être considérée comme absolument exacte seulement *s'il n'y avait pas dans le massif granitique de la Bohême centrale et ses confins de dislocations postgranitiques* dont nous venons de parler. Nous voulons donc traiter dans la suite de la relation des dislocations postgranitiques avec les phénomènes granotectoniques que nous venons d'énumérer.

Les caractères de la tectonique du granite de la Bohême centrale sont surtout mis en évidence *par le parcours des filons de roches éruptives* de caractère très varié qui sont le produit de la segmentation du magma granitique ; les magmas des roches de filons ont pénétrés dans les fissures du granite après la consolidation du magma granitique. L'orientation des filons éruptifs correspond ordinairement aux fissures „Q", comme l'ont montrés les résultats des recherches de Cloos ; ces fissures avaient eu la tendance de s'ouvrir parallèlement à la direction de l'action de la pression orogénique. *La*

---

[6]) Sborník Klubu přírodovědeckého, Prague 1925.

[7]) Mlada Kettnerová: Kontakt středočeské žuly u Žampachu na Sázavě, Časopis Musea král. Čes., Prague 1920.

direction des filons éruptifs traversant le granite nous indique donc la direction de la pression à laquelle le granite avait été soumis.

Voyons un peu de plus près *quel est le parcours de ces filons éruptifs* dans le granite. Leur direction n'est pas partout la même comme le montre bien notre carte. Leur direction varie entre la direction E—W et la direction NW—SE. Dans la région entre *Nový Knín* et *Slapy* les filons sont dirigés de l'ENE à l'WSW.

Comparons la direction des filons éruptifs avec l'orientation des dislocations postgranitiques et avec la direction de la schistosité de la zone de Jílové. *Jamais la direction des filons éruptifs traversant le granite ne correspond-elle à la direction des dislocations postgranitiques.* Partout, ces deux directions *s'entrecroisent.* Le plus d'intérêt présente le fait que les dislocations transversales postgranitiques sont toujours plus anciennes que les filons de roches éruptives. *Les filons éruptifs percent le granite en se moquant des dislocations postgranitiques traversant le massif. Jamais ces dislocations n'atteignent-elles les filons.*

M. H. C l o o s suppose que les roches filoniennes sont les produits de segmentation du magma granitique qui ont remplis des fissures (fissures „Q"), formées sous l'influence de la pression orogénique; cette dernière a favorisé la montée des magmas des roches filoniennes. Si cette supposition de C l o o s est exacte, la pression orogénique dans notre cas devait agir à un temps où les dislocations postgranitiques s'étaient déjà formées. *Les dislocations postgranitiques n'ont aucun rapport avec cette pression.* Leur formation est due à une cause toute autre que la pression orogénique à laquelle le massif granitique aurait été soumis après sa mise en place. Les dislocations postgranitiques se sont formées grâce à la *diminution du volume* de la masse granitique lors de son refroidissement. Leur orientation a été déterminée par les cassures transversales qui existaient dans le manteau sédimentaire avant la montée et la consolidation du granite. Si la pression qui détermina la formation des fissures „Q" et qui favorisa la formation des filons éruptifs avait la même orientation que la pression de Jílové, ce qui paraît être justifié au moins dans la région de *Žampach* et de *Teletín,* alors les faits que nous venons d'exposer parlent en faveur de la conclusion qu'entre la pression de Jílové et la pression qui agissait sur le granite consolidé *devait exister une période de calme, quand la pression orogénique ne se faisait pas sentir.*

En comparant maintenant l'orientation des filons dans tout le territoire formé par le granite avec l'orientation de la pression de Jílové, nous pouvons aborder la question de savoir, *si vraiment partout l'orientation de la pression qui s'exerçait sur le granite, correspond à celle de la pression de Jílové,* comme près de *Žampach* et de *Teletín,* et si la pression à laquelle était soumis le granite peut être considérée comme continuation de l'action de la pression de Jílové. L'orientation de la pression de Jílové est le mieux exprimée par la direction de la schistosité de la zone éruptive de Jílové;

cette orientation devait être normale à l'orientation de la schistosité. Si la pression qui entra en jeu après la consolidation du granite agissait dans la même direction que la pression de Jílové, alors les filons traversant le granite devraient avoir tous une direction normale à la direction de la schistosité de la zone éruptive de Jílové. Voyons, si les faits correspondent à cette manière de voir!

Entre *Žampach* et *Teletín* et dans le territoire granitique à l'Est d'ici, les filons éruptifs ont un parcours normal ou presque normal à la direction de la schistosité de la zone éruptive de Jílové. Il n'en est pas de même plus à l'Ouest. Déjà sur la rive gauche de la Vltava près de *Slapy*, où le granite s'avance vers le Nord traversant la zone de Jílové d'une manière tout à fait irrégulière, on trouve un état de choses tout différent. Les filons éruptifs, dirigés ici du ENE au WSW (h. 4), forment *un angle très aigu* avec la direction de la schistosité de la zone de Jílové. Dans la région entre *Čelín* et *Zduchovice* dans la vallée de la Vltava, où la zone de Jílové, très amincie, est entourée de part et d'autre par le granite, les filons éruptifs ont des deux côtés de la zone de Jílové également une direction très oblique par rapport à l'orientation de la schistosité de la zone de Jílové ; *nous constatons donc de nouveau une grande différence entre l'orientation des deux pressions.*

La pression orogénique à laquelle était exposé le massif granitique agissait probablement dans la direction E—W, ou suivant une direction qui s'écartait de la direction E—W un peu vers la direction ESE—WNW. Cette pression se décomposait dans le corps granitique hétérogène, formé de roches appartenant à de différentes intrusions de composition pétrographique différente (diorites, gabbrodiorites, gabbros). Cela nous explique pourquoi l'orientation des filons change si fréquemment.

Une solution définitive de la question — la pression de Jílové agissait-elle encore lors de la consolidation du granite ou pas — peut être fournie par l'étude *des limites du massif granitique et de l'orientation des éléments composant le granite.*

Le contact du granite avec les roches encaissantes suit *une direction parallèle à la schistosité de la zone de Jílové* seulement dans la région disposée entre *Pohoří* près de *Chotouň* et *Jablonná* et probablement près de *Netvořice.* En ces points sont, d'ailleurs, connus des exemples où le granite envoie des apophyses traversant les roches encaissantes ; ces apophyses prennent une allure concordante avec la schistosité de la zone de Jílové. En considérant une région plus étendue, disposée entre la région de *Příbram* et la région de *Říčany* nous pouvons trouver une série d'endroits, *où la limite du granite avec la zone de Jílové ne suit nullement la direction de la schistosité de Jílové.* C'est tout d'abord la région de *Slapy*, où le granite s'avance, pénétrant dans la zone de Jílové d'une manière tout à fait irrégulière. Un autre exemple est fourni par le caractère de la limite du granite avec la zone de Jílové près de *Křepenice*, où le contact des deux formations suit une direction diagonale par rapport à la schistosité de la zone de Jílové.

Ces faits nous montrent *que la relation de l'intrusion des masses granitiques avec les fissures et la schistosité provoquées par la pression de Jílové n'est pas si importante* qu'on pourrait le croire d'après l'étude de la région entre *Žampach* et *Teletín*. Le massif granitique de la Bohême centrale présente *une allure discordante* non seulement par rapport aux roches sédimentaires encaissantes, mais, dans la plupart des cas, aussi par rapport à l'orientation de la schistosité de la zone de Jílové. Le granite s'adapte à la position des plans de schistosité de la zone de Jílové seulement dans des cas exceptionels.

L'orientation des éléments du granite qu'on observe p. ex. près de Žampach ou près de Teletín est limitée aux parties de la roche situées à proximité immédiate du contact. Plus loin vers l'intérieur du massif granitique, toute orientation des éléments du granite disparaît et la structure devient grenue et non-orientée. L'orientation des éléments du granite est donc limitée aux régions bordières et est déterminée par le mouvement du magma granitique lors de sa mise en place grâce à ce que près des parrois le magma se refroidissait plus vite qu'à l'intérieur du massif. L'orientation des éléments s'adapte donc à la position des parrois limitant le granite et n'est nullement en relation avec la pression à laquelle le massif granitique était exposé après sa consolidation.

* * *

Jetons un coup d'oeil rétrospectif sur ce qui nous venons d'exposer. Les faits nous amènent à des conclusions importantes relatives non seulement au massif granitique, mais aussi à la tectonique du bâti de la Bohême centrale en général. En voilà leur exposé succinct:

1. Notre supposition primitive, suivant laquelle *la pression de Jílové est plus ancienne que l'intrusion et la consolidation du granite de la Bohême centrale,* se trouve confirmée.

2. Pour la région de la Vltava, toute la valeur appartient à notre thèse admettant que *la mise en place du granite signifie la fin des mouvements orogéniques principaux du plissement varisque en Bohême centrale.*

3. Grâce à cela le granite a une structure grenue non-orientée (par opposition aux roches de la zone de Jílové et aux autres roches d'âge plus ancien) ; les phénomènes tectoniques qui ont accompagnés la consolidation du granite sont dus exclusivement au *retrait,* c'est à dire à *la diminution du volume* des masses granitiques lors de leur consolidation.

4. La formation des dislocations postgranitiques est déterminée par le retrait des masses granitiques lors de leur refroidissement ; ces dislocations portent *le caractère d'affaissements ; leur orientation est déterminée par les caractères tectoniques de la couverture sédimentaire du granite,* surtout *par la présence de fissures* (et de dislocations)) plus anciennes, suivant lesquelles grâce à la diminution du volume du granite, se sont produits des mouvements radiaux et des zones se sont affaissées.

5. *Les affaissements postgranitiques* ont *une orientation transversale* par rapport à la direction des assises du Barrandien; *ils sont plus anciens que les filons remplis par les produits de segmentation du magma granitique* et sont évidemment plus jeunes que le granite traversé par les filons.

6. Les résultats brillants des recherches systématiques que M. Hans Cloos et son école ont entrepris dans plusieurs massifs granitiques *sont appliquables aussi au massif granitique de la Bohême centrale; contrairement à nos suppositions antérieures, nous admettons maintenant que dans le massif granitique de la Bohême centrale après la consolidation du granite existait une pression orientée* qui avait déterminé la formation d'un système de fissures régulières; la même pression maintenait ces fissures à l'état entre-ouvert, ce qui permit aux produits de segmentation du magma granitique, appartenant à un seul foyer magmatique, de monter et de pénétrer dans la granite.

7. La pression orientée était naturellement beaucoup moins intense que la poussée qui s'est fait sentir durant les phases I et II; dans les régions disposées hors des limites du massif granitique il n'est pas possible, à l'état actuel de nos connaissances, d'apprécier son importance.

8. *Nous sommes obligés d'attribuer la formation des dislocations postgranitiques encore aux phénomènes orogéniques varisques,* car ces dislocations ont pris naissance à un temps où les effects du volcanisme de profondeur (qui était en relation avec la formation définitive du massif granitique de la Bohême centrale), ne s'étaient pas encore terminés.

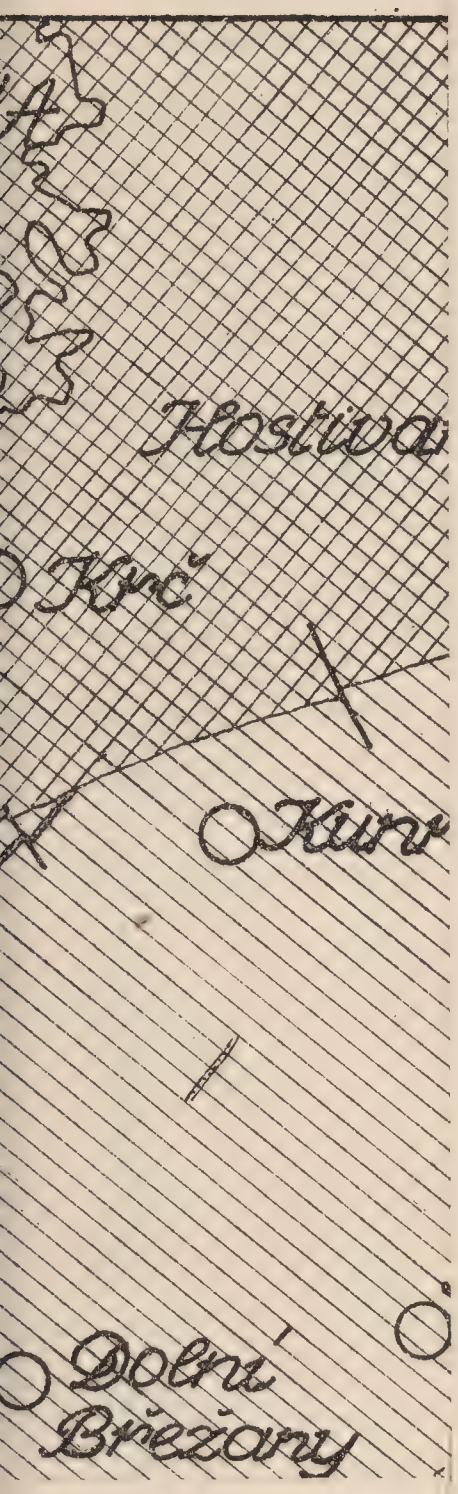
9. Les dislocations postgranitiques et la formation des roches de filons dans le territoire granitique appartiennent à des phénomènes qui ont une grande importance dans la structure géologique de la Bohême centrale et portent des caractères qui les distinguent nettement des phénomènes tectoniques et volcaniques qui sont entrés en jeu avant la mise en place et la consolidation du granite de la Bohême centrale. Par opposition aux opinions qu'on a émis ces derniers temps,[8]) *nous estimons qu'il est tout à fait exact de réunir tous ces phénomènes et de les distinguer comme troisième phase ou phase finale du plissement varisque en Bohême centrale.*

10. Les faits observés dans la région de Říčany qui montrent que quelques dislocations postgranitiques affectent également le Permien et le terrain crétacé, nous indiquent seulement que *les dislocations appartenant à la troisième phase ont été rajeunies à des temps plus récents.*

Institut géologique de l'Ecole Polytechnique tchèque à Prague.

---

[8]) Voir: Odolen Kodym: Coupes géologiques à travers le Barrandien, II., „Knihovna" du Service géologique tchécoslovaque, tome 9, Prague 1925.

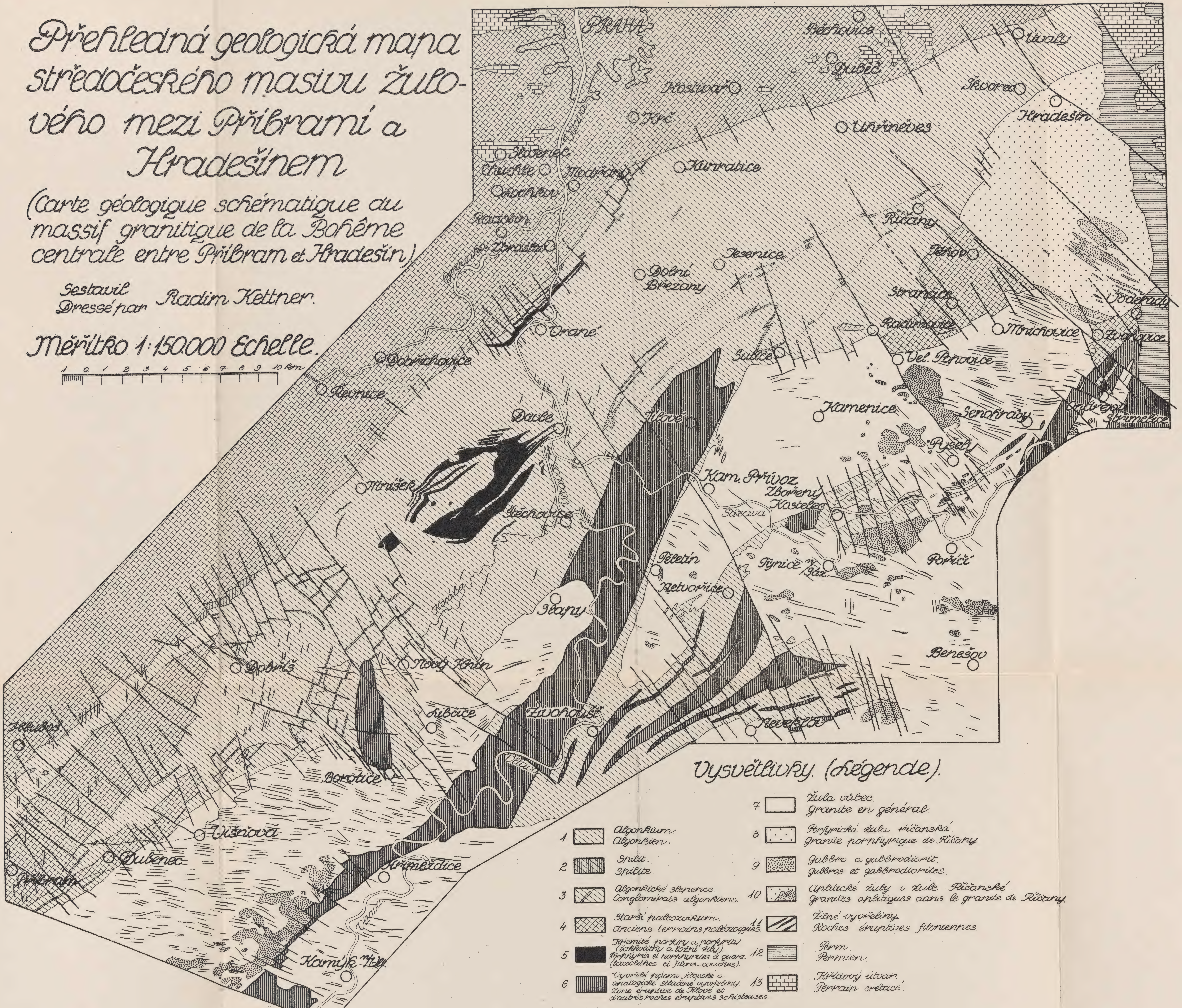

Hostiva
Kvč.
Kuní
Dolní
Břežany

Přehledná geologická mapa středočeského masivu žulového mezi Příbramí a Hradešínem

(Carte géologique schématique du massif granitique de la Bohême centrale entre Příbram et Hradešín).

Sestavil / Dressé par Radim Kettner.

Měřítko 1:150.000 Echelle.



Vysvětlivky. (Légende).

1. Algonkium. / Algonkien.
2. Spilit. / Spilite.
3. Algonkické slepence. / Conglomérats algonkiens.
4. Starší paleozoikum. / Anciens terrains paléozoiques.
5. Křemité porfyry a porfyrity (lakkolithy a ložní žíly). / Porphyres et porphyrites à quarz (laccolithes et filons-couches).
6. Vyvřelé pásmo jílovské a analogické stlačené vyvřeliny. / Zone éruptive de Jílové et d'autres roches éruptives schisteuses.
7. Žula vůbec. / Granite en général.
8. Porfyrická žula říčanská. / Granite porphyrique de Říčany.
9. Gabbro a gabbrodiorit. / Gabbros et gabbrodiorites.
10. Aplitické žuly v žule Říčanské. / Granites aplitiques dans le granite de Říčany.
11. Žilné vyvřeliny. / Roches éruptives filoniennes.
12. Perm. / Permien.
13. Křídový útvar. / Terrain crétacé.

Remarque à la carte:

La carte géologique ci-jointe est construite d'après les levées de l'auteur et celles de MM. B. Stočes, J. Koutek, O. Kodym et L. Zelenka.

Le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires, positives, de discriminant donné.

Par

VLADIMÍR KOŘÍNEK.

Présenté le 4 juin 1926.

§ 1. Introduction.

Dans ce travail je me propose de déduire les formules pour le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires, positives, primitives ou non, à coefficients réels et entiers, de discriminant donné. Je me borne au cas d'un discriminant impair ou impairement pair. Ce problème a été traîté pour la première fois par Eisenstein qui a publié[1]) la formule pour le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires, positives et primitives, de discriminant impair, la formule pour le nombre de classes primitives et propres et celle pour le nombre de classes primitives et impropres, de discriminant impairement pair, tous ces discriminants ne contenant pas de diviseurs carrés. Dans un autre mémoire[2]) il a publié la formule pour le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires, positives et primitives, de genre principal, ayant comme discriminant un nombre premier impair. Toutes ces formules ont été données sans démonstration. Eisenstein a seulement esquisé dans les travaux que je viens de citer les idées fondamentales de la méthode qui lui a servi pour le calcul. La formule pour le genre principal a été récemment démontrée par P. Bachmann,[3]) tandis que les autres formules sont restées jusqu' à présent, à mon savoir, sans démonstration.

---

[1]) Eisenstein: Tabelle der reduzirten positiven ternären quadratischen Formen, nebst den Resultaten neuer Forschungen über diese Formen. Crelle, 41, 141, 1851.

[2]) Eisenstein: Monatsberichte der Berliner Akademie 1852, pag. 369.

[3]) Paul Bachmann: Zahlentheorie, IV. Teil. Die Arithmetik der quadratischen Formen. II. Abteilung, pag. 378, 1923.

La méthode utilisée par Eisenstein se laisse employer aussi pour les cas que j'envisage. Or, je vais d'abord l'expliquer d'après les mémoires d'Eisenstein que j'ai cités plus haut. J'écris une forme quadratique, ternaire

$$f(x,\ y\ \ z) = a\,x^2 + b\,y^2 + c\,z^2 + 2\,d\,y\,z + 2\,e\,x\,z + 2\,f\,x\,y,$$

$$f = \begin{pmatrix} a, & b, & c, \\ d, & e, & f \end{pmatrix},$$

les coefficients de cettes formes étant des quantités réelles et entières. Quand on désigne par τ le nombre de transformations en elle-même à coefficients entiers et à déterminant $+1$ d'une forme quadratique, ternaire et positive, τ ne prend que les valeurs suivantes 1, 2, 4, 6, 8, 12, 24. Soit $\mathfrak{M}(D)$ la mesure de l'ensemble des classes de formes quadratiques, ternaires, positives, primitives ou non, de discriminant D, soient $\mathfrak{H}(D)$ leur nombre et $\mathfrak{H}_\tau(D)$ le nombre de ces classes qui possèdent τ transformations en elle-même. On a maintenant l'équation suivante

$$\mathfrak{H}(D) = \mathfrak{M}(D) + \frac{1}{2}\mathfrak{H}_2(D) + \frac{3}{4}\mathfrak{H}_4(D) + \frac{5}{6}\mathfrak{H}_6(D) + \frac{7}{8}\mathfrak{H}_8(D) + \tag{1}$$
$$+ \frac{11}{12}\mathfrak{H}_{12}(D) + \frac{23}{24}\mathfrak{H}_{24}(D).$$

$\mathfrak{M}(D)$ étant déterminé par G. Humbert,[4]) pour connaître $\mathfrak{H}(D)$ il suffit de calculer les nombres $\mathfrak{H}_\tau(D)$ pour $\tau = 2, 4, 6, 8, 12, 24$. Ces nombres peuvent être déterminés au moyen du thérorème suivant qui est pour le calcul du nombre de classes quadratiques ternaires et positives le théorème fondamental:

Théorème fondamental. *Chaque forme quadratique ternaire positive, ayant plusieurs transformations en elle-même, est équivalente au moins à une de deux formes suivantes*:

$$f = a\,x^2 + \varphi(y,\ z) \tag{2}$$

$$g = 2\,a\,x^2 + 2\,a\,x\,y + \varphi(y,\ z), \tag{3}$$

φ *étant une forme quadratique binaire positive*

$$\varphi = b\,y^2 + 2\,d\,y\,z + c\,z^2,\ \varphi = (b,\ d,\ c).$$

Ce théorème a été prononcé par Eisenstein[5]) et démontré par P. Bachmann.[6]) C'est tout ce que j'ai trouvé sur ce sujet dans la littérature.

Pour la prochaine fois j'appelerai chaque forme donnée par l'expression telle que (2) une forme f ou une forme du type (f) et chaque forme

---

[4]) G. Humbert: Sur la mesure des classes de formes quadratiques ternaires et positives de déteminant donné. C. R. 168, p. 917, 969, 1919.

[5]) Voir [1]) p. 168.

[6]) Voir [3]) p. 364.

telle que (3) une forme g ou une forme du type (g). Pour pouvoir calculer les $\mathfrak{H}_\tau(D)$ il faut d'abord resoudre les cinq questions suivantes:

1. Trouver les conditions d'équivalence de deux formes f.

2. Déterminer le nombre de transformations en elle-même d'une forme f.

3. Trouver les conditions d'équivalence d'une forme g à une forme f.

4. Trouver les conditions d'équivalence de deux formes g.

5. Déterminer le nombre de transformations en elle-même d'une forme g.

Je traite dans ce qui suit les quatre premières questions sans aucune restriction concernant le discriminant de la forme et je réunis les résultats de ces recherches à la fin des paragraphes respectifs, dans cinq théorèmes. Enfin je calcule aux §§ 9 et 10 le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de discriminant impair et impairement pair.

§ 2. Quelques lemmes de la théorie des formes binaires.

Je réunis dans ce paragraphe 6 lemmes de la théorie des formes binaires. Ce sont d'une part des choses connues, d'autre part des choses qu'on peut facilement démontrer. C'est pourquoi je les donne ici sans démonstrations.

1. **lemme.** *Soit*

$$m = b\,\lambda^2 + 2\,d\,\lambda\,\mu + c\,\mu^2$$

une représentation du nombre entier m par la forme quadratique binaire φ. Quand on désigne par d le plus grand commun diviseur des nombres λ, μ, on a $m = \overline{m}\,d^2$. On peut toujours trouver une substitution

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \qquad (a)$$

à déterminant $+1$, qui transforme φ en une forme équivalente φ' avec le premier coefficient $\overline{m}$. La substitution inverse à (a) transforme la représentation du nombre m (λ, μ) par la forme φ en $(d, 0)$ par la forme φ'. Si le nombre $\frac{\lambda}{d} = \alpha$ est impair, on peut toujours choisir la substitution (a) de façon que β soit pair.

2. **lemme.** *A chaque forme quadratique binaire (b, d, c) on peut trouver une forme équivalente (b, d', c') telle que*

$$0 \leqq d' < b.$$

Le signe d'égalité est valable seulement, si d est divisible par b. La substitution qui transforme la première forme en seconde est la suivante

$$\begin{pmatrix} 1 & \beta \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (b)$$

Si b est impair et d pair, il faut que β *soit pair. De la même manière on peu trouver une forme* (b'', d'', c) *équivalente à* (b, d, c) *telle que*

$$0 \leqq d'' < c.$$

La substitution correspondante à cette transformation est

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \gamma & 1 \end{pmatrix} \qquad (c)$$

3. lemme. *Dans chaque classe de formes quadratiques binaires de discriminant pair il y a des formes qui ont le deuxième et le troisième coefficient pair.*

Pour la prochaine fois nous désignons les formes quadratiques binaires avec le deuxième et le troisième coefficient pair par ψ.

4. lemme. *Soient*

$$\psi = (b, d, c), \quad \psi' = (b', d', c'),$$

deux formes quadratiques binaires du même discriminant pair avec le premier coefficient impair et les autres pairs. Supposons que ces deux formes sont proprement ou improprement équivalentes et soit (a) *la substitution qui transforme une entre elles en autre. Le coefficient* β *de la substitution* (a) *est alors pair.*

5. lemme. *On peut diviser toutes les formes binaires d'une classe imprimitive ayant tous les trois coefficients pairs en trois groupes. Deux formes d'un même groupe se laissent transformer, l'une en autre, par des substitutions* (a) *avec* β *pair et deux formes de deux différents groupes ne se laissent transformer, l'une en autre, que par des substitutions* (a) *avec* β *impair sauf une exception mentionnée plus tard.*

Les substitutions (a) avec le déterminant ± 1 donnent les 6 restes suivants mod 2:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad R_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad R_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

On obtient le premier groupe de formes en réunissant toutes les formes, qu'on obtient de la forme réduite par toutes les substitutions (a) avec le déterminant $+1$ donnant les restes R_1, R_2. Les formes qu'on obtient de la forme réduite par les substitutions donnant les restes R_3, R_4 ou R_5, R_6 forment le deuxième et troisième groupe. Les formes imprimitives déduites, soit des formes propres de discriminant -1, soit des formes impropres de discriminant -3 font une exception. La forme réduite $(a, 0, a)$ possède des transformations en elle-même donnant le reste R_3, la forme réduite $(2d, d, 2d)$ possède des transformations en elle-même donnant les restes R_4, R_5, R_6. Par conséquent dans le premier cas les formes du premier groupe se laissent transformer en formes du deuxième par les substitutions (a)

avec β pair et dans le second cas toutes les formes de la classe se laissent ainsi transformer les unes dans les autres.

6. lemme. *Le nombre de formes réduites ambiguës, primitives ou non, de discriminant* $-d$, *qui sont du type* $(a, 0, c)$ *est donné par la formule*

$$E(d). \tag{1}$$

Soit δ *un nombre impair. Le nombre total de formes réduites ambiguës de discriminant donné est:*

$$a) \qquad 2E(\delta) - \varkappa \tag{2}$$

pour le discriminant $-\delta$,

$$b) \qquad E(2\delta) \tag{3}$$

pour le discriminant -2δ,

$$c) \qquad E(4\delta) + E(\delta) - \varkappa \tag{4}$$

pour le discriminant -4δ.

Le nombre de formes réduites ambiguës de discriminant -4δ, *primitives ou non, mais n'ayant pas tous les trois coefficients pairs, est donné par la formule*

$$E(4\delta) - E(\delta). \tag{5}$$

$E(\delta)$ *signifie le nombre de décompositions du nombre* δ *en produit de deux facteurs positifs et entiers.* $\varkappa$ *est égal à* 1 *ou à* 0 *selon que* δ *est un carré parfait ou non.*

La formule (1) résulte immédiatement des conditions pour une forme réduite. Les formules (2), (3) résultent de (1) et du fait que le nombre de classes réduites, primitives, de discriminant donné est égal au nombre de différents genres appartenant à ce discriminant.[7]) Enfin la formule (5) est la différence entre (4) et (2).

§ 3. L'équivalence de deux formes du type f.

Supposons que deux formes quadratiques, ternaires et positives, f et f'

$$\begin{aligned} f &= a\,x^2 + \varphi\,(y,\,z), \qquad \varphi = (b,\,d,\,c), \\ f' &= a'\,x^2 + \varphi'\,(y,\,z), \qquad \varphi' = (b',\,d',\,c') \end{aligned}$$

sont équivalentes. Cette supposition est toujours vraie, quand on a $a = a'$ et les formes φ et φ' sont proprement ou improprement équivalentes. Si la substitution (a) du § 2 transforme φ en φ', la substitution

$$\begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ 0 & \gamma & \delta \end{pmatrix}, \tag{A}$$

---

[7]) Dirichlet-Dedekind: Vorlesungen über die Zahlentheorie. § 153, p. 409.

transforme f en f', ε étant ici $+1$ ou -1 selon qu'il s'agit de l'équivalence propre ou impropre. La réciproque est aussi exacte. Dans ce qui suit je désignerai toujours par ε une quantité qui peut prendre les valeurs $+1$ ou -1.

Soit alors, en général,

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{pmatrix} \qquad (s)$$

une substitution qui transforme f en f'. On en tire les équations suivantes pour les coefficients de f et f':

$$a' = a\,\alpha_1^2 + \varphi\,(\alpha_2,\ \alpha_3) \qquad (s\,1)$$
$$b' = a\,\beta_1^2 + \varphi\,(\beta_2,\ \beta_3) \qquad (s\,2)$$
$$c' = a\,\gamma_1^2 + \varphi\,(\gamma_2,\ \gamma_3) \qquad (s\,3)$$
$$d' = a\,\beta_1\gamma_1 + b\,\beta_2\gamma_2 + d\,(\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2) + c\,\beta_3\gamma_3 \qquad (s\,4)$$
$$0 = a\,\alpha_1\gamma_1 + b\,\alpha_2\gamma_2 + d\,(\alpha_2\gamma_3 + \alpha_3\gamma_2) + c\,\alpha_3\gamma_3 \qquad (s\,5)$$
$$0 = a\,\alpha_1\beta_1 + b\,\alpha_2\beta_2 + d\,(\alpha_2\beta_3 + \alpha_3\beta_2) + c\,\alpha_3\beta_3. \qquad (s\,6)$$

Soient $A_1\ldots.$, $B_1\ldots.$, $\Gamma_1\ldots$ les mineurs du déterminant de la substitution (s). La substitution inverse

$$\begin{pmatrix} A_1, & A_2, & A_3 \\ B_1, & B_2, & B_3 \\ \Gamma_1, & \Gamma_2, & \Gamma_3 \end{pmatrix} \qquad (s^{-1})$$

transforme f' en f; d'où résultent les équations analogues à $(s\,1)\ldots$ $(s\,6)$ Je n'en écris ici que les deux suivantes

$$a = a'\,A_1^2 + \varphi'\,(B_1, \Gamma_1) \qquad (s^{-1}1)$$
$$d = a'\,A_2\,A_3 + b'\,B_2\,B_3 + d'\,(B_2\,\Gamma_3 + B_3\,\Gamma_2) + c'\,\Gamma_2\,\Gamma_3. \qquad (s^{-1}4)$$

Pour trouver les conditions d'équivalence de f et f' j'examinerai les équations $(s\,1)\ldots(s\,6)$, $(s^{-1}1)$, $(s^{-1}4)$. En faisant cet examen je peux remplacer les formes f et f' par des formes équivalentes. Je ferai usage de cette remarque en choisissant les formes φ et φ' convenablement dans leurs classes. Je m'y servirai du lemme suivant:

7. lemme. *Si l'on transforme la forme f' par une substitution du type* (A) *en forme*

$$f'' = a'\,x^2 + \varphi''\,(y,\ z),$$

la première colonne de la substitution, transformant f en f'', est identique à la première colonne de celle qui transforme f en f'.

On obtient cette proposition immédiatement de la substitution composée $s\,A$.

I. Supposons d'abord $a > a'$. L'équation $(s\,1)$ nous donne maintenant $\alpha_1 = 0$ et

$$a' = \varphi\,(\alpha_2,\ \alpha_3). \qquad (1)$$

Les nombres α_2, α_3 sont sans diviseur commun, parce que les nombres α_1, α_2, α_3 le sont. On peut remplacer d'après le 1er lemme la forme f par une forme équivalente du même type, où on a

$$\varphi = (a', d, c),$$

ce qui nous donne pour la première colonne de (s)

$$\alpha_1 = 0, \ \alpha_2 = \varepsilon, \ \alpha_3 = 0. \tag{2}$$

De même on peut remplacer d'après le 1er et le 7ème lemme la forme φ' par une forme équivalente sans changer les valeurs de (2). On choisit alors φ' de sorte que dans l'équation $(s^{-1}1)$ on a

$$\Gamma_1 = \varepsilon \beta_3 = 0.$$

Par conséquent on a, chaque ligne de (s) étant sans diviseur commun,

$$\gamma_3 = \varepsilon_1, \ B_1 = -\varepsilon \varepsilon_1.$$

L'équation $(s\,6)$ prend maintenant la forme

$$0 = a' \varepsilon \beta_2, \text{ c'est-à-dire } \beta_2 = 0.$$

Alors on a

$$A_1 = 0, \ B_2 = 0, \ \Gamma_2 = 0,$$

et de l'équation $(s^{-1}1)$ résulte

$$b' = a.$$

Les équations $(s\,4)$ et $(s^{-1}4)$ prennent les formes

$$d' = a \beta_1 \gamma_1, \ d = a' A_2 A_3.$$

d' est divisible par a, d par a'. Selon le 2ème lemme les formes φ et φ' sont équivalentes aux formes

$$(a', 0, c), \ (a, 0, c').$$

En supposant $a \neq a'$, pour que les formes f et f' soient équivalentes, il faut et il suffit que φ appartienne à la classe qui contient la forme $(a', 0, c)$ et φ' à celle qui contient la forme $(a, 0, c')$.

II. Supposons maintenant $a = a'$. On peut d'abord satisfaire à l'équation $(s\,1)$ par les nombres

$$\alpha_1 = \varepsilon, \ \alpha_2 = 0, \ \alpha_3 = 0.$$

Les équation $(s\,5)$ et $(s\,6)$ nous donnent

$$0 = a \varepsilon \gamma_1, \ \gamma_1 = 0,$$
$$0 = a \varepsilon \beta_1, \ \beta_1 = 0.$$

La substitution (s) étant alors du type (A), les formes φ et φ' sont proprement ou improprement équivalentes.

Si la forme φ représente le nombre a, on peut satisfaire encore à l'équation $(s\,1)$ par les nombres

$$\alpha_1 = 0, \ \alpha_2, \ \alpha_3.$$

On démontre de la même manière comme au cas I. que les formes φ et φ' appartiennent à la classe qui contient la forme $(a, 0, c)$. φ et φ' sont par conséquent aussi équivalentes.

Or, le théorème suivant est démontré:

1. **théorème.** *Deux formes f et f' sont équivalentes, lorsque pour $a = a'$ φ et φ' sont proprement ou improprement équivalentes, pour $a \neq a'$ φ appartient à la classe qui contient la forme $(a', 0, c)$, φ', à celle qui contient la forme $(a, 0, c')$. La réciproque est aussi vraie.*

§ 4. Le nombre de transformations en elle-même d'une forme f.

Pour déterminer le nombre de transformations en elle-même d'une forme f nous égalons dans les équations $(s\,1), \ldots (s\,6)$, $(s^{-1}1)$, $(s^{-1}4)$ les coefficients a', b', c', d' aux coefficients a, b, c, d et nous allons chercher toutes les solutions de ces équations par les nombres entiers $\alpha_1, \ldots, \beta_1, \ldots, \gamma_1, \ldots$, (s) étant maintenant une transformation en elle-même de la forme.

L'équation $(s\,1)$ n'est satisfaite que par les valeurs $\alpha_1 = \varepsilon$, $\alpha_1 = 0$.

I. Prenons d'abords $\alpha_1 = \varepsilon$. L'équation $(s\,1)$ nous donne

$$\alpha_1 = \varepsilon, \ \alpha_2 = 0, \ \alpha_3 = 0$$

et c'est la solution unique de cette équation, si la forme φ ne représente pas le nombre a. On tire des équations $(s\,5)$ et $(s\,6)$

$$\beta_1 = 0, \ \gamma_1 = 0.$$

La transformation en elle-même de f (s) a la forme (A) du § précédent. (a) du § 2. qui figure dans (A) représente une transformation en elle-même, propre ou impropre, de φ. Réciproquement chaque substitution du type (A), où (a) représente une transformation en elle-même, propre ou impropre, de φ, est une transformation en elle-même de f. On a alors pour la forme f τ transformations en elle-même, où

en général	$\tau = 2$,
φ étant de la classe ambiguë,	$\tau = 4$,
φ appartenant à la classe qui contient la forme $(b, 0, b)$,	$\tau = 8$,
φ appartenant à la classe qui contient la forme $(2d, d, 2d)$,	$\tau = 12$.

II. Pour $\alpha_1 = 0$ il faut que la forme φ représente le nombre a et il ne s'agit que des représentations propres afin que la première colonne de (s) soit sans diviseur commun. D'après le 1er lemme on peut remplacer φ par la forme

$$(a, d, c)$$

et une représentation (α_2, α_3) de a par φ se transforme simultanément en représentation $(\varepsilon, 0)$ de a par cette nouvelle forme.

A. Nous avons alors comme une solution de $(s\,1)$

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \varepsilon, \quad \alpha_3 = 0, \tag{1}$$

ce qui entraîne $B_2 = 0$, $\Gamma_2 = 0$. L'équation $(s^{-1}\,4)$ prend la forme

$$d = a\,A_2\,A_3.$$

d est divisible par a. Selon le 2ème lemme φ est équivalente à la forme

$$(a,\ 0,\ c).$$

Les équations $(s\,5)$, $(s\,6)$ donnent pour $d = 0$:

$$\beta_2 = 0,\ \gamma_2 = 0$$

et on obtient de $(s\,2)$, $(s\,3)$ les quatre transformations en elle-même de f suivantes

$$\begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon\,\varepsilon_1 \end{pmatrix}. \qquad (\alpha)$$

Si l'on a $a = c$, (2) et (3) donnent encore quatre autres transformations en elle-même de f:

$$\begin{pmatrix} 0, & 0, & \varepsilon\,\varepsilon_1 \\ \varepsilon, & 0, & 0 \\ 0, & \varepsilon_1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (\beta)$$

B. L'équation $(s\,1)$ ne possède autres solutions que (1), sauf le cas $a = c$, où l'on trouve comme une seconde solution de $(s\,1)$

$$\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = 0,\ \alpha_3 = \varepsilon.$$

De la même manière comme dans le cas A on obtient ici pour la forme

$$\begin{pmatrix} a & a & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

huit nouvelles transformations en elle même, à voir:

$$\begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon\,\varepsilon_1 \\ \varepsilon & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0, & 0, & -\varepsilon\,\varepsilon_1 \\ 0, & \varepsilon_1, & 0 \\ \varepsilon, & 0, & 0 \end{pmatrix}. \qquad (\gamma)$$

En réunissant ces résultats on a le théorème suivant:

2. théorème. *Une forme du type*

$$a\,x^2 + \varphi\,(y,\ z)$$

possède τ *transformations en elle même, où*

1. *en général* $\tau = 2,$
2. φ *étant de la classe ambiguë,* $\tau = 4,$
3. φ *appartenant à la classe qui contient la forme* $(a,\ 0,\ c)$ *ou* $(b,\ 0,\ b),$ $\tau = 8,$
4. φ *appartenant à la classe qui contient la forme* $(2\,d, d, 2\,d),$ $\tau = 12,$
5. φ *appartenant à la classe qui contient la forme* $(a, 0, a),$ $\tau = 24.$

§ 5. Les formes du type (*g*).

Considérons maintenant la forme

$$g = 2\,a\,x^2 + 2\,a\,x\,y + \varphi\,(y, z).$$

Quand on a $d = 0$, en échangeant x et z, on ramène g au type (*f*). Par conséquent dans ce qui suit je ne considérerai plus toutes les formes g qui sont equivalentes à une forme du type (*g*) avec $d = 0$, parce qu'elles ont été examinées dans ce qui précède.

Par la substitution

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{2}}{2}\,x' - \frac{\sqrt{2}}{2}\,y' \\ y &= \qquad\qquad \sqrt{2}\;y' \\ z &= \qquad\qquad \sqrt{2}\;z' \end{aligned} \qquad (\Sigma)$$

g est transformée en

$$\mathfrak{g} = a\,x'^2 + \psi\,(y',\ z'),$$

où ψ est une forme quadratique binaire et positive,

$$\psi = (2\,b - a,\ 2\,d,\ 2\,c),$$

ayant le deuxième et le troisième coefficient pair. Le discriminant de la forme g étant D, on a pour le discriminant de la forme $\mathfrak{g}$:

$$2\,D = a\,.\,2\,\delta,$$

où $-2\,\delta$ est le discriminant de la forme ψ. Réciproquement si dans la forme ψ le deuxième et le troisième coefficient est pair et le premier coefficient a la même parité que a, on obtient de chaque forme $\mathfrak{g}$ par la substitution inverse à Σ

$$\begin{aligned} x' &= \frac{2}{\sqrt{2}}\,x + \frac{1}{\sqrt{2}}\,y \\ y' &= \qquad\qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\,y \\ z' &= \qquad\qquad \frac{1}{\sqrt{2}}\,z \end{aligned} \qquad (\Sigma^{-1})$$

une forme g à coefficients entiers.

La substitution composée

$$\Sigma^{-1}\,s\,\Sigma$$

a la forme

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 + \frac{\alpha_2}{2}, & -\alpha_1 - \frac{\alpha_2}{2} + 2\,\beta_1 + \beta_2, & 2\,\gamma_1 + \gamma_2 \\ \frac{\alpha_2}{2}, & -\frac{\alpha_2}{2} + \beta_2, & \gamma_2 \\ \frac{\alpha_3}{2}, & -\frac{\alpha_3}{2} + \beta_3, & \gamma_3 \end{pmatrix}.$$

Il en suit le lemme suivant

8. lemme. *Soient* g *et* g' *deux formes du type* (g). *Pour qu'une substitution* (s) *transformant* g *en* g' *nous donne une substitution à coefficients entiers pour les formes correspondantes* $\mathfrak{g}$ *et* $\mathfrak{g}'$, *il faut et il suffit que les coefficients* α_2, α_3 *soient pairs.*

De même la substitution composée

$$\Sigma\, s\, \Sigma^{-1}$$

a la forme

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 - \alpha_2, & \frac{1}{2}(\alpha_1 + \beta_1 - \alpha_2 - \beta_2), & \frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2) \\ 2\,\alpha_2, & \alpha_2 + \beta_2, & \gamma_2 \\ 2\,\alpha_3, & \alpha_3 + \beta_3, & \gamma_3 \end{pmatrix}.$$

Il en suit un lemme analogue:

9. lemme. *Pour qu'une substitution* (s) *transformant* $\mathfrak{g}$ *en* $\mathfrak{g}'$ *nous donne une substitution à coefficients entiers pour les formes correspondantes* g *et* g', *il faut et il suffit que les expressions*

$$\alpha_1 + \beta_1 - \alpha_2 - \beta_2, \quad \gamma_1 - \gamma_2$$

soient paires.

On peut énoncer encore le lemme suivant:

10. lemme. *Soient* g *et* g' *deux formes du type* (g) *du même discriminant. Si l'on a* $a = a'$ *et si la forme* ψ *de* $\mathfrak{g}$ *se laisse transformer en* ψ' *de* $\mathfrak{g}'$ *par une substitution* (a) *avec* β *pair, les formes* g *et* g' *sont équivalentes. Pour un* a *impair il suffit que* ψ *et* ψ' *soient proprement ou improprement équivalentes.*

Si (a) du § 2 avec β pair est la substitution transformant ψ en ψ', la substitution (A) du § 3., transformant $\mathfrak{g}$ en $\mathfrak{g}'$, a les expressions

$$\varepsilon - \alpha, \quad 0 - \beta$$

paires. Par conséquent d'après le 9ème lemme les coefficients de la substitution $\Sigma\, A\, \Sigma^{-1}$, transformant g en g', sont entiers. Pour a impair le premier coefficient de ψ et ψ' est aussi impair. Ces deux formes étant proprement et improprement équivalentes, le coefficient β de chaque substitution (a) qui transforme ψ en ψ' est d'après le 4ème lemme pair. Si nous remplaçons dans une forme $\mathfrak{g}$ la forme binaire ψ par une autre forme ψ' transformée de ψ par une substitution (a) avec β pair et le déterminant ± 1, nous passons d'après le 10éme lemme d'une forme g à une forme equivalente g' qui est du même type.

§ 6. L'équivalence d'une forme g à une forme f.

Nous allons examiner les conditions d'équivalence d'une forme g

$$g = \begin{pmatrix} a, & b, & c \\ d, & 0, & a \end{pmatrix}, \qquad g = 2\,a\,x^2 + 2\,a\,x\,y + \varphi\,(y,\ z),$$

$$\mathfrak{g} = a\,x^2 + \psi\,(y,\ z)$$

à une forme f

$$f = \begin{pmatrix} a', & b', & c' \\ d', & 0, & 0 \end{pmatrix}, \qquad f = a'\,x^2 + \varphi'\,(y,\ z).$$

Dans cette recherche nous allons supposer que la forme ψ ne se laisse pas transformer par une substitution (a) avec β pair et le déterminant ± 1 en une forme avec $d = 0$, car dans ce cas nous savons déjà du 10ème lemme que g est équivalente à une forme du type (f).

Soit (s) du § 3 une substitution qui transforme g en f. On en tire les équations suivantes pour les coefficients de g et f:

$$2\,a' = a\,(2\,\alpha_1 + \alpha_2)^2 + \psi\,(\alpha_2,\ \alpha_3) \qquad (s\ 1)$$

$$2\,b' = a\,(2\,\beta_1 + \beta_2)^2 + \psi\,(\beta_2,\ \beta_3) \qquad (s\ 2)$$

$$0 = 2\,a\,\alpha_1\,\gamma_1 + b\,\alpha_2\,\gamma_2 + c\,\alpha_3\,\gamma_3 + d\,(\alpha_2\,\gamma_3 + \alpha_3\,\gamma_2) + a\,(\alpha_1\,\gamma_2 + \alpha_2\,\gamma_1) \qquad (s\ 5)$$

$$0 = 2\,a\,\alpha_1\,\beta_1 + b\,\alpha_2\,\beta_2 + c\,\alpha_3\,\beta_3 + d\,(\alpha_2\,\beta_3 + \alpha_3\,\beta_2) + a\,(\alpha_1\,\beta_2 + \alpha_2\,\beta_1). \qquad (s\ 6)$$

La substitution (s^{-1}) du § 3 qui transforme f en g nous donne des équations analogues:

$$2\,a = a'\,A_1^2 + \varphi\,(B_1,\ \Gamma_1) \qquad (s^{-1}\ 1)$$

$$c = a'\,A_3^2 + \varphi\,(B_3,\ \Gamma_3) \qquad (s^{-1}\ 3)$$

$$d = a'\,A_2\,A_3 + b'\,B_2\,B_3 + c'\,\Gamma_2\,\Gamma_3 + d'\,(B_2\,\Gamma_3 + B_3\,\Gamma_2) \qquad (s^{-1}\ 4)$$

$$0 = a'\,A_1\,A_3 + b'\,B_1\,B_3 + c'\,\Gamma_1\,\Gamma_3 + d'\,(B_1\,\Gamma_3 + B_3\,\Gamma_1) \qquad (s^{-1}\ 5)$$

$$a = a'\,A_1\,A_2 + b'\,B_1\,B_2 + c'\,\Gamma_1\,\Gamma_2 + d'\,(B_1\,\Gamma_2 + B_2\,\Gamma_1) \qquad (s^{-1}\ 6)$$

Si l'on change dans la substitution (s) les lignes en colonnes, on obtient une substitution (S) qui transforme la forme F adjointe à f en forme G adjointe à g. On en tire l'équation suivante pour le troisième coefficient principal de la forme G

$$2\,a\,b - a^2 = (b'\,c' - d'^2)\,\alpha_3^2 + a'\,c'\,\beta_3^2 - 2\,a'\,d'\,\beta_3\,\gamma_3 + a'\,b'\,\gamma_3^2 \qquad (S\ 3).$$

Nous examinerons les conditions sous lesquelles les équations $(s\ 1)\ldots$ $(s^{-1}\ 6)$ possèdent des solutions en $\alpha_1\ldots$, $\beta_1\ldots$, $\gamma_1\ldots$ entiers, la substitution (s) ayant le déterminant $+1$. En faisant cette recherche, on peut remplacer les formes g et f par des formes équivalentes. On profitera de cette remarque pour choisir convenablement la forme ψ dans son groupe (voir le 5ème lemme) et la forme φ dans sa classe.

Il faut distinguer deux cas selon qu'on a $a' < 2\,a$ ou $2\,a \leqq a'$.

I. Prenons d'abord

$$a' < 2\,a. \qquad (1)$$

Il en suit que dans l'équation $(s\ 1)$ $(2\,\alpha_1 + \alpha_2)^2$ ne prend que les valeurs 0 ou 1.

A. Soit

$$2\,\alpha_1 + \alpha_2 = 0. \qquad (2)$$

ψ représente $2\,a'$. Cette représentation (α_2, α_3) est ou bien sans diviseur commun ou possède le diviseur commun 2. Un autre diviseur commun serait en vertu de (2) le diviseur commun de la première colonne de (s).

1. Soient alors α_2, α_3 sans diviseur commun. En vertu de (2), α_2 étant pair, on peut remplacer ψ d'après le 1er lemme par la forme du même groupe

$$(2\,b - a,\ 2\,d,\ 2\,a'), \quad c = a'$$

et on a comme solution de $(s\ 1)$

$$\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = 0,\ \alpha_3 = \varepsilon.$$

Les équations $(s\ 5)$, $(s\ 6)$ prennent la forme

$$0 = a'\,\gamma_3 + d\,\gamma_2$$
$$0 = a'\,\beta_3 + d\,\beta_2.$$

En vertu de $\alpha_2 = 0$, β_2, γ_2 étant sans diviseur commun, d est divisible par a'. D'après le 2ème lemme on peut transformer ψ en une forme avec $d = 0$ au moyen d'une substitution (c) du § 2 avec $\beta = 0$ et le déterminant $+1$.

2. α_2, α_3 ayant 2 comme diviseur commun, posons

$$\alpha_2 = -2\,\alpha_1,\ \alpha_3 = 2\,\overline{\alpha_3},\ a' = 2\,\overline{a'},$$

car a' est nécessairement pair. L'équation $(s\ 1)$ prend alors la forme

$$\overline{a'} = \psi\,(-\alpha_1,\ \overline{\alpha_3}). \tag{3}$$

α_1 étant impair, on peut remplacer d'après le 1er lemme ψ par une autre forme de son groupe de façon qu'on a dans l'équation $(s\ 1)$

$$\alpha_1 = \varepsilon,\ \alpha_2 = -2\,\varepsilon,\ \alpha_3 = 0.$$

L'équation (3) nous donne maintenant

$$2\,b = a + \overline{a'}. \tag{4}$$

De la même raison d'après le 1er lemme on peut choisir dans $(s^{-1}\ 1)$ φ de façon qu'on a

$$\Gamma_1 = -2\,\varepsilon\,\beta_3 = 0.$$

D'après le 7ème lemme la première colonne de (s) reste la même.

Il s'en suit:

$$\beta_3 = 0, \qquad \gamma_3 = \varepsilon_1$$
$$A_1 = \varepsilon_1\,\beta_2, \qquad B_1 = 2\,\varepsilon\,\varepsilon_1.$$

L'équation $(s^{-1}\ 1)$ nous donne

$$2\,b' = a - \overline{a'}\,\beta_2^2. \tag{5}$$

L'équation $(S\ 3)$ prend la forme

$$2\,a\,b - a^2 = \overline{a'}\,b'.$$

On y remplace $2\,b$, $2\,b'$ par les expressions (4) et (5) et on obtient:

$$a = -\,\overline{a'}\,\beta_2^{\,2}$$

ce qui est impossible, a, $\overline{a'}$ et $\beta_2^{\,2}$ étant positifs. Ce cas ne donne aucune solution des équations $(s\,1)$.....

B. Soit dans $(s\,1)$ $\mid 2\,\alpha_1 + \alpha_2 \mid = 1$. α_2 est maintenant un nombre impair. La forme ψ représente le nombre $2\,a' - a$ qui est par conséquent, positif. En rattachant ce fait à (1), on obtient l'inégalité

$$a < 2\,a' < 4\,a. \tag{6}$$

D'après le 1er lemme on peut choisir ψ dans son groupe de sorte que $\alpha_3 = 0$. L'équation $(s\,1)$ nous donne alors

$$2\,b\,\alpha_2^{\,2} = 2\,a' + a\,(\alpha_2^{\,2} - 1). \tag{7}$$

On a maintenant $B_1 = -\,\alpha_2\,\gamma_3$, $\Gamma_1 = \alpha_2\,\beta_3$ et on peut remplacer φ' d'après 1er et le 7ème lemme par une forme équivalente de sorte que dans $(s^{-1}\,1)$ on a

$$\Gamma_1 = \alpha_2\,\beta_3 = 0, \text{ c'est-à-dire } \beta_3 = 0,\ \gamma_3 = \varepsilon.$$

Il suit de (6) que dans $(s^{-1}\,1)$ A_1 prend la valeur 0 ou ± 1.

1. Supposons d'abord $A_1 = 0$. B_1, Γ_1 étant sans diviseur commun, on a $B_1 = -\,\alpha_2\,\gamma_3 = \pm 1$, c'est-à-dire

$$\alpha_2 = \varepsilon_1,\ \gamma_3 = \varepsilon.$$

De $A_1 = \varepsilon\,\beta_2 = 0$ il suit $\beta_2 = 0$, $\beta_1 = \varepsilon_2$. L'équation $(s\,6)$ prend maintenant la forme

$$0 = 2\,a\,\alpha_1\,\varepsilon_2 + a\,\varepsilon_1\,\varepsilon_2$$

ce qui est impossible pour un α_1 entier. Ce cas ne donne aucune solution des équations $(s\,1)$.....

2. Supposons ensuite $A_1 = \varepsilon\,\beta_2 = \pm 1$, c'est-à-dire $\beta_2 = \varepsilon_1$. L'équation $(s^{-1}1)$ nous donne en vertu de $B_1 = -\,\varepsilon\,\alpha_2$

$$b'\,\alpha_2^{\,2} = 2\,a - a'. \tag{8}$$

L'équation $(S\,3)$ devient

$$2\,a\,b - a^2 = a'\,b'.$$

On multiplie cette équation par $\alpha_2^{\,2}$ et on remplace $2\,b\,\alpha_2^{\,2}$, $b'\,\alpha_2^{\,2}$ par (7) et (8). Il résulte

$$a = a'. \tag{9}$$

De même on multiplie l'équation $(s\,2)$

$$2\,b' = a\,(2\,\beta_1 + \varepsilon_1)^2 + 2\,b - a$$

par $\alpha_2^{\,2}$ et en utilisant (7), (8), (9) on obtient

$$2 = (2\,\beta_1 + \varepsilon_1)^2\,\alpha_2^{\,2} + 1,$$

d'où résulte $\alpha_2 = \varepsilon_2$. L'équation (7) nous donne par conséquent $b = a$. On conclut de $(s\,5)$ que $d = a\,k$ est divisible par a. La forme $\psi = (a,\ 2\,a\,k,\ 2\,c)$

se laisse transformer d'après le 2ème lemme par une substitution (b) avec β pair en forme avec $d = 0$.

II. Examinons maintenant le cas

$$2\,a \leqq a'. \tag{10}$$

Il est impossible qu'il soit simultanément $B_1 = 0$, $\Gamma_1 = 0$. Cette chose exigerait $A_1 = \varepsilon$ et par conséquent $a' = 2\,a$. L'équation $(s^{-1}6)$ deviendrait

$$a = 2\,a\,\varepsilon\,A_2$$

ce qui est impossible pour A_2 entier. On a alors au moins un des nombres B_1, Γ_1 différent de zéro. De (10) résulte $A_1 = 0$ et on peut choisir, d'après le 1er lemme, φ dans sa classe, de sorte que

$$B_1 = \varepsilon,\ \Gamma_1 = 0.$$

$(s^{-1}1)$ devient maintenant

$$2\,a = b'$$

et on a $\alpha_2 = -\varepsilon\,\Gamma_3$, $\alpha_3 = \varepsilon\,\Gamma_2$.

Si l'on suppose Γ_3 impair, on peut choisir ψ dans son groupe d'après le 1er lemme de sorte que $\Gamma_2 = 0$. On s'assurera aisément que la première colonne de (s^{-1}) reste ici la même. L'équation $(s^{-1}\,6)$ devient

$$a = 2\,a\,\varepsilon\,B_2$$

ce qui est impossible pour un B_2 entier.

On a alors forcément Γ_3 pair et on peut choisir ψ dans son groupe de sorte que

$$\Gamma_2 = \varepsilon_1,\ \Gamma_3 = 0.$$

L'équation $(s^{-1}5)$ nous donne $B_3 = 0$. En vertu de $A_3 = \varepsilon_2$ il suit de $(s^{-1}3)$

$$c = a'$$

et on voit de $(s^{-1}4)$ que $d = a'\,k$ est divisible par a'. La forme

$$\psi = (2\,b - a,\ 2\,a'\,k,\ 2\,a')$$

se laisse transformer d'après le 2ème lemme en forme ayant $d = 0$ par une substitution (c) avec $\beta = 0$.

Nous avons alors le théorème suivant:

3. théorème. *Pour qu'une forme du type* (g) *soit équivalente à une forme du type* (f), *il faut et il suffit que la forme* ψ *correspondante se laisse transformer par une substitution* (a) *du* § 2 *avec* β *pair et le déterminant* $+1$ *dans une forme du type* $(\overline{b},\ 0,\ 2\,c)$.

Remarque. Pour a impair il suffit d'après le 4ème lemme que ψ soit équivalente à une forme du type $(\overline{b},\ 0,\ \overline{c})$. Pour a pair on a d'après le 5ème lemme dans chaque classe trois groupes de formes. Dans la classe qui contient la forme $(\overline{b},\ 0,\ 2\,c)$, le premier et le deuxième groupe nous donne des formes g équivalentes aux formes du type (f), car le premier groupe contient la forme $(\overline{b},\ 0,\ 2\,c)$, le deuxième la forme $(2\,c,\ 0,\ \overline{b})$. Le

troisième groupe contenant la forme $(\overline{b},\ \overline{b},\ \overline{b}+2c)$ conduit aux formes g qui ne sont pas équivalentes aux formes du type (f).

§ 7. L'équivalence de deux formes g.

Soient

$$g = 2ax^2 + 2axy + \varphi(y,\ z),\ \mathfrak{g} = ax^2 + \psi(y,\ z),$$
$$g' = 2a'x^2 + 2a'xy + \varphi'(y,\ z),\ \mathfrak{g}' = a'x^2 + \psi'(y,\ z),$$

deux formes du type (g) équivalentes. La substitution (s) qui transforme g en g' nous donne pour les coefficients de g et g' les équations suivantes

$$4a' = a(2\alpha_1 + \alpha_2)^2 + \psi(\alpha_2,\ \alpha_3) \qquad (s\ 1)$$
$$2b' = a(2\alpha_1 + \alpha_2)(2\beta_1 + \beta_2) + \psi(\alpha_2,\ \beta_2,\ \alpha_3,\ \beta_3) \qquad (s\ 2)$$
$$2c' = a(2\beta_1 + \beta_2)^2 + \psi(\beta_2,\ \beta_3) \qquad (s\ 3)$$
$$d' = 2a\beta_1\gamma_1 + b\beta_2\gamma_2 + c\beta_3\gamma_3 + d(\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2) + a(\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1) \qquad (s\ 4)$$
$$0 = 2a\alpha_1\gamma_1 + b\alpha_2\gamma_2 + c\alpha_3\gamma_3 + d(\alpha_2\gamma_3 + \alpha_3\gamma_2) + a(\alpha_1\gamma_2 + \alpha_2\gamma_1) \qquad (s\ 5)$$
$$a' = 2a\alpha_1\beta_1 + b\alpha_2\beta_2 + c\alpha_3\beta_3 + d(\alpha_2\beta_3 + \alpha_3\beta_2) + a(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1) \qquad (s\ 6)$$

La substitution (s^{-1}) nous donne de la même manière

$$4a = a'(2A_1 + B_1)^2 + \psi'(B_1,\ \Gamma_1) \qquad (s^{-1}\ 1)$$
$$d = 2a'A_2A_3 + b'B_2B_3 + c'\Gamma_2\Gamma_3 + d'(B_2\Gamma_3 + B_3\Gamma_2) + a'(A_2B_3 + A_3B_2) \qquad (s^{-1}\ 4)$$
$$0 = 2a'A_1A_3 + b'B_1B_3 + c'\Gamma_1\Gamma_3 + d'(B_1\Gamma_3 + B_3\Gamma_1) + a'(A_1B_3 + A_3B_1) \qquad (s^{-1}\ 5)$$

Enfin la substitution (S) qui transforme G' adjointe à g' en G adjointe à g nous donne pour le troisième coefficient principal

$$(2ab - a^2) = (b'c' - d'^2)\alpha_3^2 + 2a'c'\beta_3^2 + (2a'b' - a'^2)\gamma_3^2 - 4a'd'\beta_3\gamma_3 + 2a'd'\alpha_3\gamma_3 - 2a'c'\alpha_3\beta_3. \qquad (S\ 3)$$

On examinera de nouveau sous quelles conditions ces équations possèdent des solutions $\alpha_1\ldots$ en nombres entiers, le déterminant de la substitution (s) étant $+1$. On peut supposer que les formes ψ et ψ' ne se laissent pas transformer en formes avec $d = 0$ par une substitution (a) avec β pair ayant le déterminant $+1$, parce qu'en ce cas la forme g ou g' est équivalente d'après le 3ème théorème à une forme du type (f). Les coefficients $\alpha_2,\ \alpha_3$ de (s) étant pairs, (s) nous donne d'après le 8ème lemme une substitution à coefficients entiers qui transforme $\mathfrak{g}$ en $\mathfrak{g}'$. L'équivalence de $\mathfrak{g}$ et $\mathfrak{g}'$ exige d'après le 1er théorème pour $a = a'$ que ψ et ψ' soient proprement ou improprement équivalentes. Pour que g et g' soient équivalentes, il faut en plus d'après le 10ème lemme que ψ et ψ' appartiennent au même groupe. L'équivalence de $\mathfrak{g}$ et $\mathfrak{g}'$ exige pour $a \neq a'$ que ψ appartienne à la classe contenant la forme $(a',\ 0,\ 2c)$ et ψ', à la classe contenant la forme $(a,\ 0,\ 2c')$. En cas de a et a' impairs g et g' sont toujours équivalentes aux formes du type (f). Les coefficients $a = 2\overline{a},\ a' = 2\overline{a'}$ étant pairs, la forme g ou g' est aussi équivalente à une forme du type (f) sauf le cas, où ψ et

ψ' appartiennent au troisième groupe de leurs classes. On peut les supposer alors sous la forme

$$\psi = (a',\ a',\ a' + 2\,c),\ \psi' = (a,\ a,\ a + 2\,c').$$

Maintenant la substitution

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

transforme g en g'. Le cas de α_2, α_3 pairs étant connu, ou peut supposer dans ce qui suit qu'au moins un des nombres α_2, α_3 est impair.

On peut supposer, sans restreindre la généralité

$$a' \leqq a. \tag{1}$$

Il résulte de cette inégalité que dans $(s\,1)$ $(2\,\alpha_1 + \alpha_2)$ ne prend que les valeurs $0, \pm 1, \pm 2$. Mais pour $2\,\alpha_1 + \alpha_2 = \pm 2$ $(s\,1)$ nous donne $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, tous deux pairs. Nous n'avons alors à examiner que les deux autres cas.

I. Soit d'abord

$$|\,2\,\alpha_1 + \alpha_2\,| = 1.$$

α_2 est impair. Le nombre $4\,a' - a$ représenté par la forme ψ est positif. Il en suit l'inégalité

$$a' \leqq a < 4\,a'. \tag{2}$$

On peut choisir ψ d'après le 1er lemme dans son groupe de sorte que $\alpha_3 = 0$ ce qui donne

$$B_1 = -\,\alpha_2\,\gamma_3,\ \Gamma_1 = \alpha_2\,\beta_3,$$

β_3, γ_3 étant sans diviseur commun. Il faut ici distinguer deux cas selon que γ_3 est pair ou impair.

A. Supposons γ_3 pair. On peut choisir d'après le 1er lemme ψ' dans son groupe de sorte qu'on a dans $(s^{-1}1)$ $\gamma_3 = 0$, $\beta_3 = \varepsilon$ et cette équation prend la forme

$$4\,a = 4\,a'\,\gamma_2^2 + 2\,c'\,\alpha_2^2. \tag{3}$$

D'après le 7ème lemme on voit facilement que la première colonne de la substitution (s) reste la même. On tire de (3) et de $(s\,1)$ les équations

$$c'\,\alpha_2^2 = 2\,a - 2\,a'\,\gamma_2^2 \tag{4}$$

$$2\,b\,\alpha^2{}_2 = 4\,a' + a\,(\alpha_2^2 - 1). \tag{5}$$

On multiplie l'équation $(S\,3)$ par α_2^2 et en vertu de (4) et (5) on reçoit

$$a^2 = 4\,a'^2\,\gamma_2^2.$$

Il suit de (2) et (3) $|\,\gamma_2\,| \leqq 1$, c'est à dire $\gamma_2 = \varepsilon_1$, $a = 2\,a'$. De même on multiplie l'équation $(s\,3)$

$$2\,c' = a\,(2\,\gamma_1 + \varepsilon_1)^2 + 2\,b - a$$

par α_2^2 et, en utilisant les équations (4), (5) et celle pour a, on obtient

$$1 = (2\,\gamma_1 + \varepsilon_1)^2\,\alpha_2^2.$$

On en tire $\alpha_2 = \varepsilon_2$. Il suit maintenant de (s 6) que $d = a'\,k$ est divisible par a'. D'après le 2ème lemme la forme

$$\psi = (2\,a',\ 2\,a'\,k,\ 2\,c)$$

se transforme par une substitution (b) avec β pair et le déterminent + 1 en une forme équivalente avec $d = 0$ ou $d = a'$ selon qu'on a k pair ou impair. De même il suit de (s 4) que $d' = a'\,k'$ est divisible par a'. La forme

$$\psi = (2\,b' - a',\ 2\,a'\,k',\ 4\,a')$$

se transforme de la même raison par une substitution (c) avec $\beta = 0$ et le déterminant + 1 en une forme équivalente avec $d' = 0$ ou $d' = a'$. Selon la supposition on ne considère que le cas de $d = a'$, $d' = a'$. L'égalité des discriminants de g et g' nous donne $b' = c$.

La forme g:

$$g = \begin{pmatrix} 4\,a', & 2\,a', & b' \\ a', & 0, & 2\,a' \end{pmatrix} \text{ avec } \mathfrak{g} = \begin{pmatrix} 2\,a', & 2\,a', & 2\,b' \\ 2\,a', & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

se transforme par la substitution

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

en forme

$$g' = \begin{pmatrix} 2\,a', & b', & 2\,a' \\ a', & 0, & a' \end{pmatrix} \text{ avec } \mathfrak{g}' = \begin{pmatrix} a', & 2\,b' - a', & 4\,a' \\ 2\,a', & 0, & 0 \end{pmatrix}.$$

B. Supposons maintenant γ_3 impair. On peut choisir d'après le 1er et 7ème lemme la forme ψ' dans son groupe de sorte que dans l'équation (s^{-1} 1) on a $\beta_3 = 0$, $\gamma_3 = \varepsilon$. A cause de $A_1 = \varepsilon\,\beta_2$ cette équation prend la forme

$$4\,a = a'\,(2\,\beta_2 - \alpha_2)^2 + (2\,b' - a')\,\alpha_2^2. \tag{6}$$

Posons

$$t = 2\,\beta_2 - \alpha_2. \tag{7}$$

α_2 étant impair, t est aussi impair. On tire de (6) et de (s 1)

$$2\,b'\,\alpha_2^2 = 4\,a + a'\,(\alpha_2^2 - t^2) \tag{8}$$

$$2\,b\,\alpha_2^2 = 4\,a' + a\,(\alpha_2^2 - 1). \tag{9}$$

On multiplie l'équation (S 3)

$$2\,a\,b - a^2 = 2\,a'\,b' - a'^2$$

par α_2^2 et en vertu de (8) et (9) on obtient

$$a = a'\,|\,t\,|. \tag{10}$$

Supposons d'abord $|t| \geqq 5$. On tire de (6)

$$4a > 25a', \text{ c'est-à-dire } a > 6a'$$

ce qui est impossible à cause de (2). Il faut alors distinguer deux cas selon que $|t| = 1$ ou $|t| = 3$.

1. Prenons d'abord $|t| = 1$. On tire de (8), (9), (10)

$$a = a', \; b = b'.$$

On multiplie l'équation (s 2)

$$2b = a(2\beta_1 + \beta_2)^2 + (2b - a)\beta_2^2$$

par α_2^2 et en vertu de (9) on obtient

$$3 + \alpha_2^2 = (2\beta_1 + \beta_2)^2 \alpha_2^2 + 3\beta_2^2. \tag{11}$$

Il en suit que α_2 ne peut prendre que les valeurs ± 1, ± 3. Pour $2\beta_1 + \beta_2 = 0$ il faut $\beta_1 = \varepsilon'$, $\beta_2 = -2\varepsilon'$ à cause de $\beta_3 = 0$. L'équation (11) nous donne $\alpha_2^2 = 9$. Pour $|2\beta_1 + \beta_2| > 0$ l'équation (11) nous donne $3 \geqq 3\beta_2^2$. De $\beta_2 = 0$ il suit $\beta_1 = \varepsilon'$ et de (11) on tire $\alpha_2^2 = 1$. De $\beta_2^2 = \varepsilon'$ et de (7) il suit $\alpha_2 = 2\varepsilon' - \varepsilon''$, c'est à dire $|\alpha_2|$ égal à 1 ou 3.

a) Soit $\alpha_2 = 3\varepsilon_1$. L'équation (9) donne

$$18b = 12a.$$

Posons alors $a = 3\overline{a}$, $b = 2\overline{a}$. De (s 5) il suit que $d = \overline{a}k$ est divisible par $\overline{a}$. La forme

$$\psi = (\overline{a}, \; 2\overline{a}k, \; 2c)$$

se transforme d'après le 2ème lemme par une substitution (*b*) avec β pair et le déterminant $+1$ en une forme équivalente avec $d = 0$.

b) Soit $\alpha_2 = \varepsilon_1$. On tire de (9) $b = 2a$ et de (s 5) et (s^{-1} 5) il suit que $d = ak$, $d' = ak'$ sont divisibles par a. On peut écrire maintenant

$$\psi = (3a, \; 2ak, \; 2c), \; \psi' = (3a, \; 2ak', \; 2c').$$

D'après le 2ème lemme on peut faire $0 \leqq k < 3$, $0 \leqq k' < 3$. Nous ne considérons que les k, k' différents de zéro. Pour $k \equiv -k' \bmod 3$ les formes ψ et ψ' sont improprement équivalentes. Pour $k \equiv k' \bmod 3$, c'est-à-dire $k = k'$, ψ est identique à ψ' et la substitution (*s*) *est au plus* une transformation en elle-même de la forme,

$$g = \begin{pmatrix} 2a, & 2a, & c \\ a, & 0, & a \end{pmatrix}, \quad \mathfrak{g} = \begin{pmatrix} a, & 3a, & 2c \\ 2a, & 0, & 0 \end{pmatrix}. \tag{I.}$$

On avait ici déjà depuis le commencement les formes ψ et ψ' proprement ou improprement équivalentes et pour a pair ces formes appartenaient au même groupe.

2. Prenons ensuite $|t| = 3$. On tire de (10), (8), (9)

$$a = 3a'$$

$$2b'\alpha_2^2 = a'(\alpha_2^2 + 3) \tag{12}$$

$$2b\alpha_2^2 = a'(3\alpha_2^2 + 1). \tag{13}$$

On multiplie l'équation $(s\,2)$

$$2\,b' = 3\,a'\,(2\,\beta_1 + \beta_2)^2 + (2\,b - 3\,a')\,\beta_2^2$$

par α_2^2 et en vertu de (12) et (13) on obtient

$$3 + \alpha_2^2 = 3\,(2\,\beta_1 + \beta_2)^2\,\alpha_2^2 + \beta_2^2. \qquad (14)$$

On voit de cette équation que $\alpha_2 = \varepsilon_1$. Pour $2\,\beta_1 + \beta_2 = 0$ on obtient $\beta_1 = \varepsilon_2$, $\beta_2 = -2\,\varepsilon_2$ et (14) donne $\alpha_2^2 = 1$. Pour $|\,2\,\beta_1 + \beta_2\,| > 0$ on tire de (14)

$$3 \geqq 2\,(2\,\beta_1 + \beta_2)^2\,\alpha_2^2 + \beta_2^2,$$

d'où de nouveau $\alpha_2^2 = 1$. L'équation (13) donne $b = 2\,a'$ et $(s\,5)$ exige que $d = a'\,k$ soit divisible par a'. La forme

$$\psi = (a',\ 2\,a'\,k,\ 2\,c)$$

se transforme d'après le 2ème lemme par une substitution (b) avec β pair et le déterminant $+1$ dans une forme équivalente avec $d = 0$.

II. Soit maintenant

$$2\,\alpha_1 + \alpha_2 = 0.$$

α_2 étant pair, il faut que α_3 soit impair. De plus α_2, α_3 sont sans diviseur commun. On peut choisir d'après le 1er lemme ψ dans son groupe de sorte que dans $(s\,1)$ il y a

$$\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = 0,\ \alpha_3 = \varepsilon.$$

On a alors

$$c = 2\,a'$$

et dans l'équation $(s^{-1}\,1)$ $B_1 = \varepsilon\,\gamma_2$, $\Gamma_1 = -\varepsilon\,\beta_2$. Il faut de nouveau distinguer deux cas, selon que γ_2 est pair ou impair.

A. Prenons d'abord γ_2 pair. D'après le 1er et 7ème lemme on peut choisir ψ' dans son groupe de sorte que dans l'équation $(s^{-1}\,1)$ il y a

$$\beta_2 = \varepsilon_1,\ \gamma_2 = 0$$

et par conséquent $\gamma_1 = -\varepsilon\,\varepsilon_1$, le déterminant de (s) étant $+1$. On en tire de plus $A_1 = \varepsilon_1\,\gamma_3$, $A_3 = \varepsilon$, $B_3 = 0$, $\Gamma_3 = 0$. L'équation $(s^{-1}\,5)$ donne $\gamma_3 = 0$ et l'équation $(s\,3)$ donne

$$c' = 2\,a.$$

Les équations $(s\,4)$ et $(s^{-1}\,4)$ exigent que $d' = a\,k'$, $d = a'\,k$ soient divisibles par a et a'. Les formes

$$\psi = (2\,b - a,\ 2\,a'\,k,\ 4\,a'),\ \psi' = (2\,b' - a',\ 2\,a\,k',\ 4\,a)$$

se laissent transformer d'après le 2ème lemme par une substitution (c) avec $\beta = 0$ et le déterminant $+1$ en formes équivalentes avec $d = 0$ ou $d = a'$ et $d' = 0$ ou $d' = a$. Nous ne considérons de nouveau que les formes avec $d = a'$, $d' = a$. On tire de l'égalité des discriminants de g et g' $b' = b$.

Il est évident que les formes

$$g = \begin{pmatrix} 2a, & b, & 2a' \\ a', & 0, & a \end{pmatrix} \quad \mathfrak{g} = \begin{pmatrix} a, & 2b - a, & 4a' \\ 2a', & 0, & 0 \end{pmatrix}$$
$$g' = \begin{pmatrix} 2a', & b, & 2a \\ a, & 0, & a' \end{pmatrix} \quad \mathfrak{g}' = \begin{pmatrix} a', & 2b - a', & 4a \\ 2a, & 0, & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{(II.)}$$

sont équivalentes. Pour $a = a'$ (s) peut être une transformation en elle-même de g.

B. Prenons ensuite γ_2 impair. On peut choisir d'après le 1er et 7ème lemme ψ' dans son groupe de sorte que dans l'équation $(s^{-1}\, 1)$ il y a

$$\beta_2 = 0, \ \gamma_2 = \varepsilon_1.$$

De l'équation $(s\, 6)$ on tire que a' est divisible par c et de $(s^{-1}\, 4)$ on tire que d est divisible par a' et par conséquent aussi par c. D'après le 2ème lemme la forme ψ se laisse transformer par une substitution (c) avec $\beta = 0$ et le déterminant $+1$ en une forme équivalente avec $d = 0$.

Nous allons réunir les résultats tout-à-l'heure obtenus dans le théorème suivant:

4. théorème. *Pour l'équivalence de deux formes g et g' du type (g) qui ne sont pas équivalentes aux formes du type (f) on a les conditions suivantes:*

1. *Pour $a = a'$ il faut et il suffit que ψ se laisse transformer en ψ' par une substitution (a) avec β pair et le déterminant ± 1. Pour a impair il suffit que ψ et ψ' soient proprement ou improprement équivalentes.*

Pour $a \neq a'$, ce qui est seulement possible quand le discriminant est pair, on a les trois cas d'équivalence suivants

2. *ψ se laisse transformer par une substitution (a) avec β pair et le déterminant ± 1 en forme*

$$(a', \ a', \ a' + 2c)$$

et ψ' se laisse transformer de la même manière en forme

$$(a, \ a, \ a + 2c).$$

3. *ψ se laisse transformer par une substitution (a) avec β pair et le déterminant ± 1 en forme*

$$(2b - a, \ 2a', \ 4a')$$

et ψ' se laisse transformer de la même manière en forme

$$(2b - a', \ 2a, \ 4a).$$

4. *On a $a = 2a'$ et ψ se laisse transformer par une substitution (a) avec β pair et le déterminant ± 1 en forme*

$$(2a', \ 2a', \ 2c)$$

et ψ' se laisse transformer de la même manière en forme

$$(2c - a', \ 2a', \ 4a').$$

Remarque. Sauf les trois exceptions avec $a \neq a'$, chaques deux classes de formes ψ non ambiguës qui sont improprement équivalentes donnent pour un a impair une classe de formes g et chaque classe ambiguë de ψ qui contient une forme réduite du type $(2m, m, n)$ donne pour un a impair une classe de formes g. Ces classes ne contiennent pas de formes du type (f).

§ 8. Le nombre de transformations en elle même d'une forme g.

Dans ce paragraphe nous supposerons le discriminant de la forme g impair ou impairement pair ce qui entraîne a impair. Toutes les transformations en elle même de g avec α_2, α_3 pairs résultent d'après le 8ème lemme des transformations en elle même de $\mathfrak{g}$. D'après le paragraphe précédent les formes du type I et celles du type II avec $a = a'$ et celles-ci seulement possèdent des transformations en elle même n'ayant pas tous les deux coefficients α_2, α_3 à la fois pairs. Mais il n'y a pas besoin de considérer des formes du type II, car ces formes ont le discriminant divisible par 4.

I. Prenons d'abord les formes g dont toutes les transformations en elles même résultent des transformations correspondantes des formes $\mathfrak{g}$. On trouve facilement d'après le 1er théorème et le 9ème lemme:

La forme g possède τ transformations en elle même où

en général $\tau = 2$,

ψ appartenant à la classe ambiguë qui contient la forme réduite du type $(2m, m, n)$, $\tau = 4$.

II. Examinons maintenant les transformations en elle même de la forme

$$g_1 = \begin{pmatrix} 2a, & 2a, & c \\ a, & 0, & a \end{pmatrix}, \quad \mathfrak{g}_1 = \begin{pmatrix} a, & 3a, & 2c \\ 2a, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

qui n'ont pas tous les deux coefficients α_2, α_3 à la fois pairs. Pour ce but nous égalons dans les équations $(s\,1)\ldots.(s\,6)$ du § 7 les coefficients a', b', c', d' aux coefficients a, b, c, d et nous prenons pour ces coefficients les coefficients de la forme g_1. Nous allons chercher toutes les solutions $\alpha_1, \ldots\ \beta_1, \ldots\ \gamma_1, \ldots$ des équations $(s\,1)\ \ldots\ (s\,6)$ en nombres entiers.

On peut écrire l'équation $(s\,1)$ sous la forme

$$12a = 3a(2\alpha_1 + \alpha_2)^2 + a(3\alpha_2 + 2\alpha_3)^2 + 2(3c - 2a)\alpha_3^2. \qquad (1)$$

On trouve les décompositions suivantes du nombre $12a$ en somme de trois termes:

1. $12a = 3a \cdot 2^2 + 0 + 0$
2. $12a = 3a \cdot 1^2 + a \cdot 3^2 + 0$
3. $12a = 3a \cdot 1^2 + a \cdot 1^2 + 8a$
4. $12a = 0 + a \cdot 2^2 + 8a$
5. $12a = 0 + 0 + 12a.$

On en tire les valeurs suivantes pour α_1, α_2, α_3:

	α_1	α_2	α_3	Les conditions pour les coefficients de g_1
1	ε	0	0	en général
2	$\frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon)$	ε	0	
3	$\lvert 2\alpha_1 + \alpha_2 \rvert = 1$	$3\alpha_2 = \varepsilon_1 - 4 a_2 \varepsilon$	$2 a_2 \varepsilon$	$a = a_2^2$, $3c = 1 + 2a^2_2$
4	$3\alpha_1 = 2 a_2 \varepsilon - \varepsilon_1$	$\alpha_2 = -2\alpha_1$	$2 a_2 \varepsilon$	
3′	$\lvert 2\alpha_1 + \alpha_2 \rvert = 1$	$3\alpha_2 = \varepsilon_1 - 2 a_2 \varepsilon$	$a_2 \varepsilon$	$a = a_2^2$, $3c = 4 + 2a_2^2$
4′	$3\alpha_1 = a_2 \varepsilon - \varepsilon_1$	$3\alpha_2 = -2\alpha_1$	$a_2 \varepsilon$	
5	ε	-2ε	3ε	$a = 9$, $c = 8$.

Les nombres a, c supposés sans diviseur commun, les conditions pour les coefficients dans la 3ème et 4ème décomposition résultent de l'équation

$$2(3c - 2a)\alpha_3^2 = 8a,$$

où l'on pose $a = a_1 a_2^2$, a_2^2 étant le plus grand carré qui divise a. De la même manière les conditions dans la 5ème décomposition résultent de l'équation

$$2(3c - 2a) \cdot 9 = 12a.$$

L'équation (s 2) a la même forme comme (s 1). On obtient alors les mêmes valeurs pour les coefficients β_1, β_2, β_3. Nous écrirons seulement dans les formules de la table ci-dessus ε_2, ε_3 à la place de ε, ε_1.

L'équations (s 3) peut être écrite sous la forme

$$6c = 3a(2\gamma_1 + \gamma_2)^2 + a(3\gamma_2 + 2\gamma_3)^2 + 2(3c - 2a)\gamma_3^2. \qquad (2)$$

En général on a $\alpha_3 = 0$, $\beta_3 = 0$ et par conséquent $\gamma_3 = \varepsilon_4$. On en tire les solutions suivantes de l'équation (2):

$$a)\ \gamma_1 = 0, \qquad \gamma_2 = 0, \qquad \gamma_3 = \varepsilon_4,$$

$$b)\ \gamma_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_5 - \varepsilon_4), \quad \gamma_2 = -\varepsilon_4, \quad \gamma_3 = \varepsilon_4.$$

On fait maintenant toutes les combinaisons possibles des solutions des équations (s 1), (s 2), (s 3) et on les substitue dans les équations (s 4), (s 5), (s 6). En cas général les combinaisons $2.1.b$ et $2.2.b$ conduisent

seulement aux transformations en elle même de la forme g_1, où α_2, α_3 ne sont pas à la fois pairs. De la combinaison 2 . 1 . *b* on obtient

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(1+\varepsilon) & -1 & \frac{1}{2}(\varepsilon-1) \\ \varepsilon & 0 & -\varepsilon \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \tag{3}$$

ce qui donne 2 transformations en elle même de g_1. De la combinaison 2 . 2 . *b* résulte

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}(1+\varepsilon), & \frac{1}{2}(1-\varepsilon), & \frac{1}{2}(1-\varepsilon) \\ \varepsilon, & \varepsilon, & \varepsilon \\ 0, & 0, & \varepsilon \end{pmatrix} \tag{4}$$

ce qui donne de nouveau 2 transformations en elle même de g_1. Avec les deux substitutions ayant α_2, α_3 pairs nous avons en général pour la forme g_1 6 transformations en elle-même.

Les conditions $a = a_2^2$, $3\,c = 1 + 2\,a_2^2$ ne donnent que les substitutions (3), (4) sauf le cas $a = 1$, $c = 1$. La forme

$$\begin{pmatrix} 2, & 2, & 1 \\ 1, & 0, & 1 \end{pmatrix}$$

est équivalente à la forme du type (*f*)

$$\begin{pmatrix} 1, & 1, & 1 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}.$$

On le trouve par le même procédé comme dans le cas général en laissant à côté les formes avec *a* pair. Les conditions $a = a_2^2$, $3\,c = 4 + 2\,a_2^2$ exigent un discriminant divisible par 4. Les conditions $a = 9$, $c = 8$ ne mènent qu'aux substitutions (3) et (4).

Nous avons alors le théorème suivant

5. **théorème.** *Une forme g d'un discriminant impair ou impairement pair qui n'est pas équivalente à une forme du type (f) possède* τ *transformations en elle même, où*

1. *en général,* $\tau = 2$,
2. ψ *appartenant à une classe ambiguë qui contient une forme réduite du type* $(2\,m,\ m,\ n)$, $\tau = 4$,
3. ψ *appartenant à la classe, où se trouve la forme* $(3a, 2a, c)$, $a \neq c$, $\tau = 6$.

§ 9. Le nombre de classes de formes quadratiques, teranires et positives, de discriminant impair.

Pour déterminer le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de discriminant impair D, on procédera d'après ce qui a été

dit au § 1. On calculera d'abord au moyen de cinq théorèmes démontrés les nombres $\mathfrak{H}_\tau(D)$, $\tau = 24, 12, 8, 6, 4, 2$.

1. $\tau = 24$. Nous avons ici les formes du type

$$\begin{pmatrix} a & a & a \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = a^3.$$

Par conséquent en général

$$\mathfrak{H}_{24}(D) = 0.$$

Quand D est une troisième puissance d'un nombre entier, il faut augmenter ce nombre de $+1$.

2. $\tau = 12$. Nous avons ici les formes du type (f), où

$$\varphi = (2d,\ d,\ \ 2d),\ D = a \,.\, 3d^2.$$

Il faut alors que D soit divisible par 3. Posons $D = 3D_1$. On trouve aisément

$$\mathfrak{H}_{12}(3D_1) = Q(D_1),$$

où $Q(D_1)$ signifie le nombre de diviseurs carrés de D_1, l'unité y compris.

3. $\tau = 8$. Il s'agit ici des formes du type

$$\begin{pmatrix} a, & a, & c \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}, \quad D = a^2 c$$

ou de celles du type

$$\begin{pmatrix} a, & b, & b \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}, \quad D = a b^2.$$

Une forme du premier type est toujours équivalente d'après le 1er théorème à une forme du second type. Par conséquent on a

$$\mathfrak{H}_8(D) = Q(D).$$

Quand D est une troisième puissance d'un nombre entier, il faut augmenter cette formule de -1, la forme avec $a = c$ ou $a = b$ ayant $\tau = 24$.

4. $\tau = 6$. Nous avons ici des formes du type (g) avec

$$\psi = (3a,\ 2a,\ 2c), \quad D = a^2(3c - 2a) = a^2 n. \tag{1}$$

Sauf le cas de $a = c$, aucune forme ψ de ce type n'appartient à une classe ambiguë et n'est pas par conséquent équivalente à une forme du type (f). D'après le 4ème théorème les formes ψ considérées appartiennent toutes aux différentes classes.

Soit d'abord D premier à 3. Afin qu'une décomposition $D = a^2 n$ donne une forme ψ du type considéré à coefficients entiers, il faut que

$$n + 2a \equiv 0 \mod 3.$$

A cause de $D \equiv n \mod 3$ le nombre de classes ayant $\tau = 6$ est égal au nombre de diviseurs carrés de D qui donnent le même reste mod 3 que D. On a alors

$$\mathfrak{H}_6(D) = \sum_{a^2} \frac{1 + \left(\frac{Da}{3}\right)}{2}.$$

$\left(\frac{D\,a}{3}\right)$ signifie le symbole de Legendre et la somme s'étend à tous les diviseurs carrés de D, l'unité y compris.

Soit D divisible par 3. Il faut d'après (1) que D soit divisiblè par 27. Posons $D = 27\,D_2$, $a = 3\,a_1$. L'équation (1) nous donne

$$D_2 = a_1^2\,(c - 2\,a_1) = a_1^2\,n_1.$$

Chaque décomposition de D_2 conduit ici à une forme ψ. On a alors

$$\mathfrak{H}_6\,(27\,D_2) = Q\,(D_2).$$

Quand D est une troisième puissance d'un nombre entier, il faut augmenter les formules pour $\mathfrak{H}_6\,(D)$ de -1, la forme avec $a = c$ ayant $\tau = 24$.

5. $\tau = 4$. D'après le 6ème lemme toutes les classes binaires ambiguës de discriminant impairement pair contiennent des formes ψ avec $d = 0$. Par conséquent toutes les formes du type (g) qu'on pourrait ici considérer sont d'après le 3ème théorème équivalentes aux formes du type (f). Nous n'avons que des formes

$$f = a\,x^2 + \varphi\,(y,\ z),$$

où φ appartiennent aux classes ambiguës.

Chaque classe binaire contenant la forme ambiguë du type $(2\,d,\ d,\ c)$ donne une classe de formes f. On y trouve $\mathfrak{H}_{12}\,(D)$ formes avec $\tau = 12$. Le nombre de ces classes est alors d'après le 6ème lemme:

$$\sum_{\delta} E\,(\delta) - Q\,(D) - \mathfrak{H}_{12}\,(D),$$

où la somme porte sur tous les diviseurs δ de D, D et l'unité y compris.

Quant aux formes réduites binaires ambiguës du type $(b,\ 0,\ c)$, trois telles formes donnent des formes équivalentes f:

$$\begin{pmatrix} a, & b, & c, \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b, & a, & c, \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c, & a, & b, \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}.$$

Quand dans une telle forme deux coefficients sont égaux, nous avons seulement deux formes équivalentes, mais ces formes possèdent $\tau = 8$. Nous avons alors pour le nombre de classes ternaires avec $\tau = 4$ provenant des classes binaires ambiguës du type $(b,\ 0,\ c)$

$$\frac{1}{3}\,\{\sum_{\delta} E\,(\delta) - 2\,Q\,(D)\},$$

où la somme se fait comme dans la formule précédente. Si D est une troisième puissance d'un nombre entier, il faut ajouter à cette formule $+\ \frac{1}{3}$ parce que nous y avons soustrait la forme

$$\begin{pmatrix} a, & a, & a \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$$

deux fois.

On a alors

$$\mathfrak{H}_4(D) = \frac{4}{3}\sum_{\delta} E(\delta) - \frac{5}{3} Q(D) - \mathfrak{H}_{12}(D).$$

Si D est une troisième puissance, il faut augmenter cette formule de $+\frac{1}{3}$.

6. $\tau = 2$. Nous avons ici d'après le 2ème et 5ème théorèmes les formes f et g qui ne contiennent pas de formes φ et ψ d'une classe ambiguë. D'après le 3ème théorème aucune forme du type (g) n'est équivalente à une forme du type (f). D'après le 1er et 4ème théorème l'équivalence de deux formes f ou g exige que les formes φ ou ψ soient proprement ou improprement équivalentes. Par conséquent deux classes de formes φ ou ψ donnent toujours une classe de formes f ou g. Il faut soustraire seulement les classes avec $\tau = 6$. On obtient

$$\mathfrak{H}_2(D) = \frac{1}{2}\sum_{\delta} \{\mathfrak{h}(\delta) + \mathfrak{h}(2\delta)\} - \frac{1}{2}\sum_{\delta} E(2\delta) - \sum_{\delta} E(\delta) + \frac{1}{2} Q(D) - \mathfrak{H}_6(D).$$

$\mathfrak{h}(\delta)$ signifie le nombre de classes de formes binaires, positives, primitives ou non, propres ou impropres, de discriminant $-\delta$. La sommation s'étend toujours à tous les diviseurs δ de D, D et l'unité y compris. On trouve aisément

$$\sum_{\delta} E(2\delta) = 2\sum_{\delta} E(\delta) - Q(D). \tag{2}$$

On a alors

$$\mathfrak{H}_2(D) = \frac{1}{2}\sum_{\delta} \{\mathfrak{h}(\delta) + \mathfrak{h}(2\delta)\} - 2\sum_{\delta} E(\delta) + Q(D) - \mathfrak{H}_6(D).$$

Si D est une troisième puissance, il faut diminuer $\mathfrak{H}_6$ de 1, le nombre $\mathfrak{H}_2(D)$ s'augmente alors de $+1$.

On substitue maintenant les formules trouvées pour $\mathfrak{H}_\tau$ dans l'équation (1) du § 1. Tous les $\mathfrak{H}_\tau$, excepté $\mathfrak{H}_{12}$, ont des valeurs particulières, si D est une troisième puissance. Quand on calcule le nombre qu'il faut ajouter à droite de (1) du § 1, D étant une troisième puissance, on trouve ce nombre égal à zéro. On peut supposer alors que D n'est pas une troisième puissance d'un nombre entier et la formule qu'on trouvera est valable même pour le cas exclu. G. Humbert[8]) a trouvé pour la mesure de classes de formes quadratiques, ternaires, positives, primitives ou non, de discriminant impair donné, la formule suivante

$$\mathfrak{M}(D) = \frac{1}{24}\sum_{a^2} (2an - a^2), \tag{3}$$

où la somme porte sur toutes les décompositions positives $D = a^2 n$.

---

[8]) Voir [4]) p. 922.

On substitue dans (1) du § 1 pour $\mathfrak{H}_8$, $\mathfrak{H}_4$, $\mathfrak{H}_2$ et $\mathfrak{M}(D)$ et on obtient

$$\mathfrak{H}(D) = \frac{1}{24}\sum_{a^2}(2an - a) + \frac{1}{6}\mathfrak{H}_{12}(D) + \frac{1}{3}\mathfrak{H}_6(D) + \\ + \frac{1}{8}Q(D) + \frac{1}{4}\sum_{\delta}\{\mathfrak{h}(\delta) + \mathfrak{h}(2\delta)\}.$$

Pour un D premier à 3, en substituant pour $\mathfrak{H}_{12}$, $\mathfrak{H}_6$, on trouve

$$\mathfrak{H}(D) = \frac{1}{24}\sum_{a^2}\{2an - a^2\} + \frac{1}{24}\sum_{a^2}\left\{7 + 4\left(\frac{Da}{3}\right)\right\} + \\ + \frac{1}{4}\sum_{\delta}\{\mathfrak{h}(\delta) + \mathfrak{h}(2\delta)\}.$$

Si D est divisible par 3^α, on trouve aisément pour $\alpha \geqq 1$, en posant $D = 3D_1 = 27D_2$,

$$Q(D_1) = \frac{\left[\frac{\alpha+1}{2}\right]}{\left[\frac{\alpha}{2}\right]+1}Q(D)$$

$$Q(D_2) = \frac{\left[\frac{\alpha+1}{2}\right]-1}{\left[\frac{\alpha}{2}\right]+1}Q(D).$$

$[x]$ signifie le plus grand nombre entier $\leqq x$. Il résulte de ces propositions

$$\mathfrak{H}(D) = \frac{1}{24}\sum_{a^2}\{2an - a^2\} + \frac{12\left[\frac{\alpha+1}{2}\right] + 3\left[\frac{\alpha}{2}\right] - 5}{24\left(\left[\frac{\alpha}{2}\right]+1\right)}Q(D) + \\ + \frac{1}{4}\sum_{\delta}\mathfrak{h}\{(\delta) + \mathfrak{h}(2\delta)\}.$$

Le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires, positives, primitives ou non, de discriminant impair donné, est

$$\mathfrak{H}(D) = \frac{1}{24}\sum_{a^2}\{2an - a^2\} + \frac{1}{24}\sum_{a^2}\left\{\lambda + 4\left(\frac{Da}{3}\right)\right\} + \\ + \frac{1}{4}\sum_{\delta}\{\mathfrak{h}(\delta) + \mathfrak{h}(2\delta)\},$$

où l'on pose,

D étant premier à 3, $\lambda = 7$,

D étant divisible par 3^α, $$\lambda = \frac{12\left[\frac{\alpha+1}{2}\right] + 3\left[\frac{\alpha}{2}\right] - 5}{\left[\frac{\alpha}{2}\right]+1}. \qquad (4)$$

Si D est divisible par 3, *il faut poser* $\left(\frac{Da}{3}\right) = 0$.

Si l'on suppose que D ne contient que des nombres premiers impairs distincts, on obtient aisément la formule pour le nombre de classes de formes quadratiques ternaires et positives de discriminant impair sans diviseurs carrés qui a été publiée par Eisenstein[9]) sans démonstration.

§ 10. Le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de discriminant impairement pair.

Nous considérons maintenant le discriminant $D = 2\,D'$, D' étant un nombre impair. Dans les formes du type (g) il y a a impair et par conséquent toutes les formes ψ ont le premier coefficient impair.

1. On trouve de la même manière comme au paragraphe précédent, en posant $D = 3\,D_1$,

$$\mathfrak{H}_{24}\,(D) = 0,$$
$$\mathfrak{H}_{12}\,(3\,D_1) = Q\,(D_1),$$
$$\mathfrak{H}_{8}\,(D) = Q\,(D).$$

2. $\tau = 6$. On trouve de la manière analogue pour D premier à 3

$$\mathfrak{H}_6\,(D) = \sum_{a^2} \frac{1 + \left(\frac{D\,a}{3}\right)}{2},$$

pour $D = 27\,D_2$ divisible par 27

$$\mathfrak{H}_6\,(27\,D_2) = Q\,(D_2).$$

3. $\tau = 4$. Toutes les classes de formes ψ de discriminants $-2\,\delta$ et $4\,\delta$ contrennent soit des formes ψ avec $d = 0$ soit seulement des formes ψ avec le premier coefficient pair. Ces formes par conséquent ne donnent aucune classe de formes g.

Quant aux formes f, on trouve d'une manière analogue comme au § 9

$$\mathfrak{H}_4\,(D) = 2 \sum_{\delta} E\,(\delta) - 2\,Q\,(D) - \mathfrak{H}_{12}\,(D),$$

où la somme porte sur tous les diviseurs impairs de D, l'unité y compris.

4. $\tau = 2$. Deux classes de formes φ ou ψ qui ne sont pas ambiguës et qui sont improprement équivalentes donnent une classe de formes f ou g. Nous avons alors pour le nombre de classes de formes f

$$\frac{1}{2} \sum_{\delta} \{\mathfrak{h}\,(\delta) + \mathfrak{h}\,(2\,\delta)\} - \frac{1}{2} \sum_{\delta} \{E\,(2\,\delta) + 2\,E\,(\delta)\} + \frac{1}{2}\,Q\,(D).$$

En utilisant l'équation (2) du § 9, on a

$$\frac{1}{2} \sum_{\delta} \{\mathfrak{h}\,(\delta) + \mathfrak{h}\,(2\,\delta)\} - 2 \sum_{\delta} E\,(\delta) + Q\,(D).$$

La somme s'étend ici à tous les diviseurs impairs δ de D, l'unité y compris.

---

[9]) Voir [1]) p. 155.

Les formes ψ des discriminants -2δ ne donnent aucune forme g parce que le discriminant $2D'$ de g exigerait ici a pair. Il faut soustraire d'abord du nombre total de classes binaires ayant les discriminants -4δ le nombre de classes imprimitives ayant tous les trois coefficients pairs qui est

$$\sum_{\delta} \mathfrak{h}(\delta).$$

Ensuite il faut soustraire le nombre de classes ambiguës qui n'ont pas tous les trois coefficients pairs. Leur nombre est d'après le 6ème lemme

$$\sum_{\delta} \{E(4\delta) - E(\delta)\}.$$

On a ici

$$\sum_{\delta} E(4\delta) = 3 \sum_{\delta} E(\delta) - Q(D).$$

Enfin il faut soustraire le nombre de classes avec $\tau = 6$. On a, en somme, pour le nombre de classes de formes g avec $\tau = 2$

$$\frac{1}{2} \sum_{\delta} \{\mathfrak{h}(4\delta) - \mathfrak{h}(\delta)\} - \sum_{\delta} E(\delta) + \frac{1}{2} Q(D) - \mathfrak{H}_6(D).$$

Or, le nombre de classes avec $\tau = 2$ est donné par la formule

$$\mathfrak{H}_2(D) = \frac{1}{2} \sum_{\delta} \{\mathfrak{h}(2\delta) + \mathfrak{h}(4\delta)\} - 3 \sum_{\delta} E(\delta) + \frac{3}{2} Q(D) - \\ - \mathfrak{H}_6(D).$$

La mesure de classes de formes quadratiques, ternaires, positives, primitives ou non, propres ou impropres, d'un discriminant impairement pair est donnée de même par la formule (3) du § 9. On déduit aisément cette proposition par la même voie par laquelle G. Humbert[10]) a obtenu la formule pour la mesure des classes propres d'un discriminant impairement pair.

On fait maintenant dans l'équation (1) du § 1 la substitution pour $\mathfrak{M}(D)$, $\mathfrak{H}_\tau$, $\tau = 12, 8, 6, 4, 2$ et on obtient la proposition suivante:

Le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires, positives, primitives ou non, propres ou impropres, d'un discriminant D impairement pair donné est exprimé par la formule

$$\mathfrak{H}(D) = \frac{1}{24} \sum_{a^2} \{2an - a^2\} + \frac{1}{24} \sum_{a^2} \left\{\lambda + 4\left(\frac{D}{3}\frac{a}{}\right)\right\} \\ + \frac{1}{4} \sum_{\delta} \left\{\mathfrak{h}(2\delta) + \mathfrak{h}(4\delta)\right\}.$$

La troisième somme porte sur tous les diviseurs impairs δ de D, l'unité y compris. λ est donné par les formules (4) *du* § 9.

En supposant le discriminant impairement pair $D = 2D'$ sans diviseurs carrés, on déduit aisément de la formule précédente la somme

[10]) Voir [4]) p. 971.

de deux formules publiées par Eisenstein.[11]) Ces formules expriment, la première, le nombre de classes propres, la seconde, le nombre de classes impropres d'un discriminant $2\,D'$, où D' se compose des nombres premiers impairs distincts.

Je résumme les résultats, comme il suit:

Le nombre de classes de formes quadratiques, ternaires, positives, primitives ou non, propres ou impropres, d'un discriminant D, où D est un nombre impair ou impairement pair, est donné par la formule

$$\mathfrak{H}(D) = \frac{1}{24}\sum_{a^2}\{2\,a\,n - a^2\} + \frac{1}{24}\sum_{a^2}\left\{\lambda + 4\left(\frac{D\,a}{3}\right)\right\}$$
$$+ \frac{1}{4}\sum_{\delta}\{\mathfrak{h}(2^{\beta}\,\delta) + \mathfrak{h}(2^{\beta+1}\,\delta)\}.$$

Les deux premières sommes portent sur toutes les décompositions positives $D = a^2\,n$, $a > 0$. La troisième somme porte sur tous les diviseurs impairs δ de D, l'unité y compris. $\mathfrak{h}(\delta)$ est le nombre de classes de formes quadratiques, binaires, positives, primitives ou non, propres ou impropres, de discriminant $-\delta$. α et β sont les puissances de 3 et 2 dans D. λ est donné par les formules

$$\lambda = 7 \qquad \text{pour } \alpha = 0,$$

$$\lambda = \frac{12\left[\frac{\alpha+1}{2}\right] + 3\left[\frac{\alpha}{2}\right] - 5}{\left[\frac{\alpha}{2}\right] + 1} \qquad \text{pour } \alpha > 0.$$

$\left(\frac{D\,a}{3}\right)$ *est le symbole de Legendre.*

---

[11]) Voir [1]) p. 155.

Bacteria in plant and human cells.

By Dr. B. NĚMEC and Dr. P. F. MILOVIDOV.

(With one plate.)

Presented the 5. March 1926.

Before the war in the laboratory of prof. Němec plant tumors had been studied, especially tumors on the roots of the sugarbeet. It was impossible to find after using ordinary methods any microorganisms in the cells and therefore Dr. K. Spisar pronounced the idea the tumors merely are caused by wounding. Meanwhile E. Smith isolated bacteria from crown galls and happened to produce with them new tumors inoculating them into the plants. He stated that though the tumors are caused by bacteria, it is rare enough to see them within the cells. Prof. Peklo easily could confirm the results of E. Smith, especially what concerns the rare occurance of bacteria in the tumor cells.

Bacterial noduls on the roots of Leguminous plants neither gave satisfactory results if fixed with ordinary methods, for instance with alkohol, Flemmings solution, chrom-acetic acid and pikro-acetic-sulphur acid. Therefore Prof. Němec tried to elaborate a fixating solution which especially would be useful for to make visible parasitic or symbiotic bacteria in the cells of higher plants. He undertook his experiments with the noduls of Leguminous plants they contain many bacteria in the cells. After many efforts he received in 1922 very good results with a simple solution of chromic acid and formol (100 cm^3 of 1% chromic acid + 8 cm^3 formol). Objects remain in this solution for 24 hours then are washed 24 hours in destilled water and treated as usually with alkohol. They have been stained with Heidenhains haemotoxylin.

On thin cuttings bacteria are in the cells very clearly and distinctly black stained, cytoplasm only greyish. Though mitochondria also are well fixed, they never are as distinctly and black stained as bacteria. Even in the infection-threads bacteria are well to distinguish.

Prof. Němec has used for his experiments Trifolium pratense. It is possible to replace in some respect with his method Flemmings solution

or cytological studies, though for some purposes Flemmings method is giving better results (especially for fixing pollen-muthercells). In our laboratory Mrs H. Sorokine (1924)[1]) has applied the method of prof. Němec for the study of mitotic division in Ranunculus acris.

As Prof. Němec has been occupied with other matters he has transferred the investigation about bacterial noduls to P. F. Milovidov. His paper about Trifolium and Galega appeared last year (1925).[2])

It is evident from the studies of E. Smith, plant tumors are in many respect similar with human tumors. Therefore it was very interesting for Prof. Němec to try, if it would be possible to recognise in human tumors after treating them with his method any microorganisms. Last year Prof. Němec offered this theme to B. Sokoloff as he came to Prague, because he since several years is interested in cancer problems. He was able to provide us with material of human cancer (Carcinoma uteri, epithelioma vaginae) fixed in Prof. Němec solution and imbedded in paraffin. As B. Sokoloff also was occupied Dr. Milovidov has made using the method of Prof. Němec some preparations from this material of human cancer. The cuttings must be very thin (1—2 μ) and the differentiation after staining with Heidenhains haematoxylin very careful.

The first praparations already have shown us clearly bacterialike bodies in the cytoplasma of the outer layers of the cells. They are in the outer cells many, in the inner cells more rarely to be recognized. They all have in one cell nearly the same form and size, therefore it is impossible to explain them as accidental metaplasmatic products of the cell or as coagulations. Many times we have seen figures they can be assumed as transverse division of this bacterialike bodies.

Until now many times various bodies included in the cells of human tumors have been described. But generally they have been of irregular form and of accidental occurance.

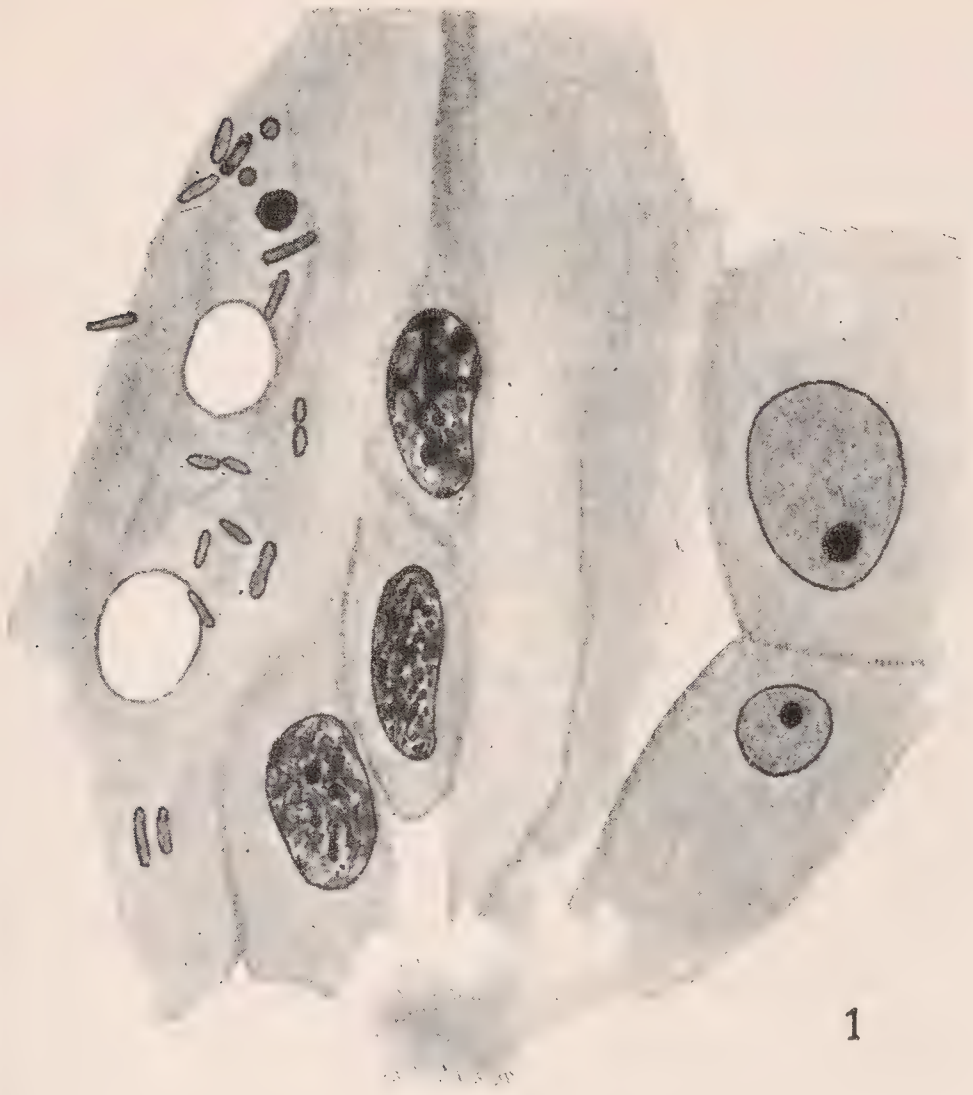
Bodies we have seen can be with great probability taken as bacteria parasiting in the outer cancer cells. It is interesting to notice, that in the last years American, English and German specialists have isolated bacteria from different specimens of human carcinoma. We dont wish to discuss the question if there is a secondary infection in the tumors we have studied. We only have wanted to turn the attention of specialists to a method, it makes possible to show very clearly and dinstinctly the presence of bacteria in some plant and human cells.

Plantphysiological laboratory of Charles university, Prague (II.—433).

---

[1]) H. Sorokine: The satellites of the somatic mitoses in Ranunculus acris. Publ. fac. des sciences univ. Charles, Prague 1924.

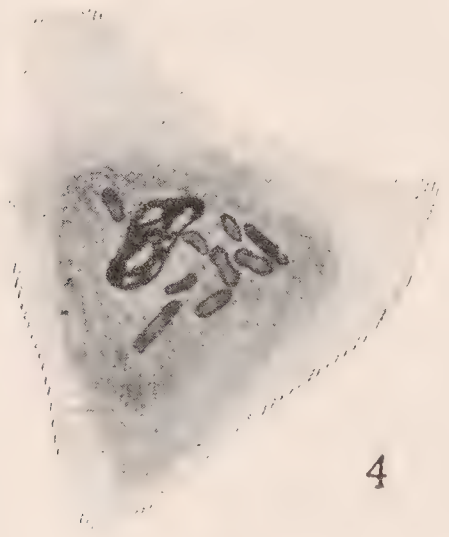
[2]) P. Milovidov: Bactéries des tubercules radicaux de certaines légumineuses. Publ. fac. des sciences univ. Charles, Prague 1925.



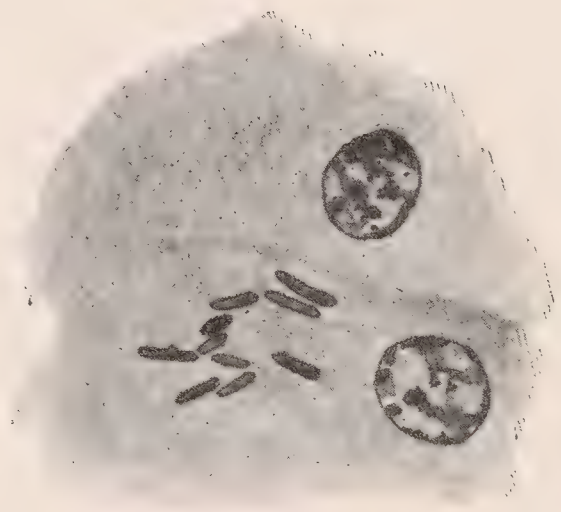
1

2

3

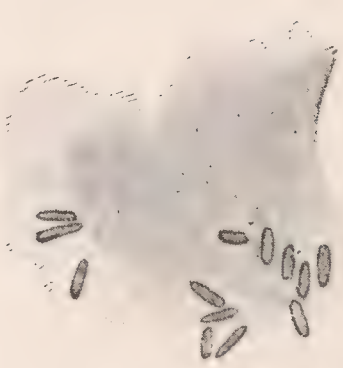


4



5

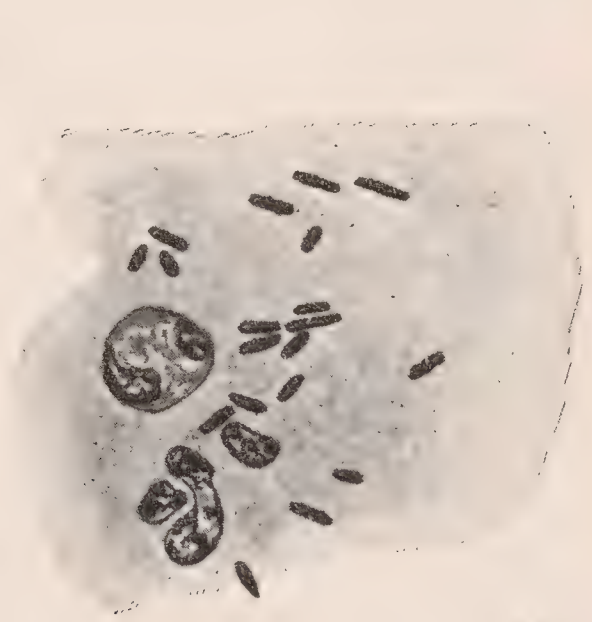
6



7

8

9



10

Description of the plate.

Reicherts obj. homm. imm. $^1/_{12}$, comp. ocul. 8, tub. 160 *mm*.
Carcinoma-tissue with bacteria fix. in Němecs solution, st. with Heidenhains haematoxylin.

Fig. 1—9 Epithelioma vaginalis.
Fig. 10 Carcinoma uteri.
Fig. 9 Single bacteria.

Sur les ruptures spontanées et lyses du cartilage costal de l'homme.

Par

Mudr. **JAN WOLF**,

Travail de l'institut d'histologie et d'embryologie de la Faculté de médecine de l'Université Charles à Prague. Chef prof. Dr. O. Srdínko.

Présenté le 19 février 1926.

En étudiant des nombreux cartilages costaux de l'homme aux différents âges nous avons constaté un phénomène bien intéressant qui s'observe dans le cartilage des personnes âgées. Ce sont des ruptures du tissu cartilageneux, qui sûrement ne sont ni des phénomènes postmortaux (comme par exemple le rétrécissement suivi de ruptures du tissu causé par la fixation ou la déshydratation), ni les suites des lésions reçues pendant la vie (fractions). Nous sommes en présance d'un phénomène qui, ayant lieu dans le cartilage costal des hommes âgées, est d'un caractère spontané et intravital; c'est une manifestation physiologique du vieillissement du cartilage qui s'effectue pendant sa transformation lente mais continue avec l'âge.

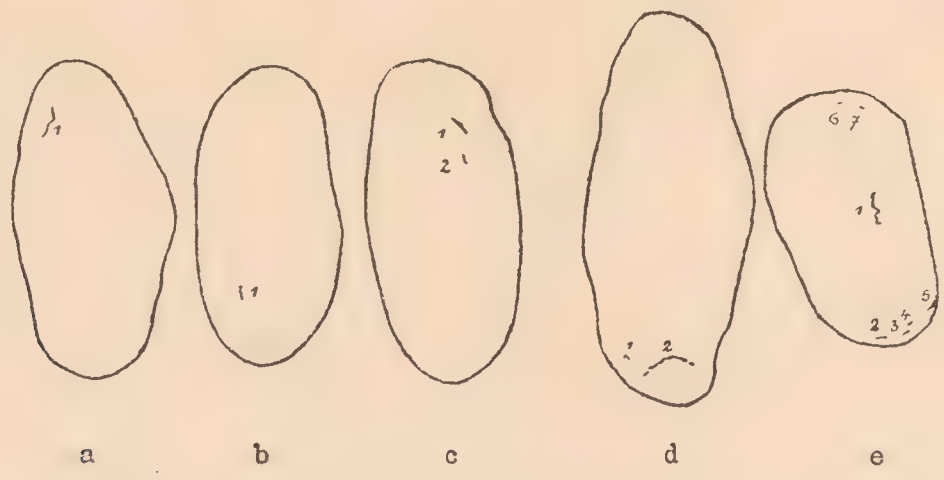


Fig. 1. Localisations et longeurs des ruptures dans les différents cartilages costaux.

En ce qui concerne le *lieu* cù nous trouvons les ruptures en question, elles se trouvent de préférence sur la périphérie, le plus souvent près de la limite du noyau du viux cartilage et de son enveloppe cartilagineuse plus basophile et plus jeune (fig. 1).

Le parcours des ruptures est habituellement très irrégulier et sinueux,

en zigzag, souvent les ruptures sont interrompues par un tissu intacte et normal, si bien que la rupture est divisée en plusieures parties; ces tronçons de la rupture peuvent être déplacés l'un par rapport à l'autre (Pl. II., fig. 21).

En ce qui concerne la *grandeur* des ruptures, nous en trouvons qui ont une longeur de 2 ou 3 diamètres des cellules jusque à 2 ou 3 *mm*; ces ruptures sont donc macroscopiques.

Le nombre des ruptures des cartilages costaux varie considérablement; parfois sur une seule coupe nous trouvons des nombreuses ruptures, parfois au contraire il faut couper un grand morceau du cartilage pour n'en trouver qu'une seule. (Fig. 1.)

Au point de vue histologique les ruptures sont caractérisées:

1. *par la participation du chondromucoide* qui remplit totalement la fente de la rupture et se teint par les colorants basiques avec tant d'intensité qu'il présente l'élément dans la nuance la plus foncée de toute la préparation. Le chondromucoide pénètre de la fente dans le tissu voisin en rayons parallèles (speciellement dans le cas de présence de dégénérescence amiantique), ou d'arbustes. (Pl. 7, fig. 7).

2. *par la participation de l'albumoide* qui enfiltre le tissu bordant la rupture (Pl. II., fig. 21) ou qui remplit plus ou moins la fente de la rupture elle même. (Pl. II., fig. 16) L'albumoide peut se présenter sous une forme diffuse ou granuleuse. (Pour la coloration de l'albumoide on a employée la méthode d'hématoxyline par contact.)

Nous pouvons distinguer *deux éspeces* de ruptures suivants la prédominance soit de l'albumoide, soit du chondromucoide dans la matière remplissante la fente de la rupture:

a) *la rupture chondromucoidale.* (Pl. I., fig. 1, 3, 5, 7, 9, pl. II., fig. 11.)

b) *la rupture albumoidale.* Pl. II., fig. 14, 16.)

3. *par des bords effrangés, rongés*; c'est pourquoi le chondromucoide pénètre sous forme de rayons ou sous forme d'arbustes entre les fibrilles effrangées, disjointes de la matière fondamentale (Pl. I., fig. 7).

L'origine intravitale est démontrée par les réactions vitales suivantes:

1. *par le fait que la fente est remplie par le chondromucoide*; un phénomène qui prouve la longue durée de la formation de la rupture et que nous ne trouvons pas sur les ruptures postmortales artificielles. (Nous avons obtenu des ruptures postmortales artificielles en broyant le cartilage costal dans un étau. Par simple flexion on n'arrive jamais à obtenir de petites ruptures à l'interieur du tissu; de cette opération résultent ordinairement des ruptures totales dans toute l'épaisseur du cartilage costal, parallèles aux fibrilles du cartilage). Les ruptures artificielles postmortales ne sont remplies ni par le chondromucoide, ni par l'albumoide et leurs bords sont bien nets, unis et non éffrangés (Pl. II., fig. 23.)

2. D'autre part la réaction vitale est prouvée par le fait *que la fente elle même et ses bords sont remplies d'albumoide,* ce qui ne peut se produire qu'à

la suite d'une action très lente, tandisque une participation quelconque de l'albumoide ne se constate pas dans les ruptures artificielles.

3. Comme troisième preuve de la nature intravitale des ruptures nous constatons *l'effrangement et la lyse des bords de la rupture*. Ces phénomènes ne peuvent non plus se produire qu'à la suite d'une action ayant lieu pendant la vie. Naturellement nous ne les retrouvons pas sur les ruptures artificielles postmortales.

4. Enfin nous pouvons considérer *la fragmentation de la rupture contigue primitive en plusières parties* comme quatrième preuve de l'origine intravitale des ruptures ; ces parties séparées entre elles par des parties de tissu intacte peuvent changer de place non seulement dans le plan mais aussi dans l'éspace (Pl. II., fig. 21). La fragmantation de la rupture, mais surtout le déplacement des fragments isolés ne peuvent se produire qu'au cours d'un temps très long. C'est le mouvement intérieur du tissu qui est la cause du déplacement et ce mouvement est provoqué par les rétrécissements inégaux et d'autre part par prolifération dans d'autres partie-du tissu.

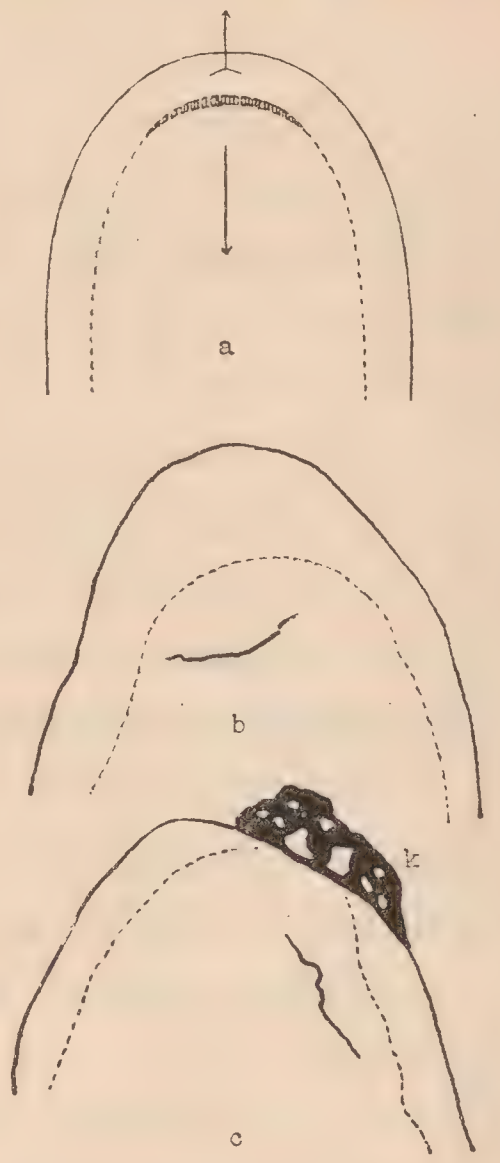
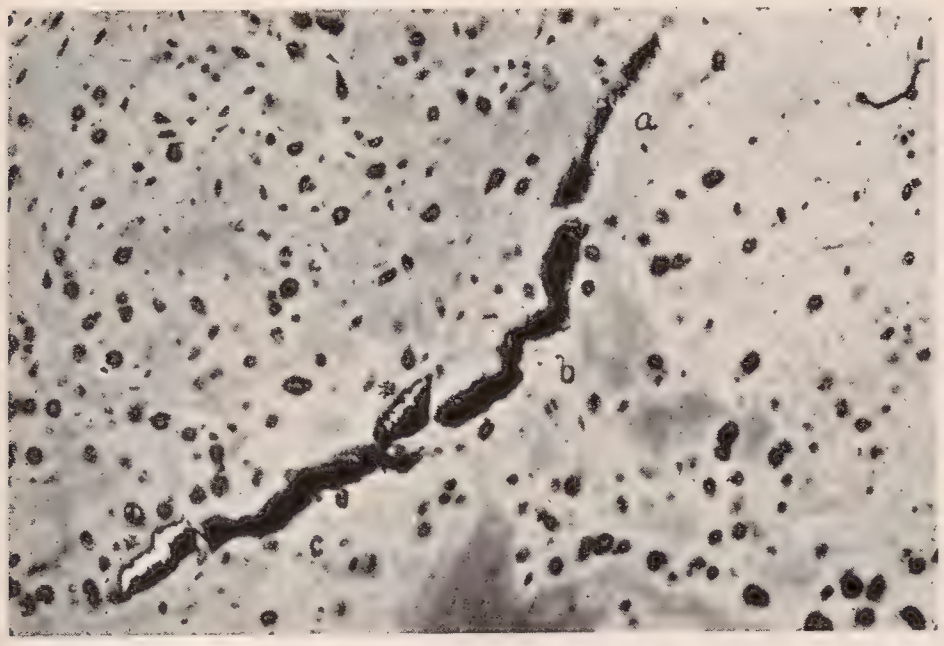


Fig. 2. *a*) Schema de l'origine de la rupture. Les flèches montrent les directions des forces.
b) Figure demischématique de l'origine de la rupture et des forces qui l'ont provoqué.
c) Figure demischématique de l'origine de la rupture dans voisinage de la plaque osseuse.

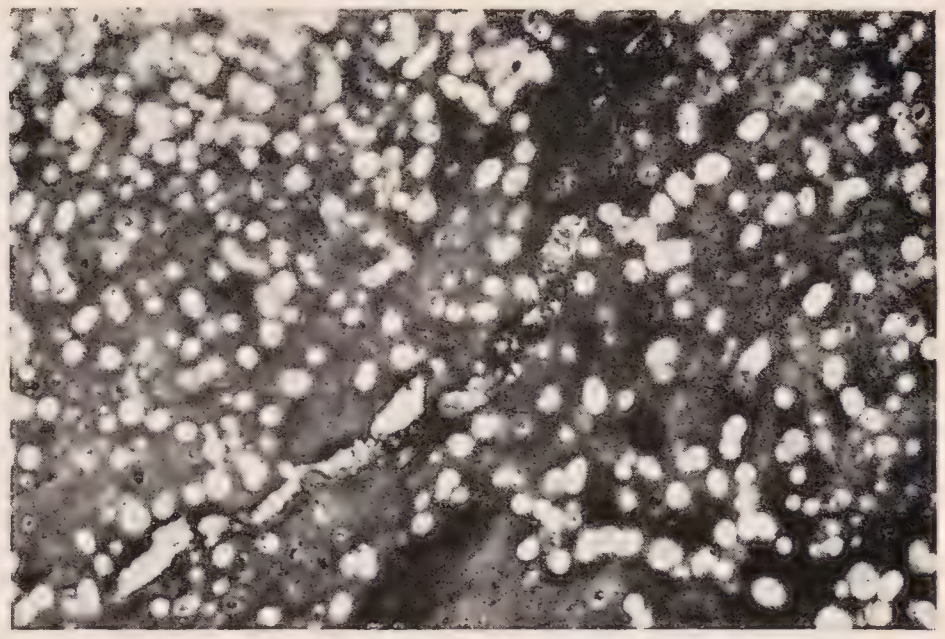
La nature spontanée des ruptures, c'est à dire le fait qu'elles ne sont pas la consequence d'un traumatisme, est démontré par leur présence fréquente dans les cartilages costaux des hommes morts à l'hôpital des maladies internes (par exemple dans les cas de pneumonia., ca ventriculi etc).

A notre avis *les ruptures en question sont causées par des forces mécaniques intérieures* ; les pressions et surtout les tensions qui résultent à l'intérieur du tissu du cartilage vieillisant de la régression (retrécissement) des certaines parties du tissu et de la prolifération des autres. C'est pourquoi nous trouvons le plus souvent les ruptures à la limite du noyau d'un vieux cartilage costal en état de rétrécissement et de son enveloppe proliférante, plus basofile. (Fig. 2, a, b, c,) L'action des forces mécaniques internes résultant des rétrécissements des certaines parties et de la proliferation d'autres parties du tissu cartilagineux est naturellement beaucoup plus considérable que l'intensité des forces extérieures (naturelles, produites par les muscles), car ces forces musculaires s'appliquent au cartilage en son ensemble, tandisque les forces intérieures agissent sur des parties limitées du tissu à l'intérieur du cartilage, comme par exemple les forces agissant dans le bois qui sèche. — Les forces extérieures sont non seulement relative-

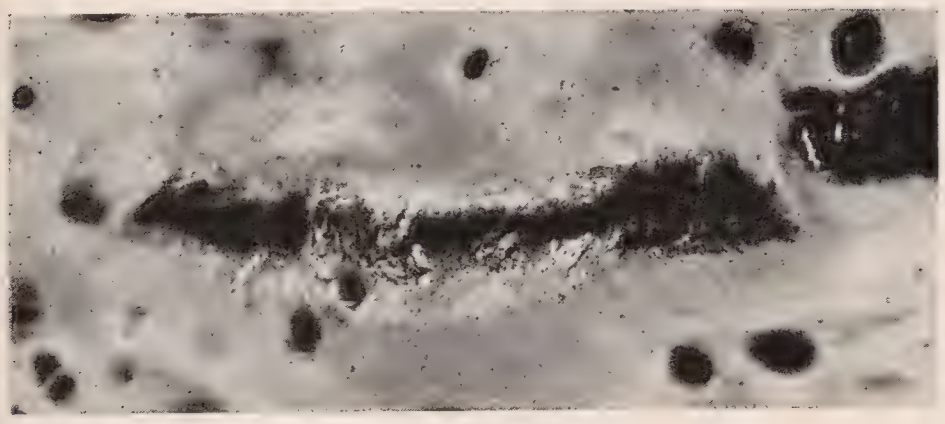
MUDR. J. WOLF. Sur les ruptures spontanées et lyses du cartilage costal de l'homme.



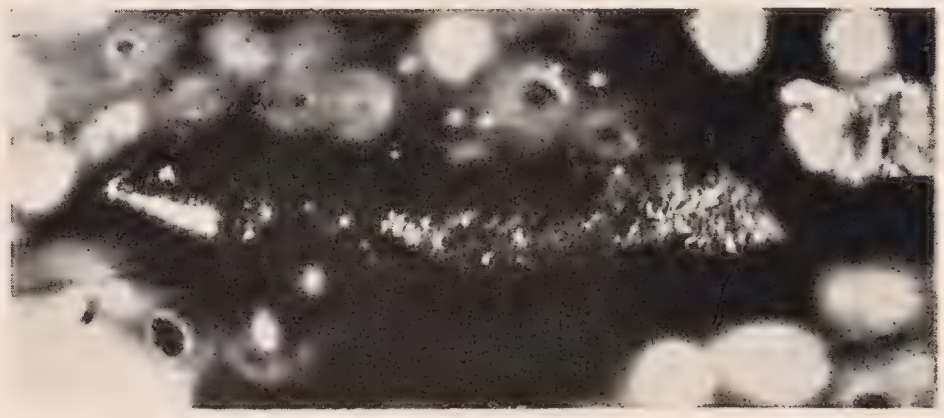
1



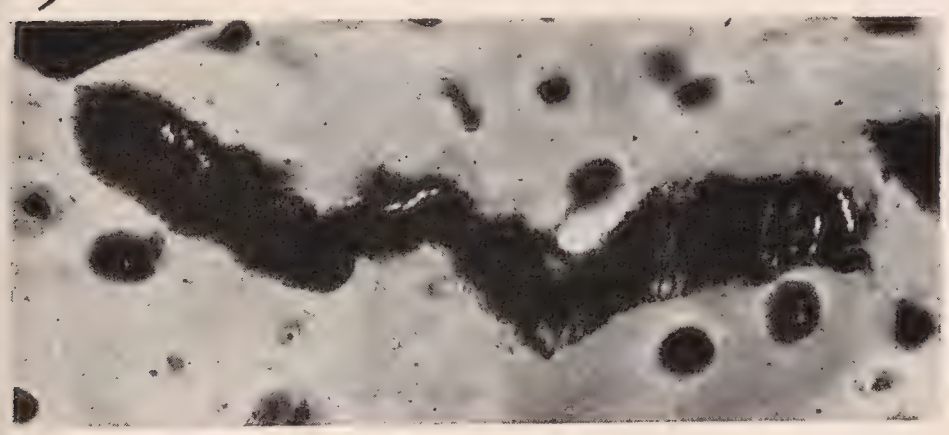
2



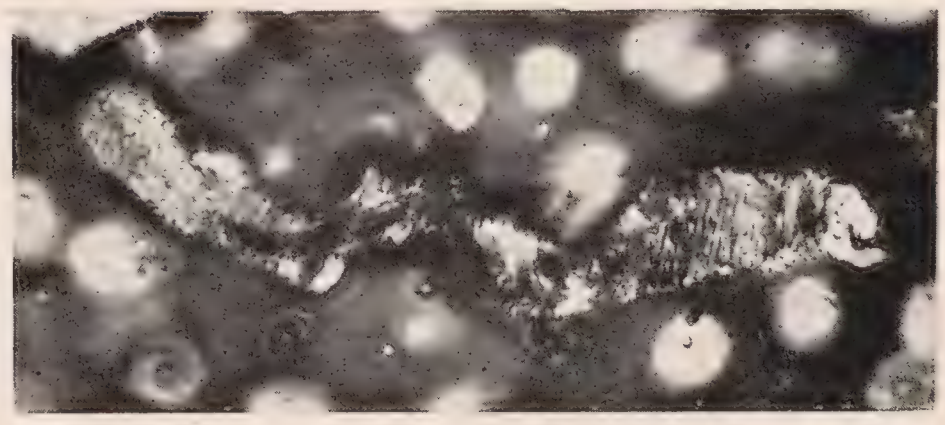
3



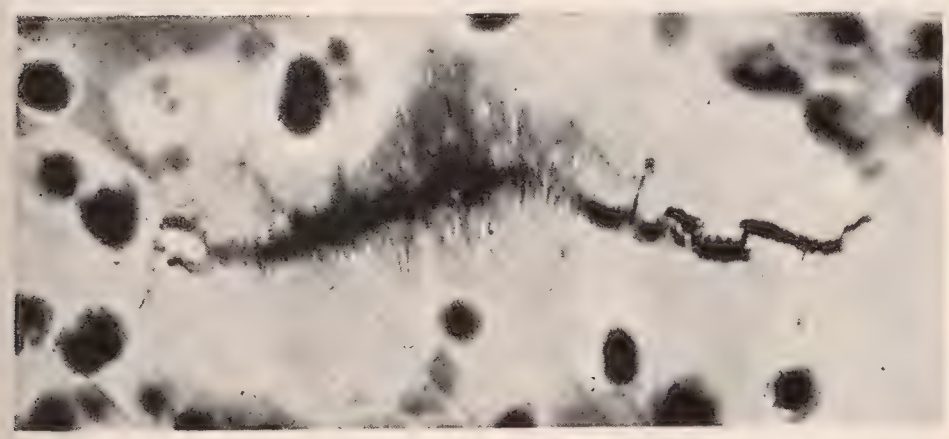
4



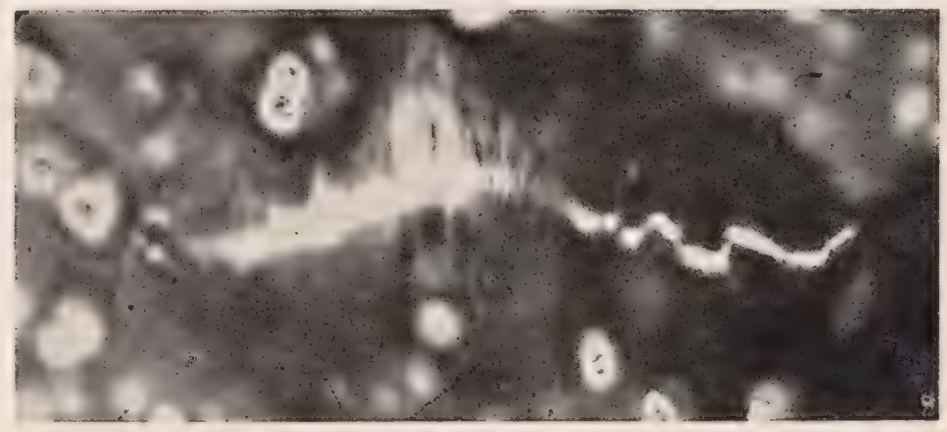
5



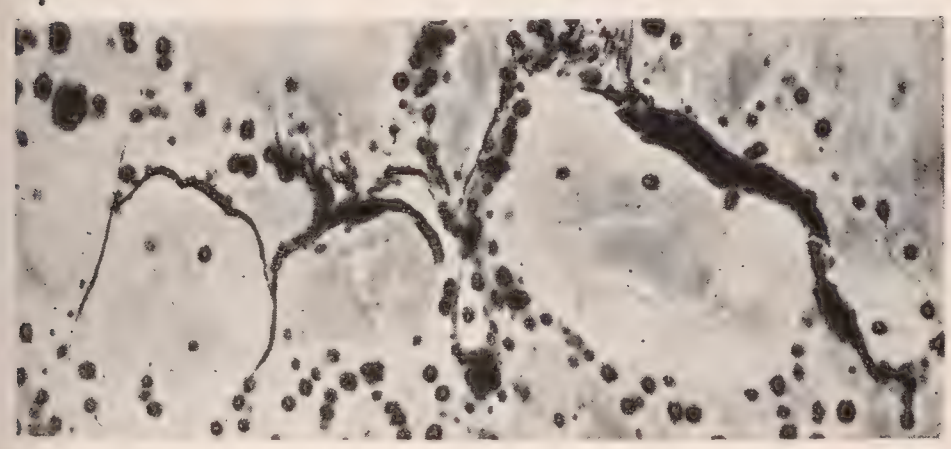
6



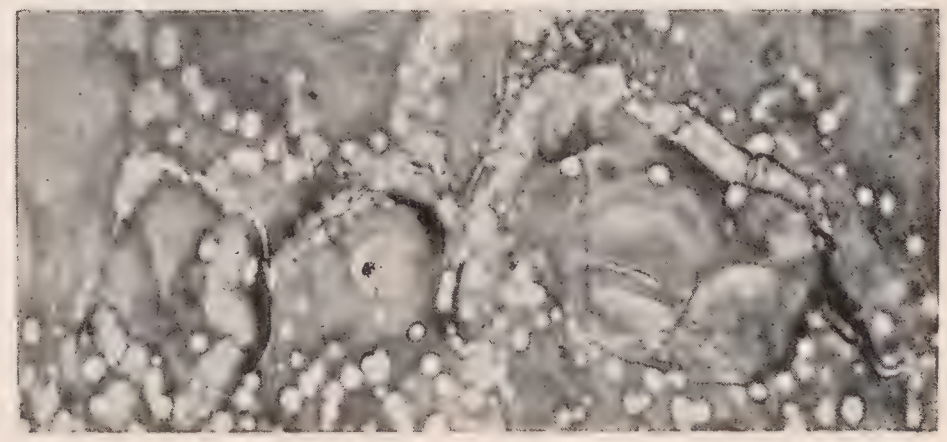
7



8



9



10

ment faibles, mais de plus le tissu du cartilage fonctionant continuellement s'adapte à ces forces pendant sa transformation continue causée par le viellissement quant à la direction du parcours des fibrilles et quant à la répartition des groupes des cellules.

En ce qui concerne *l'origine* de la rupture et de sa fente, elle n'est pas la suite d'une fracture subite, mais *elle prend naissance lentement par suite d'une action chondrolytique,* dissolvant des parties du tissu par un ferment lytique en des lieux qui subissent non seulement le maximum de charge, mais qui sont aussi les moins résistants par leur structure vis à vis des forces susdites. (Pl. II., fig. 18, 12, pl. I., fig. 6.) Toute une série d'états transitoirs commençant par une simple chondrolyse, où la fente n'est pas encore formée (Pl. II., fig. 18) jusque à des ruptures, où la fente est bien visible, démontre, que la rupture et sa fente prennent naissance par suite de la chondrolyse et non le contraire, c'est à dire, que la lyse n'est pas précedée de la rupture.

Le cours du développement de la rupture est caracterisé par l'accumulation de l'albumoide dans la fente et dans les bords de la rupture (Pl. II., fig. 14, 16).

La disparition de la rupture est produite par élargissement des capsules des cellules du cartilage, qui fonctionnent comme des centres de réstitution (Pl. II., fig. 19).

Le but de la naissance des ruptures est de satisfaire par ce processus vital radical, mais éfficace, aux dérangement du tissu là, où les susdits forces internes dépassent la limite normal. C'est pourquoi nous ne trouvons qu'une dilatation de la fente et jamais une dislocation des parois de la rupture dans un sens parallèle au plan de la rupture.

Des phénomènes analogues, mais qui ne sont pas suivis de la formation de ruptures, se trouvent de même ailleures dans le tissu cartilagineux. Comme cas le plus caractéristique nous pouvons citer les cavités et les endroits ammollis dans le cartilage du boeuf, décrit de son temps par l'auteur, où les mêmes processus chondrolytiques aboutissent de même à une dissolution de la substance solide de la matière fondamentale (c'est à dire des fibrilles collagènes), à un remplissement de ces cavités ainsi formées par le chondromucoide et par la formation d'amas de l'albumoide. Il en résulte que les ruptures du tissu cartilagineux ne sont pas de phénomènes si rares et exceptionelles dans l'histologie et la biologie du cartilage.

Explication des figures:

Planche I.

Fig. 1. Rupture du cartilage costal d'un homme âgé de 62 ans. Coloration du chondromucoide à la muchématein e. La fente de la rupture est remplie de chondromucoide intensément coloré. La rupture se compose de trois parties (*a, b, c*), divisées entre elles par de parties de tissu intacte. A „*d*" une très petite rupture. A „*x*" déchirure artificielle de la masse chondromucoidale. Grossissement 370 fois.

Fig. 2. Même préparation. Coloration de l'albumoide par la méthode de contact à l'hématoxyline. La matière fondamentale infiltrée par l'albumoide est colorée intensément, tandisque les capsules des cellules et le chondromucoide se trouvant dans la fente sont incolores. Aux bords de la rupture on voit l'accumulation de l'albumoide; la plus grand accumulation de l'albumoide se trouve dans la partie de la rupture désignée par „*a*". Même grossissement que dans la fig. 1.

Fig. 3. Partie de la rupture désignée sur la fig. 1. par „a" à un grossissement plus fort. Coloration du chondromucoide. Ce dernier pénètre en forme de rayons et d'arbustes dans les espaces entre les fibrilles collagènes et les grains d'albumoide de tissu bordant la rupture. Gross. 940×.

Fig. 4. Même préparation. Coloration de l'albumoide par la méthode du contact. Dans le voisinage de la rupture sont accumulées des masses d'albumoide. Même grosissement que dans la figure précédente.

Fig. 5. Partie de la rupture marquée sur la fig. 1 par „b" à un grossissement plus fort. Coloration du chondromucoide à la muchématein e. La rupture est complétement remplie par le chondromucoide. Même grossissement que dans la fig. précédente.

Fig. 6. Même préparation. Coloration de l'albumoide par la méthode de contact. La fente de la rupture est remplie par les débris des fibrilles et des grains de l'albumoide, les bords de la rupture sont limités dans toute leur longeur par l'albumoide. Même grossissement que dans la figure précédente.

Fig. 7. Rupture du cartilage costal d'un homme âgé de 65 ans. Coloration du chondromucoide. Des longs rayons de chondromucoide pénètrent des deux côtés de la fente remplie par celuici dans la matière fondamentale; il s'agit du chondromucoide qui se répend dans les espaces entre les fibrilles disjointes. Gross. 680×.

Fig. 8. Même préparation. Coloration du collagène à la fuchsin acide pour montrer les fibrilles collagènes disjointes des bords éffrangés de la rupture. Même grossissement que dans la fig. précédente.

Fig. 9. Rupture du cartilage costal d'un homme âgé de 69 ans. Coloration du chondromucoide. La rupture compliquée se trouve dans le noyau du cartilage costal. Gross. 390×.

10. Fig. Même préparation. Coloration de l'albumoide par la méthode de contact.

Planche II.

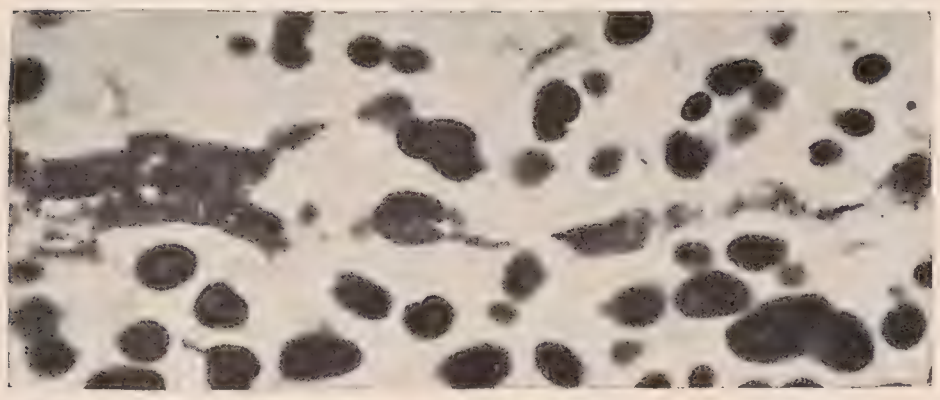
Fig. 11. Rupture à deux branches du cartilage costal d'un homme âgé de 69 ans. Coloration du chondromucoide. Gross. 680×.

Fig. 12. Même préparation. Coloration de l'albumoide par la méthode du contact. Les débris des fibrilles du tissu cartilagineuse (à gauche les fibrilles sont déjà rompues, tandisque à droite elles ne le sont pas encore) démontrant que l'origine de la rupture est due à un processus chondrolytique du tissu. Même grossissement que dans la fig. précédente.

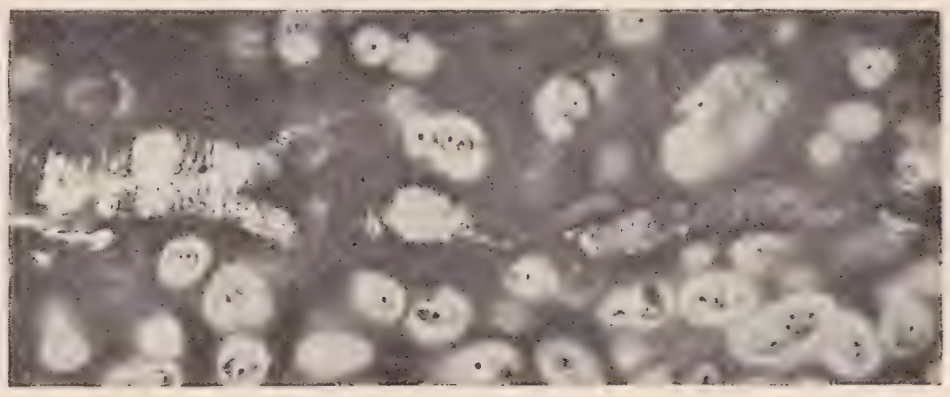
Fig. .13 Rupture du cartilage costal d'un homme âgé de 69 ans. Coloration du chondromucoide. La fente de la rupture ne contient que peu de chondromucoide. Gross. 1290×.

Fig. 14. Rupture du cartilage costal d'un homme âgé de 69 ans. Coloration de

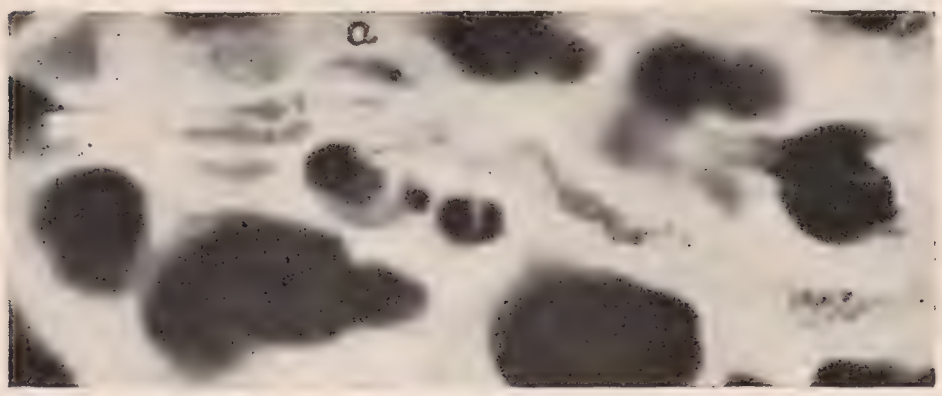
MUDR. J. WOLF. Sur les ruptures spontanées et lyses du cartilage costal de l'homme.

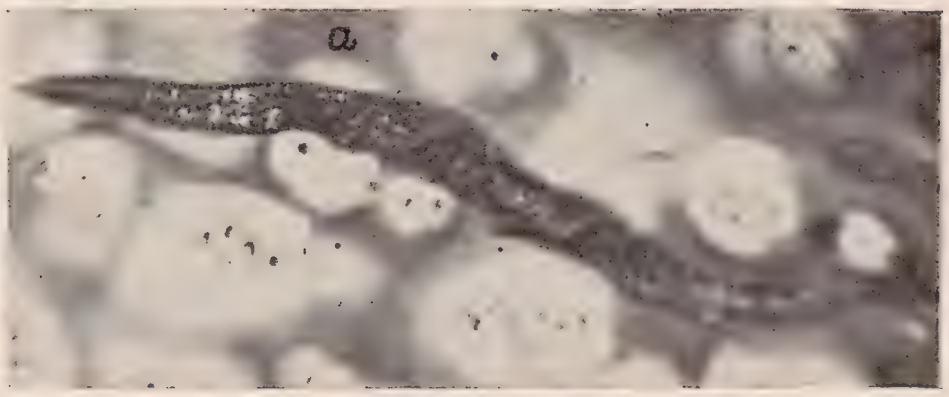


11

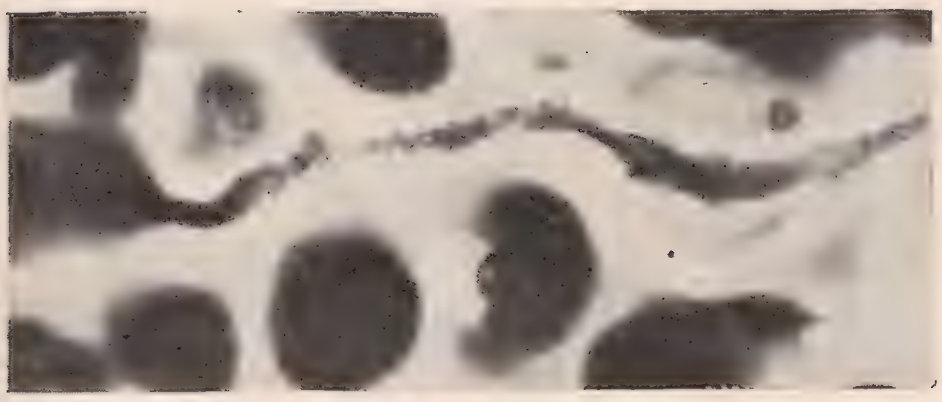


12



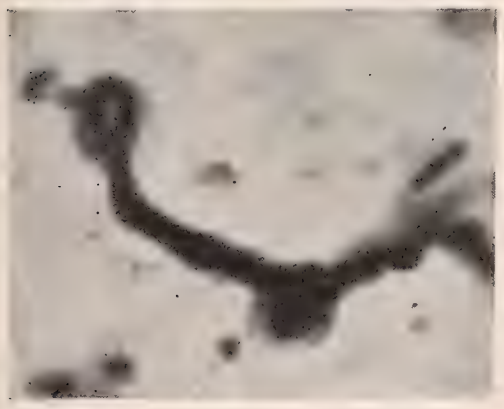


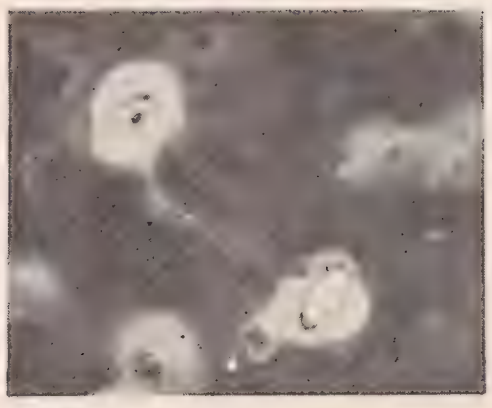
13



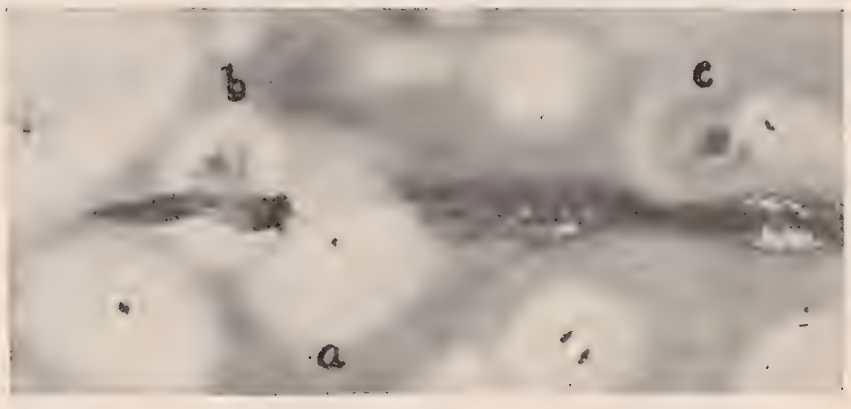
14

15

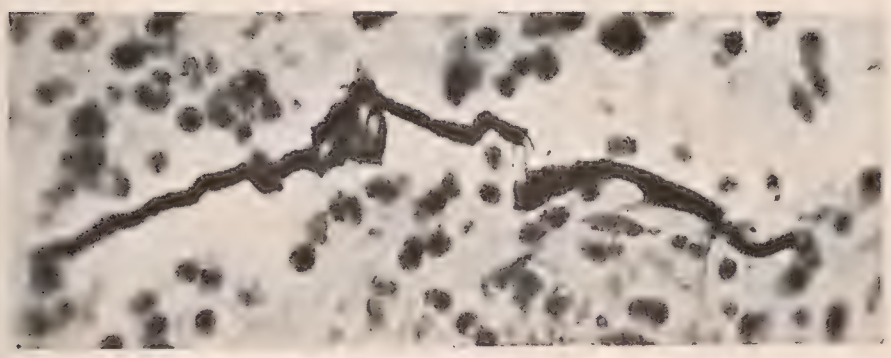




16

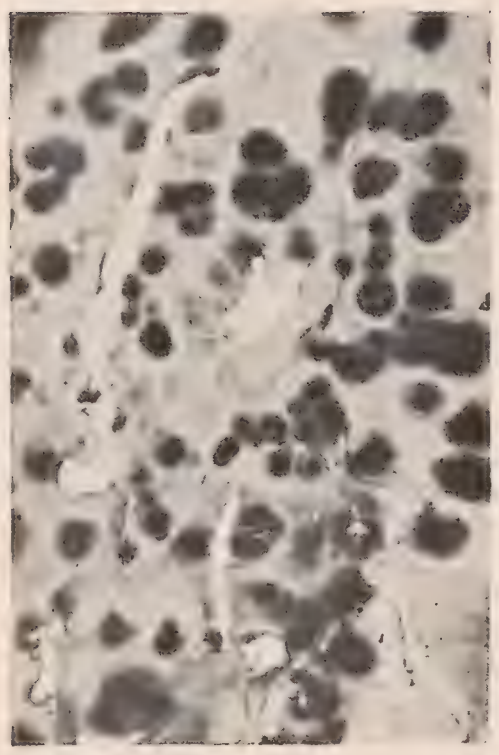


17

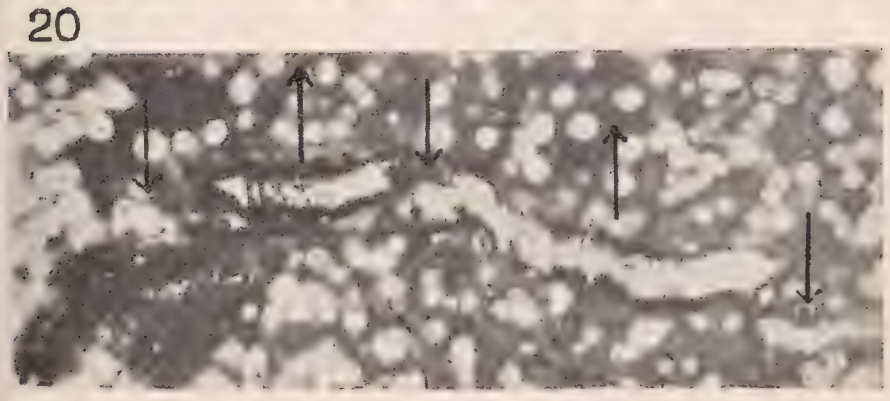


18

19



20



21

22

23

l'albumoide par la méthode de contact. La fente de la rupture est remplie par des masses d'albumoide qui causent une coloration intense de toute la fente. La capsule du groupe de cellules près de ,,*a*" est fendu par suite de rupture. Grossissement que dans la fig. précédente.

Fig. 15. Rupture du cartilage costal d'un homme âgé de 69 ans. Coloration du chondromucoide. La rupture ne contient que rélativement peu de chondromucoide. Dans la partie gauche de la rupture le chondromucoide de la capsule cellulaire se déverse dans la fente. Gross. 1380×.

Fig. 16. Même préparation. Coloration de l'albumoide par la méthode de contact. La fente de la rupture est remplie par des masses de l'albumoide qui causent sa coloration foncée. Même grossissement que dans la fig. précéndente.

Fig. 17. Petite rupture en voie de formation du cartilage costal d'un homme âgé de 62 ans. Coloration du chondromucoide à la muchématein e. Gross. 1420×.

Fig. 18. Même préparation. Coloration de l'albumoide par la méthode de contact. On voit bien qu'il ne s'agit pas encore d'une rupture proprement dite, mais plutôt d'une chondrolyse qui précède la formation de la rupture. Même grossissement que dans la fig. précédente.

Fig. 19. Rupture albumoidale du cartilage costal d'un homme âgé de 67 ans. Coloration de l'albumoide par la méthode de contact. La rupture est complétement interrompue près de ,,*a*" par une capsule cellulaire, près de ,,*b*" le contenu albumoidal de la rupture diminue dans la région de la capsule, près de ,,*c*" la capsule forme une saillie dans la masse albumoidale remplissante la rupture. Gross. 1200×.

Fig. 20. Grande rupture chondromucoidale d'un cartilage costal d'un homme âgé de 65 ans. Coloration du chondromucoide à la muchématein e. Gross. 440×.

Fig. 21. Rupture du cartilage costal d'un homme âgé de 65 ans. Coloration de l'albumoide par la méthode de contact. Les parois de la rupture sont bordées de toute la longeur par l'albumoide. La rupture est divisée par le tissu cartilagineux intact en trois parties qui sont considérablement déplacées l'une par rapport à l'autre. Gross. 400×.

(Les flèches indiquent la direction du mouvement du tissu cartilagineux.)

Fig. 22. Partie de la rupture de la figure 1 à un grossissement plus fort. Coloration du chondromucoide. Le chondromucoide remplit la fente et émet des rayons dans le tissu éffrangé voisin. Gross. 1680×.

Fig. 23. Ruptures artificielles postmortales du cartilage costal d'un homme âgé de 60 ans, obtenues par la pression du cartilage dans un étau. Ces ruptures n'ont jamais le caractère des ruptures naturelles, spontanées et intravitales: elles ne sont remplies ni de chondromucoide, ni d'albumoide et leur bords sont unis, non éffrangés. Gross. 600×.

La plupart des microphotographies sont fait ainsi: la préparation colorée pour mettre en évidence le chondromucoide est photographié, puis elle est décolorée, puis recoloré pour mettre en évidence l'albumoide (ou collagène) et photographié une seconde fois. De cette facon nous obtenons des figures, qui montrent bien sur la même préparation et au même endroit les corrélations du chondromucoide et de l'albumoide (ou collagène).

Quadrique osculatrice le long d'une génératrice de la surface réglée donnée par trois courbes infiniment voisines. Quadrique de Lie. L'élement de surface du 3e et 4e ordre.

Par

Dr. JOSEF KLOBOUČEK.

Présenté le 23 avril 1926.

Considérons une courbe quelconque tracée sur une surface $\mathcal{A}$ convexe concave; menons en chaque point de cette courbe une tangente asymptotique d'une même série et détérminons la quadrique osculatrice le long d'une génératrice quelconque de la surface réglée engendrée par ces tangentes asymptotiques.

La surface $\mathcal{A}$ aux environs d'un point A soit analytique et donnée par une équation

$$\frac{x_3}{x_4} = \frac{1}{2\,x_4^2}\,(m^2\,x_1^2 - n^2\,x_2^2) + \frac{1}{6\,x_4^3}\,\varphi_3\,(x_1,\,x_2) + \frac{1}{24\,x_4^4}\,\varphi_4\,(x_1,\,x_2) + \ldots$$

où $\varphi_3\,(x_1, x_2)$, $\varphi_4\,(x_1, x_2)$ sont des polynômes entiers homogènes de x_1, x_2 du 3e e 4e degré. Le tétraèdre coordinateur est formé par le point $A \equiv A_4$, les points A_1, A_2 sont situés sur deux tangentes conjuguées de la surface $\mathcal{A}$ en A, et le point A_3 est arbitraire. On peut prouver que sur chaque tangente de la surface $\mathcal{A}$ en A il existe un tel point que le plan osculateur de la courbe tangente du cône circonscrit de ce point à la surface $\mathcal{A}$ est stationnaire en A. Si les points A_1, A_2 sont détérminés de cette manière et si les plans $A_4\,A_3\,A_2$, $A_4\,A_3\,A_1$ sont ces plans osculateurs — le point A_3 restant libre sur leur ligne d'intersection — nous pourrons mettre l'équation de la surface $\mathcal{A}$ aux environs du point A sous la forme

$$\frac{x_3}{x_4} = \frac{1}{2\,x_4^2}\,(m^2\,x_1^2 - n^2\,x_2^2) + \frac{1}{6\,x_4^3}\,(a_3\,x_1^3 + a_0\,x_2^3) + \frac{1}{24\,x_4^4}\,(A_4\,x_1^4 + A_0\,x_2^4) + \ldots$$

Une équation de la courbe Σ qui passe par le point A soit

$$\frac{x_2}{x_4} = a\,\frac{x_1}{x_4} + b\,\frac{x_1^2}{x^2{}_4} + \ldots$$

Les tangentes asymptotiques au point A sont

$$\begin{aligned} &\text{I} && m\,x_1 - n\,x_2 = 0,\\ &\text{II} && m\,x_1 + n\,x_2 = 0 \end{aligned}$$

On trouve pour les tangentes asymptotiques de la surface A dans un point de la courbe Σ dont le paramètre est $t = \frac{x_1}{x_4}$ et qui est infiniment voisin au point A.

$$\frac{x_1}{x_4} - t \mp \left[\frac{x_2}{x_4} - \left(\frac{x_2}{x_4}\right)_t\right] R\,(t) = 0,$$

$$R\,(t) = \frac{n}{m}\left[1 - \frac{c}{2}\,t - \frac{1}{2}\left(\frac{c^2}{4} - \frac{a_3\,c}{m^2} + \frac{a_0\,b}{n^2} + \frac{N}{n^2}\right)t^2 + \ldots\right];$$

$$c = \frac{a_0\,a}{n^2} + \frac{a_3}{m^2},\quad 2\,\frac{N}{n^2} = \frac{A_4}{m^2} + \frac{a^2\,A_0}{n^2}.$$

Puis nous déterminons les coordonnées π_{ik} de la tangente asymptotique de la Ière série et nous considérons le système des complexes linéaires

$$\alpha\,\pi_{12} + \beta\,\pi_{34} + C_{23}\,\pi_{13} - C_{13}\,\pi_{23} + \gamma\,\pi_{14} + \delta\,\pi_{42} = 0$$

contenant le système des ∞^2 complexes linéaires qui passent par trois tangentes asymptotiques consécutives de la Ière série, appartenant à l'élément de la courbe Σ en A, l'équation de ce système est

$$\begin{gathered} n^2\,M^2\,(\varrho + K)\,\pi_{12} + m\,n^3\,M^2\,(\varrho + H)\,\pi_{34}\\ - a\,V\,[n\,\pi_{13} + m\,\pi_{23} - n\,\varsigma_1\,\pi_{14} + m\,(\varsigma - \varsigma_1)\,\pi_{42}] = 0,\\ M = m - a\,n,\\ \text{où}\qquad V = n^3\,c + a_0\,M,\\ H\,M^2 = \frac{b\,V}{n^2\,M} + \frac{3}{4}\,c\,c_1 + \frac{N}{n^2},\\ K\,M^2 = H\,M^2 - \frac{a\,V\,c}{2\,n^2\,M},\\ c_1 = \frac{a_0\,a}{n^2} - \frac{a_3}{m^2}. \end{gathered}$$

ς, ς_1 sont deux paramètres.

Les axes des toutes les complexes linéaires spéciales de ce système ont les coordonneés

$$\begin{aligned} \sigma\,\pi_{12}{}^* &= 2\,a\,m\,n^3\,V\,M^2\,(\varsigma + H),\\ \sigma\,\pi_{13}{}^* &= m\,n^4\,M^4\,(\varsigma + H)\,(\varsigma + K) - a^2\,m\,V^2\,\varsigma,\\ \sigma\,\pi_{14}{}^* &= -\,2\,a^2\,m\,V^2,\\ \sigma\,\pi_{23}{}^* &= n^5\,M^4\,(\varsigma + H)\,(\varsigma + K) + a^2\,n\,V\,\varsigma^2,\\ \sigma\,\pi_{42}{}^* &= -\,2\,a^2\,n\,V^2,\\ \sigma\,\pi_{34}{}^* &= 2\,a\,n^2\,V\,M^2\,(\varsigma + \mathrm{K}). \end{aligned}$$

et forment une quadrique

$$(H) \qquad (m^2 x_1^2 - n^2 x_2^2 - 2 x_3 x_4 + K x_3^2) n^2 M^2 + \frac{m}{2}\left(n^2 M c - 2a V\right) x_1 x_3 + \frac{n}{2}\left(n^2 M c + 2 a V\right) x_2 x_3 = 0,$$

ce qui est une quadrique osculatrice de la surface réglée engendrée par les tangentes asymptotiques de la Ière série menées par les points de la courbe Σ.

Pour les quadriques osculatrices (H_1^b), (H_2^β) qui sont adjointes aux courbes tangentes aux droites AA_1 resp. AA_2 nous avons

$$(H_1^b) \qquad m^2 x_1^2 - n^2 x_2^2 - 2 x_3 x_4 + \frac{1}{4 m^6}(16 b b_1 m^2 n^2 - 3 a_3^2 + 2 A_4 m^2)\ x_3^2 + \frac{a_3}{2 m^3}(m x_1 + n x_2) x_3 = 0.$$

$$(H_2^\beta) \qquad m^2 x_1^2 - n^2 x_2^2 - 2 x_3 x_4 + \frac{1}{4 m n^6}(16 \beta b_1 n^5 + 3 a_0^2 m + 2 A_0 m n^2) x_3^2 - \frac{a_0}{2 n^3}(m x_1 + n x_2) x_3 = 0.$$

où b_1, b_2 sont deux nouvelles constantes

$$b_1 = \frac{a_0 m^3 + a_3 n^3}{4 m n^4}, \quad b_2 = \frac{a_0 m^3 - a_3 n^3}{4 m n^4},$$

Si la courbe Σ est tangente à la IIme tangente asymptotique en A, nous aurons une quadrique:

$$(L_2^b) \qquad m^2 x_1^2 - n^2 x_2^2 - 2 x_3 x_4 + \frac{1}{8 m^4 n^4}[4 n^6 (b + 4 b_2) b_1 + A_4 n^4 + A_0 m^4] x_3^2 + \frac{a_3}{2 m^2} x_1 x_3 - \frac{a_0}{2 n^2} x_2 x_3 = 0.$$

La quadrique osculatrice qui contient trois tangentes asymptotiques de la IIme série consécutives, appartenant aux éléments des courbes qui touchent la I^{erè} tangente asymptotique en A est

$$(L_1^b) \qquad m^2 x_1^2 - n^2 x_2^2 - 2 x_3 x_4 + \frac{1}{8 m^4 n^4}[4 n^6 (b + 4 b_1) b_2 + A_4 n^4 + A_0 m^4] x_3^2 + \frac{a_3}{2 m^2} x_1 x_3 - \frac{a_0}{2 n^2} x_2 x_3 = 0,$$

b est la quantité qui détermine le rayon de courbure en A de la courbe considérée. Pour les lignes asymptotique il faut mettre

$$b = b_1, \quad \text{où } b = b_2$$

et nous obtiendrons une seule quadrique, nommeé quadrique de *Lie*

$$(L)\quad m^2 x_1^2 - n^2 x^2_2 - 2x_3 x_4 + \frac{1}{8m^4 n^4}(20n^6 b_1 b_2 + A_4 n^4 + A_0 m^4) x_3^2$$

$$+ \frac{a_3}{2m^2} x_1 x_3 - \frac{a_0}{2n^2} x_2 x_3 = 0.$$

En vertu de ces résultats on peut énoncer si b_1, b_2 sont fini et $\gtrless 0$ le théorème suivant

$$(L_1^{\lambda b_1}) \equiv (L_2^{\lambda b_2})$$

c'est-à-dire, si nous menons les quadriques contenant trois tangentes asymptotiques consécutives de la Ière resp. de IIme séie appartenant aux éléments des lignes Σ'', Σ', qui touchent la IIme resp. la Ière ligne asymptotique dans un point de la surface convexe-concave et si les courbures des courbes Σ'', Σ' sont dans le même rapport avec les courbures des lignes asymptotiques correspondantes, les deux quadriques sont identiques.

Les quadriques (H) qui correspondent aux éléments des courbes ayant la même tangente en A, touchent le long des deux tangentes asymptotiques. Les quadriques (H) dont les éléments des courbes correspondantes touchent deux tangentes conjuguées sont tangentes le long de la IIme tangente asymptotique.

Nommons un point O du plan tangent de Δ en A et un plan ω passant par A, pôle et polaire si le plan ω est le plan osculateur de la courbe tangente du cône circonscrit du point O à la surface Δ en A.

En employant la correspondence de Segre entre ces pôles et ses plans polaires on prouve que la droite, qui joint les deux pôles O', O'' qui correspondent aux plans polaires ω', ω'' passant par deux tangentes conjuguées t', t'' de A, détermine sur la IIème tangente asymptotique le point de contact du plan mené par cette tangente asymptotique et la droite $\omega'\ \omega''$ avec toutes les quadriques (H) qui correspondent aux éléments des courbes touchant les tangentes t', t''.

La solution géométrique du problème posé peut s'effectuer par les constructions élémentaires si l'on connaît sur chaque tangente t de A le pôle ou le plan polaire stationnaire et les autres éléments géométriques qui déterminent l'élément de surface du 4e ordre.

On peut choisir librement deux premiers pôles stationnaires fondamentaux A_1, A_2; les autres éléments géométriques déterminant les environs nécessaires du point A peuvent être choisis d'une manière différente.

Nous employons ici les éléments des courbes suivantes:

Deux coniques k_1, k_2, qui passent par les points A, A_1, A_2 et qui ont au point A le contact du 2e ordre avec les lignes asymptotiques correspondantes. Les équations des ces courbes sont

$$k_1 \qquad b_1 x_1 x_2 + \frac{m^2}{n^2} x_1 x_4 - \frac{m}{n} x_2 x_4 = 0,$$

$$k_2 \qquad b_2 x_1 x_2 + \frac{m^2}{n^2} x_1 x_4 + \frac{m}{n} x_2 x_4 = 0.$$

La courbe u

$$a_3 x_1^3 + a_0 x_2^3 - 3 (m^2 x_1^2 - n^2 x_2^2) x_4 = 0$$

qui est une courbe harmonique par rapport au point A et la droite $A_1 A_2$ avec la courbe dans laquelle le plan tangent de Λ en A intersecte la surface du 3e degré Λ_3 ayant avec Λ en A le contact du 3e ordre.

Cette courbe u est aussi le lieu géométrique des pôles ordinaires de la droite AA_3 aux coniques dont les plans contiennent la droite AA_3 et ont le contact du 3e degré avec la surface Λ en A.

La courbe o

$$A_4 x_1^4 + A_0 x_2^4 - 4 (a_3 x_1^3 + a_0 x_2^3) x_4 = 0$$

qui est la courbe des points O de la courbe w dans laquelle le plan tangent en A intersecte la surface du 4e degré ayant avec Λ en A le contact du 4e ordre.

Les points O sont déterminés comme il suit: sur chaque tangente t de A nous fixerons les points M', M'' de la courbe w et le point A' de la droite $A_1 A_2$; puis nous trouverons le point O des équations suivantes

$$(M' M'' A' *) = -1, \ (A' * A O^{1/2}) = -1$$

$$(A A' O^{1/2} O) = -1.$$

Les courbes u, o sont faciles à déterminer d'une manière variée.

Les points de la courbe o peuvent aussi se construire comme centres harmoniques de l'équation

$$(M_1 M_2 A' *) = -1$$

où M_1, M_2 sont les points de deux coniques

$$f_1 \qquad \sqrt{A_4} \, . \, x_1^2 + \sqrt{-A_0} \, . \, x_2^2 - \frac{4 a_3}{\sqrt{A_4}} x_1 x_4 + 4 \frac{a_0}{\sqrt{-A_0}} x_2 x_4 = 0,$$

$$f_2 \qquad \sqrt{A_4} \, . \, x_1^2 - \sqrt{-A_0} \, . \, x_2^2 - 4 \frac{a_3}{\sqrt{A_4}} x_1 x_4 - 4 \frac{a_0}{\sqrt{-A_0}} x_2 x_4 = 0.$$

Nous pouvons alors déterminer l'élément de surface du 4e ordre comme il suit:

Sur deux tangentes conjuguées fixons les pôles stationnaires A_1, A_2 et dans leurs plans polaires correspondants $A A_2 A_3$, $A A_1 A_3$ déterminons les coniques osculatrices du 4e ordre de la surface Λ en A; puis nous déterminons une troisième conique osculatrice du 4e ordre en A dans un plan quelconque mené par le point A, spécialement dans un plan contenant la droite AA_3.

Quant à la construction des quadriques osculatrices qui correspondent aux éléments des courbes données, on peut d'abord construire les quadriques (H_1^b), (H_2^β) et spécialement les quadriques (H_1^0), (H_2^0). Il suffit de déterminer leurs traces sur les plans $AA_1 A_3$ au $A A_2 A_3$ si nous connaissons le système des plans tangentes sur la IIme tangente asymptotique.

Les quadriques (H_1^b) qui correspondent aux éléments des courbes qui touchent la droite AA_1 et dont les plans osculateurs σ sont différents du plan AA_1A_3 peuvent être déduites de la quadrique (H_1^0) au moyen des homologies avec le point A et son plan tangent α comme centre et plan de l'homologie. Les points A_3' qui correspondent dans ces homologies au point A_3 sont les points d'intersection de la droite AA_3 avec les plans menés par la tangente de la conique k_1 au point A_1 et par les traces des plans osculateurs σ sur le plan $A_1A_2A_3$.

Les quadriques (H_2^β) peuvent être déterminées d'une manière pareille ; les points A_3'' correspondant au point A_3 se déterminent par les plans osculateurs donnés au moyen de la tangente de la conique k_1 au point A_2.

La construction serait en principe la même si nous voulions déterminer les quadriques qui contiennent les trois tangentes asymptotique consécutives de la IIme série aux environs du point A ; par exemple il faudrait changer la conique k_2 pour k_1.

Supposons que les éléments des courbes qui touchent la Ière ou la IIme tangente asymptotique en A sont donnés au point A par les éléments des coniques osculatrices du 2e ordre. l_1^b, l_2^b qui passent par les points A_1 A_2.

Nous avons prouvé plus haut que les quadriques $(L_1^{\lambda b_1})$ $(L_2^{\lambda b_2})$ qui correspondent aux éléments des coniques $l_1^{\lambda b_1}$, $l_2^{\lambda b_2}$ sont identiques. Toutes ces quadriques forment un faisceau (L^b) qui contient la quadrique de *Lie* et détermine avec la surface A les tangentes de Darboux.

Deux quadriques (L^b) quelconques sont homologiques avec le point A et le plan α comme centre et plan de homologie. Les traces de ces quadriques dans les plans stationnaires AA_2A_3, AA_1A_3 ont un contact du 3e ordre avec les traces correspondantes des quadriques (H_2^β), (H_1^b) au point A.

Voilà pourquoi nous connaissons l'ètoile A et le plan α des polaires réciproques des quadriques (L^b). Il suffit alors de construire le deuxième point de n' importe quelle de ces quadriques sur AA_3.

Par exemple, la quadrique L_2^b qui correspond à la conique osculatrice l_2^b peut se construire au moyen de la conique $l_2^{\frac{b}{4}+b_2}$, qui est celle du système des coniques l_2^b et dont l'équation est

$$\left(\frac{b}{4}+b_2\right)x_1x_2+\frac{m^2}{n^2}x_1x_4+\frac{m}{n}x_2x_4=0.$$

Le rayon de courbure en A s'exprime facilement par des rayons des courbes l_2^b et k_2. Le point d'intersection de la courbe o avec la Ière tangente asymptotique donne avec le point A_2 une droite qui rencontre la conique $l^{\frac{b}{4}+b_2}$ dans un point qui se trouve sur une droite ξ passant par A_1. Le deuxième point de la quadrique (L_2^b) sur AA_3 détermine avec A_2 une droite η ; mais la droite ξ intersecte AA_2 dans un point qui, joint avec A_3 intersecte η

dans un point par lequel passe un autre droite ζ contenant A. Cette droite ζ est la trace du plan tangent de toutes les quadriques (L^b) au point d'intersection de la IIme tangente asymptotique avec $A_1\ A_2$. Comme les droites ξ, ζ sont connues, on peut construire η. Pour la quadrique (L) de Lie nous avons $b = b_2$, la conique qui la construit est $l_2^{\frac{5}{4}\ b_2}$, sa courbure au point A est $\frac{5}{4}$ de la courbure de k_2.

Les pôles stationnaires de l'élément de surface du 4e ordre forment dans le plan α une courbe c du 6e ordre dont l'équation est

$$m^2\,n^2\,(A_4\,n^6\,x_2^{\,2} + A_0\,m^6\,x_1^{\,2})\,(m^2\,x_1^{\,2} - n^2\,x_2^{\,2})\,x_1\,x_2 + (a_3\,n^4\,x_2 + a_0\,m^4\,x_1)\,[a_3\,n^6\,x_2^{\,3} + a_0\,m^6\,x_1^{\,3} - 3m^2\,n^2\,(a_0\,m^2\,x_2 + a_3\,n^2\,x_1)\,x_1\,x_2]\,x_1\,x_2 - m^2\,n^2\,(m^2\,x_1^{\,2} - n_2\,x_2^{\,2})\,[a_3\,n^6\,x_2^{\,3} + a_0\,m^6\,x_1^{\,3} + 3m^2\,n^2\,(a_0\,m^2\,x_2 + a_3\,n^2\,x_1)\,x_1\,x_2]\,x_4 = 0.$$

Cette courbe passe 5 fois par le point A et les tangentes menées en ce point sont des tangentes asymptotiques et des tangentes de Segre.

On peut construire les tangentes de Segre comme les droites par le point A et par trois autres points d'isntersertion des deux coniques qui touchent au point A les deux tangentes asymptotiques, les courbures en ce point sont dans le même rapport avec les courbures des lignes asymptotiques cossespondantes et toutes les deux touchent une droite quelconque dans les points d'intersection avec la Ière ou la IIme tangente asymptotique.

La courbe c peut être engendrée par deux faisceaux projectives des courbes

$$c_\lambda^3 \qquad (a^3\,n^4\,x_2 + a_0\,m^4\,x_1)\,x_1\,x_2 - \lambda\,m^2\,n^2\,(m^2\,x_1^{\,2} - n^2\,x_2^{\,2})\,x_4 = 0,$$

$$c_\lambda^4 \qquad (A_4\,n^6\,x_2^{\,2} + A_0\,m^6\,x_1^{\,2})\,x_1\,x_2 - [S]\,x_4 + \lambda\,[S']\,x_4 = 0,$$

où $$[S] \equiv a_3\,n^6\,x_2^{\,3} + a_0\,m^6\,x_1^{\,3} + 3m^2\,n^2\,(a_0\,m^2\,x_2 + a_3\,n^2\,x_1)\,x_1\,x_2,$$

$$[S'] \equiv a_3\,n^6\,x_2^{\,3} + a_0\,m^6\,x_1^{\,3} - 3m^2\,n^2\,(a_0\,m^2\,x_2 + a_3\,n^2\,x_1)\,x_1\,x_2.$$

$[S] = o$ donne l'équation des tangentes de Segre, $[S'] = o$ est l'equation des trois autres tangentes qui peuvent être construites d'une manière semblable comme les tangentes de Segre.

La courbe engendrée par les faisceaux c_λ^3, c_λ^4 est du 7e degré et se compose de la droite $A_1\ A_2$ et de la courbe c.

Pour construire le pôle stationnaire sur une tangente t' quelconque de la surface A en A on doit chercher le second point double de deux axes projectives conlocales des points d'intersection de la droite t' avec les courbes c_λ^3, c_λ^4 correspondantes. Le premier point double se trouve toujours sur $A_1\,A_2$. Il suffit de considérer l'intersection de t' avec trois courbes correspondantes spéciales, par exemple, les courbes c_1^3, c_∞^3, $c^3{}_0$ et c_1^4, c_∞^4, $c^4{}_0$. Toutes ces courbes sont faciles à construire; c_∞^3, $c^3{}_0$, c_1^4, c_∞^4 sont des courbes dégénérées. La courbe $c_1^3 \equiv s^{-1}$ est harmonique avec la courbe s

des pôlês laquelle dans la transformation de Segre correspond aux plans menés par la droite AA_3 et se déduit immédiatement de la courbe u où des coniques k_1, k_2.

La courbe c_0^4 dont l'équation est

$$(A_4\, n^6\, x_2^2 + A_0\, m^6\, x_1^2)\, x_1\, x_2 - [S]\, x_4 = 0.$$

peut être engendrée comme la courbe o au moyen des deux coniques que l'on peut facilement construire à l'aide de la conique

$$\pi\, A_0\, A_4\, (A_4\, n^6\, x_2^2 + A_0\, m^6\, x_1^2) - 2\, (A_4^2\, a_0\, n^6\, x_2 + A_0^2\, a_3\, m^6\, x_1)\, x_4 = 0$$

qui est la seconde polaire d'un certain point de la droite $A_1\, A_2$ par rapport à la courbe o.

La courbe c_1^4 est dégénérée en une conique k et les droites AA_1, AA_2; cette conique k

$$A_4\, n^6\, x_2^2 + A_0\, m^6\, x_1^2 - 6m^2\, n^2\, (a_0\, m^2\, x_2 + a_3\, n^2\, x_1)\, x_4 = 0.$$

se construit aussi par la conique π et contient, outre A, encore sept points de la courbe c; quatre en sont sur la courbe s^{-1} et trois sur les tangentes $[S'] = 0$.

Si l'on connaît les pôles stationnaires sur toutes les tangentes de la surface A en A, on peut résoudre généralement le problème posé.

Sur les fonctions de la première classe de Baire.

Par

VOJTĚCH JARNÍK.

Présenté le 8 Janvier 1926.

§ 1. Introduction.

Soit $f\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_k)$ une fonction de k variables $(k \geq 1)$, définie sur un ensemble borné et parfait P. Nous disons, avec M. Baire, que la fonction f est de la première classe sur P, si l'on peut former une suite de fonctions $f_n\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_k),\ n = 1,\ 2,\ \ldots$ définies et continues sur P et telles que

$$\lim_{n=\infty} f_n\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_k) = f\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_k)$$

en tout point de P.[1])

Le but de cette Note est de démontrer le théorème suivant:

Théorème principal. *Pour qu'une fonction $f\ (x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_k)$, définie sur un ensemble borné et parfait P, soit une fonction de la première classe sur P, il faut et il suffit qu'il existe une fonction*

$$F\ (x_1',\ x_2',\ \ldots,\ x_k';\ x_1'',\ x_2'',\ \ldots,\ x_k'')$$

de $2k$ variables, jouissant des propriétés suivantes:

1. *La fonction*[2]) $F\ ([x'];\ [x''])$ *est définie pour*

$$[x'] \subset P,\ [x''] \subset P,\ [x'] \neq [x''].$$

---

[1]) Nous ne considérons que de fonctions réelles des variables réelles. Dans la définition de fonction, de continuité, de limite nous admettons aussi, en suivant une convention usuelle dans la théorie des fonctions réelles, les valeurs $+\infty$ et $-\infty$.

[2]) Pour abréger, je désigne par $[x]$ le point avec les coordonnées $x_1,\ x_2,\ \ldots x_k$, D'une manière analogue, j'écris $f\ ([x])$, $F\ ([x'];\ [x''])$ au lieu de $f\ (x_1, x_2, \ldots, x_k)$, $F\ (x_1', \ldots x_k';\ x_1'', \ldots x_k'')$ et ainsi de suite. Enfin, j'emploie la notation

$$|\ [x] - [y]\ | = \sum_{i=1}^{k} |\ x_i - y_i\ |.$$

2. $[x]$ *étant un point quelconque de* P, *on a*

$$\lim F([x']; [x'']) = f([x]),$$

dès que les points $[x']$, $[x'']$ *tendent vers* $[x]$, *en satisfaisant aux conditions*

(1) $[x'] \subset P, [x''] \subset P, [x'] \neq [x''], (x_i' - x_i)(x_i'' - x_i) \leq 0 \ (i = 1, 2, \ldots, k)$.

On voit aisément, en appliquant sur les valeurs des fonctions f, F la transformation bien connue[3]) $z^* = \frac{z}{1 + |z|}$ que le théorème en question va être démontré, si nous le démontrerons dans le cas des fonctions bornées.[4]) Pour démontrer le théorème principal, il nous suffit donc de démontrer les deux théorèmes suivants:

Théorème 1er. *Soit* $f([x])$ *une fonction bornée de* k *variables* $x_1, \ldots, x_k$ *qui est de la première classe sur un ensemble borné et parfait* P. *Alors on peut trouver une fonction bornée* $F([x']; [x''])$ *de* $2k$ *variables, définie pour* $[x'] \subset P, [x''] \subset P, [x'] \neq [x'']$ *telle que, pour tout point* $[x]$ *de* P, *on a*

$$\lim F([x']; [x'']) = f([x]),$$

dès que les points $[x']$, $[x'']$ *tendent vers* $[x]$ *en satisfaisant aux conditions* (1).

Théorème 2ème.[5]) *Soient* $f([x])$, $F([x']; [x''])$ *deux fonctions, satisfaisant aux conditions suivantes:*

Conditions (C)

$f([x])$ est une fonction bornée de k variables $x_1, \ldots, x_k$, définie sur un ensemble borné et parfait P; $F([x']; [x''])$ est une fonction bornée de $2k$ variables, définie pour

$$[x'] \subset P, [x''] \subset P, [x'] \neq [x''].$$

Enfin, pour tout point $[x]$ de P,

$$\lim F([x']; [x'']) = f([x]),$$

dès que les points $[x']$, $[x'']$ tendent vers $[x]$ es satisfaisant aux conditions (1);

alors $f([x])$ est de la première classe sur P.

§ 2. Démonstration du théorème 1er.

$f([x])$ étant une fonction bornée de la première classe sur P (donc $|f([x])| \leq M$), on peut trouver une suite de fonctions continues sur P:

M et N étant deux ensembles, la relation $M \subset N$ doit signifier „M est contenu dans N"; le symbole $M.N$ doit signifier „l' ensemble de points communs à M et à N".

[3]) Voir p. e. R. Baire, *Leçons sur les fonctions discontinues* (Paris, Gauthier-Villars, 1905), p. 121—122.

[4]) Pour l'exposition plus détaillée de cette remarque et de toutes les démonstrations suivantes voir mon Mémoire original: O funkcích první třídy Baireovy.

[5]) „Věta 2bis" dans la notation de mon mémoire original.

$f_n([x])$ $(n = 1, 2, \ldots; |f_n([x])| \leqq M)$ telle que

$$\lim_{n=\infty} f_n([x]) = f([x]) \tag{2}$$

pour tout $[x]$ de P.

Soit $n \geqq 1$, n entier; nous désignerons par η_n chaque nombre qui satisfait aux conditions suivantes:

1. $0 < \eta_n < \frac{1}{n}$.

2. $|f_n([x']) - f_n([x''])| < \frac{1}{n}$ pour tous les $[x']$, $[x'']$ pour lesquels $[x'] \subset P$, $[x''] \subset P$, $|[x'] - [x'']| < \eta_n$.

Il est clair, en conséquence de la continuité uniforme de f_n, qu'il existe des nombres η_n pour chaque n. Nous posons pour chaque n:

$H_n = \frac{1}{2}$ · borne supérieure de l'ensemble des nombres η_n. Alors H_n est lui-même un η_n et l'on a $\lim_{n=\infty} H_n = 0$.

Nous définissons maintenant la fonction $F([x']; [x''])$ de la manière suivante: soit $[x'] \subset P$, $[x''] \subset P$, $[x'] \neq [x'']$;

1. si $|[x'] - [x'']| \geqq H_1$, nous posons $F([x']; [x'']) = 0$.

2. si $|[x'] - [x'']| < H_1$, alors il n'existe qu'un nombre fini de nombres n tels que

$$|[x'] - [x'']| < H_n; \tag{3}$$

nous désignons par $n(|[x'] - [x'']|)$ le plus grand des nombres n, pour lesquels (3) est satisfaite et nous posons $F([x']; [x'']) = f_{n(|[x'] - [x'']|)}([x'])$.

La fonction F ainsi définie — évidemment bornée — possède les propriétés demandées; en effet, soit $[x]$ un point fixe de P et soient $[x']$, $[x'']$ deux points variables tendant vers $[x]$ et satisfaisant aux conditions (1); d'après un certain moment, on aura $|[x'] - [x'']| < H_1$ et alors

$$|F([x']; [x'']) - f([x])| \leqq |f_{n(|[x'] - [x'']|)}([x']) - f_{n(|[x'] - [x'']|)}([x])| + |f_{n(|[x'] - [x'']|)}([x]) - f([x])|. \tag{4}$$

Mais, en conséquence de (1), on a

$$|[x'] - [x]| \leqq |[x'] - [x'']| < H_{n(|[x'] - [x'']|)};$$

alors le premier membre à droite de (4) est plus petit que

$$\frac{1}{n(|[x'] - [x'']|)};$$

les points $[x']$, $[x'']$ tendant vers $[x]$, on a $|[x'] - [x'']| \longrightarrow 0$ et alors évidemment $n(|[x'] - [x'']|) \longrightarrow \infty$; par suite, le premier membre à droite de (4) tend vers zéro, et il en est de même avec le second membre, d'après (2); q. e. d.

§ 3. Démonstration du théorème 2ème.

En premier lieu, j'introduis les définitions suivantes: Soit $[x] = (x_1, \ldots, x_k)$ un point quelconque de l'espace à k dimensions. Je vais appeler „voisinage du point $[x]$ de rayon ϱ" ($\varrho > 0$) et je désignerai par $O([x], \varrho)$ l'ensemble de tous les points $[x']$ pour lesquels $0 \leqq | [x'] - [x] | < \varrho$. Soit maintenant P^* un ensemble parfait et $[x]$ un point de P^*. S'il existe, dans chaque voisinage du point $[x]$, un point $[x']$ de P^* au moins, pour lequel toutes les k inégalités $x_i' \neq x_i$ ($i = 1, 2, \ldots, k$) sont satisfaites, j'appelerai le point $[x]$ „point du type (α) sur P^*"; autrement, j'appelerai le point $[x]$ „point du type (β) sur P^*". Etant donné un point $[x]$ de P^* et un nombre positif ϱ, il peut se faire que tous les points de P^*. $O([x], \varrho)$ soient du type (α) sur P^*; alors, j'appelerai $O([x], \varrho)$ „voisinage du type (α) sur P^*"; autrement,j'appelerai $O([x], \varrho)$ „voisinage du type (β) sur P^*".

Lemme 1er. *Soient $f([x])$, $F([x']; [x''])$ deux fonctions satisfaisant aux conditions (C); soit ε un nombre positif quelconque, P^* un ensemble parfait contenu dans P, $O([x], \varrho)$ un voisinage quelconque du type (α) sur P^** (où $[x] \subset P^*$). *Alors il existe un point $[y]$, contenu dans $P^* . O([x], \varrho)$ tel que l'oscilllation de $f([x])$ au point $[y]$ sur P^* est au plus égale à ε.*

Démonstration. Pour démontrer le lemme 1er, il suffit évidemment de démontrer l'absurdité de l'énoncé suivant:

L'énoncé (A): *Il existe un nombre $\varepsilon_0 > 0$, un ensemble parfait P_0^* ($P_0^* \subset P$), un point $[x^0]$ de P_0^* et un voisinage $O([x^0], \varrho_0)$ qui est du type (α) sur P_0^* tel qu'à chaque point de $P_0^* . O([x^0], \varrho_0)$ l'oscillation de $f([x])$ sur P_0^* est plus grande que ε_0.*

Admettons pour un moment la validité de l'énoncé (A); nous allons construire une suite de points

$$[x^1], [y^1], [x^2], [y^2], \ldots \tag{5}$$

possédant les propriétés suivantes:

1. $[x^1] = [x^0]$;

pour $n = 1, 2, \ldots$; $i = 1, 2, \ldots, k$ on a

2. $[x_n] \subset P_0^* . O([x^0], \varrho_0)$; $[y^n] \subset P_0^* . O([x^0], \varrho_0)$,

3. $| y_i^{n+1} - x_i^{n+1} | < \frac{1}{2} | x_i^{n+1} - x_i^n | < \frac{1}{4} | y_i^n - x_i^n |$,

4. $sgn\,(x_i^{n+1} - x_i^n) = sgn\,(y_i^n - x_i^n) = \pm 1$.[6])

5. $| f([x^n]) - f([x^{n+1}]) | > \frac{\varepsilon_0}{4}$, $| F([x^n]; [y^n]) - f([x^n]) | < \frac{\varepsilon_0}{16}$.

Pour démontrer l'existence d'une telle suite, nous posons $[x^1] = [x^0]$ et nous procédons de la manière suivante:

---

[6]) Je pose $sgn\ a = \left\{ \begin{matrix} +1 \\ 0 \\ -1 \end{matrix} \right\}$ pour resp. $a \left\{ \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} \right\} 0$.

$[x^1]$ étant un point de $P_0^* \,.\, O\ ([x^0], \varrho_0)$, $[x^1]$ est un point du type (α) sur P_0^* ; il existe alors une suite de points différents entre eux

$$[\xi^1],\ [\xi^2],\ \ldots, \tag{6}$$

contenus dans $P_0^* \,.\, O\ ([x^0], \varrho_0)$, pour laquelle on a

$$\lim_{h=\infty} [\xi^h] = [x^1],\ \xi_i^h \neq x_i^1\ (h = 1,\ 2,\ \ldots\ ;\ i = 1, \ldots,\ k).$$

Le système de k valeurs $sgn\ (\xi_i^h - x_i^1)$ (h fixe, $i = 1, \ldots, k$) ne pouvant coincider qu'avec un de 2^k systèmes $\tau_1, \tau_2, \ldots \tau_k$ ($\tau_i = \pm 1$), on voit immédiatement que l'on peut tirer de (6) une suite partielle infinie

$$[\eta^1],\ [\eta^2],\ \ldots \tag{7}$$

pour laquelle $sgn\ (\eta_i^h - x_i^1) = sgn\ (\eta_i^1 - x_i^1) = \pm 1$ pour $h = 1, 2, \ldots$ $i = 1, \ldots, k$.

En conséquence des conditions (C), supposées remplies pour f et F, on a

$$\lim_{h=\infty} F\ ([x^1]\ ;\ [\eta^h]) = f\ ([x^1]).$$

Alors on peut tirer de (7) un point — désignons-le par $[y^1]$ — assez approché de $[x^1]$ pour que l'on ait

$$|\ F\ ([x^1]\ ;\ [y^1]) - f\ ([x^1])\ | < \frac{\varepsilon_0}{16}\ .$$

Nous choisissons maintenant de la suite (7) un point $[\eta]$ tel que

$$|\ \eta_i - x_i^1\ | < \frac{1}{2}\ |\ y_i^1 - x_i^1\ |\quad (i = 1, \ldots, k)\ ;$$

on a alors

$$sgn\ (\eta_i - x_i^1) = sgn\ (y_i^1 - x_i^1) = \pm 1.$$

$[\eta]$ étant un point de $P_0^* \,.\, O\ ([x^0], \varrho_0)$, l'oscillation de f au point $[\eta]$ sur P_0^* est plus grande que ε_0 ; on peut alors trouver un point $[\xi]$ de $P_0^* \,.\, O\ ([x^0], \varrho_0)$ avec

$$|\ f\ ([\xi]) - f\ ([\eta])\ | > \frac{\varepsilon_0}{2} \tag{8}$$

et assez approché de $[\eta]$ pour que l'on ait

$$|\ \xi_i - x_i^1\ | < \frac{1}{2}\ |\ y_i^1 - x_i^1\ |\ ,\ sgn\ (\xi_i - x_i^1) = sgn\ (y_i^1 - x_i^1) = \pm 1\ (i = 1, \ldots, k).$$

En conséquence de (8), nous avons pour l'un des points $[\xi]$, $[\eta]$ au moins — nous le désignerons par $[x^2]$ —

$$|\ f\ ([x^1]) - f\ ([x^2])\ | > \frac{\varepsilon_0}{4}\ .$$

Nous avons ainsi choisi les points $[x^1]$, $[y^1]$, $[x^2]$; en procédant ainsi de proche en proche, on s'assure aisément de l'existence d'une suite (5), possédant les propriétés demandées.

A l'aide des propriétés 1.—5. de la suite (5), on constate aisément qu'il existe un point $[z]$ avec les propriétés suivantes:

$$\lim_{n=\infty} [x^n] = \lim_{n=\infty} [y^n] = [z]\,;\ (x_i^n - z_i)\ (y_i^n - z_i) < 0$$

pour $n = 1, 2, \ldots$; $i = 1, \ldots, k$. Les points $[x^n]$, $[y^n]$ appartenant à P, on a aussi $[z] \subset P$; alors on a, les fonctions f et F satisfaisant aux conditions (C),

$$\lim_{n=\infty} F\ ([x^n]\,;\ [y^n]) = f\ ([z]). \tag{9}$$

Mais de la propriété 5, on déduit immédiatement

$$|\ F\ ([x^n]\,;\ [y^n]) - F\ ([x^{n+1}]\,;\ [y^{n+1}])\ | > \frac{\varepsilon_0}{8}\ (n = 1,\ 2, \ldots)$$

ce qui est en contradiction avec (9); alors l'énoncé (A) est nécessairement inexact, et le lemme 1er est démontré.

Lemme2 ème. *Soient f et F deux fonctions, satisfaisant aux conditions (C). Soient donnés: un nombre positif quelconque ε, un ensemble parfait quelconque P^* contenu dans P, un point quelconque $[x]$ de P^*, un nombre positif quelconque ϱ; alors on peut trouver dans $O\ ([x], \varrho)$ un point de P^* auquel l'oscillation de f sur P^* est au plus égale à ε.*

Démonstration. Si $k = 1$ (c'est-à-dire si $f\ ([x])$ est une fonction d'*une* variable), alors tout point de P^* est évidemment du type (α) sur P^* et l'énoncé de notre lemme 2ème se réduit à celui du lemme 1er. Nous supposerons alors le lemme 2ème démontré pour $k < k_0$ et nous le démontrerons pour $k = k_0$. Soit alors $k = k_0$. Si le voisinage $O\ ([x], \varrho)$ est du type (α) sur P^*, il n'y a plus rien à démontrer. Si $O\ ([x], \varrho)$ est du type (β) sur P^*, alors il existe un point $[x^0]$ du type (β) contenu dans $P^* \,.\, O\ ([x], \varrho)$. Il existe alors un voisinage $O\ ([x^0], \sigma)$, contenu dans $O\ ([x], \varrho)$ tel que, pour tout point $[\xi]$ de $P^* \,.\, O\ ([x^0], \sigma)$ au moins une des k_0 équations

$$\xi_i = x_i^0 \qquad (i = 1,\ 2, \ldots,\ k_0) \tag{10}$$

est satisfaite. Soit r_ξ le nombre des équations (10) qui sont satisfaites au point $[\xi]$ et soit r la borne inférieure de r_ξ pour tous les $[\xi]$ de $P^* \,.\, O\ ([x^0], \sigma)$. Soit $[y]$ un point de $P \,.\, O([x^0], \sigma)$, pour lequel $r_y = r$.[7]) Soit par exemple

$$y_1 = x_1^0,\ y_2 = x_2^0, \ldots,\ y_r = x_r^0,\ y_{r+1} \neq x_{r+1}^0, \ldots,\ y_{k_0} \neq x_{k_0}^0.$$

Nous choisissons un nombre $\tau > 0$ assez petit pour que l'on ait $O\ ([y]\,;\ \tau) \subset O\ ([x^0]\,;\ \sigma)$ et pour que l'on ait $\xi_i \neq x_i^0$ $(i = r+1, \ldots, k_0)$ pour tous les points $[\xi]$ de $P^* \,.\, O\ ([y]\,;\ \tau)$. On aura alors nécessairement pour tous ces points $[\xi]$: $\xi_i = x_i^0$ $(i = 1, 2, \ldots, r)$. On peut alors considérer, dans un certain voisinage du point $[y]$, les fonctions f, F comme fonctions $\bar{f}\ (x_{r+1}, \ldots, x_{k_0})$, $\bar{F}\ (x'_{r+1}, \ldots, x'_{k_0};\ x''_{r+}\ , \ldots, x''_{k_0})$ de $(k_0 - r)$, resp.

---

[7]) Évidemment, il existe un tel point $[y]$ au moins; on a $1 \leqq r < k_0$.

2 $(k_0 - r)$ variables seulement. D'autre part, les fonctions $\bar{f}$, $\bar{F}$ remplissent évidemment des conditions, complètement analogues aux conditions (C); le lemme 2ème étant supposé démontré pour $k < k_0$, on peut trouver un point $(\xi_{r+1}, \ldots, \xi_{k_0})$ aussi approché que l'on veut du point $(y_{r+1}, \ldots . y_{k_0})$ et tel que l'oscillation de $\bar{f}$ au point $(\xi_{r+1}, \ldots, \xi_{k_0})$ sur l'ensemble $\bar{P}^*$, projection de l'ensemble $P^* . O([y], \tau)$ sur l'espace à $(k_0 - r)$ dimensions $x_{r+1}, \ldots, x_{k_0}$, est au plus égale à ε. Mais on peut transporter sans difficulté ce résultat à la fonction f (de k_0 variables), ce qui achève la démonstration.

Démonstration du théorème 2ème. Pour démontrer le théorème 2ème, il suffit, d'après une condition bien connue de M. B a i r e [8]), de démontrer le fait suivant: f, F soient deux fonctions, satisfaisant aux conditions (C); soit P^* un ensemble parfait contenu dans P; alors f est ponctuellement discontinue sur P^*. Soit alors $[x^0]$ un point quelconque de P^* et $O([x^0], \varrho_0)$ un voisinage quelconque de $[x^0]$. Nous construisons une suite de voisinages $O([x^n], \varrho_n)$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ jouissant des propriétés suivantes:

1. $[x^n] < P^*$, $\bar{O}([x^{n+1}], \varrho_{n+1}) < O([x^n], \varrho_n)$ [9]) $(n = 0, 1, \ldots)$;

2. $\varrho_n < \frac{1}{n}$ $(n = 1, 2, \ldots)$;

3. l'oscillation de f sur $P^* . O([x^n], \varrho_n)$ est plus petite que $\frac{1}{n}$ $(n = 1, 2, \ldots)$.

L'existence d'une telle suite est une conséquence immédiate du lemme 2ème: en effet, $O([x^0], \varrho_0)$, $O([x^1], \varrho_1), \ldots, O([x^n], \varrho_n)$ étant choisis, il existe dans $P^* . O([x^n], \varrho_n)$ un point $[x^{n+1}]$ auquel l'oscillation de f sur P^* est plus petite que $\frac{1}{n+1}$; alors on peut trouver ϱ_{n+1} assez petit pour que l'on ait

$$\varrho_{n+1} < \frac{1}{n+1}, \quad \bar{O}([x^{n+1}], \varrho_{n+1}) < O([x^n], \varrho_n)$$

et pour que l'oscillation de f sur $P^* . O([x^{n+1}], \varrho_{n+1})$ soit plus petite que $\frac{1}{n+1}$.

Les ensembles $\bar{O}([x^n], \varrho_n)$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ contiennent un point intérieur commun $[z]$ et un seul, qui appartient évidemment à $P^* . O([x^0], \varrho_0)$ et d'après la propriété 3. on voit que f est continue au point $[z]$ sur P^*; q. e. d.

§ 4. **Applications.**

Pour finir, je vais donner dans ce § deux applications du théorème principal. On pourrait donner, à ces applications, une forme plus générale

---

[8]) Voir R. B a i r e, l. c. [3]).

[9]) Nous désignons par $\bar{O}([x], \varrho)$ la dérivée première de l'ensemble $O([x], \varrho)$.

que celle du texte, mais je me borne à des cas spéciaux, où les résultats prennent une forme particulièrement simple.

Théorème 3ème. *Soit $f(x)$ une fonction finie d'une variable, définie sur un ensemble parfait et borné P. Nous supposerons en outre, pour tout $x \subset P$, l'existence de la limite (finie ou infinie)*

$$\lim \frac{f(x) - f(x')}{x - x'} = f'(x),$$

dès que x' tend vers x, tout en restant toujours dans l'ensemble P. Alors la fonction $f'(x)$ est de la première classe sur P.

Démonstration. On déduit aisément, des suppositions énoncées, la validité de l'équation

$$\lim \frac{f(x') - f(x'')}{x' - x''} = f'(x),$$

dès que les points x', x'' tendent vers x, en satisfaisant aux conditions

$$x' \subset P,\ x'' \subset P,\ x' \neq x'',\ (x' - x)\ (x'' - x) \leqq 0.$$

Alors le théorème 3ème est une conséquence immédiate du théorème principal.

Remarque. Le théorème 3ème est évident si P est un intervalle et si f est continue sur P.

La deuxième application se rattache aux valeurs limites d'une fonction de deux variables sur le contour de son domaine de définition; son énoncé est contenu dans les théorèmes suivants (les théorèmes 4, 5, 8 sont presque évidents; je ne les cite que pour être complet).

Théorème 4ème. *Soit $b > a$, $c > 0$; la fonction $F(x', x'')$ soit définie pour*

(11) $$a \leqq x' \leqq b,\ 0 < x'' \leqq c;$$

nous supposons pour chaque x $(a \leqq x \leqq b)$ l'existence de la limite

$$lim\ F(x',\ x'') = f(x),$$

dès que $\lim x' = x$, $\lim x'' = 0$, *les variables x', x'' remplissant les conditions* (11). *Alors $f(x)$ est continue pour $a \leqq x \leqq b$.*

Inversement:

Théorème 5ème. *Soit $b > a$, $c > 0$; $f(x)$ soit une fonction continue pour $a \leqq x \leqq b$; alors on peut trouver une fonction $F(x', x'')$, définie pour* (11) *et telle que l'on ait (pour $a \leqq x \leqq b$)*

$$\lim F(x', x'') = f(x),$$

dès que $\lim x' = x$, $\lim x'' = 0$, *les variables x', x'' remplissant les conditions* (11).

Je supprime la démonstration très facile de ces théorèmes.

Théorème 6ème. *Soit* $b > a$, $c > 0$; *soient* $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y)$ *deux fonctions continues pour* $0 \leqq y \leqq c$; $\varphi_1(0) = \varphi_2(0) = 0$, $\varphi_2(y) > \varphi_1(y)$ *pour* $0 < y \leqq c$. *Soit* $F(x', x'')$ *une fonction définie pour*

$$0 < x'' \leqq c,\ \varphi_1(x'') + a \leqq x' \leqq \varphi_2(x'') + b. \tag{12}$$

Nous supposons, pour $a \leqq x \leqq b$, *l'existence de la limite*

$$\lim F(x',\ x'') = f(x),$$

dès que $\lim x' = x$, $\lim x'' = 0$, *les variables* x', x'' *remplissant les conditions*

$$0 < x'' \leqq c,\ \varphi_1(x'') + x \leqq x' \leqq \varphi_2(x'') + x. \tag{13}$$

Alors $f(x)$ *est de la première classe sur l'intervalle* $a \leqq x \leqq b$.

Démonstration. Nous posons $\varphi(0) = \psi(0) = 0$, $\varphi(y) = \varphi_1(y)$, $\psi(y) = \varphi_1(y) + \frac{y}{c} \operatorname{Min}_{y \leqq x \leqq c} (\varphi_2(x) - \varphi_1(x))$ pour $0 < y \leqq c$. Alors on a a fortiori

$$\lim F(x',\ x'') = f(x),$$

dès que $\lim x' = x$, $\lim x'' = 0$, les variables x', x'' remplissant les conditions

$$0 < x'' \leqq c,\ \varphi(x'') + x \leqq x' \leqq \psi(x'') + x. \tag{14}$$

En outre, $\psi(y) - \varphi(y)$ est une fonction toujours croissante pour $0 \leqq y \leqq c$. Les équations

$$\xi = x' - \psi(x''),\ \eta = x' - \varphi(x'') \tag{15}$$

constituent une correspondence biunivoque et continue entre le domaine (14) et le domaine $\xi \leqq x,\ \eta \geqq x,\ 0 < \eta - \xi \leqq \psi(c) - \varphi(c)$. Nous définissons une fonction $\Phi(\xi, \eta)$ de la manière suivante:

$\Phi(\xi, \eta) = F(x', x'')$ pour $a \leqq \xi < \eta \leqq b,\ 0 < \eta - \xi \leqq \psi(c) - \varphi(c)$, où x', x'' sont données par les équations (15);

$\Phi(\xi, \eta) = 0$ pour $a \leqq \xi < \eta \leqq b,\ \eta - \xi > \psi(c) - \varphi(c)$;

$\Phi(\xi, \eta) = \Phi(\eta, \xi)$ pour $a \leqq \eta < \xi \leqq b$.

Alors $\Phi(\xi, \eta)$ est définie pour $a \leqq \xi \leqq b,\ a \leqq \eta \leqq b,\ \xi \neq \eta$ et l'on a évidemment

$$\lim \Phi(\xi, \eta) = f(x) \quad (\text{pour } a \leqq x \leqq b),$$

dès que $\lim \xi = x$, $\lim \eta = x$, les variables ξ, η remplissant les conditions

$$a \leqq \xi \leqq b, \quad a \leqq \eta \leqq b, \quad (\xi - x)(\eta - x) \leqq 0,\ \xi \neq \eta.$$

Alors, d'après le théorème principal, $f(x)$ est de la 1ère classe sur l'intervalle $a \leqq x \leqq b$.

Inversement:

Théorème 7ème. *a, b, c,* $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y)$ *ont la même signification que dans le théorème* 6ème.

Soit $f(x)$ une fonction de la 1ère classe sur l'intervalle $a \leqq x \leqq b$; alors il existe une fonction $F(x', x'')$, définie dans (12) et telle que

$$\lim F(x', x'') = f(x), \text{ dès que } \lim x' = x, \lim x'' = 0,$$

les variables x', x'' remplissant les conditions (13).

Démonstration. D'après le théorème principal, il existe une fonction $\Phi(\xi, \eta)$, définie pour $a \leqq \xi < \eta \leqq b$ telle que

$$\lim \Phi(\xi, \eta) = f(x) \tag{16}$$

dès que $\lim \xi = x$, $\lim \eta = x$, les variables ξ, η remplissant les conditions

$$a \leqq \xi < \eta \leqq b, \ (\xi - x)\ (\eta - x) \leqq 0.$$

Nous posons encore

$$\begin{aligned} &\Phi(\xi, \eta) = f(a) \text{ pour } a \leqq \eta \leqq b, \ \xi < a \\ &\Phi(\xi, \eta) = f(b) \text{ pour } a \leqq \xi \leqq b, \ \eta > b \\ &\Phi(\xi, \eta) = 0 \quad \text{pour } \xi < a, \ \eta > b. \end{aligned}$$

Alors on a (16), dès que $\lim \xi = x$, $\lim \eta = x$, les variables ξ, η satisfaisant aux conditions $\xi \leqq b$, $\eta \geqq a$, $\eta > \xi$, $(\xi - x)\ (\eta - x) \leqq 0$.

Nous posons $\varphi(0) = \psi(0) = 0$, $\varphi(y) = \varphi_1(y)$, $\psi(y) = \varphi_1(y) + \underset{0 < x \leqq y}{\text{Max}} (\varphi_2(x) - \varphi_1(x))\ (1 + y)$ pour $0 < y \leqq c$.

Alors $\psi(y) - \varphi(y)$ est une fonction toujours croissante pour $0 \leqq y \leqq c$ et les équations

$$\xi = x' - \psi(x''), \ \eta = x' - \varphi(x'') \tag{17}$$

constituent une correspondence biunivoque (pour tout x avec $a \leqq x \leqq b$) entre le domaine

$$0 < x'' \leqq c, \ \varphi(x'') + x \leqq x' \leqq \psi(x'') + x \tag{18}$$

et le domaine

$$\xi \leqq x, \ \eta \geqq x, \ 0 < \eta - \xi \leqq \psi(c) - \varphi(c).$$

Nous posons

$$F(x', x'') = \Phi(\xi, \eta),$$

ξ, η étant liés par les conditions

$$\xi \leqq b, \ \eta \geqq a, \ 0 < \eta - \xi \leqq \psi(c) - \varphi(c)$$

et x', x'' étant déterminés par les équations (17). On a évidemment

$$\lim F(x', x'') = f(x), \tag{19}$$

dès que $\lim x' = x$, $\lim x'' = 0$, les variables x', x'' remplissant les conditions (18); on a alors a fortiori (19), dès que $\lim x' = x$, $\lim x'' = 0$, les variables x', x'' remplissant les conditions (13), conditions plus restrictives que (18).

Théorème 8ème. *Soit* $b > a$, $c > 0$; *soit* $\varphi(y)$ *une fonction continue pour* $0 \leqq y \leqq c$, $\varphi(0) = 0$. *Soit* $f(x)$ *une fonction quelconque, définie pour* $a \leqq x \leqq b$; *alors on peut trouver une fonction* $F(x', x'')$, *définie pour* $0 < x'' \leqq c$, $\varphi(x'') + a \leqq x' \leqq \varphi(x'') + b$ *et telle que*

$$\lim F(x', x'') = f(x),$$

dès que $\lim x' = x$, $\lim x'' = 0$, *les variables* x', x'' *vérifiant les conditions*

(20) $$0 < x'' \leqq c, \quad \varphi(x'') + x = x'.$$

Démonstration : on pose $F(x', x'') = f(x)$, quand x', x'' vérifient les conditions (20).

Cavitation dans les turbines hydrauliques.

Par

Prof. Dr. JAR. HÝBL (Prague).

(Avec 14 figures.)

(Présenté le 23 Avril 1926.)

On place la roue mobile pour des raisons connues à la hauteur H_s au-dessus du niveau de l'eau d'aval et on attache à elle le tuyau d'aspiration (fig. 1). La hauteur de charge h_2 à la hauteur H_s est donc:

$$h_2 = H_a - H_s - \left(\frac{c_2^2 - c_s^2}{2g} - \Sigma z \right) \ldots (1)$$

où H_a signifie la pression atmosphérique, c_2 la vitesse de passage à la hauteur H_s, c_s la vitesse de passage dans le canal de fuite et Σz la hauteur de résistance dans l'interval des vitesses c_2 et c_s.

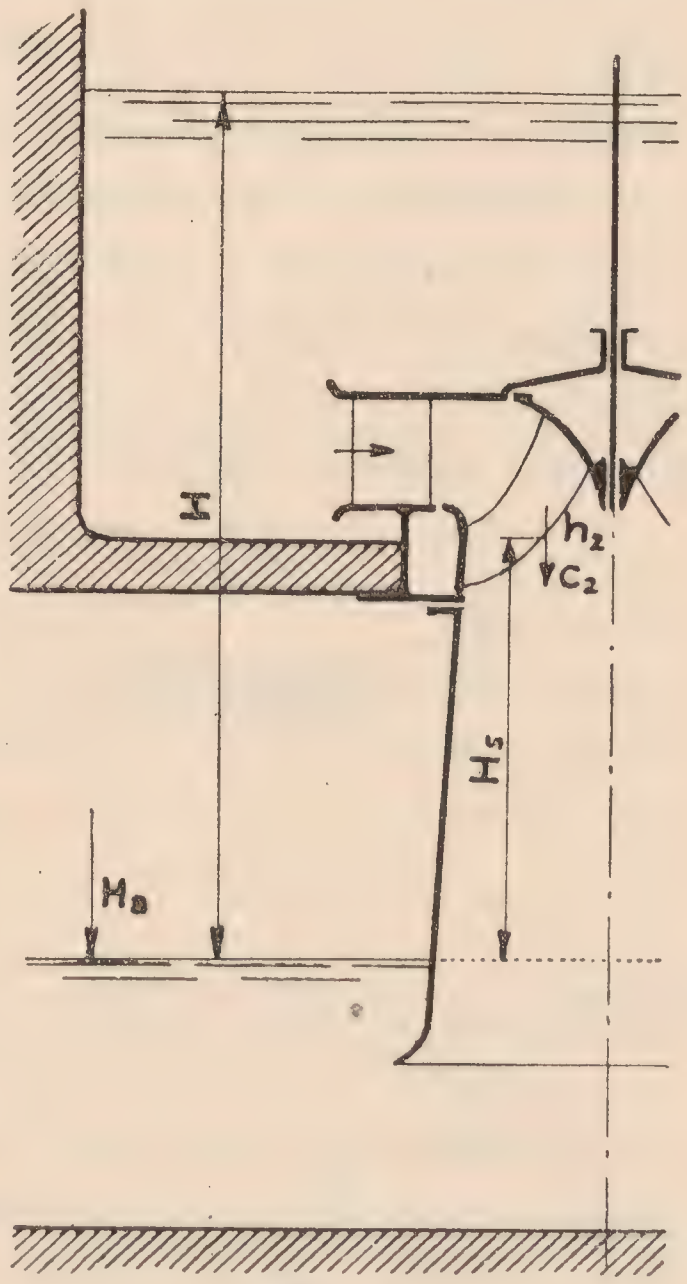


Fig. 1.

Si ε_s est le rendement hydraulique de tuyau d'aspiration, on a:

$$\frac{c_2^2 - c_s^2}{2g} - \Sigma z = \varepsilon_s \frac{c_2^2 - c_s^2}{2g}$$

et par suite:

$$h_2 = H_a - H_s - \varepsilon_s \frac{c_2^2 - c_s^2}{2g} . \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

La valeur c_s^2 est petite par rapport à c_2^2. Si nous la comprenons dans le coefficient $\varepsilon < \varepsilon_s$, donné par la condition:

$$\varepsilon_s \frac{c_2^2 - c_s^2}{2g} = \varepsilon \frac{c_2^2}{2g} ,$$

$$\varepsilon = \varepsilon_s \frac{c_2^2 - c_s^2}{c_2^2},$$

donc:

$$h_2 = H_a - H_s - \varepsilon \frac{c_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Plus la hauteur de charge h_2 est petite, plus la pression atmosphérique H_a est petite et plus la hauteur d'aspiration H_s, la vitesse c_2 et le coefficient ε sont grands.

L'eau absorbe l'air atmosphérique. Outre cet air absorbé et invisible, il peut être présent dans l'eau l'air entraîné mécaniquement de l'atmosphère qui devient visible par des bulles d'air.

La quantité de l'air absorbé dépend de la température de l'eau et de la pression de l'air au-dessus d'elle. Plus la température est basse et plus la pression est grande, plus d'air l'eau absorbe.

1 m^3 d'eau privé de CO^2 et de $Az\,H^3$ absorbe à la pression 10·33 m de la colonne d'eau

à la température t^0 C	0	10	20	30
le volume de l'air en m^3	0·0292	0·0228	0·0187	0·0156

Parce que l'oxygène est absorbé par l'eau deux fois environ que l'azote, l'air absorbé est donc plus riche en oxygène que l'air atmosphérique. La composition d'un volume d'air pur atmosphérique est $0{\cdot}21\,O + 0{\cdot}79\,Az$, tandis que de l'air absorbé environ $0{\cdot}35\,O + 0{\cdot}65\,Az$.

Supposons que l'eau ne contienne que l'air absorbé. Si l'eau vient à son passage par la turbine dans les lieux, où la pression est inférieure à la pression atmosphérique, l'air absorbé se dégage en bulles d'air, car l'eau absorbe moins d'air à la pression plus basse (fig. 2). Cette aération de l'eau par l'air délivré s'appelle la cavitation. L'air est délivré le plus dans les lieux de la plus basse pression h_2. De là à tous les deux côtés les bulles d'air sont de plus en plus moins nombreuses à cause de la pression croissante. A l'écoulement du tuyau d'aspiration, où est la pression atmosphérique, devraient être toutes les bulles d'air absorbées de nouveau par l'eau.

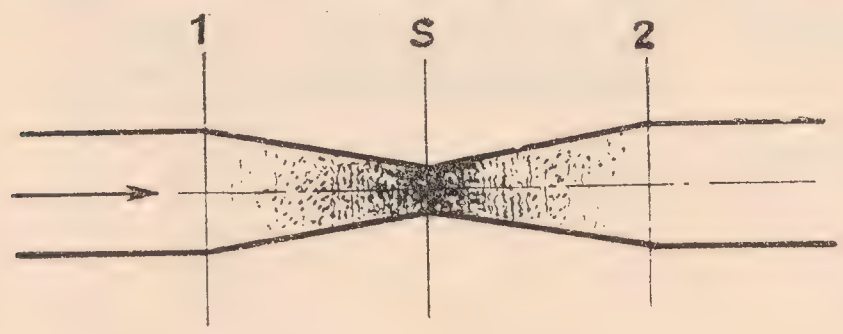


Fig. 2.

Les bulles d'air à la hauteur H_s au-dessus du niveau de l'eau d'aval à la pression h_2[1]) sont par l'influence de l'eau environnante saturées de vapeur d'eau. D'après la loi de Dalton la pression h_2 est la somme des pressions partielles de l'air et de la vapeur:

$$h_2 = h_v + h_p. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

---

[1]) Dans ce que suit nous appelerons les hauteurs de charge en mètres de la colonne d'eau en abregé par la pression.

La pression de la vapeur h_p et son poids spécifique γ_p sont:

à t^0 C	0	10	20	30
h_p en mètres de la colonne d'eau 4° C	0·062	0·125	0·238	0·433
γ_p en kg/m^3	0·00484	0·0094	0·0173	0·0304

D'après la loi de Henry est le poids G de l'air, absorbé dans l'eau de la même température, proportionnel à la pression partielle P $\left(\frac{P}{G} = \text{const.}\right)$. Cette loi n'est qu'approximative. De la loi de Boyle $P\,V = G\,R\,T$ suit que le volume V de l'air absorbé à la même température T est constant quelle que soit la pression P $\left(V = \frac{G}{P}\,R\,T = \text{const.}\right)$. Comme avec la hauteur croissante H_s et avec cette correspondante à la vitesse $\varepsilon \frac{{c_2}^2}{2\,g}$ la pression décroît $h_v = h_2 - h_p$, décroît aussi le poids de l'air absorbé dans 1 m^3 d'eau. Il n'en serait ainsi si pendant un abaissement de la pression l'air se délivrerait de l'eau passante réellement d'après la loi de Henry. En réalité il n'en est pas ainsi, comme nous le dirons encore plus tard. Le volume d'air croît avec la pression décroissante h_2 dans la rélation $\frac{H_v}{h_v} = \frac{H_a - h_p}{h_2 - h_p}$. S'il y a donc dans 1 m^3 d'eau saturée par l'air à la température t et à la pression H_v absorbé le volume d'air v, le volume de ce même air à la pression $h_v = \frac{H_v}{n}$ serait $n\,v$. La partie v de ce volume serait absorbée et la partie $(n-1)\,v$ serait delivrée. A la pression $h_v = 0$ le volume d'air délivré serait infiniment grand. Parce que la pression h_2 décroît lorsque la pression atmosphérique diminue, la plus petite pression atmosphérique H_{amin} est donc compétente pour le jugement de la cavitation. A la même valeur $H_s + \varepsilon \frac{{c_2}^2}{2\,g}$ et à la pression H_{amin} qui est ordinairement de 10% environ plus petite que H_{amax}; la pression h_2 est plus basse et la cavitation plus forte qu' à la pression H_{amax}.

A la fig. 3 est indiqué pour $H_{amin} = 9{\cdot}6\ m$ de la colonne d'eau (Prague) et pour la température d'eau 0° et 25° C le volume $(n-1)\,v$ de l'air délivré en m^3 pour 1 m^3 d'eau à diverses valeurs de la pression h_2. Parce que pour $h_v = 0$ ou $h_2 = h_p$ le volume de l'air délivré $(n-1)\,v = \infty$, les courbes se rapprochent aux axes qui ont pour l'ordonnée h_p comme aux asymptotes. La pression ne peut pas tomber à $h_v = 0$ parce que la cavitation prend à la pression beaucoup plus grande h_2 telle grandeur que l'interruption du courrant d'eau se produirait. Si l'air délivré atteignait par exemple le volume $(n-1)\,v = 1\ m^3$ pour 1 m^3 d'eau passante, il serait 50% de l'espace de passage à la pression $h_2 = h_v + h_p$ rempli par l'air délivré, ce que serait certainement inadmissible. Cela arriverait quand:

$$n = 1 + \frac{1}{v} \quad \text{à la pression} \quad h_2 = h_p + \frac{H_v}{n}\,.$$

Par exemple quand

$$H_{a\,min} = 9{\cdot}6\ m \quad \text{et} \quad t = 0^0\ \text{C}$$

on aurait

$$n = 1 + \frac{1}{0{\cdot}0292} = 35{\cdot}25, \quad h_2 = 0{\cdot}062 + \frac{9{\cdot}6 - 0{\cdot}062}{35{\cdot}25} = 0{\cdot}33\ m,$$

quand

$$H_{a\,min} = 9{\cdot}6\ m \quad \text{et} \quad t = 25^0\ \text{C}, \quad n = 59{\cdot}5, \quad h_2 = 0{\cdot}48\ m.$$

Dans la figure 3 nous avons indiqué en pour cents l'aération de l'eau par la courbe A aux diverses pressions h_2. Si nous admettions par exemple l'aération de l'eau par 30% maximum, la plus basse pression admissible à la température d'eau $t = 0^0$ jusqu' à 25^0 C serait d'après la courbe A environ $h_2 = 0{\cdot}7\ m$ de la colonne d'eau. De la figure 3 on voit qu' à la pression $h_2 = h_v + h_p > 0{\cdot}8\ m$ est l'aération de l'eau froide à la même pression h_2 plus grande que l'aération de l'eau chaude, car l'eau froide absorbe plus d'air. Si h_2 est très petit, il en est le contraire, dont la cause est h_v relativement petit par rapport à h_p de l'eau chaude.

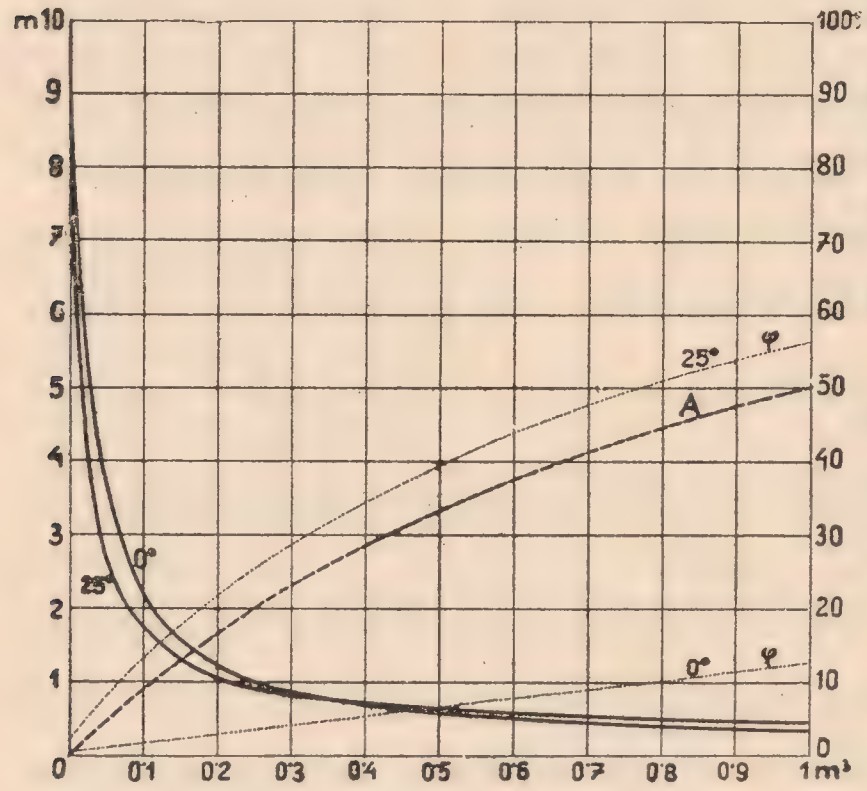


Fig. 3.

L'air délivré à la pression $h_2 = h_v + h_p$ est saturé par la vapeur d'eau. A la composition en volumes $0{\cdot}35\ O + 0{\cdot}65\ Az$ le rapport du poids de la vapeur γ_p au poids d'air $\gamma = \gamma_p + \gamma_v$ est:

$$\varphi = \frac{\gamma_p}{\gamma} = \frac{\gamma_p}{\gamma_p + 1{\cdot}313\,\dfrac{h_v}{10{\cdot}33}\,\dfrac{273}{273 + t}}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Parce que γ_p croît avec la température croissante, φ est plus grand dans l'eau chaude et ce même rapport est plus petit lorsque l'eau est plus froide (fig. 3). Quand $(n - 1)\ v = 1$ on aurait pour $t = 0^0$ C . . . $\varphi = 0{\cdot}12$, pour $t = 25^0$ C . . . $\varphi = 0{\cdot}56$.

La solution précédente serait vraie, si l'air s'absorberait par l'eau d'après la loi de Henry. En effet avec la pression décroissante h_v le poids de l'air absorbé ne diminue pas linéairement comme l'indique la loi de Henry. Si la vitesse de passage c_2 est grande, c. à d. si l'eau non tourbillonnée s'arrête un court instant dans les lieux de la basse pression, ne se délivre pas un si grand volume d'air, comme l'indique la solution précédente et dans le tuyau d'aspiration à la pression croissante h_2 l'air délivré ne s'absorbe pas tout par l'eau. Qu'il en est ainsi prouvent les écoulements des tuyaux d'aspiration, qui sont souvent fort aérés par l'air, même quand il n'y a pas de l'air mécaniquement mélangé dans l'eau. Pour empêcher

la forte cavitation on ne peut néanmoins admettre une pression très basse h_2.

Par un grand volume d'air délivré à la basse pression h_2 diminue le poids spécifique γ du mélange d'eau et d'air, ce qui a pour conséquance aussi la diminution de la puissance de la turbine $\gamma Q H$. La plus grande quantité d'air est délivrée dans les lieux de la plus basse pression h_2, c. à d. de la plus grande valeur $H_s + \varepsilon \frac{{c_2}^2}{2g}$. C'est dans le plus haut lieu du tuyau d'aspiration ($H_{s\ max}$). Parce que la vitesse c_2 croît avec plus grande vitesse de turbine, la cavitation est à la même hauteur du tuyau d'aspiration H_s plus grande lorsque la turbine va à plus grande vitesse. Par l'air entraîné mécaniquement la cavitation croît.

La cavitation a aussi pour effet la corrosion des aubes, la diminution du rendement et de la puissance aussi bien que les coups d'eau. Pour la première fois on a observé la cavitation près des hélices des bateaux à grande vitesse et plus tard la cavitation près des turbines à grande vitesse et près des pompes centrifuges.

La corrosion des aubes de la turbine a été observée déjà avant la découverte de la cavitation. Cette corrosion se montrait soit par les rayures mécaniques dans le sens du passage, soit par l'influence chimique de l'eau. Cette corrosion n'a rien de commun avec la cavitation. La corrosion par l'influence de la cavitation est d'après notre avis l'effet de l'air délivré, qui est plus riche en oxygène que l'air atmosphérique, de sorte que la surface peut s'oxyder vite. La corrosion des surfaces n'est pas souvent uniforme, mais elle a l'air poreux ce que Thoma[2]) p. ex. attribue au mouvement des tourbillons au-dessus de la surface, qui n'est pas plane. Il croit, que par l'influence de frottement sur les parois l'aube est mouillée par une couche mince d'eau qui a une petite vitesse de passage et qui empêche d'enlevez la surface oxydée. Si la surface n'est pas plane, l'épaisseur de cette couche d'eau protectrice est inégale. Quand l'eau tourbillonne au-dessus des pores, elle peut pénétrer jusqu' à la surface, qu'elle enlève, de sorte que l'oxydation penètre dans la profondeur. Thoma croit que, par les tourbillons locaux au-dessus des pores, peut arriver, à cause d'une grande baisse de la pression, à une grande délivrance d'air (fig. 4), dont l'oxygène fortifie l'oxydation. Il dit encore que, si la baisse de la pression est forte, il peut se produire dans le pore la vapeur. Lorsque l'élévation de la pression est vite, la condensation vite de cette vapeur peut produire un fort coup d'eau dans le pore. Surtout si le pore est conique ou angulaire, l'élévation de la pression peut atteindre de grandes valeurs par le coup d'eau dans le pore. Par ces coups d'eau, qui suivent vite l'un après l'autre

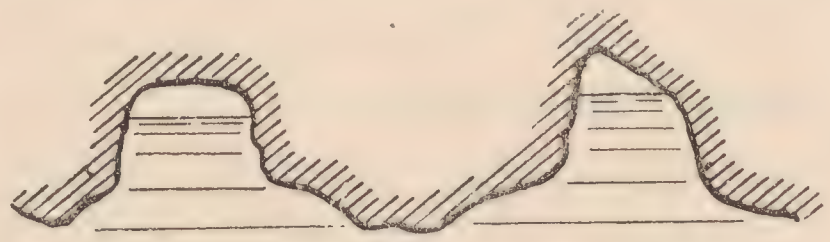


Fig. 4.

[2]) Wasserkraftjahrbuch 1924, page 413.

dans les pores, Thoma explique la surface fongueuse des lieux corrosés. Avec cette explication on pourrait être d'accord, si la pression dans le pore pouvait réellement tomber si bas, que dans le pore était presque uniquement la vapeur, dont la condensation vite produirait un fort coup d'eau à une élevation brusque de la pression. Mais c'est douteux d'après ce qui précède. Même si la baisse de la pression est grande, le pore contiendra de l'air humide. Cet air humide à l'augmentation brusque de la pression s'absorbe de nouveau par l'eau et amortise le coup d'eau dans le pore. On peut expliquer la surface fongueuse des lieux corrosés par le fait que les pores des faces de dos des aubes peuvent facilement retenir l'air délivré. Par l'oxygène de cet air s'oxydent vite les lieux concaves, mais non les lieux couvexes qui ne retiennent pas l'air. On ne peut pas être d'accord avec l'opinion assez répandu que la contenance principale des lieux vides dans l'eau est la vapeur, car il est probable qu'on n'arriverait pas à une telle baisse de la pression h_2. D'après ce qui précède la cavitation atteindrait une grande mésure déjà à une pression h_2 beaucoup plus élevée.

Le rendement et la puissance de la turbine diminuent parce que les espaces d'air sous les dos des aubes sont la source de tourbillonnement. Ce tourbillonnement est causé par l'entraînement de l'air par le courant et par le remplissage des lieux vides par l'eau. La diminution de la puissance est aussi causée, comme nous l'avons dit, par le moins petit poids spécifique de l'eau aérée.

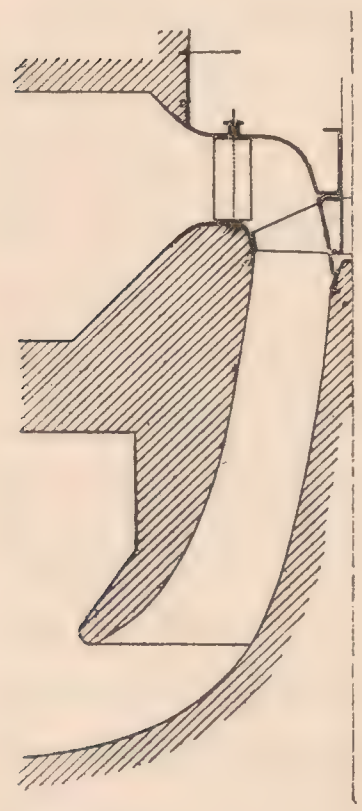


Fig. 5.

Les coups d'eau dans la turbine sont produits par le remplissage instantané des lieux rendus vides par l'entraînement de l'air par l'eau. Plus les bulles d'air se produisent grandes, plus les coups d'eau sont grands. Même si les petites bulles d'air ne s'attachent pas l'une à l'autre pour former des bulles grandes, le passage d'eau fortement aérée se fait entendre par le bruissement. Dans le tuyau d'aspiration peuvent se produire des forts coups d'eau surtout lorsque la vitesse périphérique d'eau est grande, car par la rotation de l'eau la pression dans l'axe du tuyau s'abaisse, de sorte que le milieu du tuyau est une grande source de bulles et de coups. On peut exclure cet milieu en prolongeant le moyen de la roue dans le tuyau d'aspiration et encore par le sol conique qui va jusqu' au moyen (fig. 5), comme on le fait pour les turbines à grande vitesse, surtout américaines.

Parce que le volume de l'air délivré dépend de la grandeur de la pression h_2, est donc compétente pour le jugement de la mésure de la cavitation la pression:

$$h_2 = H_a - H_s - \varepsilon \frac{{c_2}^2}{2\,g}\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

ou bien la pression partielle d'air:

$$h_v = H_a - H_s - \varepsilon \frac{{c_2}^2}{g\,2} - h_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Si la pression h_2 n'est pas trop petite, la quantité d'air délivré est petite, de sorte que la cavitation n'est pas évidente. Avec la pression décroissante h_2 la cavitation croît. Plus la pression atmosphérique H_a est petite et plus la hauteur d'aspiration H_s et la vitesse c_2 sont grandes, plus la cavitation est grande.

Pour éliminer la cavitation il faut se régler sur la plus basse pression atmosphérique locale $H_{a\ \min}$. Parce que la pression atmosphérique décroît lorsque l'altitude au-dessus de la mer augmente, la cavitation est plus grande dans les lieux situés plus haut, étant donné que les valeurs H_s et $\varepsilon \frac{{c_2}^2}{2\,g}$ sont les mêmes. La hauteur d'aspiration H_s ne doit pas être trop grande, si on veut empêcher la cavitation. Lorsque les chutes d'eau sont petites, H_s est aussi petit, de sorte qu'il n'y a pas le danger de la cavitation, surtout pour les turbines qui ont la vitesse c_2 petite. Pour qu'il y ait l'accès à la turbine et pour épargner les fondations on choisit H_s plutôt un peu plus grand. La limite de H_s est donnée par l'équation (3) pour la vitesse c_2 donnée et pour une pression h_2 choisie de telle sorte qu'elle soit admissible. Plus la turbine est à grande vitesse, plus c_2 est grand et plus H_s doit être petit.

Si le courant d'arrivée à l'orifice d'entrée *1* du canal de la roue mobile (fig. 6) n'est pas commandé et aussi la décharge derrière l'orifice d'écou-

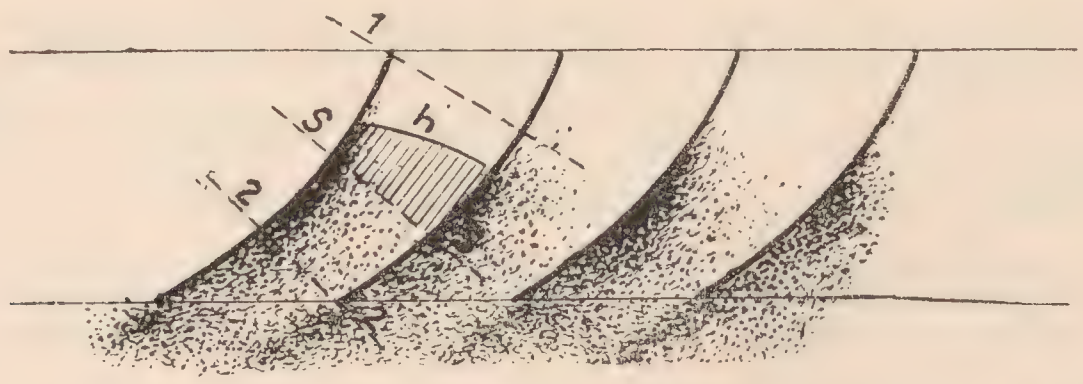


Fig. 6.

lement *2*, les vitesses et les pressions sont théorétiquement les mêmes dans tous les points de la section *1*, et aussi dans la section *2*. Si nous faisions la solution du passage courbe *12* par la théorie à une dimension, qui suppose dans tous les points de la section normale *S* les pressions et les vitesses égales, les forces de pressions seraient sur les côtés convexes et concaves du canal égales. Naturellement ceci n'est pas en accord avec la réalité. Par l'influence de la force centrifuge d'eau, le poids spécifique à la section *S* au passage courbe *12* croît de la surface convexe postérieure de l'aube à la surface concave antérieure, c. à d. la pression diminue. La plus grande différence de pressions entre l'avant et le derrière de l'aube est à la section *S*

qui passe par la plus grande courbure du canal. De là, par l'influence de la courbure décroissante la différence de pressions diminue dans les sections *1, 2* à tous les deux côtés jusqu' à zéro. En réalité l'influence de la courbure va plus loin encore qu' aux sections *1, 2*. C'est par la pression effective sur la surface de l'aube antérieure que le canal tourne. Parce que la pression est plus basse sous le dos de l'aube qu'elle ne l'est dans l'orifice d'écoulement *2*, pendant qu'elle est plus haute à la surface de devant, l'air se dégagera donc à la mésure la plus grande sous le dos des aubes (fig. 6). On peut juger, que la plus grande aération est un peu réculée dans le sens du passage derrière le lieu de la plus basse pression.

La différence des pressions spécifiques sur la surface antérieure et postérieure est la charge spécifique de l'aube. Plus la surface et le nombre des aubes sont petits, plus la pression est grande sur la surface antérieure et plus elle est petite sur la surface postérieure. Dans ce cas la cavitation sous l'aube est aussi plus grande. Puisque la surface et le nombre des aubes nécessaires au rendement favorable diminuent lorsque la vitesse de la turbine croît, croît aussi la pression sur l'aube du haut et décroît d'en bas, donc la cavitation croît aussi. Pour les turbines à hélice à grande vitesse les conditions sont pour la cavitation plus favorables que pour les turbines Francis à faible vitesse. Plus le rendement hydraulique ε_s du tuyau d'aspiration est grand, plus la cavitation est grande.

La vitesse d'écoulement unitaire de la roue $c_2' = \frac{c_2}{\sqrt{2\,g\,H}}$, pour la chute $H = \frac{1}{2\,g}$ croît avec augmentation de la vitesse. A même vitesse la hauteur $\frac{{c_2}^2}{2\,g} = c_2'^2\,H$ croît avec la chute croissante H, de sorte que la cavitation à la même hauteur d'aspiration H_s est plus grande lorsque la chute est aussi plus grande. Plus la chute est grande et plus la turbine va à grande vitesse, plus la cavitation est grande. Lorsque la vitesse c_2 était petite, la cavitation n'apparaissait pas, même si les hauteurs d'aspiration étaient plus grandes. Cette cavitation commençait à apparaître près des turbines à grande vitesse pour la grande vitesse c_2, même si la hauteur d'aspiration était petite.

Il s'agirait de la hauteur correspondante à la vitesse $\varepsilon\frac{{c_2}^2}{2\,g}$ près des turbines aux divers nombres de tours spécifiques:

$$n_s = \frac{n\sqrt{N}}{H\sqrt[4]{H}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

qui sont aux turbines Francis $n_s = 50$ jusqu' à 500, et aux turbines à hélice $n_s > 500$.

Suivons la grandeur de la hauteur $\varepsilon\frac{{c_2}^2}{2\,g}$ dans les turbines au di-

stributeur de Fink et aux aubes tournantes fixes ($\gamma = \text{const.}$) pour les diverses ouvertures de vannage des turbines, quand le nombre des tour est constant ($n = \text{const.}$). Le tuyau d'aspiration a le rendement hydraulique approximativement le plus grand $\varepsilon_s = \varepsilon_\perp$ quand le passage est axiale ($\delta = 90^0$, $c_2 \perp u_2$) pour le débit $Q_\perp$ (fig. 7). Quand la turbine se renferme,

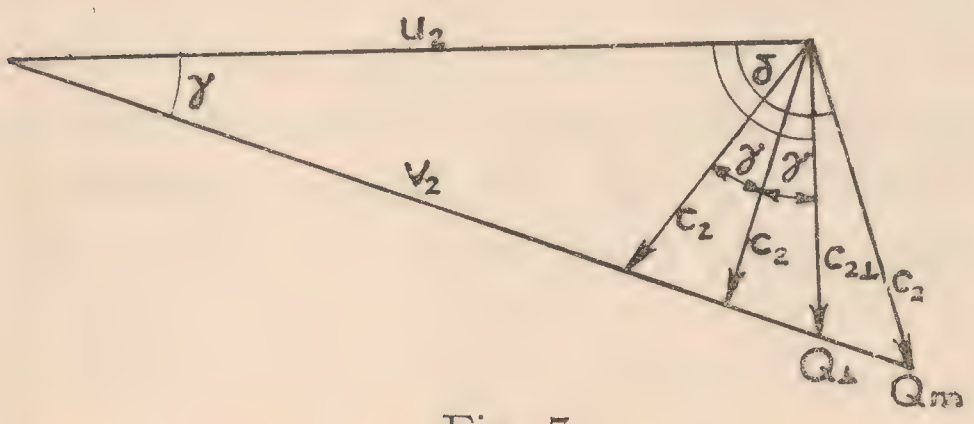


Fig. 7.

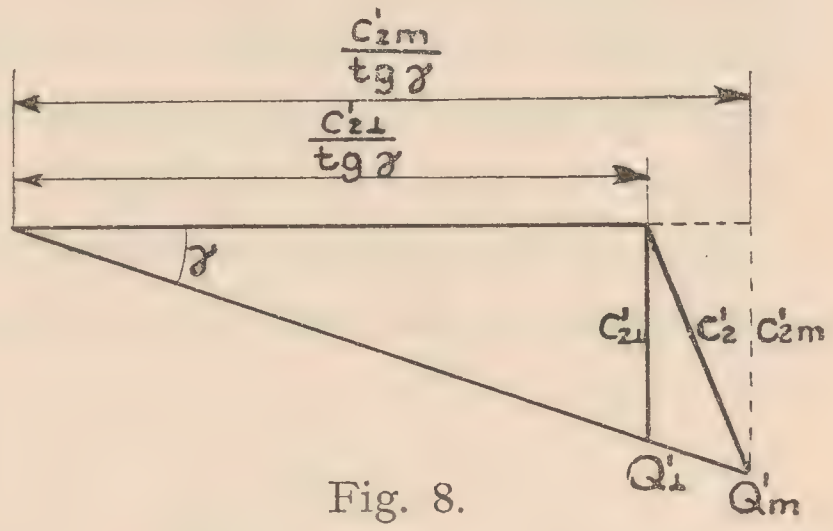


Fig. 8.

par conséquance de $\delta < 90^0$ le rendement ε_s diminue jusqu' à zéro. Aussi la vitesse de $\delta = 90^0$ à $\delta = 90^0 - \gamma$ décroît. Pour $\delta = 90^0 - \gamma$ est donc $\varepsilon_s \frac{{c_2}^2}{2g} < \varepsilon_\perp \frac{c_2^2{}_\perp}{2g}$. Pour $\delta = 90^0 - 2\gamma$ la vitesse c_2 est la même que pour $\delta = 90^0$, mais $\varepsilon_s \frac{{c_2}^2}{2g} < \varepsilon_\perp \frac{c_2^2{}_\perp}{2g}$. Lorsque la turbine continue à se fermer, le rendement ε_s diminue très vite, ce qui a pour conséquance qu'on peut croire que la valeur $\varepsilon_s \frac{{c_2}^2}{2g}$ décroît même si c_2 croît. Si on ouvre la turbine à $\delta > 90^0$, le rendement ε_s décroît, mais la vitesse c_2 augmente. Si l'angle δ ne diffère pas beaucoup de 90^0 pour le plus grand débit Q_{max}, ε_s ne tombe pas dans telle mésure, dans laquelle $\frac{{c_2}^2}{2g}$ s'accroît. La hauteur $\varepsilon_s \frac{{c_2}^2}{2g}$, c. à. d. la cavitation est donc probablement la plus grande pour l'ouverture du vannage de la turbine maximum lorsque le débit est Q_{max}.

Suivons la hauteur $\varepsilon \frac{{c_2}^2}{2g}$ dans les turbines Francis pour $n_s = 50$ jusqu' à 500 d'après les vitesses unitaires $c'_{2\perp}$ et d'après les rapports $\frac{Q'_m}{Q'_\perp}$ que j'ai donné dans l'étude „Détermination des dimensions principales de la turbine Francis".[3]) Supposons le coefficient le plus avantageux $\varepsilon = 0{\cdot}7$ qu'on peut probablement atteindre et l'angle de sortie des aubes $\gamma \cong 20^0$, comme il en est ordinairement. La composante méridienne c'_{2m} (fig. 8) de la plus grande vitesse d'écoulement c_2' au plus grand débit Q'_m est

$$c'_{2m} = c'_{2\perp} \frac{Q'_m}{Q'_\perp}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

[3]) Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1926, page 879.

donc

$$c_2' = \sqrt{c_{2m}'^2 + \left(\frac{c_{2m}'}{tg\,\gamma} - \frac{c_{2\perp}'}{tg\,\gamma}\right)^2}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Le passage par la roue courbe n'est pas d'accord avec la théorie du mouvement à une dimension. D'après la théorie à deux dimensions, dans laquelle on tient compte de la force centrifuge d'eau, la vitesse méridienne $c_{2\,m}$ décroît dans la section normale $A\,B$ (fig. 9), en allant de la couronne au disque, ce que l'on peut prouver aussi par l'expérience. Si nous faisons la solution du passage méridien par la théorie à deux dimensions d'après le theorème de Bernouilli et si nous déterminons les vitesses $c_{2\,m}$ du long de

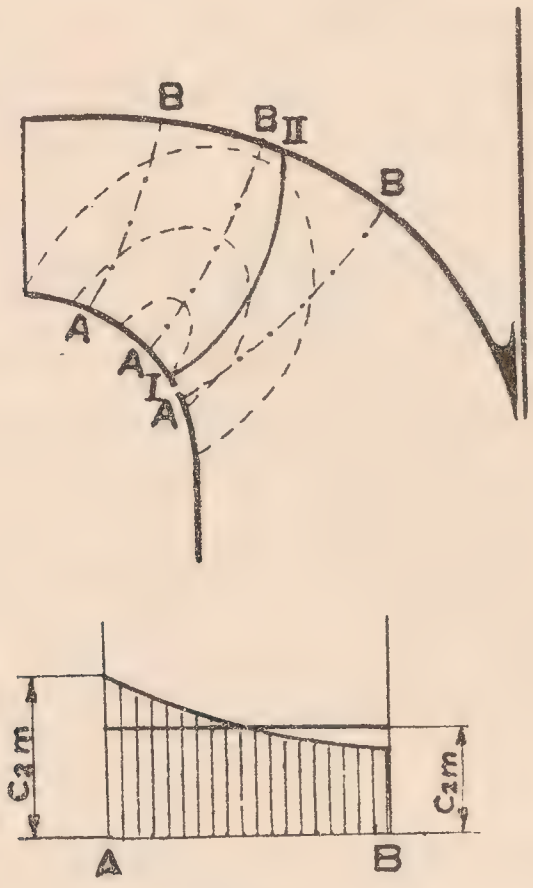


Fig. 9.

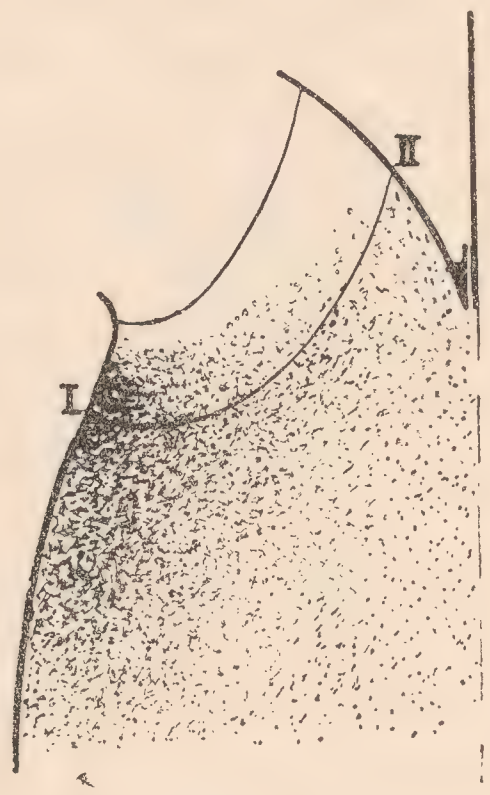


Fig. 10.

quelques lignes normales $A\,B$, on peut à l'aide des lignes d'égale vitesse $c_{2\,m}$ déterminer le cours des vitesses méridiennes $c_{2\,m}$ sur l'arête d'écoulement de l'aube $I\,II$ que nous avons choisi. Si nous faisons la solution par exemple pour le débit $Q_\perp$ quand $\delta = 90^0$, sont les valeurs de $c_{2\,m}$ sur l'arête d'écoulement $I\,II$ en réalité $c_{2\perp}$. Donc si les canaux de la roue mobile sont tellement courbes que pour le débit $Q_\perp$ l'eau passe le long de $I\,II$ avec des vitesses $c_{2\perp}$ dans l'angle $\delta = 90^0$, la course des vitesses $c_{2\perp}$ est donnée par la courbure méridienne de la roue mobile.

Les vitesses de sortie $c_{2\perp}$ pour $Q_\perp$ ou c_2 pour Q_m de la couronne extérieure au disque décroît par l'influence de la courbure décroissante. Que, près de la couronne de la roue, où est la plus grande vitesse c_2 de tous les lieux du tuyau d'aspiration, c. à d. la plus basse pression h_2, est une grande source de la cavitation (fig. 10), prouve la forte corrosion des aubes et de la couronne mobile justement dans ces lieux. La plus basse pression ou la plus forte cavitation est d'après ce qui précède sous le dos des aubes près de la couronne mobile, mais où suivre la cavitation théoretiquement est difficile. C'est pourquoi nous nous bornons à un lieu assez proche du précédent près de la couronne. Si on veut diminuer la cavitation près de la

couronne, il faut faire un grand rayon de courbure de la couronne de la roue mobile. Parce que ce rayon de courbure décroît avec le nombre de tours spécifique croissant, les conditions pour la cavitation près de la couronne des turbines Francis à grande vitesse sont plus favorables que pour les turbines à faible vitesse.

En faisant la solution des roues Francis d'après la théorie à deux dimensions proposée dans le dit traité, on peut constater que la plus grande vitesse $c_{2\perp max}$ près de la couronne dans le lieu I est pour les tours spécifiques $n_s = 50 \div 500$ plus grande de 19 jusqu' à 59% que la vitesse moyenne $c_{2\perp} = \frac{Q_\perp}{F_2}$. Le rapport $\frac{c_{2\perp max}}{c_{2\perp moyen}}$ est indiqué à la fig. 11 par la courbe M.

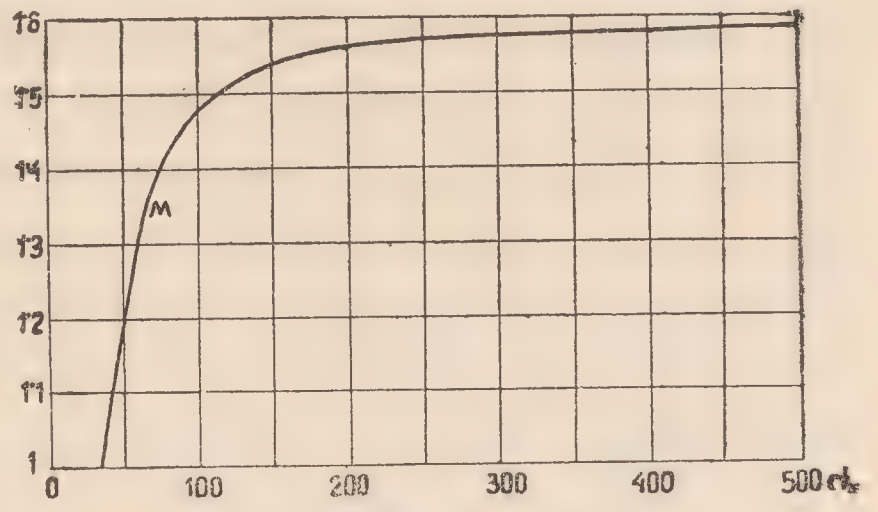


Fig. 11.

Parce que l'angle δ pour le débit Q_m ne diffère pas beaucoup de 90^0, supposons que cette courbe est juste même pour les vitesses c_2 lorsque le débit est Q_m.

Lorsque $n_s = 50 \div 500$ les valeurs particulières sont les suivantes:

n_s	50	100	200	300	400	500
$c'_{2\perp}$	0·152	0·195	0·268	0·335	0·392	0·445
$\frac{Q'_m}{Q'_\perp}$	1·18	1·18	1·16	1·14	1·11	1·08
$c'_{2moyen} = \sqrt{\left(c'_{2\perp}\frac{Q'_m}{Q'_\perp}\right)^2 + \left(c'_{2\perp}\frac{Q'_m}{Q'_\perp}\frac{1}{tg\,\gamma} - \frac{c'_{2\perp}}{tg\,\gamma}\right)^2}$	0·195	0·249	0·333	0·403	0·451	0·492
$\mu = \frac{c'_{2max}}{c'_{2moyen}}$	1·19	1·48	1·56	1·57	1·58	1·59
c'_{2max}	0·232	0·369	0·530	0·633	0·712	0·782

Les vitesses réelles près de la couronne sont données par les vitesses unitaires c'_{2max} pour H arbitraire:

$$c_{2max} = c'_{2max}\sqrt{2\,g\,H}$$

et les hauteurs correspondantes à la vitesse réelle

$$\varepsilon\frac{c^2_{2max}}{2\,g} = \varepsilon\,H\,c'^2_{2max} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Dans la fig. 12 est indiquée la continuité des valeurs $H_a - \varepsilon\frac{c^2_{2max}}{2\,g}$ pour les vitesses précédentes c'_{2max}, lorsque $\varepsilon = 0{\cdot}7$ et $H_a = 9{\cdot}6\ m$ de la colonne d'eau (la plus basse pression à Prague) pour $H = 2 \div 100\ m$.

Si nous admettions près de la couronne mobile $h_2 = 0$, ce qui est naturellement impossible, les ordonnées de ces courbes marqueraient les hauteurs d'aspiration maximales $H_{s\,max} = H_a - \varepsilon \frac{c^2_{2\,max}}{2\,g}$. D'après cela, par exemple la roue qui a $n_s = 200$ pour $H = 30\ m$ pourrait avoir la hauteur d'aspiration maximale $H_{s\,max} = 3{\cdot}7\ m$, lorsque $n_s = 400$ la roue devrait être au moins dans la profondeur $H_s = -\ 1{\cdot}1\ m$ sous le niveau de l'eau d'aval.

D'après la fig. 12 les hauteurs $H_{s\,max}$ sont petites pour les grandes chutes. De nombreuses turbines à haute pression ont H_s plus grande, sans qu' on remarque une cavitation sensible. La fig. 12 n'est pas donc en accord

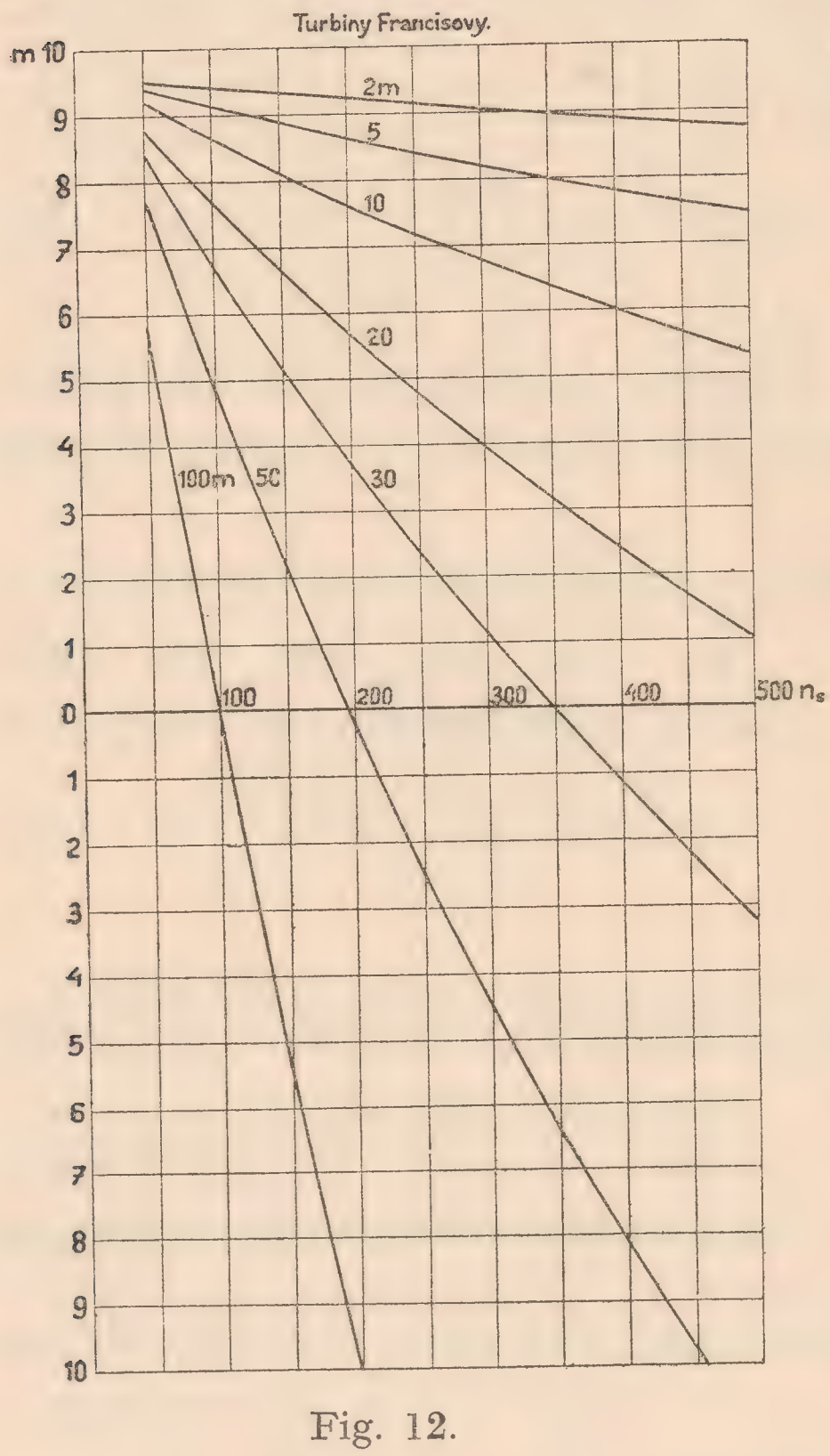


Fig. 12.

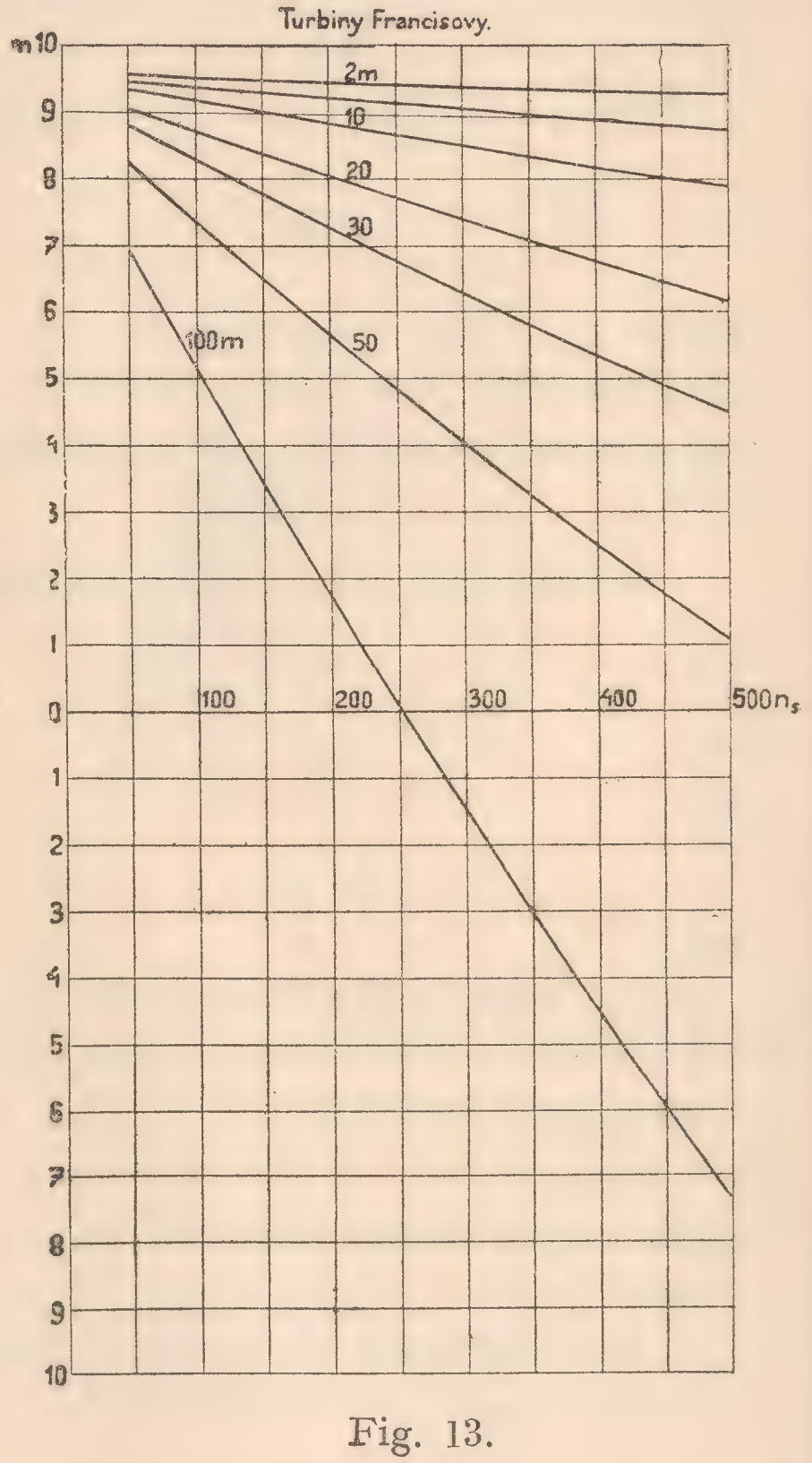


Fig. 13.

avec la réalité, ce qu'on peut comprendre. La vitesse réelle près de la couronne est par l'influence du frottement de la couronne et du tourbillonnement plus petite que la vitesse théoretique $c_{2\,max}$. Outre cela la cavitation dépend de la vitesse près de la couronne sur un diamètre un peu plus petit, où la vitesse c_2 est plus petite. Aussi on ne peut pas négliger les objections[4]) contre la valeur du théorème de Bernouilli pour le passage courbe, d'après lesquelles la vitesse c_2 près de la couronne est plus petite qu'en faisant la

[4]) Bánki, Energieumwandlungen in Flüssigkeiten 1921, page 390.

solution d'après cette formule. Parce que la vitesse $c_{2\,m}$ près de la couronne est plus petite que la vitesse théoretique sur la couronne, les hauteurs véritables d'aspiration $H_{s\,max}$ sont plus grandes que d'après la fig. 12.

Il est sûr que dans la surface d'écoulement de la roue $I\,II$ la vitesse c_2 près de la couronne est plus grande que $c_{2\,moyen}$ d'après la théorie à une dimension. Si nous déterminions les courbes des valeurs $H_a - \varepsilon \frac{c^2_{2\,moyen}}{2\,g}$ d'après la vitesse $c_{2\,moyen} = c'_{2\,moyen}\sqrt{2\,g\,H}$, comme en est indiqué dans la fig. 13 aussi pour $H_a = 9{\cdot}6\ m$ et pour $\varepsilon = 0{\cdot}7$, nous ne pourrions pas admettre les hauteurs d'aspiration données par ces courbes. Les ordonnées de ces courbes au-dessus de l'axe de la pression admissible la plus basse, par exemple $h_2 = 0{\cdot}5\ m$, signifieraient les hauteurs d'aspiration pour lesquelles il y aurait déjà près de la couronne le danger d'une forte cavitation. Parce que les hauteurs d'aspiration sont d'après la théorie à deux dimensions (fig. 12) très petites et d'après la théorie à une dimension très grandes (fig. 13), parcourront les hauteurs d'aspiration réelles $H_{s\,max}$ entre les courbes fig. 12 et 13. Par une seule courbe on ne peut pas les représenter.

Les données pour les turbines Francis d'après lesquelles étaient construites les fig. 12 et 13 représentent les valeurs moyennes d'aujourd' hui. Par leurs changement changent aussi les hauteurs d'aspiration correspondantes H_s. Avec le rendement décroissant ε_s du tuyau d'aspiration croît la hauteur d'aspiration H_s. S'il y a entre la roue mobile et le tuyau d'aspiration un coude, il y a pour les mêmes valeurs H_a, h_2 et c_2 par l'influence d'un rendement plus petit ε_s la hauteur d'aspiration admissible H_s plus grande que pour le tuyau d'aspiration qui est situé tout de suite derrière la roue. De la fig. 12 et 13 résulte que près des turbines qui ont des tours spécifiques plus faibles, il n'y a pas le danger de la cavitation lorsque les chutes sont petites, car les hauteurs d'aspiration H_s sont plus petites que les plus grandes admissibles. Avec la chute et avec les tours spécifiques croissants le danger de la cavitation augmente. Les roues à grande vitesse devraient, pour les chutes plus grandes, tourner très bas sous le niveau d'eau d'aval pour éviter la cavitation. Si nous n'admettrons pas cela, il faut se borner aux tours spécifiques plus bas lorsque les chutes d'eau sont plus hautes, ce qui est bien possible, car même pour les tours plus bas sont pour les hautes chutes les véritables tours de la turbine dejà assez grands. Fig. 12 et 13 marquent les plus hauts tours spécifiques admissibles pour une chute donnée lorsque la roue est placée près du niveau de l'eau d'aval ($H_s = 0$). Parce que les turbines à hélice ont des vitesses c_2 plus grandes que celles de Francis, leurs hauteurs d'aspiration admissibles sont plus petites que celles des turbines Francis. Si leurs roue mobile ne doit pas être sous le niveau de l'eau d'aval, on peut les choisir seulement pour les chutes plus basses.

On peut se débarrasser de la cavitation en élevant la pression h_2 derrière la roue mobile, en laissant passer derrière la roue de l'air atmosphé-

rique. Mais c'est peu économique, car le rendement et la puissance de la turbine diminuent. Cette détérioration peut-on souvent supporter plus facilement que, par exemple les coups dangereux lorsque la cavitation est forte.

Il faut encore brièvement dire dans quelle mésure sont nos résultats d'accord avec la littérature sur la cavitation. Thoma[5]) introduit le coefficient de cavitation

$$\sigma = \frac{H_a - H_s}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

qui ne doit pas, dans le cas donné, franchir une certaine limite. Les limites de ce coefficient peuvent être déterminées pour les nombres de tours spécifiques divers, si nous trouvons dans les laboratoires ou d'après les véritables turbines les hauteurs d'aspiration H_s, près desquelles la cavitation commence à bien apparaître. Le coefficient σ comprend déjà l'abaissement de la pression par la plus grande hauteur $\varepsilon \frac{c_2^2}{2g}$. Parce que cet abaissement de la pression d'après l'arrangement de la roue et du tuyau d'aspiration peut être aussi à la même vitesse diverse, ce coefficient a plus de valeur, qui contient en outre l'abaissement de la pression statique $H_a - H_s$ et de la pression dynamique $\varepsilon \frac{c_2^2}{2g}$, comme le proposent les Américains Rogers et Moody[6])

$$k = \frac{H_a - H_s}{H} - \varepsilon \frac{c_2^2}{2gH} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Ce coefficient est donc $k = \frac{h_2}{H}$.

Thoma croit que le coefficient k est plus avantageux que σ, si nous envisageons sa généralité. Mais il croit aussi, que ce coefficient k n'est pas trop certain, parceque la détermination des valeurs justes c_2 et ε est peu sûre.

Rogers et Moody déterminent les plus basses valeurs des coefficients σ et k d'après la statistique d'un grand nombre de turbines Francis et à hélice aux diverses vitesses. Mais à cause de l'insuffisance de la statistique ils ne les tiennent pas encore comme définitifs. Dans la fig. 14 sont marquées les hauteurs d'aspiration H_s d'après leurs coefficients pour $H_a = 9{\cdot}6\ m$ et pour les chutes diverses admissibles H. Si nous admettions les hauteurs d'aspiration H_s d'après la fig. 12 au-dessus de l'axe par exemple $h_2 = 0$, parce qu'elles sont plus petites qu'en réalité, s'accordent les valeurs H_s de la fig. 12 avec 14 pour $n_s \cong 280$ presque pour toutes les chutes. Pour $n_s < 280$ les valeurs H_s d'après la fig. 14 sont plus grandes, pour $n_s > 280$ plus petites que d'après la fig. 12. Si nous admettions les hauteurs d'aspiration H_s d'après la fig. 13 par exemple au-dessus de l'axe $h_2 = 0{\cdot}5\ m$,

---

[5]) Wasserkraftjahrbuch 1924, page 416.

[6]) Les rapports de la conférence hydroéléctrique à Philadelphie 1925.

puis les valeurs H_s de la fig. 14 et 13 s'accordent pour les chutes $H = 2 \div \div 100\ m$ pour $n_s = 325 \div 100$. Pour n_s plus petit sont les valeurs H_s d'après la fig. 14 plus grandes, pour n_s plus grand elles sont plus petites que d'après la fig. 13. Parce que les hauteurs H_s d'après la fig. 13 au-dessus de l'axe $h_2 \cong 0{\cdot}5\ m$ sont peut-être assez grandes, on peut donc juger les hauteurs américaines H_s trop grandes pour n_s petit. Aussi on ne peut pas être d'accord avec la continuité des lignes tombantes très vite dans la fig. 14 pour n_s grand. D'après ces courbes on atteindrait $H_s = -\infty$ déjà

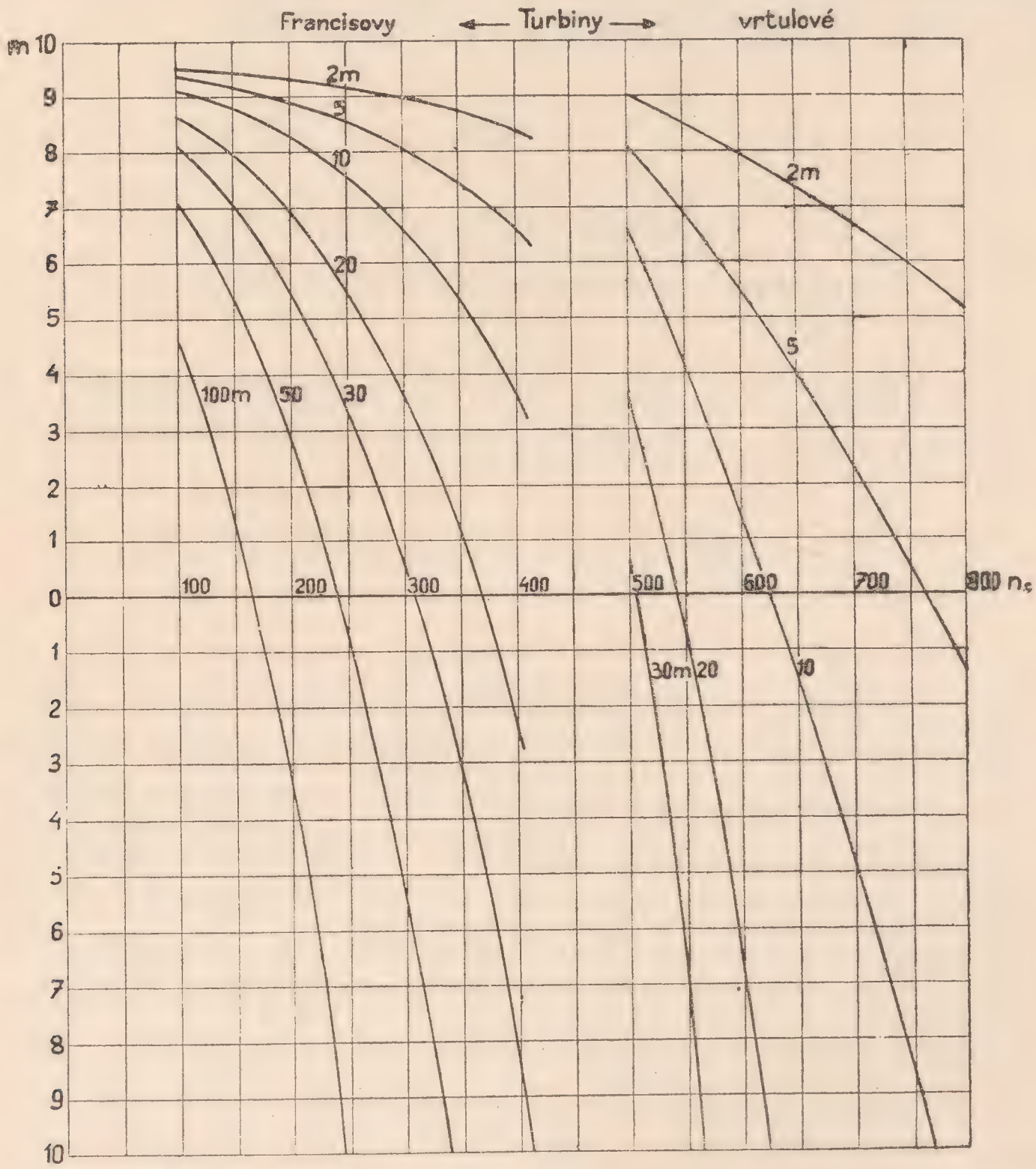


Fig. 14.

pour les tours spécifiques n_s qui ne sont pas trop grands, ce qui est théorétiquement impossible. La continuité de nos courbes semble être plus véritable. Plus en sont d'accord les lignes que donne Kaplan[7]) pour sa turbine. D'après ces courbes la hauteur H_s diminue presque linéairement lorsque la chute H croît et lorsque les tours unitaires sont constants. La formule de cavitation de Kaplan-Lechner est en dehors de notre jugement.

Contre la solution théorétique de la cavitation on peut objecter qu'elle aurait une valeur si elle était d'accord avec la réalité. On peut objecter

[7]) Wasserkraftjahrbuch **1924**, page **430**.

que l'air ne doit pas se décharger et s'absorber d'après la loi de Henry, qu'on ne peut pas théorétiquement déterminer bien la plus grande vitesse c_2 et la valeur ε, qu'il y a ici beaucoup d'influences diverses, qui sont presque dans chaque cas différentes. Donc la valeur de la solution théorétique est incertaine. D'après nos connaissances d'hydrodynamique il en est ainsi et peut-être il en sera de même dans l'avenir. Il en est de même pour les directives qu'on a acquis par des méthodes empiriques. La solution théorétique et empirique de la plus grande hauteur d'aspiration H_s admissible ne sera jamais qu'approximative. Pourtant la solution théorétique rend la question de la cavitation nette.

Contribution à la question de la genèse des fibres collagènes.

Par

MUDr. JAN WOLF,

pr. docent et assistant de l'institut d'histologie et d'embryologie.

(Avec 2 planches.)

Travail de l'institut d'histologie et d'embryologie de la Faculté de médecine de l'université Charles à Prague. Chef prof. Dr O. Srdínko.

(Présenté le 4 juin 1926.)

La vieille discussion sur la genèse des fibres collagènes s'est ravivée dans ces derniers temps. Il s'agit de savoir, si les fibres collagènes sont d'origine cellulaire, ou bien si leur naissance est indépendante des cellules dans la substance intercellulaire. Parmi les publications concernat ce sujet se sont celles de Heringa et Lohr,*) qui nous intéressent particulièrement. Ces auteurs comparent les processus de la genèse des fibres collagènes aux processus de la gélatinisation des sols fibrillaires et ils affirment, qu'il s'agit dans les deux cas de processus analogues. Ce travail nous intéresse d'autant plus, que nous même, dans la publication: „Origine de la substance élastique dans le cartilage,**)" nous avons cherché à expliquer la genèse des fibres collagènes par le processus de la précipitation de cette substance dans la substance intercellulaire du cartilage et cela une fois sous formes de fibres et une autre fois sous formes de grains et enfin sous forme d'élements intermédiaires.

Naturellement il est impossible de citer tous les partisans ou adversaires de l'une ou de l'autre opinion. Qu'il nous soit permis, vu le sujet qui nous intéresse, de mentionner de plus près le dernier travail de Heringa

---

*) G. C. Heringa et Lohr: Sur la nature et la genèse des fibres collagènes. Bulletin d'Histologie et de Technique microscopique, Tome III., No 5, Mai 1926.

**) Wolf Jan: O vzniku elastické substance ve chrupavce. Rozpr. Č. Akad. Roč. XXXII., č. 22. Wolf Jean: De l'origine de la substance élastique dans le cartilage. Bulletin international de l'Académie de Sciences de Bohême. 1923.

et Lohr. Les auteurs substituent à la question fondamentale de la genèse des fibres collagènes: où les fibres collagènes prennent naissance, la question: comment elles prennent naissance. Ils répondent à cette guestion, que nous sommes en présence de gélatinisation des fibres collagènes, comme nous pouvons l'observer dans les sols fibrillaires arteficiels sous le microscope. Les auteurs, se basant sur la chimie colloidale ainsi que sur des travaux antérieurs à la création de cette science, supposent, qu'il s'agit ici de gel — comme dans chaque sol fibrillaire — dont les particules ne sont pas sphériques (comme par ex. dans la gélatine, gel à globules), mais en forme de batonnets ou d'aiguilles, qui ne peuvent — pendant la gélatinisation — se ranger autrement que parallèlement les uns aux autres. Les complexes de ces particules ne peuvent donc avoir d'autre forme que celle de batonnets, d'aiguilles et de fibres.

Le tissu, qui selon notre avis, se prête le miex à l'étude des fibres collagènes (et élastiques), c'est le cartilage.

Nous pensons au cartilage vieux, par ex. au cartilage costal d'un homme adulte ou âgé, où nous trouvons toutes sortes de fibres colagènes depuis les plus fines, a peine visibles jusqu'aux grosses, fortes et droites aux places, où il y a de la dégénérescence amiantique. L'épaisseur n'est pas seule caractéristique pour les fibres collagènes, mais c'est aussi leur structure fibrillaire plus ou moin apparante, leur parcours sinueux ou droit, leur aptitude inégale à de se reunir en faisseaux et membranes. Il s'agit de certaines sortes de fibres, qu'on n'a pas besoin de décrire et dont la genèse (cellulaire ou extracellulaire) peut être toujours sujet à discussion. Dans un seul cas, auquel nous avons consacré la présente communication, nous trouvons dans les cartilages des fibres, qui par leur aspect et par leur localisation prouvent, que leur genèse est indépendante des cellules. Nous trouvons dans les cartilages costaux de l'homme adulte et âgé des cas, où dans la substance homogène des cavités des fibres collagènes cristalisent en forme d'aiguilles et d'étoiles d'une façon si marquante, qu'il ne peut y avoir de doute sur la véritable nature de ce processus.

Les cavités, dans lesquelles ces aiguilles et les étoiles cristalisent, sont les cavités fusiformes, que nous trouvons à toutes les places du cartilage costal de l'homme adulte ou âgé, où la dégénérescence amiantique s'est développée jusqu'à un certain degré. La dégénérescence amiatique est caracterisée par des fibres grosses, droites et parallèles, qui se continuent sur les bords d'un tel foyer dans la substance normale du cartilage. Outre les fibres collagènes c'est aussi l'albumoide, qui participe en forme d'amas de grains d'une façon très marquée à la structure du tissu atteint par la dégénérescence amiantique. Un autre caractère important des places, soumises à la dégénérescence amiantique, est que les cellules font absolument défaut, quant il ne s'agit pas par ci par là d'un îlot du tissu cartilagineux par hasard non atteint de dégénérescence.

Dans le tissu atteint par la dégénérescence amiantique, dont la composition a été exposée précédemment et qui se montre particulièrement dans les cartilages costaux de l'homme à partir de l'âge de 20—30 ans, des cavités fusiformes se produisent. De l'aspect de ces cavités nous pouvons nous faire une idée d'après les figures 1, 2, 3, 7a, 8. Ces cavités fusiformes sont remplies par une substance fortement basophile (il s'agit évidémment de combinaisons de l'acide chondroitinsulphurique), dans laquelle nous trouvons plus ou moin de grains d'albumoide. Outre ces grains d'albumoide il y a des élements collagènes sous forme de fibres tordues et enchevêtrées en pelotes, qui comme les corps fortement fuchsinophiles remplissent parfois même toute la cavité fusiforme, mais le plus souvent seulement une partie. (Voir fig. 3.) Parfois dans une moitié de la cavité se trouvent amassées des fibres collagènes tordues, dans l'autre moitié de grains d'albumoide. Dans d'autres cas les corps d'albumoide sont en plus grande quantité dans ces cavités fusiformes. Mais il arrive également, que nous rencontrons des cavités ne contenant presque pas d'albumoide ni de collagène et toute la cavité est remplie de la substance basophile.

En examinant soigneusement le contenu de ces cavités sur les préparations colorées à la fuchsin acide pour mettre en évidence les fibres collagènes, nous trouvons par ci par là des amas d'aiguilles (die Drusen) et des étoiles, ressemblentes à des amas de cristaux en forme d'aiguilles.

Un de ces amas d'aiguilles particulièrement caractéristique est représenté par la figure 1 avec un grossissement faible et par la figure 2 avec un grossissement plus fort. Les fibres en forme d'aiguilles plus ou moin longes, partant d'un centre dirigées de tous cotés comme des rayons, forment une espèce d'étoile. Sous un grossissement plus fort nous constatons, que chacun des rayons de l'étoile se compose de fines, petites aiguilles, fibrilles. L'intensité de la coloration à la fuchsine diminue, comme il est bien comprehensible, sur la péripherie, cependant cette coloration est assez forte pour faire voir sur la photographie les rayons jusqu'à leur extremité, en employent un filtre adequat, comme on le voit sur la fig. 2. Les rayons des étoiles sont toujours droits, comme on le voit sur les autres figures, par ex. sur la fig. 5, 6, 7. Les longes fibres d'une étoile incomplètement développée sur la fig. 4, seules, sont un peut courbées, par suite de l'action d'un corps voisin. Un exemple bien intéressant de la genèse de deux amas d'aiguilles en forme d'éventail ou de feuilles de palmiers, étroitement colés l'un à l'autre, est représenté sur la figure 7; un de ces amas d'aiguilles est tourné vers une cavité fusiforme, l'autre de ces amas est tourné vers l'autre cavité, et le lieu du contact, où se trouve le noyau de cristalisation (sit venia verbo) est une fine parois fibrillaire, qui sépare les deux cavités. La fig. 8 montre l'exemple d'une cavité, où toute la cavité est remplie d'amas de petites aiguilles.

Quelle est la vraie nature de ces aiguilles groupées en forme d'étoiles, que nous venons de décrire? En colorant les trois corps de la substance fon-

damentale du cartilage (c. à d. en employant les colorants basiques pour mettre en évidence le chondromucoide et l'acide chondroitinsulphurique, le fuchsine acide ou la méthode de Mallory pour montrer le collagène et la méthode de contact à l'hématoxyllin pour fair voir l'albumoide) nous obtenons ce qui suit:

En employant les colorants basiques, par ex. l'hématoxyllin ou le muchématein ou le bleu de toluidine, nous trouvons les cavités fusiformes remplies de substance basophile, homogène, dans laquelle les amas d'aiguilles et les étoiles décrites plus haut se détachent nettement, parce que elles restent incolores. De même les pelotes et les enchevêtrements sont incolores. Il est donc claire, que la cavité fusiforme est probablement remplie, durant la vie, de substance liquide et coagulée par suite de la fixation; cette substance liquide contient de l'acide chondroitinsulphurique, comme le témoigne la metachromasie de la coloration basique.

En employant la fuchsine acide pour mettre en évidence le collagène (différentiation au moyen de l'alcool à 75%) le substrat basophile reste tout à fait incolore, tandisque les amas et les étoiles d'aiguilles se colorent intensément de même que les pelotes et les enchevêtrements de fibres collagènes. Quelques uns des graines d'albumoide se colorent un peu avec la fuchsine, mais dans la plupart des cas ils restent presque ou tout à fait incolores. Nous obtenons les mêmes resultats en faisant usage de la méthode de Mallory.

En employant la méthode de contact avec l'hématoxyllin pour mettre en évidence l'albumoide, le substrat basophile reste aussi incolore, mais l'albumoide se colore intensément. Les fibres collagènes, des pelotes et des enchevêtrements decrites plus haut restent incolores de même que les aiguilles en forme d'amas ou d'étoiles. Entre les rayons de ces étoiles on distingue souvent des graines d'albumoide, qui se détachent nettement par leur couleur noir des aiguilles colorées en rouge intense. Mais on peut rencontre aussi des corps d'albumoide entre les fibres des pelotes et des enchevêtrements.

De ce qui a été dit, il resort clairement, que les amas d'aiguilles et les étoiles se colorent de la même façon que les fibres collagènes (fuchsine acide méthode de Mallory); on peut donc admettre, qu'elles sont formées par la même substance, c. à d. par le collagène. Mais la certitude absolue, que nous sommes ici en présence de la vraie substance collagène, nous est donné par le fait de l'existence de toutes les formes intermédiaires entre les amas d'aiguilles et les étoiles d'une part et les pelotes et les enchevêtrements d'autre part. Au premier coup d'oeil jeté sur nos préparation cette chose est bien claire et nettement visible sur nos figures. On ne peut pas douter de la nature collagène des fibres, qui forment les pelotes et les enchevêtrements et qui par places se relient aux fibres collagènes du tissu atteint de dégénérescence amiantique. Si les fibres de ces pelotes et de ces enchevêtrementes sont de veritables fibres collagènes, toute la serie des formes

intermédiaires depuis celles-ci jusqu'aux amas d'aiguilles et aux étoiles nous prouve avec une certitude absolue, que ces amas d'aiguilles et ces étoiles sont composées de substance collagène et que les aiguilles, qui les composent, sont à proprement parler des fibres collagènes composées de fibrilles.

Certes il ne pas difficile d'expliquer cette série de forme intermédiaires entre ces deux représentantes extrêmes de la substance collagène dans les cavités fusiformes décrites plus haut: Les amas d'aiguilles et les étoiles sont les stades les plus jeunes de la genèse des fibres collagènes; à cause de leur multiplicité et de leur croissance en longeur, ces fibres se pressent étroitement les unes contre les autres et s'entremêlent pour former des pelotes et enchevêtrements. Il faut ajouter, que nous trouvons dans ces cavités fusiformes aussi d'autres formes plus simples, que les amas d'aiguilles ou les étoiles; ce sont souvent quelques fibrilles collées les unes contre les autres pour former une ou deux aiguilles ou un éventail d'aiguilles étroit. Enfin nous avons pu constater la genèse des fibrilles isolées, fines, mais toujour droites.

Somme toute nous pouvons constater avec toute la certitude possible, que les aiguilles groupées en amas ou en étoiles sont composées de substance collagène, car ce fait est prouvé aussi bien par la coloration que par la présence de toute la série des formes intermédiaires depuis les aiguilles jusqu'aux fibres collagènes typiques; les aiguilles sont donc des fibres collagènes, composées de fibrilles.

Mais comment ces aiguilles collagènes groupées en forme d'amas et d'étoiles prennent elles naissance? Un coup d'oeil, jeté sur l'étoile, se trouvant par ex. sur la fig. 2, nous donne la conviction, qu'il s'agit ici d'un processus comparable à la cristalisation, c. a d. à la formation d'aiguilles cristallines, groupées en amas. La substance collagène n'est évidemment pas une substance cristalloide, mais colloide. Comme nous connaissons les processus de la genèse des fibres dans la gélatinisation des sols fibrillaires, il n'y a pas de doute sur le genre de la genèse dans le cas présent. Les particules isolées du sole fibrillaire collagène, qui se trouve dans la cavité fusiforme du tissu en état de dégénérescence amiantique, se groupent pendant la gélatinisation par suite de l'action de la force d'atraction mutuelle parallélement les unes aux autres, en formant des batonnets et des aiguilles, qui croissent de plus en plus et deviennent nos grands aiguilles. Les aiguilles sont caracterisées par un parcours tout-a-fait droit de même que les fibres collagènes du tissu en état de dégénérescence amiantique. Les aiguilles et les fibres se courbent seulement là, où elles y sont obligées par des conditions locales. (Voir fig. 4.)

Il semble donc, que le sol fibrillaire collagène à ces places du tissu en état de dégénérescence amiantique est composé de particules, c. à d. de batonnets ou d'aiguilles, dont la forme nette est particulierèment carac-

téristique. Le parcours en forme de spirale est d'une façon génerale caractéristique pour toutes les fibres collagènes à l'exception des fibres du tissu en état de dégénérescence amiantique et des aiguilles, groupées en amas ou étoiles. Pour expliquer les sections ovales, les formes en ruban et le parcours en forme de spirales des fibres collagènes, les auteures Heringa et et Lohr supposent un applatissement des particules en batonnets du sol fibrillaire collagène. Dans notre cas il ne faudrait pas supposer, que les particules en batonnets ou en aiguilles, par le groupement desquelles les aiguilles décrites (et de même les fibres collagènes du tissu en état de dégénérescence amiantique) prennent naissance, sont applatties. Vu la grande diversité morphologique du tissu collagène, il faut admettre non seulement des formes différentes des particules du sol collagène, mais aussi l'influence des conditions extérieures. Ce sont le courant de liquide, la nature du milieu, l'influence de fonction mécanique et d'autres conditions, qui provoquent la genèse soit des fibres très fines, soit celle des lamelles, soi celle des gros faisseaux de fibres collagènes, soi celle de tendons jusqu'à la genèse des fibres droites et grosses du tissu atteint de dégénérescence amiantique et jusqu'à la genese des aiguilles droites et aigues, groupées en amas et étoiles. Si nous voulions classer au point de vue histologique ces aiguilles groupées en forme d'amas et d'étoiles, nous pourrions peut être prendre en considération, que leur genèse est peu influencée par les facteurs actifs de l'organismus vital, qu'il s'agit ici d'une cristallisation spontannée (c. a d. gélatinisation) du sol fibrillaire, et que nous sommes ici en présence d'un tissu collagène le plus primitive et le moin differencié.

En ce qui concerne la formation des amas et des étoiles d'aiguilles, nous pourrions encore nous demander, pourquoi il se forment des amas et des étoiles et non pas uniquement des aiguilles isolées. Pour répondre à cette question il n'y a d'autre hypothèse que celle, qui suppose l'existance des centres ou des noyaux de cristallisation, où la cristallisation a pris naissance. Dans quelque cas nous avons vu aux centres des amas d'aiguilles ou des étoiles un ou plusieurs grains d'albumoide. C'est encore une question de savoire, si ce n'est pas un fait dû au hasard, parsque ailleurs qu'au centre nous pouvons trouver également des grains d'albumoide. La figure 6 montre un cas déjà mentionné et intéressant à ce point de vue, où deux amas d'aiguilles en forme des feuilles de palmiers se trouvent accollés par leur bases de part et d'autre d'une membrane mince et fibrillaire, qui séparent deux cavités fusiformes, et ont un centre commun sur la parois. Ce fait nous induit à généraliser.

Il reste encore la question de l'origine du sol fibrillaire collagène, d'où provinnent les amas d'aiguilles et les étoiles par le processus de la gélatinisation. Vu les natures proche parantes des nos aiguilles et des fibres amiantiques, il semble certain, qu'est c'est le même sol fibrillaire, qui fourni la matière necessaire à la genèse des aiguilles groupées en forme d'amas et d'étoiles et des fibres amiantiques proprement dites.

Nous avons parlé suffisement du processus, par lequel les aiguilles collagènes groupées en forme d'amas ou d'étoiles prennent naissance. Du mode de genèse de ces aiguilles (à vrai dire des fibres) nous pouvons deduire un mode analogue de la genèse de toute les autres fibres.

La question de savoir où les fibres collagènes prennent naissance (c. à d. si elles sont d'origine cellulaire ou extracellulaire), serait resolue, en pensant à l'origine de nos aiguilles groupées en forme d'amas et d'étoiles. Les cellules font complétement défaut dans les vastes regions du tissu atteint de dégénérescence amiantique (abstraction faite d'îlots du tissu cartilagineux, resté par hasard intact par ci par là) et nous trouvons d'autant moin les cellules dans les cavités fusiformes, complétement fermées, dans lesquelles les formations susdites prennent naissance. Il s'agit en effet d'une cavité, d'une chambre, où le sol collagène fibrillaire cristallise par un processus de gélatinisation en un gel, c. à d. en aiguilles groupées en amas ou étoiles, et cela dans un milieu homogène et en repos (c. à d. au moin à l'abris des forces mécaniques) et absolument sans participation des cellules, à peu près de la même façon, que si nous le faisions gélatiniser (cristalliser) dans une chambre artificielle, in vitro.

La presence des cellules n'est donc pas indispensable à la formation des fibres collagènes et nous sommes d'accord avec les auteurs, qui sont d'avis, que les fibrilles et les fibres collagènes „cristallisent" librement dans la substance intercellulaire.

La parenté très proche des fibres collagènes avec les fibres élastiques fait penser, qu'il s'agit ici d'un processus analogue de gélatinisation du gel fibrillaire adéquat, comme nous en avons parlé dans un travail mentionné plus haut.

Resumé.

Dans les cavités fusiformes du tissu cartilagineux atteint de dégénérescence amiantique nous trouvons des amas d'aiguilles et des étoiles, composées d'aiguilles de structure fibrillaire.

Vu la coloration des aiguilles et particulièrement les formes intermédiaires de celles-ci jusqu'aux fibres collagènes typiques, dont la nature n'est pas douteuse, il s'agit ici des formations collagènes, des fibres collagènes spéciales.

La structure fibrillaire des aiguilles et le groupement des aiguilles en amas et en étoiles, placées dans les cavités fusiformes bien fermées, sans aucune participation des cellules, témoigne en faveur de la genèse de ces aiguilles (c. à d. de ces fibres collagènes spéciales) par un processus, qu'on peut comparer à la cristallisation et qui est — étant donné, que les fibres collagènes sont un gel — le processus de gélatinisation du sol fibrillaire collagène.

Vu l'absence absolue de cellules partout dans le voisinage de ces formations (le tissu atteint de dégénérescence amiantique est absolument dépourvu de cellules), l'existence des aiguilles collagènes groupées en amas et en étoiles parle en faveur de l'hypothèse, que les fibres collagènes aussi bien que les aiguilles prennent naissance librement dans la substance intercellulaire, indépendamment des cellules.

Explication des figures.

Fig. 1. Cavité fusiforme du tissu atteint de dégénérescence amiantique du cartilage costal d'un homme âgé de 33 ans, dans laquelle est placé un amas d'aiguilles, (une étoile), marqué ,,a'' et les pelotes et les enchevêtrements de fibres collagènes, marquées ,,b''.

Fig. 2. La même étoile avec un grossissement plus fort. La composition de fibrilles est nettement visible.

Fig. 3. Cavité fusiforme du tissu atteint de dégénérescence amantique du cartilage costal d'un homme âgé de 60 ans. Les amas d'aiguilles collagènes sont marqués ,,a'' et ,,b'', les pelotons et les enchevêtrements des fibres collagénes sont marquées ,,c''. Le bord du tissu amiantique est marqué ,,d''.

Fig. 4. Les aigulles collagénes groupées en amas, représenté sur la figure précédente, avec un grossissement plus fort. Au place marquée ,,x'' on voit, que les aiguilles sont courbées à cause d'une masse voisine.

Fig. 5. Étoile d'aiguilles marquée sur la figure 3, avec un grossissement plus fort.

Fig. 6. Étoiles d'aiguilles colagènes du tissu amiantique d'un homme âgé 60 ans.

Fig. 7. Deux amas d'aiguilles en forme d'éventails avec un centre commun dans deux cavités voisines du tissu amiantique du cartilage costal d'un homme âgé de 33 ans.

Fig. 8. Cavité fusiforme du tissu atteint de dégénérescence amiantique d'un homme âgé de 33 ans. Un grand amas d'aiguilles collagènes est marqué ,,a'', d'ailleur presque toute la cavité est remplie d'aiguilles en voie de cristallisation sous forme d'amas d'aiguilles plus ou moins développés ou des fibres isolées.

MUDr. JAN WOLF: Contribution à la question de la genèse des fibres collagènes.

Pl. I.

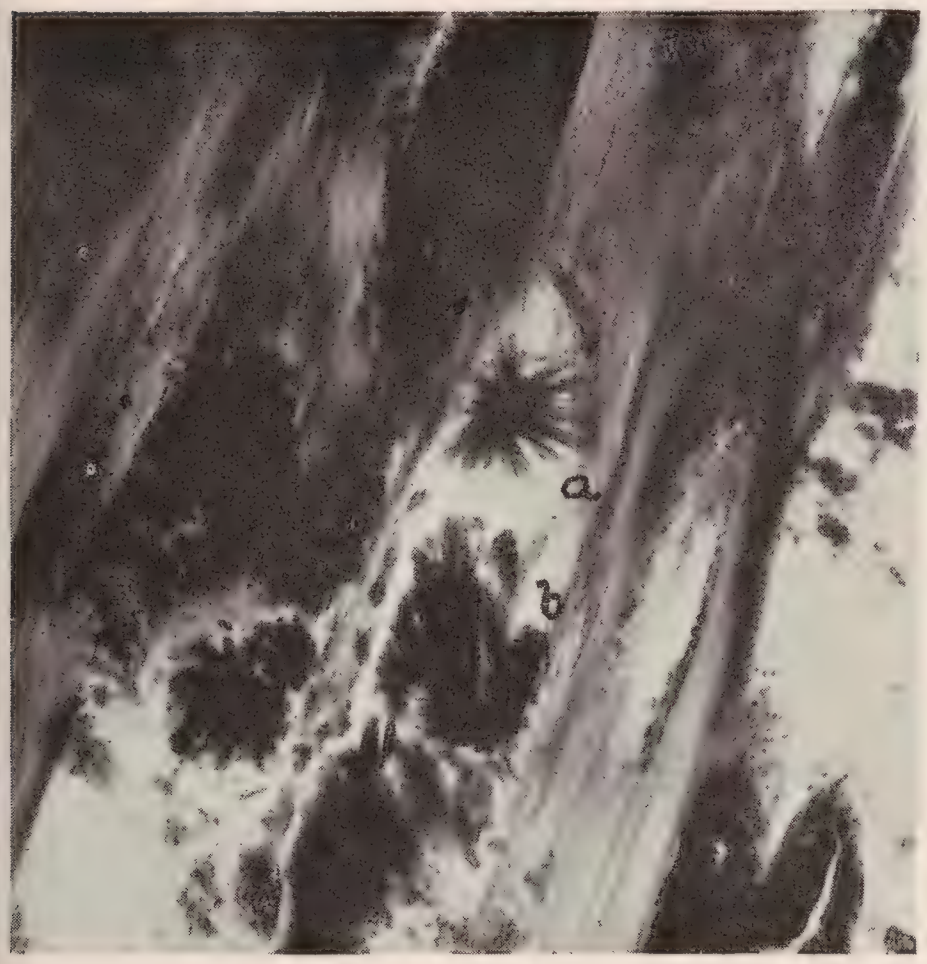


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Sur les propriétés polaires de certains systèmes de coniques

I.

Par

J. SOBOTKA.

Présenté le 11 février 1926.

1. M. Klíma a publié, dans les „Rozpravy České Akademie", un mémoire intitulé: „Les propriétés polaires du système de coniques déterminées par deux points et par deux tangentes",[1]) où il donne des relations intéressantes entre les polaires d'un point donné et les pôles d'une droite par rapport aux coniques du système. Dans le présent travail, je donne des considérations analogues corcernant des systèmes plus généraux, dont le système signalé tout à l'heure n'est qu'un cas particulier.

Considérons, d'abord, dans le plan, un *système de coniques qui sont doublement tangentes à deux coniques données* k_1, k_2 et déterminons le lieu des polaires d'un point donné P, ainsi que le lieu des pôles d'une droite donnée q par rapport aux coniques du système.

Soit $R\,R'\,R''$ le triangle autopolaire commun des deux coniques données k_1, k_2. Le système en question est composé de trois systèmes indépendants; chaque sommet du triangle R, R', R'' en fournit un. Désignons par a, b les cordes communes des courbes k_1, k_2 passant par le point R. On obtient des courbes u, . . . du système se rattachant au point R si l'on considère un couple arbitraire $g\,h$ de l'involution $aa.\ b\,b$. Soient G_1, G_1' les points d'intersection de la droite g avec k_1, G_2, G_2' ceux de cette droite avec k_2; soient, de même, H_1, H_1'; H_2, H_2' les points d'intersection de la droite h avec, respectivement, les coniques k_1, k_2. Alors, une courbe u du système touche la conique k_1 aux points G_1, G_1', la conique k_2 aux points H_2, H_2', et une autre u' touche la courbe k_1 aux points H_1, H_1', la

[1]) Dr. J. Klíma: „Les popriétés . . .", Mémoires de l'Académie tchèque des Sciences, t. XXVIII (1919) n. 5, où l'auteur donne la bibliographie du sujet.

courbe k_2 aux points G_2, G_2', comme j'ai fait voir ailleurs.[1]) Puisque les courbes k_1, u possèdent, comme corde de contact, la droite g, les polaires du point P par rapport auxquelles se coupent sur g; on en conclut, d'une manière analogue, que les polaires du point P par rapport à u et k_2 se coupent sur la droite h. Il en résulte une construction de la polaire p_μ du point P par rapport à la courbe u. Cette polaire joint le point $P_1 = (p_1 \,.\, g)$ au point $P_2 = (p_2 \,.\, h)$, où p_1 désigne la polaire du point P par rapport à k_1 et p_2 la polaire du point P par rapport à k_2. De même, la polaire p_μ' du point P par rapport à u' joint les points $P_1' = (p_1 \,.\, h)$ et $P_2' = (p_2 \,.\, g)$. Si le couple g, h parcourt l'involution $aa \,.\, bb$, les courbes u, u' parcourent le système de coniques en question; les couples de points $P_1\, P_1'$ parcourent une involution sur p_1 et les couples de points $P_2\, P_2'$ une involution sur p_2.

Il en suit que *les polaires* $P_1\, P_2$, $P_1'\, P_2'$, . . . *du point* P par *rapport à toutes les coniques du système enveloppent une conique* (P) *touchant les polaires* p_1, p_2 *du point* P *par rapport aux coniques données* k_1, k_2, *et les droites* a, b; *elle touche ces dernières en des points de la droite conjuguée harmonique au point* R *par rapport aux droites* p_1, p_2.

Les points d'intersection des tangentes de la courbe (P) avec les tangentes p_1, p_2 sont projetés du point R par l'involution $a\,a \,.\, b\,b$; par conséquent, la droite correspondant dans cette involution à la droite joignant le point $(p_1 \,.\, p_2)$ à R, coupe les droites p_1, p_2 en leurs point de contact avec (P). En particulier, les droites, joignant les points $(R\,R' \,.\, p_1)$, $(R\,R'' \,.\, p_2)$ ainsi que les points $(R\,R' \,.\, p_2)$, $(R\,R'' \,.\, p_1)$ sont, de même, des tangentes de la courbe (P).

2. On peut, d'une manière correlative, rapporter le système de coniques u, u', . . . au côté $r = R'\, R''$ du triangle autopolaire $R\,R'\,R''$. Le quadrilatère circonscrit aux coniques, k_1, k_2 a deux sommets opposés sur chaque côté du triangle. Soient A, B ceux qui sont situées sur le côté r. Si les tangentes de u aux points G_1, G_1' coupent la droite r au point G, les tangentes en H_2, H_2' au point H, on conclut, de ce qui précède, par transformation dualistique, que les points G, H fournissent un couple de l'involution $AA \,.\, BB$ sur r, dans laquelle un autre couple est formé par le point d'intersection des tangentes de u' en G_2, G_2' et celui des tangentes en H_1, H_1'. Si, donc, on choisit, arbitrairement, un couple $G\,H$ de cette involution, la polaire du point G par rapport à une des coniques k_1, k_2 et la polaire du point H par rapport à l'autre, sont leurs cordes de contact avec une courbe u, resp. u' du système en question.

Si l'on désigne par Q_1 le pôle d'une droite donnée q par rapport à k^1 et par Q_2 celui par rapport à k_2, et si g est la polaire du point G par rapport à k_1, h la polaire du point H par rapport à k_2, les pôles de la droite q par rapport à u et k_1 sont situés sur une droite passant par le point G; par

---

[1]) Voir mon article dans „Časopis pro pěstování matematiky a fysiky", LIV (1925), p. 331.

conséquent, la droite $(Q_1\ G)$ contient le pôle Q_μ de la droite q par rapport à la courbe u et on conclut, d'une manière analogue, que, de même, la droite $(Q_2\ H)$ contient le point Q_μ. Par conséquent, on obtient le pôle Q_μ de la droite q par rapport à la courbe u comme le point d'intersection des droites $(Q_1\ G)$, $(Q_2\ H)$, tandis que le point d'intersection des droites $(Q_1\ H)$, $(Q_2\ G)$ est le pôle de la droite q par rapport à la conique u', dont la corde de contact avec k_1 est la polaire du point H par rapport à k_1 et la corde de contact avec k_2 est la polaire du point G par rapport à k_2.

On en conclut que le *lieu des pôles Q_μ de la droite q, par rapport à toutes les courbes u d'un système, est une contique (q) passant par les pôles Q_1, Q_2 de la droite q par rapport aux coniques données k_1, k_2 et par les points A, B*; ses *tangentes en ces points se coupent sur la droite $(Q_1\ Q_2)$ au point conjugué harmonique à la droite r par rapport aux points Q_1 et Q_2.*

Les droites joignant les points Q_1, Q_2 aux points de (q) coupent r en l'involution $A\,A\,.\,B\,B$. Si S est le point correspondant, dans cette involution, au point d'intersection de $(Q_1\ Q_2)$ avec r, les droites $(S\,Q_1)$, $(S\,Q_2)$ sont tangentes de la courbe (q) aux points Q_1, Q_2. En particulier, le point d'intersection des droites $(Q_1\ R')$, $(Q_2\ R'')$, ainsi que le point d'intersection des droites $(Q_1\ R'')$, $(Q_2\ R')$, sont, de même, des points de la courbe (q); il en est de même, des points de a et b, conjugués aux points $(q\ .\ a)$, $(q\ .\ b)$ par rapport à k_1 et k_2; de l'autre côté, les droites conjuguées aux droites (PA), $(P\,B)$ par rapport aux deux coniques k_1, k_2 touchent la courbe (P).

Il résulte de ces constructions que les polaires du point P par rapport aux courbes u du système considéré font une ponctuelle sur (q), projective à ce système. Par suite, le faisceau des tangentes de (P) est projective à la ponctuelle sur (q), ce qui suit encore de ce que, par la construction éxécutée, aux points $(p_1\ .\ p_\mu)$ correspondent projectivement les droites $(Q_1\ Q_\mu)$, puisque le point d'intersection de la droite $(Q_1\ Q_\mu)$ avec r est le pôle, par rapport à la conique k_1, de la droite joignant $(p_1\ .\ p_\mu)$ à R.

3. Supposons, maintenant, que la droite q passe par le point P. En ce cas, les coniques (P) et (q) sont bitangentes. En effet, pour toute courbe u le pôle respectif de la droite q est situé sur la polaire du point P.

Le faisceau des droites p_μ, tangentes de (P), est homographique à la ponctuelle fournie par ses points de contact P_μ, par conséquent, les ponctuelles des points $Q_\mu, \ldots$ et $P_\mu, \ldots$ sur (q) et (P) sont encore homographiques. Soit M un point d'intersection des courbes (P), (q); à ce point, considéré comme point de (q), correspond, dans la première homographie, la tangente en ce même point de (P) et, par suite, le point est dans la seconde homographie, un point uni. Par conséquent, les points d'intersection des courbes (P), (q) sont les points unis de la deuxième homographie et leurs points d'intersection ne peuvent pas être tous différents puisque, autrement, ces deux courbes devraient, nécessairement, coïncider. Si deux de ces points d'intersection se confondent au point N, les deux coniques (P), (q) ont, en ce point, une même tangente n et les ponctuelles sur (P) et (q)

sont projetées de ce point — ce qui est une conséquence de la deuxième homographie — suivant des faisceaux homographiques, qui ont, outre n, une seconde droite unie n_1 coupant les courbes (P) et (q) en un autre point commun, en lequel elles se touchent encore.

On peut parvenir, à ce résultat, d'une voie directe. Par l'homographie entre les points de (q) et les tangentes de (P) est déterminée une correlation dans le plan, par laquelle ces deux courbes se correspondent mutuellement, de sorte que les points de l'une se trouvent sur les tangentes correspondantes de l'autre, et deux coniques ayant cette propriété sont toujours bitangentes.

Il est facile de construire la corde de contact s des courbes (P) et (q). Car les polaires l_1, l_2 du point R par rapport à ces deux coniques se coupent en un point L de la droite s. Si le point P parcourt la droite q, le point $(p_1 \,.\, p_2)$, qui est son conjugué par rapport aux deux coniques k_1, k_2, décrit une conique w passant par les points Q_1, Q_2 et circonscrite au triangle $RR'\,R''$. La droite l_1 est conjuguée harmonique à la droite joignant R, $(p_1 \,.\, p_2)$ par rapport aux droites p_1, p_2; elle passe, par suite, par le point D sur w, harmonique au point R par rapport aux points Q_1, Q_2.

Par conséquent, pour tous les points P, P', . . . sur q, les coniques correspondantes (P), (P') . . . sont déterminées par les tangentes a, b et par la condition d'être bitangentes à la conique (q). Si t_1, t_2 sont les tangentes menées du point R a (q) et si s_1, s_2 sont les droites unies de l'involution $ab \,.\, t_1\ t_2$, il suit de la manière dont sont déterminées les courbes (P), (P') . . . que leurs cordes de contact avec (q), ainsi que les droites joignant leurs points de contact avec a et b, se coupent, ou au point $(l_2 \,.\, s_1)$, ou au point $(l_2 \,.\, s_2)$. Par conséquent, les polaires du point R par rapport à toutes les courbes (P), (P'), . . . se coupent en un même point L de la polaire l_2 de ce point par rapport à la courbe (q). Il s'ensuit que le point L se confond, nécessairement, avec le point D. On tire de là le résultat suivant:

Les cordes de contact des courbes (P), (P'), . . . *avec la courbe* (q) *passent par le point fixe* D.

Les courbes w et (q) ont, outre les points Q_1, Q_2, en commun deux autres points, à savoir, le point E_α sur a, conjugué au point $(q \,.\, a)$, et le point E_β de b conjugué au point $(q \,.\, b)$ par rapport aux deux coniques k_1, k_2.

Si l'on choisit, sur w, un point arbitraire W, les droites $(W\,Q_1)$, $(W\,Q_2)$ sont tangentes de l'une des coniques (P), (P'), . . . , touchant les droites a, b en leurs points d'intersection avec la droite (DW). Si l'on fait coincider le point W avec E_α, la courbe correspondante du système (P), . . . dégénère en un couple de points contenant le point E_α et le point E_α', intersection des droites (DE_α) et b. Par suite, la droite (DE_α) est la corde de contact de cette conique singulière avec la conique (q). Par conséquent, le point E'_α est situé, celui-ci encore, sur la courbe (q). De même, la droite (DE_β) coupe a au point E_β' situé sur la courbe (q).

[1]) Voir la remarque p. 385.

4. Au point de vue correlatif, on peut exprimer la relation entre la conique (P), relative au point donné P, et les coniques (q), (q'), . . . , relatives aux droites q, q', . . . passant par le point P. Les polaires p_1, p_2 du point P par rapport à k_1 et k_2 déterminent uns conique w^* inscrite au triangle $RR'\ R''$; soit d sa tangente, conjuguée harmonique à $r = (R'\ R'')$ par rapport aux droites p_1, p_2. Sur d sont situés les pôles des cordes de contact de la conique (P) avec les coniques (q), (q'), . . . par rapport à ces courbes. Par conséquent, les *cordes de contact de la conique* (P) *avec les coniques* (q), (q'), . . . *passent par le pôle* D^* *de la droite* d *par rapport à* (P).

Parmi les coniques (q), (q'), . . . il s'en trouve deux qui se décomposent en des couples de droites, touchant la courbe (P). Un couple se compose de la droite e_α passant par le point A et conjuguée à la droite (PA) par rapport à k_1 et k_2, et de la seconde tangente e_α', menée du point $(e_\alpha \,.\, d)$ à (P); le deuxième couple se compose de la droite e_β passant par le point B et conjuguée à la droite (PB) par rapport à k_1, k_2, et de la deuxième tangente e_β', menée du point $(e_\beta \,.\, d)$ à (P).

5. On peut arriver, aux propriétés trouvées tout à l'heure, d'une manière simple, par une considération de figures de l'espace. On peut, en effet, considérer les coniques k_1, k_2 comme des projections de deux coniques $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$, se coupant en deux points et situées dans deux plans différents, R_1, R_2 le centre S de projection étant un point arbitraire de l'espace; donc, la droite d'intersection $\overline{a}$ de ces plans se projette, nécessairement, suivant une des deux cordes communes des courbes k_1, k_2. Soit a cette corde. On peut faire passer par les courbes $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$ un faisceau (P) de quadriques P, ... Si l'on fait la projection sur le plan M des coniques k_1, k_2, un système de courbes u, . . . est donné par les traces des cônes au sommet commun S, circonscrits aux surfaces du faisceau (P). Donc, toute courbe u est la projection de la corube $\overline{u}$, le long de laquelle le cône projetant touche une surface de (P). Le plan de la courbe u est plan polaire du point S par rapport à la quadrique respective P. Ces plans polaires U par rapport à toutes les surfaces de (P) forment donc un faisceau de plans (U) homographique à (P). Par conséquent, les coniques $\overline{u}$, qu'on obtient de cete manière, engendrent une surface cubique spéciale U^3. L'axe $\overline{b}$ du faisceau de plans, qui vient d'être mentionné, est situé dans le plan S, conjugué harmonique au point S par rapport aux plans R_1, R_2. Une des quadriques P, soit P_0, passe par le point S; son plan tangent est, par conséquent, un plan du faisceau (U) et, par suite, les transversales e_1, e_2 menées du point S aux courbes $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$ sont situées sur cette surface et, en même temps, sur U^3. Par conséquent, ce plan tangent coupe b en la droite $\overline{b}$. Il en résulte que la projection de la droite $\overline{b}$ est la corde $\overline{b}$ commune des courbes k_1, k_2, qui forme, avec a un couple. Les droites $\overline{a}$, $\overline{b}$ se coupent au point $\overline{R}$.

Menons, par le point S, une droite $\overline{p}$ arbitraire; soit P sa trace en M. Soit $\overline{U}$ le point d'intersection du plan U avec $\overline{p}$; ce plan contient la courbe

$\overline{u}$; désignons par $\overline{p_\mu}$ la polaire du point U par rapport à $\overline{u}$; sa projection sur M est la polaire du point P par rapport à la courbe u.

La droite $\overline{p}_\mu$ est la polaire de la droite $\overline{p}$ par rapport à la surface respective P dans le faisceau (P). Si U pivote autour de la droite $\overline{b}$, la droite $\overline{p_\mu}$ décrit un système de droites sur une quadrique H. Par conséquent, les polaires du point P par rapport aux courbes u du système considéré enveloppent une conique (P), dont les tangentes sont les projections du système énoncé des droites sur H. A ce système de droites appartient aussi la droite $\overline{a}$; sur H est située, de même, la droite $\overline{b}$ qui coupe toutes les droites du système $\overline{p_\mu}$, . . .

Menons, par le point S, une deuxième droite $\overline{p'}$, dont la trace en M soit désignée par P'. Les polaires de la droite $\overline{p'}$ par rapport aux surfaces du faisceau (P) forment un système de droites sur une quadrique H′, qui contient aussi la droite a . On arrive ainsi à la courbe (P'), enveloppe des polaires du point P' par rapport aux courbes u, . .

Si $\overline{p'}$ coupe le plan U au point $\overline{U'}$ et si $\overline{p_\mu}'$ est la polaire du point $\overline{U'}$ par rapport à $\overline{u}$ et, par suite, une droite de H′, le point d'intersection Q_μ des droites $\overline{p_\mu}$, $\overline{p'}_\mu$ est le pôle de la droite $(\overline{UU'})$ par rapport à $\overline{u}$; ce point d'intersection est projeté sur M suivant le pôle Q_μ de la droite $q = (PP')$ par rapport à la courbe u. Les deux quadriques H, H′ ont, en commun, les droites $\overline{a}$, $\overline{b}$; par conséquent, elles ont, en commun, encore une conique $(\overline{q})$, dont la projection sur M est le lieu (q) des pôles de la droite q par rapport aux courbes u, . . . du système considéré.

De cette sorte, au faisceau de droites $\overline{p}$, $\overline{p'}$, . . . situées dans le plan $Q = (\overline{pp'})$, correspond un faisceau de quadriques H, H′, . . . qui contiennent toutes les droites $\overline{a}$, $\overline{b}$ et la conique $(\overline{q})$. Si l'on fait la projection de S sur M, le contours des surfaces H, H′, . . . fournissent les courbes (P), (P'), . . . , et la projection (q) de la courbe $(\overline{q})$ est bitangente à tous ces contours.

Soient $\overline{A'}$, $\overline{B'}$ les points d'intersection de la courbe $(\overline{q})$ avec, respectivement, les droites $\overline{a}$, $\overline{b}$; soit, de plus, $\overline{M}$ le point d'intersection des tangentes de cette courbe en ces points. Les sommets des cônes circonscrits aux surfaces H, H′, . . . le long de la courbe $(\overline{q})$ sont situées sur la droite $\overline{MR}$, puisque $(\overline{Ma})$ et $(\overline{Mb})$ sont leurs plans tangents communs. Si $\overline{g}$ est l'intersection du plan $(S\overline{MR})$ avec le plan de la courbe $(\overline{q})$, son pôle $\overline{G}$ est situé sur tous les plans polaires du point S par rapport à ces cônes; par conséquent, les points d'intersection de chacun de ces plans avec $(\overline{q})$ sont situées sur une droite passant par le point $\overline{G}$ se trouvant sur la droite $(\overline{A'}\ \overline{B'})$. Par ces points passe la courbe de contour de la surface respective H. Si l'on fait la projection de S sur M, il en résulte que pour toutes les courbes polaires (P), (P'),, . . . , correspondant aux points P, P', . . . de la droite q, les points de contact avec la courbe polaire (q) de la droite q se trouvent sur les droites passant par un point G. Les courbes (P), (P'), . . . se correspondent à eux-mêmes dans l'involution plane au centre G et dont l'axe g est la projection de la droite $\overline{g}$. Dans cette involution, les droites a

et b se correspondent l'une à l'autre. Il en suit que les droites joignant les points de contact des droites a, b avec les coniques (P), (P'), . . . , passent par le point G.

On peut aboutir aux mêmes résultats en tenant compte de ce que les plans polaires du point S par rapport aux quadriques H, H′, . . . forment un faisceau dont l'axe $\overline{o}$ est la droite contenant le point $\overline{G}$ et se trouvant dans le plan conjugué harmonique à S par rapport au plan $(\overline{ab})$ et au plan de la courbe $(\overline{q})$. Le plan $(S\overline{a})$ touche la quadrique H en un point de $\overline{a}$ et le plan $(S\overline{b})$ en un point de $\overline{b}$. La droite $\overline{r}$ joignant ces points est situées dans le plan polaire du point S par rapport à H ; ce plan contient nécessairement la droite $\overline{o}$. Par consequent $\overline{r}$ passe le point $\overline{G}$.

6. Dans ce qui procède, nous avons considéré, sur les quadriques H, H′, . . . les droites d'un système. Les droites de l'autre système sont les droites conjuguées aux points des droites $\overline{p}$, $\overline{p}'$, . . . par rapport au faisceau (P).

Soit, en particulier, $\overline{p}_0$ la droite du plan Q qui apartient au plan $(S\overline{b})$. La droite $\overline{e}$, conjuguée harmonique à $\overline{p}_0$ par rapport aux droites $\overline{e}_1$, $\overline{e}_2$ considérées plus haut, est la polaire de la droite $\overline{p}_0$ par rapport à P_0 ; elle est située, par conséquent, sur une quadrique respective H, laquelle soit désignée par H_0 . H_0 contient les droites conjuguées de tous les points de $\overline{p}_0$ par rapport au faisceau (P). Soient $\overline{C}_1$, $\overline{C}_2$ les points d'intersection de la droite $\overline{p}_0$ avec les plans des courbes $\overline{k}_1$, $\overline{k}_2$ et $\overline{B}_0$ le point d'intersection de la droite $\overline{p}_0$ avec la droite $\overline{b}$. Les droites, conjuguées des points S, $\overline{C}_1$, $\overline{C}_2$, sont: la droite $\overline{b}$, la polaire $\overline{c}_1$ du point $\overline{C}_1$ par rapport à $\overline{k}_1$ et la polaire $\overline{c}_2$ du point $\overline{C}_2$ par rapport à $\overline{k}_2$. Puisque les couples $\overline{C}_1$ $\overline{C}_2$, $\overline{B}_0$ S sont conjugués harmoniques, la droite $\overline{f}$ de H_0, passant par le point S et différente de $\overline{e}$, est, nécessairement harmonique à $\overline{b}$ par rapport à $\overline{c}_1$ et $\overline{c}_2$; par conséquent, elle coupe la droite $\overline{a}$ au point E_β', conjugué harmonique à $\overline{R}$ par rapport aux points d'intersection de cette droite avec les droites $\overline{c}_1$ et $\overline{c}_2$. Si l'on fait la projection de S sur M, on obtient les projections c_1, c_2 des droites $\overline{c}_1$, $\overline{c}_2$ comme polaires du point $(b\,.\,q)$ par rapport aux coniques k_1, k_2 ; leur point d'intersection E_β est, en même temps, la projection de la droite e, tandis que la projection E_β' du point $\overline{E}_\beta'$ est le point d'intersection de la droite a avec la droite conjuguée harmonique à b par rapport à c_1 et c_2. Les droites de la surface H_0 sont projetées suivant les faisceaux de droites aux centres E_β et E_β'. Le plan polaire du point S est le plan projetant $(S\overline{ef})$; par suite, la droite $(E_\beta\, E_\beta')$ est, en même temps, projection de la droite $\overline{o}$ et passe par le point G ; celui ci est, par conséquent, identique au point désigné, plus haut, par D.

Les coniques $\overline{u}$, . . . sont situées dans des plans contenant $\overline{b}$, dont chacun coupe R_1 et R_2 en des droites, conjuguées harmoniques par rapport à $\overline{b}$ et $(S\overline{a})$; il en résulte encore, que les cordes de contact d'une courbe quelconque du système u, . . . avec k_1 et k_2 passent par le point R

et sont conjuguées harmoniques par rapport aux droites a, b. On arrive, ainsi, aux résultats trouvés plus haut à l'aide de figures planes.

7. Considérons, maintenant, dans le plan, *le système de coniques $u, \ldots$, passant par un point donné P, touchant une droite donnée m et bitangentes à une conique donnée k.*

On peut exprimer un tel système simplement à l'aide d'une quadrique P. En effet, choisissons, hors du plan M contenant le système considéré, un point arbitraire S comme centre de projection et soit P une quadrique arbitraire inscrite au cône projetant du point S la conique donnée k. La droite (SP) coupe la surface P en deux points P', P_1' et le plan (Sm) la coupe suivant une conique m'. Par cette conique passe un cône K ayant le point P' pour sommet. Un plan tangent arbitraire de ce cône coupe P en une conique u' touchant la courbe m' et passant par le point P'. La projection u de la conique u' est, par conséquent, une conique du système en question. Le cône projetant la conique u' coupe P en une autre conique passant par le point P_1' et touchant encore la conique m'; cette conique est située dans un plan tangent du cône passant par la courbe m' et au sommet P_1'. Donc, ce cône conduit au même systême de coniquès.

La conique k est la projection de la courbe de contour k' sur P; désignons par R′ son plan et par P_0' la trace de la droite (SP) dans ce plan. Le plan tangent de la surface P au point P' coupe R′ en une droite p_0', laquelle est la polaire du point P_0' par rapport à k'. Soient A', B' les points d'intersection des courbes k', m' et C', D' les points d'intersection de la droite p_0' avec k'. Les droites $(P'C')$, $(P'D')$ sont des droites communes aux deux surfaces K, P; par conséquent, la trace du cône K dans le plan R′ est la conique w' passant par les points A', B', C', D' et touchant les droites $(P_0'A')$, $(P_0'B')$.

Si F', G' sont les points d'intersection d'une tangente arbitraire de w' avec la courbe k', une des coniques u' passe par ces points et par le point P'. Il en suit:

„Les cordes de contact des courbes $u, \ldots$ avec k ont pour enveloppe une conique w, passant par les points A, B, points d'intersection de m avec k, laquelle touche en ces points les droites (AP), (BP) et coupe k encore aux points C, D, situés sur la polaire p_0 du point P par rapport à la courbe k.“

La tangente de la courbe u' au point $1'$, où celle-ci touche la courbe m', coupe $(F'G')$ au point $2'$ sur la droite $(A'B')$, d'où il résulte que le point de contact 1 de la coniques u avec m et le point d'intersection 2 de la corde de contact (FG) avec m sont conjugués par rapport à k.

Si l'on choisit le point 1 sur m, on peut mener deux coniques, touchant, en ce point, la droite m et appartenant au système en question, puisqu'on peut mener, par le point 2, deux tangentes à w. Cela est évident aussi par le fait que ces coniques passent par les points P, 1 et par le point 1^* infiniment voisin à 1 sur m.

On sait que, si dans le plan d'une conique est donné un triangle *1 1* P* quelconque, deux quelconques de ses sommets, considérés comme un couple de points, et les points d'intersection du côté qui les contient avec la conique, comme une deuxième paire, déterminent une involution dont les points unis appartiennent aux cordes de contact de cette conique avec les coniques qui la touchent en deux points et sont circonscrites au triangle *1 1* P*; par-là, on arrive, en ce cas, aux cordes de contact de la courbe k avec les deux coniques u touchant la droite m au point l.

Si le point P, la droite m et la conique k sont données, et l'on fait passer par le point P une droite arbitraire, ce point et son point d'intersection avec m donnent une paire de l'involution, ses points d'intersection avec k en donnent une seconde; si la droite pivote autour du point P, les points unis de cette involution parcourent la conique w.

On arrive ainsi à la construction de coniques passant par un point donné P, touchant une droite donnée m et qui ont avec une conique donnée k un contact du troisième ordre. Car il est évident que les points de contact de coniques à construire, avec k, sont les points de contact des tangentes communes aux courbes k et w.

8. Posons, maintenant, la question: quelle est l'enveloppe (l) des polaires d'un point arbitraire L par rapport aux courbes $u, \ldots$ du système donné.

Pour trouver cette courbe, joignons L à S par une droite, dont le point d'intersection avec R′ soit L'. Soit M' un point quelconque de cette droite. Par la droite $(P'\,M')$ passent, en général, deux plans tangents au cône K, lesquels coupent P en deux coniques u_1', u_2' passant par le point P' et se coupant, en outre, au point D_μ' de la droite $(P'\,M')$. Soient m_1', m_2' les polaires du point M' par rapport à u_1' et u_2'. Les projections de ces polaires sont, évidemment, les polaires du point L par rapport aux coniques respectives u_1, u_2 du système donné. Les droites m_1', m_2' se coupent sur la droite $(P'\,M')$ au point R_μ' conjugué harmonique de M' par rapport aux points P', D_μ'. Le plan $(m_1'\,m_2')$ est plan polaire du point M' par rapport à la surface P; par conséquent, ce plan passe par la polaire d' de la droite $(S\,L)$ par rapport à P, identique, d'ailleurs, à la droite polaire du point L' par rapport à k'.

Le plan (PSL) coupe P en une conique s' passant par les points P', P_1', laquelle est le lieu des points D_μ'. Par suite, lorsque M' parcourt $(S\,L)$, le point R'_μ parcourt une conique r' touchant la conique s' au point P' et passant par le point P_0'; cette conique est homologique à s', le point P' et la droite $(S\,L)$ étant, respectivement, centre et axe de l'homologie. Les droites m_1', m_2' décrivent une surface réglée U contenant la conique double r, la droite directrice d' et dont les génératrices touchent le cône K. Donc, cette surface est déterminée par les figures directrices r', d', K. Si U' est le point d'intersection de d' avec le plan $(P'\,SL)$, la droite $(P'\,U')$ coupe la droite (SL) au point conjugué à U' par

rapport à P, de sorte que U' est son conjugué harmonique par rapport au point P' et au deuxième point d'intersection de la droite $(P'\ U')$ avec s'.

Par conséquent, la droite d' coupe r' au point U'. La droite d' est génératrice double de U, car par un quelconque de ses points G' passent deux plans tangents au cône K, dont chacun coupe r', outre le point P', en un point, les droites joignant ces deux points à G' étant des génératrices de U. Cette surface est du quatrième ordre. C' est ce qui suit aussi du fait qu'une droite g', quelconque la coupe en quatre points. Par les droites q', d' et par la conique r', étant pris pour figures directrices, est déterminée une surface cubique gauche, dont la projection propre d'un de ses points P est un cône quadratique ayant avec K quatre plans tangents communs. Les droites de la surface dans ces plans appartiennent aussi à la surface U et fournissent, avec r' et d', l'intersection complète des deux surfaces. Les points d'intersection de ces plans avec q' sont, par suite, tous les points communs de cette droite avec U. Par consequent, U est une surface rationnelle, dont la cubique double se décompose en une droite d' et en une conique r', qui la coupe au point U'. Un plan arbitraire coupe U en uns courbe rationnelle du quatrième ordre. La projection de cette surface d'un point quelconque est un cône de la quatrième classe, puisque le rang d'une surface algébrique gauche est égale à son ordre. On sait que cette surface est corrélative à elle-même. Car les plans joignant les génératrices de la surface et qui se coupent sur la droite d', étant, par conséquent, des plans tangents doubles de U, ont pour enveloppe un cône quadratique L.[1]) Par suite, on peut prendre, comme figures directrices, de U, la droite d', le cône L et la conique en laquelle un plan tangent arbitraire du cône L coupe la surface U. Les points d'intersection de droites de cette sorte avec r' fournissent une correspondance involutive bivoque (2); d'où il résulte que les traces des plans tangents du cône L dans le plan $(P'\ S\ L)$ enveloppent une conique v' ayant une position générale par rapport à r'. Par suite, le cône projetant U du point S est de la quatrième classe et les plans tangents menés par le pont S au cône L ainsi que le plan $(S\,d')$, sont ses plans tangents doubles. Il en suit:

„Les polaires d'un point arbitraire L par rapport aux coniques du système $u, \ldots$ ont pour enveloppe une courbe biquadratique rationnelle (l); la polaire d du point L par rapport à la conique donnée k est une tangente double de la courbe."

9. Pour obtenir, d'une manière aussi simple que possible, les deux autres tangentes doubles de la courbe (l), choisissons la surface P de sorte qu'elle passe par la courbe k, k' étant identique à k; ensuite, on peut encore choisir la courbe s' dans le plans $R^* = (P'\ S\ L')$ de sorte que son rabattement sur le plan M soit une conique arbitraire k_1 touchant la courbe k en ses points d'intersection avec (PL) et coupant la droite (SP) en des

---

[1]) Voir p. ex. R. Sturm: Liniengeometrie, I. Teil, p. 56.

points réels; ou bien, dans le cas où (SP) coupe la courbe en des points réels, que le rabattement coïncide simplement avec la courbe k, de sorte que le centre rabattu S_0 coïncide avec le pôle de la droite (PL) par rapport à la courbe k. Alors, on a $P_0 = P$, $L' = L$ et le point P' rabattu est un des points d'intersection de $(S_0 P)$ avec, respectivement, k_1 ou k. Il est indifferent lequel de ces deux points on choisit; soit P^* l'un d'eux. Désignons par r le rabattement de r'. La courbe r passe alors par les points P^*, P_0, U' et est homologique, respectivement, à la courbe k_1 ou k, P^* et $(L S_0)$ étant, respectivement, centre et axe de l'homologie. Par cette voie, on arrive facilement aux courbes v' et n qui sont l'intersection du cône L avec les plans R* et M.

Menons, d'un point quelconque D de $d = d'$, les tangentes d_1, d_2 à la conique w; soient D_1, D_2 leurs points d'intersection avec la droite $(L P_0)$; les droites $(D_1 P^*)$, $(D_2 P^*)$ sont alors les rabattements des droites en lesquelles les plans tangents, menés par le point D au cône K, coupent le plan R*. Les droites $(D_1 P^*)$ et $(D_2 P^*)$ coupent la courbe r aux points R_1, R_2, qui sont les rabattements des points R_1', R_2' de r'. Soit R_{12} le point d'intersection des droites $(R_1 R_2)$, (LP_0). Le plan $(R_1' R_2' D)$ est un plan tangent du cône L, coupant R* en la droite $(R_1' R_2')$ et M en la droite $(R_{12} D)$.

Quand le point D parcourt la droite d', la droite $(R_1' R_2')$ enveloppe la conique v' et $(R_{12} D)$ enveloppe la conique n, tandis que $(R_1 R_2)$ enveloppe la conique v, le rabattement de la conique v'. Si l'on fait correspondre, pour toute position du point D, à la droite $(R_1' R_2')$ la droite $(R_{12} D)$, on obtient une homologie entre les plans R* et M, le centre d'homologie étant le sommet V du cône L, tandis que, si l'on fait correspondre aux droites $(R_1 R_2)$ les droites respectives $(R_{12} D)$, on obtient, dans M, uns homologie ayant (PL) pour axe et dont le centre V_0 est la projection du point V sur le plan M dans la direction $(S S_0)$. Par suite, la projection V^* du point V sur M, le point S étant centre de projection, est le point d'intersection des deux tangentes doubles cherchées de la courbe (l). Par conséquent, le point V^* est situé sur la droite $(V_0 S_0)$; c' est le point correspondant, dans la dernière homologie, au point S_0. Les deux tangentes doubles à déterminer sont tangentes de la courbe n passant par le point V^*.

Toutes les surfaces U, auxquelles on parvient de cette manière, contiennent les droites $(P_0 A')$, $(P_0 B')$; donc, toutes les courbes (l) touchent les droites $(P A)$, $(P B)$. Les points L' de la courbe w^* polaire de la courbe w' par rapport à k', mènent a des surfaces biquadratiques U pour lesquelles la droite d' touche le cône K; cette droite est, par suite, une droite directrice simple et, en même temps, une génératrice simple, tandis que r' est toujours la conique double. Par conséquent, les plans menés par la droite d' sont des plans triplement tangents. Par suite, la courbe est, en ce cas, de la quatrième classe; elle a d pour tangente triple.

10. Puisque le système de coniques $u, \ldots$ donné se change, par la polarité, en un système du même genre, on a le résultat suivant:

„Les pôles d'une droite donnée l par rapport aux coniques du système donné parcourent une biquadratique rationnelles (L) ayant pour point double le pôle de la droite par rapport à k."

Pour construire les deux autres points doubles de la courbe (L), construisons, en tenant compte de la polarité mentionnée tout à l'heure, le pôle D de la droite l, le pôle M de la droite m et la polaire p du point P par rapport à k, ainsi que la conique w^* qui touche les tangentes ménées du point P à k aux points d'intersection avec m et qui, de plus, touche les tangentes menées de M à k. Prenons, en outre, la conique k_1 touchant k aux points situés sur la droite $s = (D\,M)$ de sorte qu' il y ait, par le point (sm), deux tangentes réelles à cette courbe ; soit p^* une d'elles. Par chaque point de p^* peut être menée à k_1 une deuxième tangente ; la droite, conjuguée harmonique au point $(s\,.\,l)$ par rapport à cette tangente et la droite p^* ont pour enveloppe la conique r^* touchant la courbe k_1 au point de p^*, la droite m et la droite joignant les points D et $I = (m\,.\,l)$. Si l'on mène par D une droite h coupant w^* en des points réels, et si l'on coupe, ensuite, les droites joignant ces points à I par la droite p^* et que l'on mène, par les points d'intersection obtenus, des tangentes à r^*, différentes de p^*, ces tangentes se coupent au point E et la droite $r_{12} = (E\,I)$ coupe la droite h au point E^*. Si la droite h pivote autour du point D, le point E parcourt une conique e et le point E^* une conique e^* homologique. Construisons l'axe de cette homologie et à l'aide de cet axe la droite s^* homologique à la droite s. La droite s^* coupe e^* aux points doubles cherchés. Si, cependant, l est tangente de la courbe w, la courbe (L) possède un point triple ; c'est le pôle de cette droite par rapport à k.

11. On peut parvenir à la courbe (L) aussià l'aide des courbes (l), correspondant aux différents points $L_1, L_2, \ldots$ de l. Les droites $(S\,L_1)$, $(S\,L_2)$ fournissent deux surfaces U_1, U_2, analogues de la surface U. Désignons les polaires des droites $(S\,L_1)$, $(S\,L_2)$ par rapport à la surface P, qu'on peut, pour plus de simplicité, faire passer directement par la courbe k, par d_1, d_2 leur point d'intersection par Q. Si T_1, T_2 sont les points d'intersection d'un plan tangent arbitraire T du cône K avec, respectivement, les droites $(S\,L_1)$, $(S\,L_2)$, le plan polaire T_1 du point T_1 par rapport à P coupe le plan T en une droite appartenant à la surface U_1 et le plan polaire T_2 du point T_2 en une droite appartenant à la surface U_2. Les deux droites se coupent au point T dont la projection du point S est un point de la courbe (L).

Le plan $(S\,L_1L_2)$ coupe T et K en des courbes, désignées, respectivement, par f', f_1' ; ce plan coupe le plan T suivant la tangente t' de la courbe f_1', le plan T suivant une droite t_1', polaire du point T_1, et le plan T_2 suivant une droite t_2', polaire du point T_2 par rapport à la courbe f'. Par conséquent, la droite (QT'), commune aux plans T_1, T_2, coupe le plan $(S\,L_1\,L_2)$ en un point T', pôle de la droite $(T_1\,T_2)$ par rapport à la courbe f'. Donc, la droite $(T_1\,T_2)$ enveloppe la courbe f_1' et le point correspondant T' pacourt la conique f_2' corrélative à f_1' par rapport à f'. On arrive ainsi à une

homographie entre les plans tangents du cône K et les droites du cône $(Q\, f_2')$, projetant f_2' de Q; par cette homographie est déterminée, en même temps, la correlation de deux gerbes aux sommets, respectivement, P' et Q. Ces gerbes engendrent une quadrique Q et les deux cônes homographiques une biquadratique gauche (L'), intersection du cône $(Q\, f_2')$ avec. la quadrique Q. Par conséquent, sa projection (L) est, de même, une courbe du quatrième ordre et la courbe (L') possède le point double Q qui est aussi point double de la courbe (L). Les sécantes doubles de la courbe (L') par le point S coupent le plan M aux deux autres points doubles de la courbe (L).

Un plan arbitraire H coupe les deux gerbes considérées, aux sommets Q et P', en deux systèmes corrélafifs et les points du premier système situés sur les droites correspondantes du deuxième parcourent une conique h_i appartenant à la quadrique Q. Prenons, pour H, d'abord le plan $(S\, l)$ et, ensuite, un plan quelconque contenant la droite $(S\, Q)$ et construisons les coniques h_i $(i = 1, 2)$ qui sont l'intersection de ces plans avec la quadrique. Il est évident que h_1 coïncide avec la courbe f_1'. Le deuxième plan coupe le cône $(Q\, f_2')$ en deux droites; les plans tangents du cône K, qui leur correspondent, les coupent en deux points; la courbe h_2 respective les contient, ainsi que Q, et coupe le plan $(S\, L_1\, L_2)$ en des points de la conique f_1'; par-là elle est déterminée. Ensuite, on peut construire les plans polaires du point S par rapport aux quadriques Q et $('Q\, f_2')$ et leur droite d'intersection i'. Le plan (Si') coupe (L') en quatre points situées sur deux droites passant par S; on les obtient par une construction bien connue. Ces droites coupent M aux deux autres points doubles de la courbe (L).

On se rend facilement compte que le faisceau de quadriques déterminé par la courbe (L') coupe la droite $(Q\, S)$ en une ponctuelle ayant cette propriété que les plans tangents des surfaces du faisceau aux points de cette ponctuelle se coupent en une droite j' et les sécantes doubles de la coube (L') menées par les points de $(Q\, S)$ forment une surface gauche cubique pour laquelle $(Q\, S)$ est une directrice double, j' une directrice simple. On obtient la génératrice de cette surface dans un plan quelconque passant par la droite $(Q\, S)$ comme la droite joignant les points d'intersection de ce plan avec la courbe (L') dont la construction a été donnée plus haut. Les droites i_1', i_2' de cette surface cubique passant par le point S coupent aux deux points doubles cherchés de la courbe (L).

Le plan $(S\, j')$ coupe M en une droite, joignant ces deux points, et les surfares Q, K en deux coniques dont les points communs sont situées, deux à deux, sur i' et i_2'. Deux couples quelconques de points conjugués par rapport à ces deux coniques sont projetés du point S suivant une involution; les droites unies de cette involution sont i', i_1'.

Si, en particulier, l est tangente de w, cette droite touche la courbe f_1' et S est son pôle par rapport à f'; la droite $(Q\, S)$ coupe $(L)'$, sans compter Q, encore en son point d'intersection avec le plan $(P'\, l)$; par conséquent, la courbe (L) possède, comme il a été mentionné plus haut, le point triple Q.

12. On obtient un cas particulier, si la conique k se décompose en un couple de points $A\,B$. En ce cas, choisissons, la surface P de sorte qu'elle contienne les droites $S\,A$, $S\,B$. La courbe m', située sur cette surface dans le plan $(S\,m)$, passe aussi par le point S et touche en ce point le plan $(S\,A\,B)$; la droite $S\,P$ coupe P encore au point P', sommet du cône K passant par la courbe m'. Les plans tangents de ce cône coupent P en des coniques passant par le point P' et coupant les droites $S\,A$, $S\,B$.

Les projections de ces coniques fournissent, par conséquent, *le système u, . . . de coniques dans le plan* M, *circonscrites au triangle* $A\,B\,P$ *et touchant la droite m.*

La surface U qui correspond à la droite $(S\,L)$ n'a pas changé essentiellement. Sa conique double r' est située dans le plan $(S\,L\,P)$ et passe par le point S. La droite commune aux deux plans $(S\,L\,P)$ et $(S\,A\,B)$ la coupe, outre au point S, encore au point par lequel passe la droite double d de la surface U; cette droite, étant la polaire de la droite $(S\,L)$ par rapport à la surface P, est située dans son plan tangent $(S\,A\,B)$. Puisque S est situé sur r', le cône projetant la surface U du point S se décompose en deux faisceaux de plans et en un cône quadratique propre.

Il en résulte:

„Les polaires d'un point donné L par rapport au système $u, \ldots$ enveloppent une conique (l)."

Pour obtenir le lieu (L) des pôles d'une droite donnée l par rapport au système $u, \ldots$, choisissons, sur l, deux points L_1, L_2 et déterminons les surface U_1, U_2, relatives aux droites $(S\,L_1)$. $(S\,L_2)$, comme dans le cas général. Les droites doubles d_1, d_2 de ces surfaces se coupent au point Q' situé dans le plan $(S\,A\,B)$. Par ce point passe la droite double d de toute surface U relative à une droite $(S\,L)$ quelconque passant par le point S dans le plan $(S\,L_1\,L_2)$, par conséquent, aussi à la droite $(S\,L_0)$ où ce plan coupe le plan $(S\,A\,B)$. Puisque $(S\,L)$ et d sont des polaires par rapport à P, la droite double d de la surface relative à $(S\,L_0)$ est conjuguée harmonique de cette droite par rapport à $(S\,A)$ et $(S\,B)$.

Il en suit que le point double Q de la courbe (L), étant la projection du point Q', est conjugué harmonique à la droite l par rapport aux points A, B. On obtient ainsi le résultat suivant:

„Le lieu des pôles d'une droite donnée l par rapport aux coniques du système $u, \ldots$ est une courbe rationnelle du quatrième ordre (L); ses points doubles se trouvent sur les côtés du triangle $A\,B\,P$ et sont conjugués harmoniques à la droite l par rapport aux sommets du triangle."

Pour le système corrélatif de coniques $u, \ldots$ inscrites au triangle donné ABP et passant par un point fixe, on obtient comme lieu des pôles de la droite donnée l une conique (L) et comme enveloppe (l) des polaires du point donné L une courbe rationnelle de la quatrième classe dont les tangentes doubles sont conjuguées harmoniques au point L par rapport aux côtés du triangle $A\,B\,P$.

Sur les propriétés polaires de certains systèmes de coniques.

II.

Par

J. SOBOTKA.

Présenté le 5 mars 1926.

1. On peut exprimer, d'une manière analytique simple, un système spécial de coniques circonscrites à un triangle donné et touchant une droite donnée, ainsi que le système corrélatif. Considérons, par ex., le système de coniques inscrites à un triangle donné $A_1 A_2 A_3$ et passant par un point fixe $P \equiv E$. Prenons ce triangle pour triangle de référence et le point E pour le point (1, 1, 1). L'équation ponctuelle d'une conique inscrite au triangle de référence a, en général, la forme suivante:

$$a_1^2 x_1^2 + a_2^2 x_2^2 + a_3^2 x_3^2 - 2a, a_2 x_1 x_2 - 2a_1 a_3 x_1 x_3 - 2a_2 a_3 x_2 x_3 = 0.$$

Si une telle conique contient, en outre, le point E appartenant, de la sorte, à notre système, on a

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 - 2a_1 a_2 - 2a_1 a_3 - 2a_2 a_3 - 0.$$

Si l'on pose $a_2 = \lambda^2 a_1$, on obtient, en vertu de la dernière équation

$$a_3 = (1 \pm \lambda)^2 a$$

de sorte que l'équation du système de coniques en question est

$$(x_1 - \lambda^2 x_2)^2 + (1 \pm \lambda)^2 [(1 \pm \lambda)^2 x_3 - 2x_1 - 2\lambda^2 x_2] x_2 = 0. \qquad (1)$$

De l'autre côté, on a, dans les coordonnées tangentielles,

$$(1 \pm \lambda)^2 u_1 u_2 + \lambda^2 u_1 u_3 + u_2 u_3 = 0. \qquad (2)$$

En vertu de l'équation (1) on obtient, pour les polaires d'un point arbitraire y_i par rapport aux coniques du système, les coordonnées déterminées par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} \varrho\, u_1 &= y_1 - \lambda^2 y_2 - (1 \pm \lambda)^2 y_3 \\ \varrho\, u_2 &= -\lambda^2 y_1 + \lambda^4 y_2 - (1 \pm \lambda)^2 y_3 \\ \varrho\, u_3 &= (1 \pm \lambda)^2 [-y_1 - \lambda^2 y_2 + (1 \pm \lambda)^2 y_3]. \end{aligned} \tag{1'}$$

Par conséquent, les polaires du point y_i ont pour enveloppe une courbe rationnelle de la quatrième classe (l). Des dernières équations résultent ces autres:

$$\begin{aligned} \varrho\, [(1 \pm \lambda)^2 u_2 + \lambda^2 u_3] &= -2\lambda^2 (1 \pm \lambda)^2 y_1 \\ \varrho\, [(1 \pm \lambda)^2 u_1 + u_3] &= -2\lambda^2 (1 \pm \lambda)^2 y_2 \\ \varrho\, (\lambda^2 u_1 + u_2) &= -2\lambda^2 (1 \pm \lambda)^2 y_3 \end{aligned} \tag{2'}$$

qui donnent la relation:

$$y_1 : y_2 : y_3 = [(1 \pm \lambda)^2 u_2 + \lambda^2 u_3] : [(1 \pm \lambda)^2 u_1 + u_3] : (\lambda^2 u_1 + u_2) \tag{2}$$

d'où il résulte que le lieu des pôles de la droite donnée u par rapport au système considéré est une conique j. On obtient facilement l'équation de cette conique sous la forme:

$$\begin{aligned} &[u_1 x_1 (u_1 - u_2 + u_3) + u_2 x_2 (-u_1 + u_2 + u_3) - u_3 x_3 (u_1 + u_2 + u_3]^2 - \\ &\quad - 4 u_1 u_2 (-u_1 x_1 + u_2 x_2 + u_3 x_3) (u_1 x_1 - u_2 x_2 + u_3 x_3) = 0 \end{aligned}$$

d'où l'on déduit la forme symétrique

$$\begin{aligned} &u^2{}_1 x^2{}_1 (u^2{}_2 + u^2{}_2 + u^2{}_3 + 2u_1 u_2 + 2u_1 u_3 - 2u_2 u_3) + \ldots \\ &\quad - 2 (u_1 + u_2 + u_3) [x_1 x_2 u_1 u_2 (u_1 + u_2 - u_3) + \ldots] = 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Pour les droites u_i passant par le point E cette équation se réduit à la suivante:

$$u_1 x_1{}^2 + u_2 x_2{}^2 + u_3 x_3{}^2 = 0.$$

2. On tire de la relation (2) ci-dessus encore des équations pour $y_1 : y_3$ et $y_2 : y_3$, qui ont, toutes les reductions faites, la forme:

$$\begin{aligned} &\lambda^2 (u_2 y_3 + u_3 y_3 - u_1 y_1) \pm 2\lambda u_2 y_3 + u_2 (y_3 - y_1) = 0 \\ &\lambda^2 u_1 (y_1 - y_2) \pm 2\lambda u_1 y_3 + (u_1 y_3 + u_3 y_3 - u_2 y_2) = 0. \end{aligned}$$

En éliminant λ, on obtient

$$\begin{vmatrix} u_2 y_3 + u_3 y_3 - u_1 y_1 & \pm 2 u_2 y_3 \\ u_1 (y_3 - y_2) & \pm 2 u_1 y_3 \\ 0 & u_2 y_3 + u_3 y_3 - u_1 y_1 \\ 0 & u_1 (y_3 - y_2) \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} u_2 (y_3 - y_1) & 0 \\ u_1 y_3 + u_3 y_3 - u_2 y_2 & 0 \\ \pm 2 u_2 y_3 & u_2 (y_3 - y_1) \\ \pm 2 u_1 y_3 & u_1 y_3 + u_3 y_3 - u_2 y_2 \end{vmatrix} = 0.$$

Si l'on développe ce déterminant suivant les deux premières colonnes, on obtient l'équation de la courbe (l)

$$\begin{aligned} &4 u_1 u_2 y_3{}^2 (-u_1 y_1 + u_2 y_2 + u_3 y_3) (u_1 y_1 - u_2 y_2 + u_3 y_3) - [u_1 u_2 (y_1 - y_3) (y_2 - y_3) - \\ &\quad - (u_2 y_3 + u_3 y_3 - u_1 y_1) (u_1 y_3 + u_3 y_3 - u_2 y_2)]^2 = 0. \end{aligned} \tag{4'}$$

On peut transformer cette équation en celle-ci:

$$y_1^2 u_1^4 - \ldots + (y_1^2 + y_2^2 - 4 y_1 y_2) u_1^2 u_2^2 + \ldots + 2 (y_1^2 - y_1 y_2) u_1^3 u_2 + \ldots + \\ + 2 (y_1^2 - y_1 y_3) u_1^3 u_3 + \ldots + 2 (y_1 y_2 - y_3^2) u_1 u_2 u^2_3 + \ldots = 0 \quad (4)$$

où les termes ommis s'obtiennet des précédents par une permutation cyclique des indices. Les équations (3) et (4) doivent être essentiellement identiques.

3. Transformons les coordonnées x_i en de nouvelles coordonnées X_i par les équations

$$\begin{aligned} y_2 x_1 + y_1 x_2 &= \varrho X_3 \\ y_3 x_2 + y_2 x_3 &= \varrho X_1 \\ y_1 x_3 + y_3 x_1 &= \varrho X_2 \end{aligned} \quad (5)$$

Par suite, les nouveaux axes coordonnées sont conjugués harmoniques au point y_i par rapport aux axes du système primitif. Par cette transformation est déterminé le passage des coordonnées tangentielles u_i du système primitif aux coordonnées tangetielles U_i du système nouveau à l'aide des équations

$$\begin{aligned} \sigma u_1 &= y_3 U_2 + y_2 U_3 \\ \sigma u_2 &= y_2 U_1 + y_1 U_3 \\ \sigma u_3 &= y_2 U_1 + y_1 U_2 \end{aligned} \quad (6)$$

L'équation (4′) se change en l'équation qui a, tou tes réductions faites la forme:

$$y_1^4 (y_2 - y_3)^2 U_2^2 U_3^2 + y_2^4 (y_3 - y_1)^2 U_3^2 U_1^2 + y_3^4 (y_1 - y_2)^2 U_1^2 U_2^2 - \\ - 2 y_1^2 y_2^2 (y_3^2 + y_1 y_3 + y_2 y_3 - y_1 y_2) U_3^2 U_1 U_2 - 2 y_2^2 y_3^2 (y_1^2 + y_1 y_2 + y_1 y_3 - \\ - y_2 y_3) U_1^2 U_2 U_3 - 2 y_3^2 y_1^2 (y_2^2 + y_2 y_3 + y_1 y_2 - y_1 y_3) U_2^2 U_3 U_1 = 0. \quad (7)$$

Cette équation rend manifeste que la courbe (l) a les côtés du triangle fondamental pour tangentes doubles ordinaires; ce sont les droites conjuguées harmoniques au point $L = (y_i)$ par rapport aux côtés du triangle $A_1 A_2 A_3$.

Dans le système de coordonnées auqel nous rapportons la courbe (7), le point (1, 1, 1) a, dans le système primitif, les coordonnées proportionnelles aux expressions

$$y_1 (- y_1 + y_2 + y_3),\ y_2 (y_1 - y_2 + y_3),\ y_3 (y_1 + y_2 - y_3),$$

comme le montrent les équations (5).

Si l'on pose, dans l'équation de (l), $u_3 = 0$, elle se réduit à une équation, à laquelle on peut donner la forme

$$(y_1 u_1 - y_2 u_2) (u_1 + u_2)^2 = 0.$$

Donc, par le point A_3 passent, outre la tangente double $X_3 = 0$, deux tangentes infiniment voisines de la courbe (l), dont les coordonnées sont $(1, -1, 0)$; d'où il suit que la droite joignant le point A_3 au point E, dont

l'équation est, dans le système primitif, $x_1 - x_2 = 0$, est tangente à la courbe (l) au point A_3.

4. Chacune des tangentes doubles d'une courbe rationnelle de la quatrième classe la coupe encore en deux points; les six points d'intersection sont situés, comme on sait, sur une conique g et les tangentes de la courbe en ces points touchent une autre conique f. Pour la courbe considérée les points A_1, A_2, A_3 sont trois de ces points d'intersection; les tangentes en ces points se rencontrent en un point E. Par conséquent, les tangentes dans les autres trois points A'_1, A'_2, A'_3 se rencontrent encore en un autre point P'; la courbe f dégénère, en ce cas, en un couple de points $E\,P'$. Comme les droites joignant les points A_1, A_2, A_3, situés sur les côtes du triangle des tangentes doubles, avec ses sommets opposés, se coupent en un point L, les droites joignant les points A'_1, A'_2, A'_3 à ces points se coupent encore en un point L', et les côtes du triangle mentionné de référence sont conjugués harmoniques au point L' par rapport aux côtés du triangle $A'_1, A_2'\, A'_3$. La courbe (l) est destinée univoquement par ses tangentes doubles et par les tangentes aux points A_1, A_2, A_3 ou aux points A'_1, A_2', A'_3. Il en suit que la courbe (l) appartient à deux systèmes de coniques; à savoir, sans compter le système donné, encore au système de coniques inscrites au triangle $A'_1\, A'_2\, A'_3$ et passant par le point P'. Donc, cette courbe est engendrée aussi par les polaires du point L' par rapport aux coniques de ce second système.

On peut préciser cette relation. Pour ce but déterminons d'abord le point A_3'. Par un point arbitraire M de la tangente double passent encore deux tangentes de la courbe (l). Les coordonnées de ce point sont $z_1 = y_1$, $z_2 = -y_2$ et z_3; par conséquent, son équation est

$$y_1\, u_1 - y_2\, u_2 + z_3\, u_3 = 0.$$

Les points d'intersection de ces deux tangentes avec la droite $(A_2\, A_3)$ s'obtiennent en éliminant de cette équation et de l'équation (4') u_1; on obtient par-là l'équation

$$4\, u_2\, u_3^2\, y_1\, y_3^2\, (y_3^2 - z_3^2)\, (u_2\, y_2 - u_3\, z_3) - \{u_2^2\, y_2\, (y_1 - y_3)\, (y_2 - y_3) - \\ - u_2\, u_3\, z_3\, (y_1 - y_3)\, (y_2 - y_3) - [u_2\, (y_1 - y_2) + u_3\, (y_3 + z_3)]\, [u_2\, y_2\, (y_3 - y_1) + \\ + u_3\, y_3\, (y_1 - z_3)]\}^2 = 0$$

qui se décompose en l'équation $u^2_3 = 0$ et en cette autre

$$u_2^2\, [4\, y_1\, y_2\, (y_3^2 - z_3^2) - [(y_2 - y_1)\, z_3 + y_2\, y_3 + y_1\, y_3 - 2\, y_1\, y_2)^2] - \\ - 2\, u_2\, u_3\, (y_2 + z_3)\, [2\, y_1\, z_3\, (y_3 - z_3) + (y_1 - z_3)\, (y_2\, z_3 - y_1\, z_3 + y_1\, y_3 + \\ + y_2\, y_3 - 2\, y_1\, y_2)] - u_3^2\, (y_3 + z_3)^2\, (y_1 - z_3)^2 = 0.$$

Cette équation fournit les points d'intersection des tangentes, menées du point M à (l), avec la droite $(A_2\, A_3)$. Pour que ces tangentes coïncident, il faut que le premier terme de cette équation soit un carré; cela donne la condition

$$\{4\,y_1 y_2 (y_3^2 - z_3^2) - [(y_2 - y_1) z_3 + y_2 y_3 + y_1 y_3 - 2\,y_1 y_2]^2\}\,(y_3 + z_3)^2 (y_1 - z_3)^2 + \\ + (y_3 + z_3)^2 [2\,y_1 z_3 (y_3 - z_3) + (y_1 - z_3)(y_2 z_3 - y_1 z_3 + y_1 y_3 + y_2 y_3 - \\ - 2\,y_1 y_2)]^2 = 0$$

laquelle se décompose en ces trois équations

$$(y_3 + z_3)^2 = 0 \qquad z_3 - y_3 = 0$$

$$(y_2 - y_1) z_3^2 + (y_1 y_3 - y_2 y_3 - y_1 y_2) z_3 + y_1 y_2 y_3 = 0.$$

Cette dernière équation se décompose encore de la manière suivante:

$$z_3 - y_3 = 0, \qquad (y_1 - y_2) z_3 + y_1 y_2 = 0. \tag{8}$$

On obtient, pour $u_3 = 0$, la tangente double $(A_3 M)$ pour

$$z_3 + y_3 = 0,\ z_3 - y_3 = 0$$

es tangentes doubles passant par les points A_2 et A_3, tandis que la dernière équation pour z_3 donne les coordonnées z_i du point A_3'; celles-ci sont, par conséquent, exprimées par la proportion

$$z_1 : z_2 : z_3 = y_1 : -y_2 : \frac{y_1 y_2}{y_2 - y_1} \tag{8'}$$

de la quelle on obtient, par permutation cyclique, les coordonnées des points A_1', A_2'.

L'équation de la conique u circonscrite au triangle fondamental et passant par les points A_1', A_2', A_3' est alors

$$(-y_1 y_2 + y_1 y_3 + y_2 y_3) x_1 x_2 + (y_1 y_2 - y_1 y_3 + y_2 y_3) x_1 x_3 - \\ - (y_1 y_2 + y_1 y_3 - y_2 y_3) x_2 x_3 = 0.$$

On trouve pour la polaire du point E (1, 1, 1) par rapport à cette conique, l'équation

$$y_2 y_3 x_1 + y_1 y_3 x_2 + y_1 y_2 x_3 = \Sigma \frac{x_i}{y_i} = 0.$$

Donc, la polaire e du point E par rapport à u est la polaire du point L par rapport au triangle $A_1 A_2 A_3$ et, par conséquent, la polaire p' du point P' est la polaire du point L' par rapport au triangle A_1', A_2', A_3'. Ces polaires sont, en même temps, polaires des points E, P' par rapport au triangle dont les tangentes doubles sont les côtés. Dans le système transformé le point A_3 possède les coordonnées $(y_2, y_1, 0)$ et le point A'_3 les coordonnées $[y_2 (y_1 y_2 + y_1 y_3 - y_2 y_3), y_1 (y_1 y_2 + y_2 y_3 - y_1 y_3), 0]$, ce qui résulte des équations (5). Par permutation cyclique, on en obtient les coordonnées des points A_1, A_2 et A_1', A_2'. De ces coordonnées suivent les coordonnées x_i du point L; ce point est, en même temps, point d'intersection des droites joignant les points A_3, A_1, A_2, situés sur les côtés du triangle des tangentes doubles, à ses sommets opposés, à savoir

$$\alpha X_1 = y_2 y_3, \qquad \alpha X_2 = y_3 y_1, \qquad \alpha X_3 = y_1 y_2,$$

tandis qu'on obtient, pour le point L', intersection des droites analogues relatives aux points A_3', A'_1, A_2', les coordonnées

$$\beta\, Y_1 = y_2\, y_3\, (y_1\, y_2 + y_1\, y_3 - y_2\, y_3), \qquad \beta\, Y_2 = y_3\, y_1\, (y_1\, y_2 - y_1\, y_3 + y_2\, y_3)$$

$$\beta\, Y_3 = y_1\, y_2\, (-\, y_1\, y_2 + y_1\, y_3 + y_2\, y_3)$$

et pour le point E les coordonnées

$$\gamma\, Z_1 = y_2 + y_3, \qquad \gamma\, Z_2 = y_3 + y_1, \qquad \gamma\, Z_3 = y_1 + y_2.$$

5. Posons

$$y_1\, y_2 + y_1\, y_3 + y_2\, y_3 = \delta,\ y_1\, y_2\, y_3 = \varepsilon;$$

on peut donner aux expressions trouvées tout à l'heure la forme

$$\beta\, Y_1 = \delta\, y_2\, y_3 - y_3^2\, y_3^2 = \delta\, \alpha\, X_1 - 2\, \alpha^2\, X_1^2,$$

$$\beta\, Y_1 = y_1\, y_2\, y_3\, (y_2 + y_3) - y_2^2\, y_3^2 = \varepsilon\, \gamma\, Z_1 - \alpha^2\, X_1^2;$$

on tire de ces équations

$$\beta\, Y_1 = 2\, \varepsilon\, \gamma\, Z_1 - \delta\, \alpha\, X_1$$

où $2\, \varepsilon\, \gamma = \lambda$, $-\, \delta\, \alpha = \mu$ sont des constantes, de sorte qu'on ait

$$\beta\, Y_i = \lambda\, Z_i + \mu\, X_i.$$

Par conséquent, les points E, L, L' se trouvent sur une ligne droite, ce qui a lieu encore pour les points P', L', L; donc, les quatre points E, P', L, L' sont situés sur une droite; cette droite est polaire du point commun aux droites e, p' par rapport à u.

On obtient, en partant des points A_3, A_1, A_2, les points A_3', A_1', A_2' par une simple construction. Désignons par E_i le point d'intersection de la droite $A_i\, E$ avec le côté du triangle $A_1\, A_2\, A_3$, opposé à A_i, et, d'une manière analogue, par L_i le point d'intersection de la droite $A_i\, L$.

On a, pour le point A'_3, en vertu de (8'):

$$z_1 : z_3 = (y_2 - y_1) : y_2, \qquad z_2 : z_3 = (y_2 - y_1) : -\, y_1.$$

Par conséquent, on a

$$\frac{z_1}{z_3} + \frac{y_1}{y_2} = 1, \qquad \frac{z_2}{z_3} + \frac{y_2}{y_1} = 1$$

ce qui donne des relations entre les rapports anharmoniques:

$$(A_1\, A_3\, E_2\, Q_2) + (A_1\, A_2\, E_3\, L_3) = 1,\ (A_2\, A_3\, E_1\, Q_1) + (A_2\, A_1\, E_3\, L_3) = 1$$

où Q_2 est l'intersection des droites $(A'_3\, A_2)$, $(A_1\, A_3)$ et Q_1 l'intersection des droites $(A_3'\, A_1)$, $(A_2\, A_3)$. On tire de ces relations

$$(A_1\, E_2\, A_3\, Q_2) = (A_1\, A_2\, E_3\, L_3), \quad (A_2\, E_1\, A_3\, Q_1) = (A_2\, A_1\, E_3\, L_3).$$

Par conséquent, Q_1, Q_2 sont les points d'intersection de la droite $(E\, L_3)$ avec les droites $(A_3\, A_2)$, $(A_3\, A_1)$ et les droites $(A_1\, Q_1)$, $(A_2\, Q_2)$ se coupent au point A_3' sur la droite $X_3 = 0$. On obtient les points A_1', A_2' d'une manière

analogue. Par conséquent, les droites $(A_i A_k)$, $(L_l E)$ divisent harmoniquement les points A_l, A_l' et il en est de même des droites $(A_i' A_k')$, $(L_l' E')$.

On voit, de ce qui précède, que la courbe considérée est une courbe rationnelle de quatrième classe, très spéciale.

6. Il n'est pas possible d'exprimer la courbe (l) par l'équation (7), si le point L se trouve sur un côté du triangle $A_1 A_2 A_3$, car en ce cas deux tangentes doubles de la courbe (l) coïncident et les équations (5) ne fournissent pas la transformation générale des coordonnées.

Nous considérons ici le cas réciproque.

Il s'agit, donc, de la courbe (L), lieu des pôles de la droite l passant par un des points donnés $\overline{A}_1, \overline{A}_2, \overline{A}_3$, pour le système de coniques passant par ces trois points et touchant une droite donnée p. Supposons que la droite l passe par le point $\overline{A}_3$. On tire, en ce cas, de l'équation (1') l'expression paramétrique suivante de la courbe (L), si u_i désigne les coordonnées de la droite l:

$$\varrho\, x_1 = u_1 - \lambda^2 u_2, \quad \varrho\, x_2 = -\lambda^2 u_1 + \lambda^2 u_2, \quad \varrho\, x_3 = -(1 \pm \lambda)^2 (u_1 + \lambda^2 u_2).$$

L'équation de la courbe (L) est, en ce cas:

$$[(u_1 x_1 + u_2 x_2)\, x_3 + (u_1 x_1 - u_2 x_2)(x_1 - x_2)]^2 + 4\, x_1 x_2 (u_1 x_1 - u_2 x_2)^2 = 0. \quad (9)$$

Cette équation fait voir directement que $\overline{A}_3$ est un point double; les tangentes en ce point coïncident avec la droite donnée l:

$$u_1 x_1 + u_2 x_2 = 0.$$

Par la transformation

$$\begin{aligned} u_1 x_1 + u_2 x_2 &= \varrho\, u_1 X_1 \\ u_1 x_1 - u_2 x_2 &= \varrho\, u_1 X_2 \\ x_3 &= \varrho\, X_3 \end{aligned}$$

l'équation de la courbe devient

$$\{2 u_2 X_1 X_3 - X_2 [(u_2 - u_1) X_1 + (u_2 + u_1) X_2]\}^2 + 4 u_1 u_2 (X_1^2 - X_2^2) X_2^2 = 0.$$

Cette équation montre que le point $X_2 = X_3 = 0$ est encore un point double; les tangentes en ce point sont données par l'équation:

$$[2 u_2 X_3 + (u_2 - u_1) X_2]^2 + 4 u_1 u_2 X_2^2 = 0;$$

donc, elles sont imaginaires conjuguées et le point double est isolé. Par conséquent, la courbe (L) possède un point double ordinaire sur la droite $(\overline{A}_1 \overline{A}_2)$, conjugué harmonique à la droite l par rapport aux points $\overline{A}_1$ et $\overline{A}_2$, tandis que les deux autres points doubles coïncident avec le point $\overline{A}_3$, de sorte que ce point soit point tacnodal de la courbe; la tangente de (L) en ce point coïncide avec la droite l et coupe la courbe en quatre points consécutifs, réunis au points $\overline{A}_3$. Si l'on avait encore $u_1 = u_2$, comme la droite $p = e$ est la droite (1, 1, 1) du système primitif, la droite l joindrait

le point $\overline{A}_3$ au point d'intersection A_1' de la droite p et de la droite $(\overline{A}_1\,\overline{A}_2)$. Alors, l'équation (9) se changerait en celle-ci:

$$(x_1 + x_2)\,[(x_1 + x_2)\,x_3^2 + 2\,(x_1 - x_2)^2\,x_3 + (x_1 + x_2)\,(x_1 - x_3)^2] = 0$$

laquelle on peut mettre, par la transformation

$$x_1 - x_2 = \varrho\,X_1, \qquad x_1 + x_2 = \varrho\,X_2, \qquad x_3 = \varrho\,X_3$$

sous la forme

$$X_2\,(X_2\,X_3^2 + 2\,X_1^2\,X_3 + X_1^2\,X_2) = 0.$$

Par suite, la courbe (L) se décompose en la droite l et en une cubique au point double A_2', conjugué harmonique de A_1' par rapport à $\overline{A}_1, \overline{A}_2$; les tangentes en ce point sont imaginaires conjuguées, étant données par l'équation:

$$X_1^2 + X_3^2 = 0.$$

Donc, A'_2 est un point isolé. Le point $\overline{A}_3$ est point simple de la courbe et la tangente en ce point coïncide avec la droite donnée. Le point A'_1 se trouve, de même, sur la courbe; la tangente t_1 en ce point a l'équation

$$X_2 + 2\,X_3 = 0.$$

La droite p a, dans le cas actuel, l'équation

$$X_2 + X_3 = 0,$$

donc, la tangente t_1 et la droite l sont en relation harmonique aux droites $(\overline{A}_1\,\overline{A}_2)$, p.

L'équation de la courbe montre que ses points d'intersection avec la droite p se trouvent sur les côtés du triangle $\overline{A}_1\,\overline{A}_2\,\overline{A}_3$ et que ce sont ses points d'inflexion. Les tangentes d'inflexion sont, outre t_1, des droites passant par les sommets opposés de ce triangle.

Il en résulte que, pour le système de coniques dualistique, les polaires du point L_0, intersection de la droite joignant le point donné P à un sommet du triangle $A_1\,A_2\,A_3$, p. ex. à A_3, avec le côté opposé, ont pour enveloppe une courbe de la troisième classe; la tangente double de cette courbe est conjuguée harmonique de L_0 par rapport à $(A_1\,A_3)$ et $(A_2\,A_3)$; les droites $(P\,A_1)$, $(P\,A_2)$, $(P\,A_3)$ en sont les tangentes de rebroussement, les points d'intersection de $(A_1\,P)$ et $(A_2\,P)$ avec, respectivement, les côtés $A_2\,A_3$, $A_1\,A_3$ et le point $L_0{}^*$ conjugué harmonique à L_0 par rapport à P et A_3, sont ses points de reboussement.

Si le point L coïncide avec un sommet du triangle $A_1\,A_2\,A_3$, la courbe (l) respective se décompose en le point double coïncidant avec ce sommet et en une conique (l). On obtient ainsi, en vertu de l'équation (3), pour $L = A_1$, l'équation

$$u^2{}_1\,(u^2{}_1 + u^2{}_2 + u^2{}_3 + 2\,u_1\,u_2 + 2\,u_1\,u_3 - 2\,u_2\,u_3) = 0.$$

Cette conique est exprimée, dans les coordonnées ponctuelles, par l'équation

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 - x_2 x_3 = 0;$$

donc, elle est circonscrite au triangle $A_1 A_2 A_3$; ses tangentes aux sommets A_2, A_3 sont $(P A_2)$, $(P A_3)$, tandis que la tangente en A_1 est conjuguée harmonique à P par rapport aux côtés $A_1 A_2$ et $A_1 A_3$.

7. Si l'on transforme la courbe (7) en faisant correspondre à ses tangentes leurs pôles harmoniques par rapport au triangle formé par les tangentes doubles de cette courbe, c. à d., si l'on pose $U_i x_i = \varrho$, cette courbe se transforme en une conique. Donc, si la courbe (7) doit se décomposer en une courbe de la troisième classe, il faut que cette conique passe par un sommet du triangle considéré. Par conséquent, il faut qu'un coëfficient des trois premiers termes de (7) s'annule. Supposons p. ex. que cela ait lieu pour le premier. En ce cas, on a ou $y_1 = 0$, ou bien $y_2 = y_3$.

Le premier cas a été étudie plus haut; on a trouvé, qu'en ce cas, la courbe (l) ne peut pas être exprimée par la forme (7). Donc, il ne reste que le second cas; pour celui-ci, l'équation (7) se décompose en deux équations:

$$U_1 = 0 \quad \text{et}$$

$$(y_1 - y_2)^2 (U_3^2 U_1 + U_2^2 U_1) - 2 (y_1^2 + 2 y_1 y_2 - y_2^2) U_1 U_2 U_3 - \\ - 4 y_1^2 (U_3^2 U_2 + U_2^2 U_3) = 0. \qquad (10)$$

La courbe propre (l) est, par conséquent, une courbe de la troisième classe pour laquelle la droite $X_1 = 0$ est tangente double, les droites $X_2 = 0$, $X_3 = 0$, $(A_1 P)$ sont tangentes simples.

Si l'on choisit le point L sur $(A_1 P)$ de sorte que

$$(y_1 - y_2)^2 = \pm (y_1^2 + 2 y_1 y_2 - y_2^2)$$

on a ou $y_1 = 0$, ou $y_2 = 0$, ou, enfin, $y_2 - 2 y_1 = 0$.

Les deux premiers cas fournissent des courbes considérées plus haut; le dernier cas conduit à l'équation

$$U_1 (U_3 - U_2)^2 - 4 U_2 U_3 (U_2 + U_3) = 0 \qquad (11)$$

le point L ayant ses coordonnées par rapport au triangle $A_1 A_2 A_3$ fournies par le rapport $1 : 2 : 2$; par conséquent, c'est le point de la droite $(A_1 P)$, conjugué harmonique du point A_1 par rapport aux points P, P_1; P_1 désignant le point d'intersection des droites $(A_1 P)$, $(A_2 A_3)$.

Les points de contact de la tangente double $X_1 = 0$ sont donnés par l'équation

$$(U_3 - U_2)^2 = 0;$$

par suite, ils coïncident avec le point $(0, -1, 1)$; donc, $X_1 = 0$ est la tangente d'inflexion de la courbe et ce point est le point d'inflexion J de la courbe.

Comme le point I (1, 1, 1) a, par rapport au système des coordonnées primitif, les coordonnées $\frac{3}{2} : 1 : 1$, il est situé sur la droite $(A_1 P)$; par suite, le point J est l'intersection de la droite $(A_2 A_3)$ et de la droite $X_1 = 0$. La courbe rationnelle de la troisième classe possédant une inflexion est également de l'ordre trois; par conséquent, elle possède aussi un point de rebroussement V.

Le point de contact d'une tangente arbitraire (v_1, v_2, v_3) de la courbe a l'équation

$$(v_3 - v_2)^2 U_1 + [-2 v_1 (v_3 - v_2) - 4 v_3 (v_2 + v_3) - 4 v_2 v_3] U_2 + \\ + [2 v_1 (v_3 - v_2) - 4 v_2 (v_2 + v_3) - 4 v_2 v_3] U_3 = 0.$$

La droite $(A_1 P)$ a les coordonnées $(0, 1, -1)$, lesquelles satisfont à l'équation (11); donc, elle touche la courbe et la dernière équation fournit son point de contact par l'équation

$$U_1 + U_2 + U_3 = 0.$$

C'est le point I (1, 1, 1).

Par l'élimination de U_1 de cette équation et de l'équation (11), on obtient

$$(U_2 + U_3)^3 = 0$$

d'où il résulte que ce point de contact est point de rebroussement de la courbe; par suite, $V \equiv I$.

Pour le point de contact T_3 de la droite $X_3 = 0$ avec la courbe, on tire de l'équation (11):

$$U_1 - 4 U_2 = 0;$$

donc, le point de contact est situé sur la droite

$$X_2 + 4 X_1 = 0.$$

On trouve, d'une manière analogue, que le point de contact T_2 de la tangente $X_2 = 0$ est situé sur la droite

$$X_3 + 4 X_1 = 0.$$

Par conséquent, les coordonnées du point T_3 sont $(1, -4, 0)$, celles du point T_2 : $(1, 0, -4)$, et la droite $(T_2 T_3)$ a l'équation

$$4 X_1 + X_2 + X_3 = 0; \qquad (12)$$

elle passe par le point J $(0, 1, -1)$, ce qu'on conclut aussi directement de ce que le point conjugué harmonique du point d'inflexion par rapport aux autres points d'intersection de la courbe avec une droite arbitraire, contenant le point J, est situé sur la tangente de rebroussement et les tangentes de la courbe en ces points d'intersection se rencontrent sur la tangente de rebroussement. Le point d'intersection W de la droite (12) avec cette tangente, l'équation de laquelle est $X_2 - X_3 = 0$, a les coordonnées $(-1, 2, 2)$ et la droite, joignant le sommet B_3 du triangle de référence,

opposé à la droite $X_3 = 0$, au point W, a, par conséquent, l'équation $X_2 + 2X_1 = 0$. Si V' est le point conjugué harmonique à V par rapport aux points B_1 $(X_3 = 0, X_2 = 0)$ et A_1, la droite $(B_3 V')$ a l'équation

$$X_2 + X_1 = 0.$$

Les droites

$$X_2 + 2X_1 = 0, X_2 = 0, X_2 + X_1 = 0, X_1 = 0$$

forment une division harmonique, de sorte qu'on a aussi

$$(A_1 V' B_1 W) = -1.$$

Puisque le point V est donné, dans les coordonnées primitives, par la droite $x_1 - \frac{3}{2} x_2 = 0$, et le point P par la droite $x_1 - x_2 = 0$, on a $(VPA_1 P_1) = \frac{2}{3}$. En vertu de cette relation, on obtient le point V en coupant la droite $(A_3 P)$ par la parallèle menée à $(A_2 A_3)$ par le point A_1 au point P_0 et en déterminant sur cette parallèle le point V_0 de sorte que soit $\overline{A_1 V_0} = \frac{2}{3} \overline{A_1 P_0}$; ensuite, la droite $(A_3 V_0)$ coupe la droite $(A_1 P)$ au point V. La droite $(W J)$ coupe les tangentes $X_2 = 0, X_3 = 0$ en leurs points de contact et on sait, d'après le cas général, que la courbe considérée touche, en outre, la droite $(P A_2)$ au point A_2 et la droite $(P A_3)$ au point A_3.

8. Posons-nous encore la question s'il est possible que la courbe de la quatrième classe (l) puisse avoir une tangente double dont les points de contact soient des points de rebroussement, ou, corrélativement, que la courbe (L) du quatrième ordre puisse avoir un noeud d'inflexion. Dans le premier cas, les coefficients de deux des trois derniers termes de (7) devraient être nuls. Posons par ex.

$$y_1^2 + y_1 y_2 + y_1 y_3 - y_2 y_3 = y_2^2 + y_2 y_3 + y_1 y_2 - y_1 y_3 = 0$$

ce qui exige qu'on ait

$$y_1 + y_2 = 0, y_3 = 0.$$

Donc, on parvient à une telle courbe, en considérant les points en lesquels la polaire harmonique du point P par rapport au triangle $A_1 A_2 A_3$ coupe ses côtés. Par conséquent, il faut, pour étudier la courbe (l), reprendre l'équation (4), qui se réduit, dans le cas actuel, à l'equation

$$(u_1 + u_2)^4 + (u_1 - u_2)^2 u_3^2 + 2 (u_1 + u_2) (u_1 + u_2)^2 u_3 = 0$$

Traitons le problème corrélative, c. à d., déterminons le lieu des pôles par rapport aux coniques, circonscrites au triangle $A_1 A_2 A_3$, et touchant une droite données p, pour une droite l, joignant le point conjugué harmonique de p par rapport au triangle $A_1 A_2 A_3$ avec un de ses sommets, soit A_1.

Donc, l'équation de cette courbe est

$$(x_1 + x_2)^4 + x_3^2 (x_1 - x_2)^2 + 2 x_3 (x_1 + x_2) (x_1 - x_2)^2 = 0 \qquad (13)$$

Transformons les coordonnées suivant les relations

$$x_1 + x_2 = \varrho X_1, \qquad x_1 - x_2 = \varrho X_2, \qquad x = \varrho X_3,$$

de sorte que

$$X_1 + X_2 = \sigma x_1, \qquad X_1 - X_2 = \sigma x_2, \qquad 2 X_3 = \sigma x_3,$$

pour le triangle de référence de ce nouveau système $B_1 B_2 B_3$ étant $B_1 = P_1$, et le sommet B_2 est conjugué harmonique a B_3 par rapport à A_1 et A_2 et, enfin, $B_3 = A_3$. Par là, l'équation (13) de la courbe (L) se change en l'équation

$$X_1^4 + X_2^2 X_3^2 + 2 X_1 X_2^2 X_3 = 0.$$

La courbe

$$X_1^3 + 2 X_2^2 X_3 = 0$$

est, en ce cas, la courbe aproximative pour le point B_2, de même la courbe

$$X_1^4 + 2 X_2^2 X_3^2 = 0$$

pour le point B_3. Pour la première le point B_2 est point d'inflexion, dont la tangente coïncide avec $(B_1 B_2)$. La deuxième courbe est imaginaire. Pour le point B_2 la droite

$$2 X_1 + X_3 = 0$$

est encore une courbe aproximative. La droite $X_2 = 0$ rencontre (L) en des points pour lesquels $X_1^4 = 0$, la droite $X_3 = 0$ et la droite $2 X_1 + X_3 = 0$ en des points pour lesquels est aussi $X_1^4 = 0$, tandis que la droite p, ayant, maintenant, l'équation $X_1 + X_3 = 0$, coupe la courbe (L) en des points pour lesquels $X_1^2 (X_1^2 - X_2^2) = 0$; donc, ce sont les points d'intersection B_2, A_{13}, A_{23} de la droite p avec les droites $(A_1 A_2)$, $(A_1 A_3)$, $(A_2 A_3)$. Les coordonnées de ces points sont, respectivement: $(1, 0, 0)$, $(-1, 1, 1)$, $(1, 1, -1)$.

Il suit de ces relations que la droite $(A_3 P)$ est tangente double au point double A_3, point tacnodal isolé de la courbe, d'autre part, que le point B_2 est noeud d'inflexion de la courbe aux tangentes $(A_1 A_2) = (B_1 B_2)$ et $2 X_1 + X_3 = 0$; cette dernière tangente est conjuguée harmonique à la tangente $(B_2 B_1)$ par rapport aux droites $(B_2 B_3)$ et p.

Les tangentes aux points A_{13} et A_{23} sont

$$X_1 + X_2 = 0, \qquad X_1 - X_2 = 0;$$

donc, ce sont les droites $A_1 A_3$, $A_2 A_3$. On voit encore que notre courbe se correspond à elle-même par une involution ayant le centre B_2 et l'axe $(B_1 B_3)$.

On reconnaît aussi que le point $B_3 = A_3$ est point isolé de la courbe, si l'on pose $X_1 = -\lambda X_3$; on tire, ainsi, de l'équation de la courbe:

$$\lambda^4 X_3^2 + X_2^2 - 2 \lambda X_2^2 = 0;$$

pra suite,

$$X_3 : X_2 = \pm \sqrt{2 \lambda - 1} : \lambda^2$$

Pour que les deux autres points d'intersection de la droite $X_1 + \lambda X_3 = 0$ avec la courbe soient réels, on devrait avoir $\lambda > \frac{1}{2}$, ce qui veut dire, que dans l'angle complet, fait par les tangentes de la courbe au point B_2, où se trouve le point B_3, il n'y a pas de points réels de la courbe.

9. L'expression analytique du système de coniques, passant par un point donné A_1, touchant une droite donnée $(A_2\,A_3)$ et bitangentes à une conique donnée k, s'obtient facilement si l'on choisit, sur la droite $(A_2\,A_3)$, deux points A_2, A_3 conjugués, par rapport à la conique k, et que l'on prenne le triangle $A_1\,A_2\,A_3$ pour triangle de référence. Alors, k aura l'équation

$$K = a_{11}\,x^2{}_1 + a_{22}\,x_2{}^2 + a_{33}\,x_3{}^2 + 2\,a_{12}\,x_1\,x_2 + 2\,a_{13}\,x_1\,x_3 = 0.$$

Une conique u, passant par le point A_1 et ayant, pour corde de contact avec k la droite

$$u_1\,x_1 + u_2\,x_2 + u_3\,x_3 = 0,$$

a, nécessairement, l'équation

$$K - \frac{a_{11}}{u_1{}^2}\,(u_1\,x_1 + u_2\,x_2 + u_3\,x_3)^2 = 0.$$

Si u doit toucher la droite $(A_2\,A_3)$, il faut que le premier membre de l'équation obtenue en posant, dans la dernière équation, $x_1 = 0$, soit un carré parfait, ce qui donne la condition

$$a_{22}\,a_{33}\,u_1{}^2 - a_{11}\,a_{33}\,u_2{}^2 - a_{11}\,a_{22}\,u_3{}^2 = 0.$$

Cette équation exprime la conique v, enveloppe des cordes de contact de toutes les coniques du système $u, \ldots$ On peut exprimer facilement les coordonnées des tangentes de la conique v à l'aide d'un paramètre. Une expression simple de cette sorte est celle-ci:

$$u_1 = \sqrt{a_{11}}\,(1 + \tau^2), \qquad u_2 = \sqrt{a_{22}}\,(1 - \tau^2), \qquad u_3 = 2\,\sqrt{a_{33}}\,\tau$$

où l'on peut prendre toutes les racines avec le signe positif. On parvienet ainsi à l'équation du système $u, \ldots$ sous la forme

$$(1 + \tau^2)^2\,K - [\sqrt{a_{11}}\,(1 + \tau^2)\,x_1 + \sqrt{a_{22}}\,(1 - \tau^2)\,x_2 - 2\,\sqrt{a_{33}}\,\tau\,x]^2 = 0$$

ou sous la forme

$$[2\,\sqrt{a_{22}}\,\tau\,x_2 - \sqrt{a_{33}}\,(1 - \tau_2)\,x_3]^2 + 2\,(1 + \tau^2)\,[a_{12}\,(1 + \tau^2) -$$

$$- \sqrt{a_{11}\,a_{22}}\,(1 - \tau^2)]\,x_1\,x_2 + 2\,(1 + \tau^2)\,[a_{13}\,(1 + \tau^2) - 2\sqrt{a_{11}\,a_{33}}\,\tau]\,x_1\,x_3 = 0.$$

On tire de cette équation l'expression paramétrique des tangentes de la courbe, enveloppe des polaires d'un point donné par rapport aux coniques du système. C'est, par conséquent, une biquadratique rationnelle.

10. Une autre généralisation peut consister en ce qu'on considère, dans le plan, un *système de coniques* $u, \ldots$, *touchant, en trois points, une cubique rationnelle* donnée a^3, *et*, de plus, *une droite* donnée p. Cherchons, en ce cas

encore, la courbe (l), enveloppe des polaires d'un point fixe L et la courbe (L), lieu des pôles d'une droite fixe, par rapport aux courbes de ce système.

Soient P_1, P_2, P_3 les points d'intersection de p avec la courbe a^3. Toute conique touchant a^3 en trois points est une conique involutive, c. à d., ses tangentes sont les droites joignant les couples d'une involution de points sur a^3. Le système $u, \ldots$ se décompose en trois systèmes, suivant que deux involutions relatives aux coniques de contact ont, comme couple commun, $P_1 P_2$, ou $P_2 P_3$, ou $P_3 P_1$.

Considérons le premier cas. On peut considérer la courbe a^3 comme la projection d'une cubique gauche (a^3) d'un point arbitraire (S) sur le plan M de la courbe a^3; soient (P_1), (P_2), ... les points de (a^3) se projetant suivant P_1, P_2, ... Soit P une quadrique arbitraire passant par la courbe (a^3). Le plan polaire du point (S) par rapport à P coupe cette surface, en général, en une conique (s) coupant (a^3) en trois points (S_1), (S_2), (S_3). La projection s de cette conique est le contour de la projection de la surface P et les projections S_1, S_2, S_3 des points mentionnés sont les points de contact de la courbe s avec a^3. Inversement, toute conique touchant a^3 en trois points est le contour de la projection d'une quadrique P passant par la courbe (a^3).

Si la conique s doit toucher, en outre, la droite p, il faut que les quadriques P, ... contiennent aussi la droite (p) joignant les points (P_1), (P_2). Ces quadriques formeront, alors. un faisceau [P]. La polaire du point L par rapport à s est la projection de la polaire de la droite (S) L par rapport à P. Le lieu des polaires de la droite (S) L par rapport au faisceau [P] est une quadrique H dont la projection est l'enveloppe de la courbe (l) à déterminer; celle-ci est, par conséquent, une conique. Par le point (S) passe aussi une quadrique du faisceau [P] contenant (a^3). Le contour de sa projection se décompose en un couple de points; un de ces points est point double D de la courbe a^3; l'autre est P_3, projection de la droite, en laquelle le plan $(S\,p)$ coupe, outre (p) la quadrique. La polaire de la droite (S) L par rapport à cette quadrique est située dans son plan tangent $D\,P_3$ (S). Par conséquent, la droite joignant P_3 avec le point double de la courbe a^3 touche toutes les courbes (l).

Dans le faisceau [P] sont contenus deux cônes P_1, P_2 aux sommets (P_1), (P_2). Les polaires (p_1), (p_2) de la droite (S) L par rapport à ces cônes sont les droites polaires, respectivement, des plans (S) L (P_1) et (S) L (P_2). Les tangentes menées de P_1 à a^3, dont le point de contact est autre que P_1, sont le contour de la projection du cône P_1 et on trouve facilement que la projection de la polaire (p_1) est la droite conjuguée harmonique à $P_1 L$ par rapport à ces tangentes. La droite p_1 est tangente de la conique (l). On obtient, d'une manière analogue, sa tangente p_2 comme la droite conjuguée harmonique à $P_2 L$ par rapport aux tangentes menées du point P_2 à a^3, autres que la tangente au point P_2 lui-même.

On peut effectuer facilement la construction des droites p_1, p_2 de sorte qu'elle soit indépendante de la réalité des tangentes menées de P_1 et P_2 à la courbe a^3 ; c'est ce que rendra manifeste la considération suivante.

Parmi les involutions de points sur a_3, une importance tout particulière possède celle dont les points unis coïncident avec le point double de la courbe. Nommons-la involution principale. La conique involutive respective w a les tangentes d_1, d_2 de la courbe a^3 au point double pour ses tangentes ; elle touche la tangente menée à la courbe par un point d'inflexion réel, autre que la tangente d'inflexion, et l'axe d'inflexion est la polaire du point D par rapport à cette conique. Les couples de cette involution sont, en même temps, points de contact des tangentes de la courbe a^3 menées par ses points.

La courbe w est le contour de la projection de la quadrique Q joignant les tangentes $(d_1,)$ (d_2) de la courbe (a^3) aux points (D_1), (D_2) sur (S) D avec la courbe elle-même. La transversale (p'_1), menée par le point (P_1) à (d_1) et (d_2), est située sur Q et coïncide avec la polaire de la droite (S) D par rapport au cône P_1, cette droite étant intersection de ses plans tangents $(P_1\, d_1)$, $(P_1\, d_2)$. Cette transversale appartient au système des génératrices de Q qui sont sécantes simples de la courbe (a^3). Soit (q_1) la génératrice du second système de Q menée par le point (P_1). Sa projection q_1 joint le point P_1 au point P'_1 qui lui correspond dans l'involution principale ; elle coupe a^3 encore en un point Q. Puisque les tangentes de a^3 aux points P_1, P'_1 se rencontrent en un point E situé sur a^3, la tangente de a^3 au point Q coupe cette courbe au point tangentiel du point E, de sorte que les points Q, E sont aussi un couple de l'involution principale. Il en suit, si l'on prend un point quelconque Q sur a^3 et si l'on mène par le point E qui lui correspond dans l'involution principale les tangentes à a^3, autres que la tangente en ce point, que leurs points de contact fournissent une paire de cette involution et la droite joignant ces points passe par le point Q. On parvient, ainsi, au résultat suivant:

Une paire de tangentes, menées à la courbe a^3 par un de ses points arbitraires P, touchent cette courbe aux points Q, Q' donnant une paire de l'involution principale ; la droite $Q\, Q'$ coupe la courbe a^3 en outre en un point P' correspondant au point P dans cette involution.

On peut démontrer que les tangentes de la courbe a^3 en deux points P, P' d'un couple de l'involution principale se rencontrent sur la courbe, par des considérations dans l'espace. Soient (t) et (t') les tangentes aux points (P), (P') de (a^3) qui sont projetés suivant P et P'. On peut joindre ces tangentes avec (a^3) par une quadrique. Puisque les points (D_1), (D_2) sont conjugués harmoniques par rapport à (P), (P'), cette quadrique contient aussi la droite $(D_1\, D_2)$ et la transversale menée du point (S) a (t) et (t') se trouve sur elle ; elle est sécante simple de la courbe (a^3) et par conséquent la projection de son point d'intersection avec la courbe (a^3) est point d'intersection des tangentes t, t' de la courbe a^3 aux points P, P'.

Des considérations faites tout à l'heure résulte la construction suivante de la droite g_1 joignant les points de contact du couple de tangentes de a^3 menées par le point P_1. Construisons le point P'_1 correspondant à P_1 dans l'involution principale. La droite $P_1 P'_1$ est une tangente menée par le point P'_1 à la conique w. Menons, par le point P'_1, la seconde tangente de cette conique; cette tangente est la droite g_1. Les points d'intersection de g_1 avec a^3 sont les points unis d'une involution spéciale sur a^3, celle, dont les couples se trouvent sur les droites du faisceau au centre P_1. Si l'on projette cette involution du point D sur la droite g_1, on obtient une involution; déterminons le point G_1 correspondant, dans cette involution, au point d'intersection de g_1 avec $P_1 L$; alors la droite p_1 est identique à la droite $P_1 G_1$. On construit, d'une manière analogue, p_2.

11. Si le point L coïncide avec le point double D de la courbe a^3, ses polaires par rapport aux coniques du système considéré passent par un point fixe Q et la courbe (l) se décompose en un couple de points, à savoir $Q\,D$. Inversement, les polaires du point Q par rapport aux coniques du système considéré passent par le point D. Car, si (D_1), (D_2) sont les points de (a^3) appartenant à la sécante double $(S)\,D$ et (d_1), (d_2) les tangentes de (a^3) en ces points, les plans tangents au point (D_1) des quadriques du faisceau [P] forment un faisceau de plans à l'axe (d_1) et les plans tangents en (D_2) un faisceau à l'axe (d_2), homographique à celui-là. Les deux faisceaux engendrent un système de génératrices sur une quadrique H_0; ce système contient aussi la droite $(S)\,D$. Par conséquent, ce système se projette, du point (S), sur le plan M suivant un faisceau de droites au centre Q. Le faisceau [P] contient une quadrique P′ contenant la droite $(D_1 P_3)$ et une quadrique P″ contenant la droite $(D_2 P_3)$. Soit (R) le point d'intersection du plan $(S)\,D\,(P_3)$ avec la droite $(p) = (P_1 P_2)$. La droite $(D_2 R)$ est située sur P′; désignons par (R_1) son point d'intersection avec la droite $(D_1)\,(P_3)$. La transversale (r_1) à (d_1) et (d_2) menée par le point (R_1) est la polaire de la droite $(S)\,D$ par rapport à la quadrique P′, puisque, en cette droite se rencontrent les plans tangents $(d_1 R_1)$, $(d_2 R_1)$ de la surface aux points (D_1) et (D_2). On conclut, d'une manière analogue, si (R_2) désigne le point d'intercestion des droites $(D_2 P_3)$, $(D_1 R)$, que la transversale (r_2) à (d_1) et (d_2), menée par le point (R_2) est la polaire de la droite $(S)\,D$ par rapport à P″. Une quadrique en [P] contient la droite $(S)\,D$ qui est autopolaire par rapport à elle-même. Les droites (r_1), (r_2), $(S)\,D$ sont situées, par suite, sur la quadrique H_0 appartenant au système de génératrices considéré. Les droites (d_1), (d_2), $(R_1 R_2)$ sont, par conséquent, des droites du deuxième système de H_0. Le point d'intersection (R_0) de la droite $(R_1 R_2)$ avec $D\,(S)$ est conjugué harmonique de (S) par rapport à (D_1) et (D_2). Par suite, la droite (s) du deuxième système de H_0, menée par le point (S), est conjuguée harmonique à $(R_1 R_2)$ par rapport à (d_1) et (d_2). Il en suit que la trace de la droite (s) dans M, c. à d. le point Q, est situé sur la droite par le point D, conjuguée harmonique de la droite $D P_3$ par rapport aux tangentes de a^3 au point double. Ces

quatre droites sont les traces des plans tangents de H_0 aux points (S), (R_0), (D_1), (D_2).

D'autre part, il y a, dans le faisceau [P], deux cônes P_1, P_2. La polaire de la droite (S) D par rapport à P_1 est la polaire du plan (S) D (P_1) ; c'est la droite $(\not p'_1)$ obtenue plus haut. Donc, menons par le point P'_1, correspondant à P_1 dans l'involution principale, la tangente 1 à w, autre que $P'_1 P_1$, de plus la tangente de a_3 en P_1 et joignons le point tangentiel du point P_1 au point D par la droite 2 ; la droite $\not p_1'$, projection de $(\not p_1')$, joint le point commun des droites 1 et 2 au point P_1. On construit, d'une manière analogue, la droite $\not p_2$ passant par le point P_2. Les droites $\not p_1$, $\not p_2$, se rencontrent au point demandé.

On peut faire remarquer que cette construction donne une construction simple de l'axe d'inflexion de la courbe a^3. En effet, choisissons les points P_1, P_2 de sorte qu'ils donnent un couple de l'involution principale. La droite 2 joint le point D au point P'_3, correspondant par cette involution au point P_3, le dernier point d'intersection de la droite $P_1 P_2$ avec a_3. Les tangentes menées à la courbe par le point P_1 touchent la courbe en deux points F_1, F_2 d'un deuxième couple de l'involution principale ; la droite $F_1 F_2$ contient le point P_2. Les tangentes en P_1 et en P_2 se rencontrent, en ce cas, au point P'_3 ; par conséquent, les droites $D P_1$, $D P'_3$ font division harmonique avec les droites $D F_1$, $D F_2$ et le point Q coïncide avec le point d'intersection des droites $F_1 F_2$, $D P'_3$. Il en suit que les polaires du point D par rapport à toutes les coniques involutives, relatives aux involutions ayant, avec l'involution principale, en commun le couple $P_1 P_2$, se rencontrent au point $Q = (F_1 F_2 \,.\, D P'_3)$. Parmi ces coniques se trouve aussi la conique w pour laquelle la polaire du point D est l'axe d'inflexion. Par conséquent, le point Q qui vient d'être mentionné est situé sur cet axe. Donc, pour construire un point arbitraire de l'axe d'inflexion, on prend un point arbitraire F_1 sur a^3 et soit P_1 son point tangentiel ; d'autre part, construisons la tangente en P_1 et la deuxième tangente menée de P_1 à la courbe et soit P'_3 le point d'intersection de la première avec la courbe, F_2 le point de contact de la deuxième ; le point d'intersection des droites $F_1 F_2$, $D P'_3$ construites de cette manière appartient à l'axe d'inflexion.

12. Faisons, maintenant, coïncider le point L avec P. Il s'agit alors de la surface E, lieu des polaires de la droite (S) (P_3) par rapport aux surface du faisceau [P]. Soit (D_0) le point conjugué harmonique de (S) par rapport à (D_1), (D_2) et (P_0) le point conjugué harmonique de (S) par rapport à (P_3) et le point d'intersection de la droite (S) (P_3) avec la droite (P_1) (P_2). Les plans polaires du point (S) par rapport aux quadriques de [P] font un faisceau dont l'axe est la droite (D_0) (P_0). Si l'on mène, dans le plan (P_1) (P_2) (P_3), une droite arbitraire par le point (P_3), coupant $(\not p)$ au point (P_λ), les sécantes doubles de la courbe (a^3) rencontrant cette droite remplissent une quadrique P_λ appartenant au faisceau [P]. La polaire de la droite (S) (P_3) par rapport à P_λ est la droite d'intersection du plan

polaire du point (S) par rapport à cette surface et de son plan tangent au point P_3. Comme le plan $(S)\,(p)$ touche cette surface au point (P_λ), le plan polaire mentionné est le plan $(D_0)\,(P_0)\,(P_\lambda)$ et le plan tangent mentionné joint la tangente (t_3) au point (P_3) à (a^3) avec le point (P_λ). La polaire demandée de la droite $(S)\,(P_3)$ est, par suite, la transversale menée par le point (P_λ) aux droites $(D_0)\,(P_0)$ et (t_3). La surface E des polaires est donc engendrée par les transversales des droites (p), $(D_0)\,(P_0)$, (t_3). Comme $(S)\,(P_3)$ appartient à la surface E, on voit que les projections de ces transversales du point (S) sur le plan M forment un faisceau de droites et la courbe (l) se décompose, en ce cas, en le centre V de ce faisceau et en le point P_3. La droite de E, appartenant au même système de génératrices que (t_3), $(P_2)\,(P_3)$, . . . et passant par le point (S), est conjuguée harmonique de la droite $(D_0)\,(P_0)$ par rapport aux droites (t_3), (p) ; par conséquent, le point V est situé sur la droite conjuguée harmonique de la droite $D\,P_3$ par rapport à la tangente t_3 de a^3 au point P_3 et à la droite p.

On peut construire aussi la polaire (p_1) de la droite $(S)\,(P_3)$ par rapport au cône P_1 ; c'est la transversale menée par le point (P_1) aux tangentes (t_3), (t_2) de la courbe (a^3) aux points (P_3), (P_2). Si l'on détermine, pour la courbe a^3, la conique involutive relative à l'involution ayant les points unis P_3 et P_2, la droite joignant le point P_1 au point de a^3 qui est son conjugué harmonique par rapport aux points P_2, P_3 est une tangente menée par le point P_1 à la conique involutive ; la seconde tangente est la projection p_1 de la polaire (p_1) ; donc, elle passe, de même, par le point V. On peut construire, d'une manière analogue, la droite $P_2\,V$. La construction directe des droite p_1, p_2 ne peut être effectuée, bien entendu, que si les points P_1, P_2 sont réels.

Quand L coïncide avec P_1, la surface des polaires de la droite $(S)\,P_1$ par rapport à [P] se décompose. Ces polaires forment un faisceau de droites dans le plan joignant (p) à la tangente (t_1) de (a^3) au point (P_1), et le centre (N) du faisceau est situé sur $(D_0)\,(P_0)$. Il en suit que les polaires du point P_1 par rapport au système de coniques considéré forment un faisceau de droites dont le centre N se trouve sur la droite $P_3\,D$ et la conique se décompose en ce point et le point P_1. Il en est de même pour le point P_2.

13. „Le lieu $\{L\}$ des pôles $L, \ldots$ d'une droite donnée l par rapport aux coniques $u, \ldots$ du système considéré est, en général, une cubique rationnelle."

Car le lieu des pôles $(L), \ldots$ du plan $(S)\,l$ par rapport aux surfaces du faisceau [P] est une cubique gauche (k^3). Si l'on prend, dans le plan $(S)\,l$ trois points, leurs plans polaires par rapport à [P] forment trois faisceaux homographiques engendrant la courbe (k^3) ; dont la projection de (S) sur M est la courbe demandée $\{L\}$. Cette courbe contient les points P_1, P_2, puisque les sommets (P_1), (P_2) des cônes $\mathrm{P}_1, \mathrm{P}_2$ sont les pôles du plan $(S)\,l$ par rapport à ces cônes.

Le plan $(S)\,l$ coupe (a^3) en trois points (A), (B), (C) et soit (P) son point d'intersection avec la droite (p). Par la droite $(P)\,(C)$ est déterminée

une surface de [P] contenant les droites (p) et (AB) qui se rencontrent au point (C_1). Par suite, cette surface touche le plan (S) L au point (C_1) lequel appartient, par conséquent, à la courbe (k^3). Il en résulte que la conique involutive, relative à l'involution déterminée sur a^3 par les couples AB. $P_1 P_2$, touche la droite l au point C_1 situé sur k^3. D'une manière analogue, la conique involutive, déterminée par les couples BC. $P_1 P_2$, touche la droite l au point A_1 sur la courbe k^3 et la conique involutive détermiée par les couples CA. $P_1 P_2$ la touche au troisième point B_1 de la courbe k^3 sur l. Les points A_1, B_1, C_1 sont les projections des sommets (A_1), (B_1), (C_1) du triangle diagonal du quadrangle (A) (B) (C) (P), d'où l'on conclut qu'on obtient, sur l, trois involutions, à savoir $PA \,.\, BC \,.\, B_1 C_1$, $PB \,.\, CA \,.\, C_1 A_1$, $PC \,.\, AB \,.\, A_1 B_1$, à l'aide desquelles on peut, connaissant un des points A_1, B_1, C_1, en déduire les deux autres. Si donc en particulier, l est une tangente ordinaire ou une tangente d'inflexion de a^3, elle est, respectivement, tangente ordinaire ou tangente d'inflexion de k^3 au même point.

14. Considérons encore quelques cas particuliers.

Si le point L se trouve sur la droite p, la droite L (S) rencontre la droite (p) au point (L). Les plans tangents en ce point aux surfaces de [P] forment un faisceau à l'axe (p). La surface H des polaires de la droite (S) (L) par rapport à [P] est engendrée, par suite, par ce faisceau et par le faisceau homographique des plans polaires du point (S) par rapport à [P] dont l'axe est la droite $(D_0 P_0)$. La polaire du point (L) par rapport au cône P_1 est son plan tangent (t_2) (p) qui coupe le plan (D_0) (P_0) (P_1) en la droite (q_1), appartenant à la surface H. Donc, (q_1) est la polaire du plan (Sp) par rapport au cône P_1. On conclut, d'une manière analogue, que la droite (q_2), intersection des plans (p) (t_1) et (D_0) (P_0) (P_2), se trouve sur H. Le plan tangent en (L) à la surface, joignant (a^3) aux droites (p) et (S) D, coupe le plan (D_0) (P_0) (S) aussi en une droite appartenant à H.

Il en suit que la courbe $\{l\}$ est, en ce cas, une conique touchant les droites q_1, q_2, DP_3 et la droite p, cette dernière au point L. Si L se déplace sur la droite p, cette conique parcourt un système de coniques ayant ces quatre droites pour tangentes. Les quadriques H respectives forment un faisceau passant par les droites (D_0) (P_0), (p), (q_1), (q_2). Par conséquent, la courbe (k^3) se décompose, en ce cas, en les trois droites (p), (q_1), (q_2) dont la construction résulte de ce qui precède. Pour obtenir, p. ex., q_1, on construit, comme plus haut, la droite g joignant les points de contact des tangentes qu'on peut mener par le point P_1 à a^3, autres que la tangente en P_1, on coupe la droite joignant les points $(g \,.\, p)$ et D par la courbe a^3 el l'on joint le point d'intersection avec P_1 par une droite qui coupe a^3 en un autre point, lequel on joint à D par une droite. Cette droite coupe g au point appartenant à la droite q_1.

Soit, d'autre part, (L) un point arbitraire de la droite (D_1) (P_1). Son plan polaire par rapport à une quadrique arbitraire du faisceau [P] passe par la droite (f) où se coupent ses plans tangents en (P_1) et (D_1). Le premier

est le plan (t_1) (p) ; le deuxième passe par la tangente (d_1). Par suite, le point (D'), intersection de la droite (d_1) avec le plan (t_1) (p) se trouve sur la droite (f). Comme le plan polaire considéré passe aussi par le point (L_1) sur (P_1) (D_1), conjugué harmonique de (L) par rapport à (P_1) et (D_1), la droite f est la droite joignant les points (L_1), (D').

La droite (f) est contenue dans les plans polaires du point (L) par rapport à toutes les surfaces de [P]. Par conséquent, la surface H des polaires de la droite (S) (L) par rapport à [P], est, en ce cas, engendrée par des faisceaux de plans homographiques, aux axes, respectivement (D_0) (P_0) et (f).

Soit (G) le point d'intersection du plan (t_1) (p) avec la droite (S) D. Le faisceau [P] coupe le plan (S) D (P_1) en un faisceau de coniques, circonscrites au triangle (D_1) (D_2) (P_1) et touchant la droite $(P_1\, G)$. La surface H coupe ce plan en une conique (h), lieu des pôles de la droite (S) (L) par rapport au faisceau de coniques considéré. La courbe (h) passe par les points (D_0), (G), (L_1), (P_1) et a, en (P_1), pour tangente, la droite conjuguée harmonique à (P_1) (G) par rapport à (P_1) (D_1) et (P_1) (D_2). Le pôle du plan (S) D (P_1) par rapport à une quadrique arbitraire de [P] est le point d'intersection de ses plans tangents aux points (D_1), (D_2), (P_1). Le dernier est le plan (t_1) (p) et la droite d'intersection des deux premiers est conjuguée à (S) D par rapport à [P] et engendre la quadrique désignée, plus haut, par H_0. Cette surface contient aussi les transversales menées par les points (P_1), (P_2) à (d_1) et (d_2), comme on voit en considérant les cônes P_1, P_2 du faisceau [P]. Par conséquent, la conique (e) en laquelle le plan (t_1) (p) coupe H_0, est le lieu de ces pôles ; elle passe par les points (P_1), (G), (D') et par le point (D''), intersection de la droite (d_2) avec le plan (t_1) (p).

Soit, de plus, (L^*) le point d'intersection de la droite (S) (L) avec (P_1) (D_2). Si l'on construit la surface H à l'aide du point (L^*), comme nous l'avons construite, plus haut, à l'aide de (L), on trouve que le point (L_2), conjugué harmonique de (L^*) par rapport à (P_1), (D_2), est l'intersection des droites (L_1) (S), (P_1) (D) ; donc, par ce point passe aussi la courbe (h) et (L_2) (D'') est, également, une génératrice de la surface H.

Pour une deuxième droite arbitraire (S) (L') du plan (S) (D) (P_1), on obtient une autre surface polaire H′ qui coupe H en la conique (e) et en la droite (D_0) (P_0). Sa trace dans le plan (t_1) (p) passe par les points (D_0), (G), (P_1) et elle a avec (h) au point (P_1) une tangente commune. Il en suit que les surfaces H, H′ ont, en (P_1), un plan tangent commun, lequel coupe (D_0) (P_0) au point (M) ; la droite qui le joint à (P_1) est encore une génératrice commune de ces surfaces. C'est, évidemment, la droite (p_1). Car toutes les droites (S) (L) situées dans le plan (P_1) (D_1) (D_2) ont la même polaire par rapport au cône P_1 ; cette polaire est la polaire de ce plan par rapport à ce cône ; c'est, précisément, notre droite (p_1). Sa projection p_1 a été construite plus haut. Il en résulte:

„Les courbes polaires $\{l\}$ des points de $P_1 D$, par rapport au système $u, \ldots$, touchent toutes les droites DP_3 et p, tandis que la courbe polaire $\{L\}$ de la droite DP_1 par rapport à ce système est en sa partie essentielle, une conique e passant par les points D, P_1. Toutes ces coniques $\{l\}$ sont bitangentes de la conique e; leurs cordes de contact se rencontrent toutes en un point."

La dernière proposition de ce théorème résulte de la considération suivante. La droite (D_0) (P_0) est commune à toutes les quadriques H, H′ . . .; elle coupe (e) au point (N) et les tangentes à (e) aux points (N), (P_1) se coupent en un point, que nous désignerons par (E). La droite (E) (M) est l'intersection des plans tangents commune à toutes les quadriques H, . . . Par conséquent, cette droite est le lieu des sommets (F), . . . des cônes touchant ces surfaces le long de (e). Puis-que la courbe polaire $\{l\}$ est le contour de la projection de la surface H, elle touche la courbe e aux points de la polaire du point F par rapport à elle. Donc, si l'on joint le point d'intersection E des tangentes en P_1 et N à e, au point d'intersection M des droites DP_3, p_1, par une droite, le pôle de cette droite par rapport à e est le point d'intersection des cordes de contact des courbes $\{l\}$ avec la courbe e. La surface H_0, considérée comme lieu des polaires de la droite (S) D par rapport à [P], appartient aussi au faisceau H, H′, . . . et contient la droite $(D_0 P_0)$.

En ce cas, la courbe (k^3) se décompose en la conique (e) et la droite (p_1). Tous les plans du faisceau à l'axe (p_1) doivent être considérés comme les plans tangents du cône P_1 au point (P_1). Des relations analogues ont lieu pour la droite $D P_2$.

15. Choisissons, en dernier lieu, un point arbitraire U sur la droite $D P_3$. On peut considérer ce point comme la projection d'un point (U) situé sur la droite (D_0) (P_0). La surface des polaires de la droite (S) U par rapport au faisceau [P] contient la droite conjuguée harmonique de (S) U par rapport à (S) D et (S) (P_3). La droite (u^*) conjuguée à la droite (S) (U) par rapport à ce faisceau passe, également, par le point (S). La surface H conjuguée à la droite (S) U par rapport à [P] se projette, par conséquent, de (S) suivant deux faisceaux de droites dont les centres sont: la trace W de la droite (u^*) dans le plan M et le point U', conjugué harmonique de U par rapport à D et P_3. Si l'on détermine les droites p_1 et p_2 comme les projections des polaires de la droite (S) U par rapport à P_1 et P_2, comme il a été fait plus haut, le point W est aussi leur point d'intersection.

Si le point U se déplace sur la droite DP_3, le point W parcourt une conique v, passant par les points P_1, P_2, engendrée par les faisceaux homographiques $p_1, \ldots$ et $p_2, \ldots$ Si (U) se déplace sur la droite $(D_0 P_0)$, les droites conjuguées à ce point par rapport à [P] engendrent un cône au sommet (S), contenant la courbe v et aussi la courbe (k^3) relative au plan (S) D (P_3). Cette courbe (k^3) se projette suivant v, coupe le plan (S) (D) (P_3) en trois points et — ce qui suit de la construction des points A_1, B_1, C_1 dans le plan (S) l, donnée plus haut — l'un de ces points coïncide avec le point

(S), tandis que les deux autres se projettent suivant des points de la conique v situés sur la droite DP_3; ces points sont conjugués harmoniques par rapport aux points D et P_3. On obtient la construction de ces points d'une manière analogue. Joignons (D_1) au point d'intersection (R) des droites (P_3) (S) et (ϕ). La droite (D_1) (R) est sécante simple de la courbe (a^3); donc, on peut faire passer par elle et par la courbe (a^3) une quadrique R_1 contenant, évidemment, les droites (ϕ) et (D_2) (P_3). Par conséquent, le point d'intersection des droites (D_1) (R), (D_2) (P_3) est le point de contact de la surface R_1 avec le plan D (S) (P_3), ce point se projetant suivant le point de contact de la droite DP_3 avec la conique involutive pour l'involution déterminée par les couples P_1P_2 et D_2P_3. Cette involution est projetée de D suivant une involution de droites, pour laquelle DP_1, DP_2 sont une paire, la droite DP_3 et une tangente au point D de a^3 une autre paire; par-là, cette involution, ainsi que la conique involutive respective, sont déterminées. D'une manière analogue, la paire DP_1, DP_2 et la paire formée par DP_3 et par la deuxième tangente de a^3 au point D, déterminent une involution dont la courbe involutive touche la droite DP_3 au deuxième point de la courbe v sur DP_3.

16. Dans le cas général, si l'on choisit sur l deux points L_1, L_2 quelconques, les quadriques H_1, H_2 conjuguées, par rapport à [P], aux droites (S) L_1, (S) L_2, déterminent un faisceau passant par la droite (D_0) (P_0) et la courbe (k^3).

Le plan polaire du point (S) par rapport à une surface P arbitraire de [P] contient la polaire de la droite (S) L_1 et de la droite (S) L_2 par rapport à [P]; si P se déplace dans le faisceau [P], ces polaires engendrent deux systèmes homographiques sur les surfaces H_1 et H_2. Il en suit que les polaires des points L_1 et L_2 par rapport au système u, . . . fournissent deux faisceaux homographiques de tangentes aux coniques polaires respectives $\{l_1\}$, $\{l_2\}$. Les polaires des droites (S) L_1, (S) L_2 contenues dans le plan (D_0) (P_0) (S) sont projetées suivant la tangente commune DP_3 des coniques $\{l_1\}$, $\{l_2\}$, qui est, une droite unie dans l'homographie introduite tout à l'heure. On obtient ainsi, k^3 comme le lieu des points d'intersection de deux faisceaux homographiques de la deuxième classe. Si l'on fait coïncider le point (L) avec le point d'intersection U de la droite DP_3 avec l, on parvient à la courbe k^3 comme à la figure engendrée par le faisceau des tangentes de la courbe $\{l_1\}$ avec le faisceau homographique de droites dont le centre est le point W. Par conséquent, le point W est point double de la courbe k^3. Il en résulte:

„Les points doubles des courbes polaires $\{L\}$ du système u, . . . pour toutes les droites du plan, sont situés sur une conique v."

Soit (u_0) la droite conjuguée à un point arbitraire de (S) U et (l_0) la droite conjuguée à un point arbitraire de (S) L par rapport à [P]. La surface H_μ des polaires de la droite (S) U par rapport à [P] est engendrée par des faisceaux homographiques de plans aux axes (D_0) (P_0) et (u_0), et la

surface H des polaires de la droite $(S)\ L$ est engendrée par les faisceaux homographiques de plans aux axes $(D_0)\ (P_0)$ et (l_0). Les droites $(D_0\, P_0)$ (u_0), (l_0) sont sécantes doubles de la courbe (k^3). Si l'on choisit p. ex. sur l_0 un point arbitraire (1), au plan $(D_0)\ (P_0)\ (1)$ du faisceau à l'axe $(D_0)\ (P_0)$ correspond dans la première homographie un plan du faisceau à l'axe (u_0) ; soit (1′) son point d'intersection avec (l_0). Si le point (1) parcourt la ponctuelle sur (l_0), le point (1′) parcourt une ponctuelle projective. Les éléments unis de ces ponctuelles sont points de la courbe (k^3) situés sur la droite (l_0). On parviendrait, par un procédé analogue, aux points de la courbe (k^3) sur (u_0) et sur $(D_0)\ P_0$, ainsi que sur toute droite conjuguée, par rapport à [P], aux points des droites $(S)\ (L)$ et $(S)\ U$.

Il en résulte:

„Les courbes polaires des points $U, L_1, L_2, \ldots, L, \ldots$ de la droite l par rapport au système $u, \ldots$ sont des coniques qui touchent la courbe $k^3 = \{L\}$ en trois points ; la courbe polaire de la droite l est, par conséquent, l'enveloppe de ces coniques. Ces coniques sont coniques involutives des involutions sur k^3 qui ont, en commun, le couple des points de cette courbe, situés sur $D\, P_3$, que nous venons de construire."

17. Considérons encore le *systéme de coniques qui touchent la courbe k^3 en trois points et passent par un point fixe P* ; il s'agit de trouver, d'une part, la courbe $\{l\}$ enveloppée par les polaires d'un point donné L, d'autre part la courbe $\{L\}$ engendrée par les pôles de la droite donnée l par rapport au système de coniques considéré.

Il s'agit, tout d'abord, de construire une conique arbitraire u du système. Les quadriques P, passant par la courbe (a^3) et touchant la droite $P\ (S)$ forment un système [P] tel que les contours des projections de ses surfaces donnent le système considéré $u, \ldots$ Un plan arbitraire, mené par le droite $P\ (S)$, coupe (a^3) en trois points (A_1), (A_2), (A_3) ; les côtes $(A_1\, A_2)$, $(A_2\, A_3)$, $(A_3\, A_1)$ du triangle $A_3\, A_1\, A_2$ coupent $P\ (S)$ en trois points ; désignons les par (A_{12}), (A_{23}), (A_{21}). Par chacun de ces points passe une surface du système [P] ; ainsi, pour le point (A_{12}), c'est la surface engendrée par les sécantes doubles de la courbe (a^3) qui rencontrent la droite $(A_{12})\ (A_3)$.

La courbe u touche la droite $P\, A_1$ au point P; elle est la conique involutive de a^3 de l'involution $\boldsymbol{\Sigma}$ dont $A_1\, A_2$ est un couple. La droite joignant le couple $A_1'\, A_2'$, infiniment voisin, dans $\boldsymbol{\Sigma}$, à $A_1\, A_2$, coupe la droite $A_1\, A_2$ au point P. Soient t_1, t_2 les tangentes de a^3 aux points A_1, A_2 et T leur point d'intersection. Le faisceau de droites dans le plan M au sommet P coupe t_1, t_2 en deux ponctuelles perspectives, lesquelles sont projetées, du point D, sur une circonférence arbitraire k, menée par ce point dans le plan M, suivant deux ponctuelles homographiques dont les points unis $\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}'$ sont les points d'intersection avec les droites $P\, D$, $T\, D$. Les droites joignant les points correspondants de cette homographie enveloppent une conique touchant la circonférence k aux points $\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\delta}'$; une de ses tangentes joint les points où les droites $D\, A_1$, $D\, A_2$ coupent

la circonférence k pour la deuxième fois. Le point de contact de cette tangente est pôle de l'involution sur k laquelle est projetée, de D, sur a^3 suivant l'involution Σ dont les tangentes enveloppent la conique u.

Les plans polaires du point (S) par rapport à [P] contiennent les courbes de contour des surfaces de ce système. Tous ces plans passent par le point (D_0), conjugué à (S) par rapport à (a^3).

Un plan arbitraire, mené par la droite $(S)\,P$, coupe (a^3) aux points (A_1), (A_2), (A_3) et le système des surfaces [P] en des coniques $(v), \ldots$, passant par ces points et touchant la droite $(S)\,P$

Si (v_o) est la polaire du point (S) par rapport à (v), le plan $(D_0)\,(v_o)$ est le plan polaire du point (S) par rapport à la quadrique respective du système [P]. Les polaires du point (S) par rapport au système $(v), \ldots$ enveloppent, comme il a été montré plus haut, une conique (z). Si B_1 est conjugué harmonique de (A_{23}) par rapport aux points (A_2), (A_3) sur $(A_2)\,(A_3)$ et si (B_2), (B_3) sont des points analogues sur les droites $(A_3)\,(A_1)$, $(A_1)\,(A_2)$, de sorte que les triangles $(A_1)\,(A_2)\,(A_3)$, (B_1), (B_2), (B_3) soient perspectifs, $(S)\,P$ étant l'axe de perspectivité, la conique (z) est inscrite au triangle $(B_1)\,(B_2)(B_3)$; elle touche la droite $(S)\,P$ au point (S) ; par-là elle est déterminée. Les plans polaires considérés joignent le point (D_0) aux tangentes de la conique (z), par conséquent, ils ont pour enveloppe un cône quadratique K. Supposons qu'on ait fait passer par la droite $(S)\,P$ le plan $(S)\,PL$. Choisissons sur $(S)\,L$, un point arbitraire (L). Ses polaires par rapport à $(v), \ldots$ ont également pour enveloppe une conique (z_λ). Faisons correspondre mutuellement les tangentes des coniques (z), (z_λ) de sorte que les tangentes correspondantes (t), (t_λ) soient des polaires respectivement, du point (S) ou (L) par rapport à la même conique du système $(v), \ldots$ Cette correspondance est univoque, parce que, si l'on choisit p. ex. sur (z_λ) une tangente, il'y a, dans $(v), \ldots$ une seule conique par rapport à laquelle cette tangente est la polaire du point (L), car on connaît, pour elle, trois points (A_1), (A_2), (A_3) et la polaire du point (L). Soit, de plus, (L') le point conjugué à (L) par rapport à la courbe (a^3) ; par ce point passent les plans polaires du point (L) par rapport à toutes les surfaces de [P] ; par conséquent, la polaire de la droite $(S)\,(L)$ par rapport à la surface de [P] déterminée par la courbe (v), est l'intersection des plans $(D_0)\,(t)$, $(L')\,(t_\lambda)$. Si la surface P parcourt le système [P], les plans $(D_0)\,(t)$, $(L')\,(t_\lambda)$ parcourent des faisceaux homographiques de plans touchant les cônes $\mathrm{K} = (D_0)\,(z)$, $(L')\,(z_\lambda)$ aux sommets (D_0), (L'). Ces faisceaux engendrent une surface gauche (L) du quatrième ordre. Par la droite $(D_0)\,(L')$ passent deux plans tangents du premier cône ; les droites d'intersection avec les plans tangents respectifs du deuxième cône sont deux droites de la surface (L). On se rend compte, d'une manière analogue, qu'on peut mener, par le point (D_0) également, deux droites de cette surface.

La droite (q) sur (L), intersection des plans $(D_0)\,(t)$, $(L')\,(t_\lambda)$, est la polaire de la droite $(S)\,L$ par rapport à une certaine quadrique de [P]. Si

l'on choisit, sur cette droite, un autre point (M) dont la polaire par rapport à (v) soit (t_μ), et si (M') est le point conjugué à (M) par rapport à (a^3), la polaire (q) est situé également dans le plan (M') (t_μ). Les polaires du point (M) par rapport à (v), . . . enveloppent la conique (z_μ), laquelle est projetée, de (M'), par un cône (M') (z_μ) au sommet (M'), dont les plans tangents forment un faisceau homographique au faisceau des plans tangents du cône (D_0) (z) et, par suite, aussi au faisceau des plans tangents de (L') (z_λ), et par le point (M') passent, par conséquent, aussi deux droites de (L). Si le point (L) parcourt la droite (S) L, le point (L') parcourt une cubique gauche (l^3) laquelle est courbe double de la surface (L). Par suite les génératrices de cette surface sont sécantes doubles de la courbe (l^3). On arrive ainsi au résultat suivant:

„Les polaires d'un point arbitraire L par rapport au système u, . . ont pour enveloppe une courbe de la quatrième classe $\{l\}$."

C'est une courbe rationnelle. En effet, les plans tangents doubles de la surface (L), c. à d., les plans dont chacun joint les droites de la surface passant par un point de (l^3), coupent la surface encore en des coniques qui sont projectives, si l'on fait correspondre à chaque point d'une conique celui d'une autre qui se trouve sur la même génératrice. Choisissons deux de ces coniques. Leurs projections de (S) sur le plan M déterminent dans ce plan deux systèmes plans collinéaires aux trois points unis I, II, III. Tout côté de ce triangle est la projection de deux génératrices sur (L), et, par conséquent, tangente double de la courbe $\{l\}$. C'est ce qui résulté aussi de ce que les plans déterminés par des couples de droites de (L), passant, chacun, par un point de (l^3), enveloppent un torse de la troisième classe. On peut mener, par le point (S), trois de ses plans tangents, dont les projections sont tangentes doubles de la courbe $\{l\}$.

18. Si une droite arbitraire n est donné dans le plan M et si l'on veut construire le lieu $\{N\}$ de ses pôles N par rapport aux coniques du système u, . . ., choisissons sur cette droite deux points N_1, N_2; le pôle N de la droite n par rapport à la conique u du système donné est l'intersection des polaires n_1, n_2 de ces points par rapport à elle. Si u parcourt le système donné, n_1, n_2 parcourent deux faisceaux de tangentes des courbes de la quatrième classe respectives $\{n_1\}$, $\{n_2\}$, est leur point d'intersection N décrit la courbe demandée $\{N\}$.

La droite (S) N_1 conduit à une surface réglée (N_1) de la même manière, dont on a déduit, plus haut, la surface (L) relative à la droite (S) L et la droite (S) N_2 conduit à une autre telle surface (N_2).

Donc la cubique $(n_1{}^3)$, dont les points sont conjugués, par rapport à (a^3), aux points de la droite (S) N_1, est courbe double de (N_1), et la cubique $(n_2{}^3)$, conjuguée à (S) N_2, courbe double de (N_2). Les génératrices des deux surfaces se projettent, du point (D_0), par le cône K, les génératrices de la surface (N_1) d'un point arbitraire de $(n_1{}^3)$ par un cône quadratique K_1 et les génératrices de la surface (N_2) d'un point arbitraire de $(n_2{}^3)$ par un cône

quadratique K_2. Si l'on fait correspondre, deux à deux, les plans tangents des cônes K, K_1, qui projettent une même génératrice de (N_1), on sait que les deux cônes sont projectifs ; par conséquent, les deux cônes K, K_2 sont également projectifs. Par suite, les génératrices des surfaces (N_1), (N_2) se correspondent projectivement. Les points d'intersection des couples de droites correspondantes engendrent une courbe (n), laquelle est projetée, de (S), sur le plan M suivant la courbe $\{N\}$. Donc, la courbe (n) est engendrée aussi par les plans tangents correspondants des cônes homographiques K, K_1, K_2. Comme elle est engendrée par une homographie entre les génératrices de (N_1) et les plans tangents du cône K_2, donc, par deux figures rationnelles, c'est une courbe rationnelle du sixième ordre. Par conséquent, $\{N\}$ est également une courbe rationnelle du sixième ordre. Un plan tangent double arbitraire de la surface (N_2) coupe celle-ci en deux droites et en une conique (j). Les plans tangents de K_2, qui leur correspondent dans l'homographie, coupent ces droites en des points appartenant à la courbe (n). On obtient, ainsi, deux de ses points. La conique (j) est homographique aux droites de la surface (N_2) et, par conséquent, aussi au faisceau des tangentes de la conique (j') en laquelle le plan tangent double considéré coupe le cône K_1. Par conséquent, (j), (j') sont deux coniques qui se correspondent mutuellement dans une corrélation de deux systèmes collocaux, déterminées par elles. Les points du premier système, situés sur les droites correspondantes du deuxième, se trouvent sur une conique rencontrant (j) en quatre points de la courbe (n). On a trouvé, ainsi, dans le plan considéré. les six points d'intersection du plan avec la courbe $\{N\}$.

Si N est un point arbitraire de la droite $N_1 N_2$, à la droite (S) N correspond, de la même façon, une surface (N) contenant aussi la courbe (n) ; à cette courbe est conjuguée, par rapport à (a^3), une cubique (n^3) passant également, par le point (D_0). Toutes ces courbes $(n_1{}^3)$, $(n_2{}^3)$, . . . remplissent une surface cubique spéciale P^3, comme lieu des points conjugués par rapport à (a^3) aux points du plan (S) $N_1 N_2$; ce sont des courbes formant un faisceau sur cette surface. Cette surface a les points d'intersection du plan (S) $N_1 N_2$ avec (a^3) pour points doubles et la courbe (a^3) elle-même est située sur elle. On peut considérer les sommets des cônes K, K_1, K_2 comme les centres de trois gerbes ; l'homographie considérée des cônes K, K_1, K_2 détermine une homographie entre ces gerbes ; elles engendrent, par suite, une surface cubique, identique d'ailleurs à P^3, puisque tous les cônes projetant une quelconque des surfaces (N) des points situés sur la courbe respective, sont homographiques, de sorte qu'ils se correspondent dans les torses homographiques respectifs ; leurs sommets se trouvent sur la surface P^3.

19. Parmi les courbes (n^3) il y en a trois qui se décomposent en une conique et une droite qui la rencontre. En effet, le plan (S) $N_1 N_2$ coupe (a^3) en trois points (R), (R'), (R'') ; si l'on joint un quelconque d'eux (R) à (S) par une droite, le lieu propre de points conjugués, pour cette droite, par rapport

à (a^3), est une conique passant par les points (R), (D_0) et par le point conjugué au point d'intersection de la droite (S) (R) avec la droite (R') (R'') tandis qu'au point (R) sont conjugués tous les points de la tangente (r) menée en ce point à la courbe (a^3). La surface (N) respective est engendrée aussi par le faisceau de plans à l'axe (r) et par le faisceau de plans tangents au cône K et qui se correspondent biunivoquement. Le premier faisceau est un faisceau de plans tangents des surfaces du système [P] au point (R). Un plan arbitraire de ce faisceau est plan tangent de deux surfaces de ce système ; car, si l'on coupe ce plan par le plan (S) P (R), on peut construire deux coniques touchant la droite d'intersection au point (R), passant par les points (R'), (R'') et touchant la droite (S) P, tandis qu'à un plan tangent arbitraire de K correspond un seul plan mené par la droite (r). Par suite, la courbe d'intersection de la surface respective (N) avec le plan (S) (R) P est une courbe engendrée par le faisceau de droites au centre (R) avec une involution homographique de tangentes de la courbe d'intersection de ce plan avec le cône K ; c'est une courbe rationnelle du quatrième ordre pour laquelle (R) est un point double, les deux autres points doubles se trouvant sur l'axe de l'involution considérée ; ce sont les points unis de la ponctuelle, en laquelle se coupent les couples de droites de cette involution, avec la ponctuelle projective, en laquelle le faisceau de droites au centre (R) coupe l'axe de l'involution.

Un plan arbitraire mené par la droite (r) contient, comme on a vu, deux génératrices de la surface respective (N) ; leur point d'intersection est situé, par conséquent, sur la conique qui fait avec (r) la courbe (n^3) décomposée.

20 On a vu comment on peut étudier les constructions relatives au système $u, \ldots$ à l'aide des figures de l'éspace. Mais on peut faire plus: on peut les réaliser à l'aide de ces figures. Il s'agira alors en tout cas de choisir une cubique (a^3) telle qui puisse être projetée d'un point fixe suivant la courbe donnée a^3, ce qu'on peut effectuer des façons variées. Si l'on choisit, p. ex., le centre de projection (S) arbitrairement et si l'on le joint au point double et à un autre point abitraire M de a^3 par les droites (S) D, (S) M et si l'on fait passer par ces droites une quadrique arbitraire H, l'intersection de cette quadrique avec le cône projetant a^3 de (S) se compose de la droite double (S) D, de la droite simple (S) M et de la cubique (a^3), de sorte que a^3 soit la projection de la courbe (a^3), et l'on peut faire passer par la courbe (a^3), d'une manière convenable, d'autres quadriques. En ce cas, les points (D_1), (D_2) sont les points de contact de la surface H avec les plans joignant (S) aux tangentes de la courbe a^3 en D.

Les cas particuliers se présentant ici peuvent être ommis. On obtient les relations et les constructions dualistiques, pour des systèmes de coniques ayant un contact triple avec une courbe rationnelle donnée de la troisième classe.

Contribution to the knowledge of the carbonian flora in the eastern part of the Kladno-Rakovník-coal-basin.

By

F. NĚMEJC.

Presented October 22nd, 1926.

Last year I had the oportunity to study the carboniferous deposits of the southern border of the Kladno Rakovník-basin, especially in the district between Kladno and Kralupy in the region of the little coal-basins of Votvovice and Mínice, which to-day are of less mining importance.

At this occasion Dr. J. Sv. Procházka told me to pay attention to the right side incision of the new road leading from Blevice to west to the road from Koleč to Zvoleněves, which has been constructed by the community instead of the very bad carriage road, which is situated somewhat to north and deeply incised into those deposits. Both incisions show a part of the profile of the carboniferous beds covered by mighty beds of loess. The carboniferous strata themselves are developped as conglomerates and sandstones colored from sully yellowish shades to greyish ones, which here and there are interlaid with thin layers of slate-clays or coal-clays, or finally with thinn coal-measures. In the mentioned incision of the road a mightier bed (of about 2 *m*) of greysh-brown slate-clays is cut through, which contains nearly in the middle a very coaly layer. This layer contains also a great many carboniferous plant-impressions, while the other layers (except some small undeterminable parts of twigs or rachises found here and there) as well as the other conglomerates and sandstones, between which that bed of greyish brown slate clays is intercalated, are according to my knowledge quite free from any fossils.

This discovery is therefore as highly important for the palaeontological investigation, because we know fossils of this region only from beds which are accessible by shafts or stulms or by direct valley incisions at the south border of the basin t. i. at the brook between Koleč, Votvovice and Kralupy, further from the valley of the river Vltava between Kralupy,

Lobeč and Nelahozeves and finally from the valley of the brook of Podlešín that means between Kralupy, Zeměchy, and Podlešín, though there the beds pass already into the permian. Our locality at Blevice does not belong to them; it is situated on the territory bordered by the mentioned brooks.

Before we shall occupy ourselves with the enumeration of the found fossils, it is necessary to imagine approximatively the stratigraphical horizon, to which belongs the bed of the fossiliferous slate-clays. We have to take into consideration one of the horizons from the inferior grey beds (Weithofer's Plzeň-Kladno-beds), or from the inferior red beds (Weithofer's Týnec-beds). The upper grey beds are here excluded because the surroundings of Blevice are situated southly from their southern border, which passes approximatively from Velvary across Zeměchy in the direction to Slaný.

The border between the beds of Týnec and those of Plzeň-Kladno is not precisely known to me neither from the accessible litterature. Weithofer in his work "Geologische Skizze des Kladno-Rakonitzer Kohlenbecken" (Verh. d. k. geol. R. A. Wien 1902). limits it rather indefinitely; he puts it into the line from the valley-incision of Hnidousy to west northly from the Barré-mine to Srby and southly to Kamenné Žehrovice. According to him these beds are spreading northly until to Zvoleněves, Knovíz and Podlešín, which is a part of the south border between the permian beds and those of carbonian. According to that it seems, that the surrounding of Blevice is built only of the inferior grey beds upon which the mighty coverings of loess are directly laying. We can acquire some certainty in this matter most probably from Lipold's work: "Das Steinkohlengebiet im nordwestlichen Teile des Prager Kreises in Böhmen", to which refers Petraschek in his most recent work: "Die Kohlengeologie der österreichischen Teilstaaten" 1925. Lipold registrated there on a map all at that time known burrows and shafts, the profiles of which he knew and the most important of which he also mentioned in his work.

The most important for us are the burrows determined by Lipold under number 5, 11a, 12, further also the shafts in the surrounding of Koleč and Votvovice. The burrow nr. 5. laying between Blevice (northly from them), Zeměchy and Votvovice shows layers mostly of wittish, greyish and bluish colors, only above them is a bed of yellowish sandstone. In the nr. 11a. near the village Koleč there are also mostly greyish and whittish sandstones alternating with clays (some of them of reddish or bluish colors) and above with a thin coal-measure and underneath with three thin coal-measures. In nr. 12. situated about in the middle on the line between Blevice and Třebušice (t. i. west from Blevice and north-west from Koleč) the pierced layers have below traces of coal and above a thin coal-measure. They are mostly of wittish and greyish shades; in the highest layers they are also of yelow, red and blue color.

From those mentioned burrows and also from other circumstances mentioned in Lipold's work as well as that in the conglomerates and sandstones of the surroundings of Blevice occur very thin coal-measures or clays, we may judge, that we have to do there with the inferior grey layers, most probably with their upper horizons. According to that, all our brown-grey clays with plant impressions are belonging to the Nýřany-horizon of the inferior grey beds. I prefer not to determine more precisely their stratigraphical horizon. I only mention as far, that we find in fhe different works informations about thin coal-measures found during different mining works in the upper parts of the carboniferous sediments just on the territory between Slaný and Kralupy. Those local measures without connection, have mostly been regarded as a weakly developped Nýřany-Lubno-coal-measure. According to that our clays would belong to the hanging wall of the Nýřany Lubno-horizon. But I think we have not get quite certain proofs of that.

The plant-remains which I digged out from this bed are mostly badly preserved and poor in species. Their precise determination is rather difficult because it was impossible to me to get out greater parts of the fossils; there are only smaller fragments, especially of the ferns we find there only fragments of the pinnae even only isolated penultimate pinnae. And as even the nervation of some fragments is rather undistinct it is evident, that the determination of some more difficult species of Pecopteridеae is rather somewhat problematical.

I would like to refer to several moments before I present the list of the found plants. As I mentioned before the plants are preserved only in fragments; greater parts of the pinnae are only rarely found. For example we find very often only single leaves of the Sphenophylls. The impressions of the fern-leaves very often seems to be faded or dryed fragments being variously wrinkled and contorted. The same may be said about the Asterophyllits. (To see Pl. II.) In the middle of this bed of clays the fragments of leaves are heaped confused one upon the other; we find there a confusion of some Pecopteris-leaves with twigs of Sphenophylls and Asterophyllits among which are interlaced fringed bands (Pl. I. fig. 1.) of Cordait-leaves and small pieces of Calamit-stems. By that became this bed so much coaly.

All those facts test, that the plants must not have been deposed on the very place where they were growing, but rather, that we have to deal with floated material during a more quiet sedimentation. That is prooved also by the absence of stubs and roots as well as greater parts of stems. Of course, it is not excluded that they could never be found there. This bed seems to be the so-called „Häcksel" it is a kind of fossil chopped straw.

The found plants as far as it was possible to determine the leaf-fragments, are following:

CORDAITALES.

Cordaites palmaeformis Goepp. (Pl. I. fig. 1, 2). — The leaf-fragments which I refer to that species have a distinct nervation. Their ends are by and by narrowed into a blunt point. The nerves are all equally strong and the surface shows as in all the Cordaits very distinct cross wrinkles Therefore it can not be the well known C. borassifolius, for wich generally all the Cordait-leaves are determined in our country, but most probably the Cordaites (Dorycordaites) palmaeformis Goepp., characteristical for the upper horizons of the middle parts and of the upper parts of upper carboniferous in European basins.

There are also small and rather undistinct fragments of *Cordaites-inflorescences,* called *usually "Cordaianthus".* (Pl. 1. fig. 12, 13).

CALAMARIALES.

Calamites sp. (Pl. 1. fig. 5., 6., 7.) — found pieces of internods without any traces of branches and therefore a more precise determination impossible.

Asterophyllites equisetiformis (Schloth.) Brongnt. (Pl. II. fig. 1.) there are twigs of very different thickness and it seems almost that they could belong to those undeterminable Calamit-remains. Their leaves, especially at the thicker twigs (with rather long leaves), are here broken and contorted.

SPHENOPHYLLALES.

Sphenophyllum emarginatum Brongnt. (Pl. 1. fig. 8., 9., 14.) Found here in a great quantity as isolated leaves as well as whole twigs. Their margin is here mostly badly preserved. In favourable cases they are rather bluntly toothed. Into the leaves enter generally two nerves. That all are characteristical features of Sph. emarginatum Brongnt., to wich I refer therefore the Sphenophylla of this locality.

FILICALES (incl. Pteridospermae).

Pecopteris plumosa Artis sp. (Pl. I. fig. 15., 16., 17.) is here in great quantity.

Pecopteris Pluckeneti Schloth. sp. (Pl. I. fig. 18., 19., 20.) — is here also in great quantity.

Pecopteris Miltoni Artis sp. (Pl. I. fig. 21., 22., 23., 24.) — is here most frequent from all the pecopterides; but the nervation is very often rather badly distinct, the pinnae as always of very variable shapes. So it happens that some fragments are somewhat similar in their shape to the Pecopteris arborescens or still more to Pec. Candolleana. Mostly they can be here distinguished according to the impressions of the trichoms. Of course, if those are not sufficiently distinct it is difficult to recognise precisely their belonging.

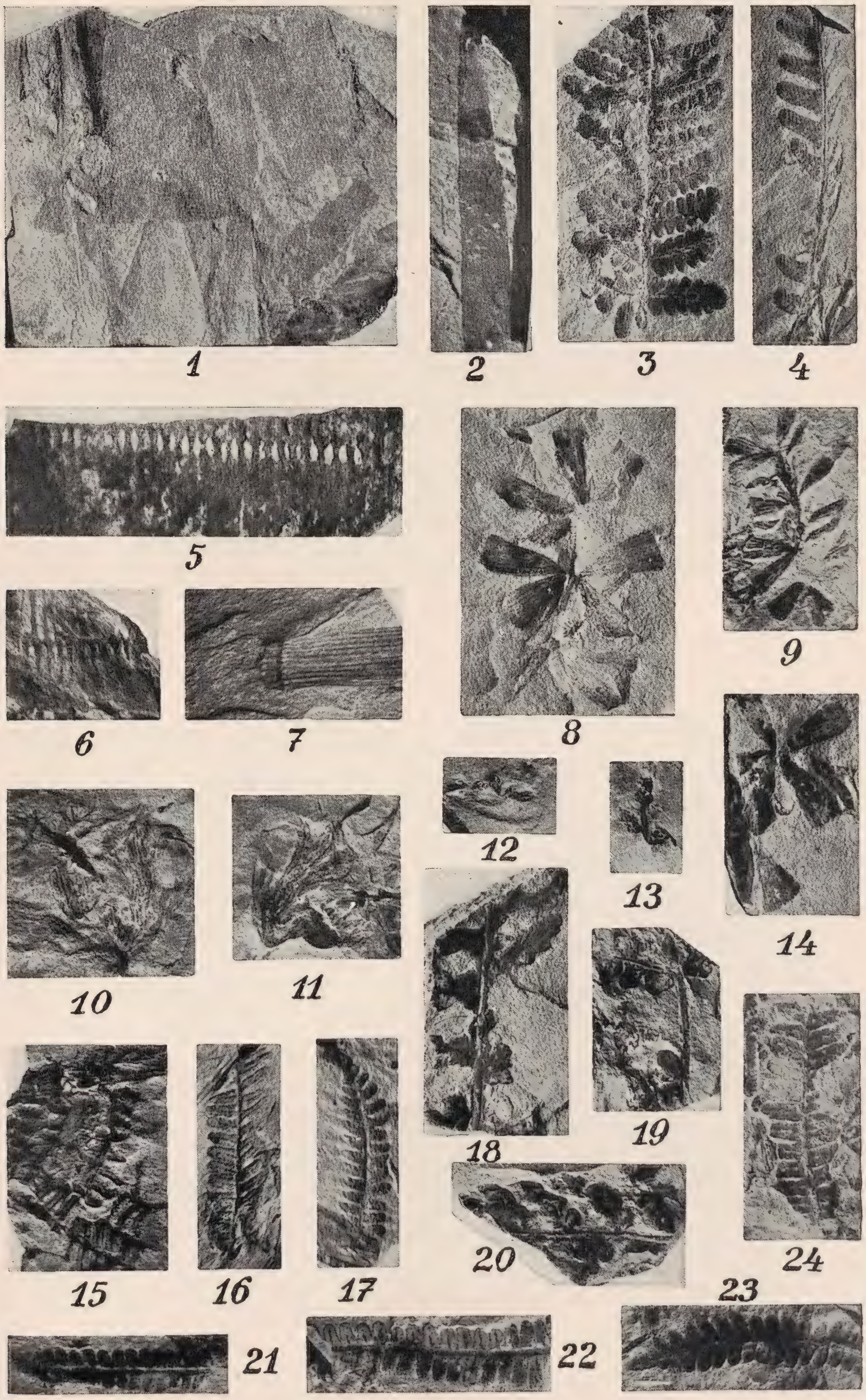
It seems that some pinnae belong to that what Gothan is describing in his work: "Die oberschlesische Steinkohlenflora" under the name *Pecopteris pseudovesiita White* (*vesiita Lescq.*). [Pl. I. fig. 3]. These are those leaf-types, which untill now have been determined in our National Museum either as P. Miltoni or oreopteridis and as such also inregistered in the lists of the bohemian carbonian floras. The last pinnules of the type are very upright to rachis of the penultimate pinnae. Their median vein is decurrent at a somewhat open angle, the lateral veinlets generally dichotomize once, ore are quite undivided. The first lower pinnule of each penultimate pinnae is very often greater than the others. The ends of the penultimate pinnae are characteristically broadly rounded. The upper surface of the leaves has a fine covering of hairs. Their nervation sometimes reminds the Pecopteris unita. Of course, it is still doubtful, whether this type of leaves is not only a more striking form of the very variable Pecopteris Miltoni; some figures in Kidston's work "Fossil Plants of the Carboniferous Rocks of Great Britain" seems to agree with the last opinion, as tested also by the shapes figured on the Pl. II. fig. 2.

Pecopteris c. f. crenulata Brongnt. — To this species I refer with a certain reserve the fragment figured on P. I. fig. 4., of which the last pinnules are tongue-shaped and somewhat decurrent on the rachis being united to each other at their base. Their median vein is somewhat decurrent at the rachis; the lateral veinlets are generally only once divided. Their margin is slightly crenulate. That all corresponds with Pec. crenulata Brongnt., as figured by Zeiller in his work: "Flore fossile du bassin houiller de Valenciennes," only the space between two neighbouring pinnules is somewhat too great. As there is in my collection only one little fragment it is impossible to give a more precise determination.

Finally there occur fragments of an aphlebia (Pl. I. fig. 10., 11.) of the shape described under the name of *Schizopteris lactuca Presl.*, which occur also among the palaeobotanical material from the carbonian sediments at Kralupy (conserved in the National Museum), where we find also similar species of pecopteris.

It is very interesting that no species of Sphenopteris and Lepidophyta were found among all fragments, thought they are so frequent in the lower horizons of the whole basin. Of course it is always possible that once they can be found as soon as a greater quantity of material will be digged out. But we know already that among the ferns the species of Pecopteris are predominating. This is one of the characteristical features of the upper horizons. Unfortunatly among all collected fragments, as here described there are only so few species, as it is impossible to give any more precise information about the stratigraphical localisation of the clays and their whole plant-association.

Pl. I.



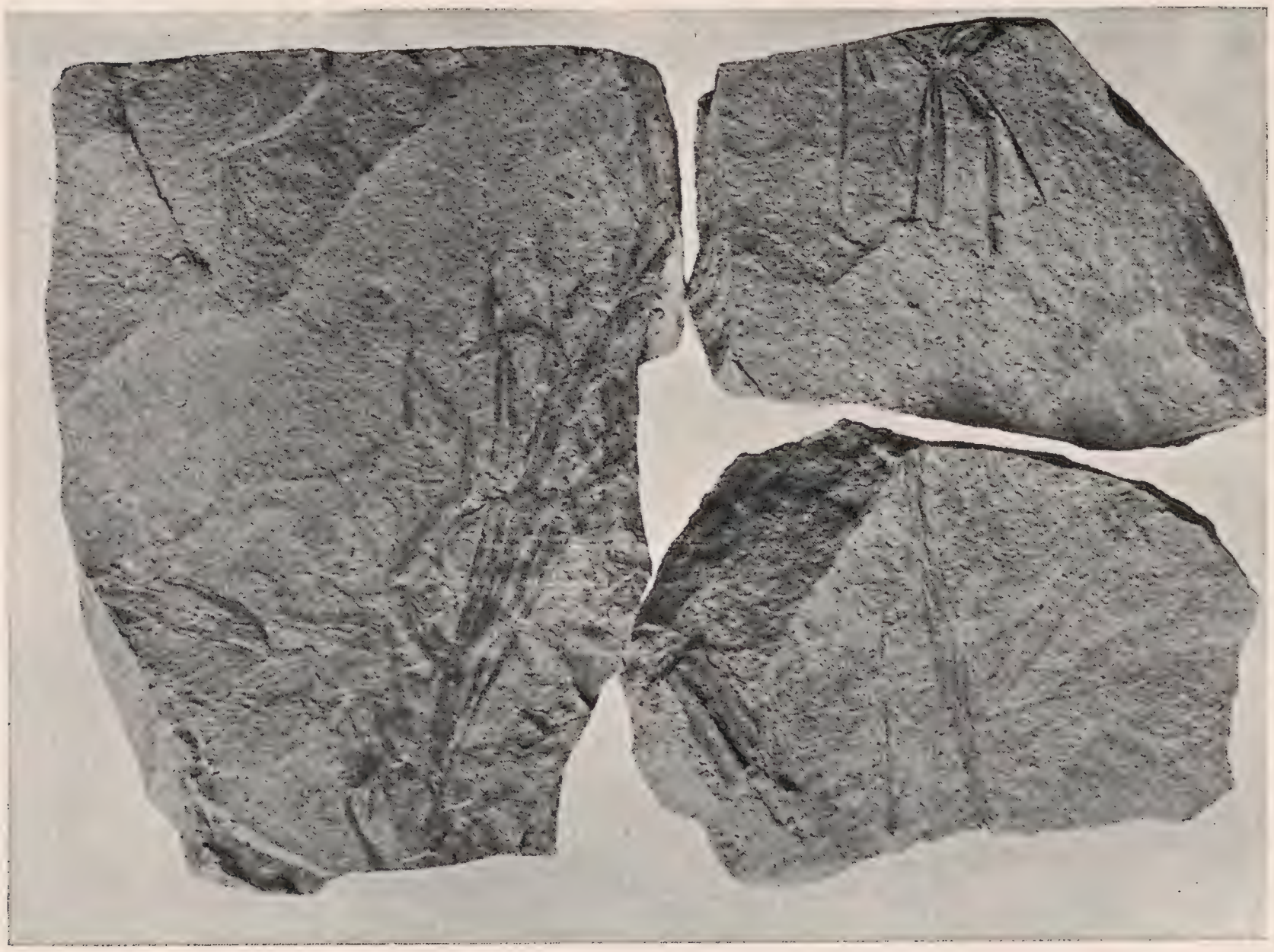


Fig. 1.

Fig. 2.

Sur la surface de l'arrière-voussure de Montpellier.

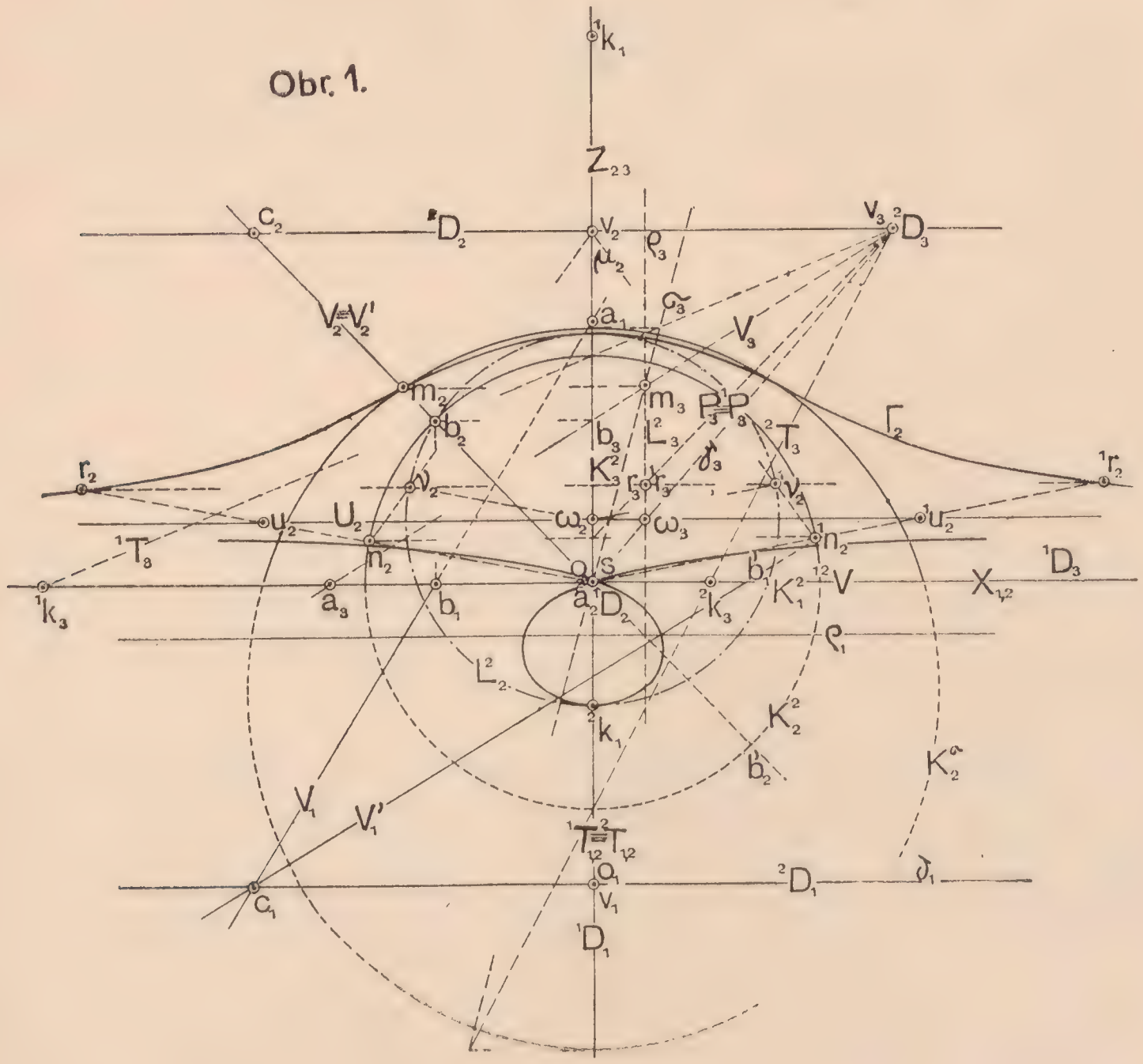
Par

le Dr. JOSEPH KLÍMA.

Présenté le 4 juin 1926.

I. Cette surface a pour directrices la circonférence K^2 du centre s, dont le plan est dans fig. 1 le plan de projection vertical ν, la droite ^1D qui est perpendiculaire au plan ν et la droite ^2D qui est parallèle au plan ν. Le plan de projection horizontal passe par la droite ^1D parallèle à la droite ^2D. La génératrice double $^{1,2}V$ est dans l'axe de projection $X_{1\,2}$. La génératrice arbitraire V coupe les directrices ^1D, K^2, ^2D dans points a, b, c.

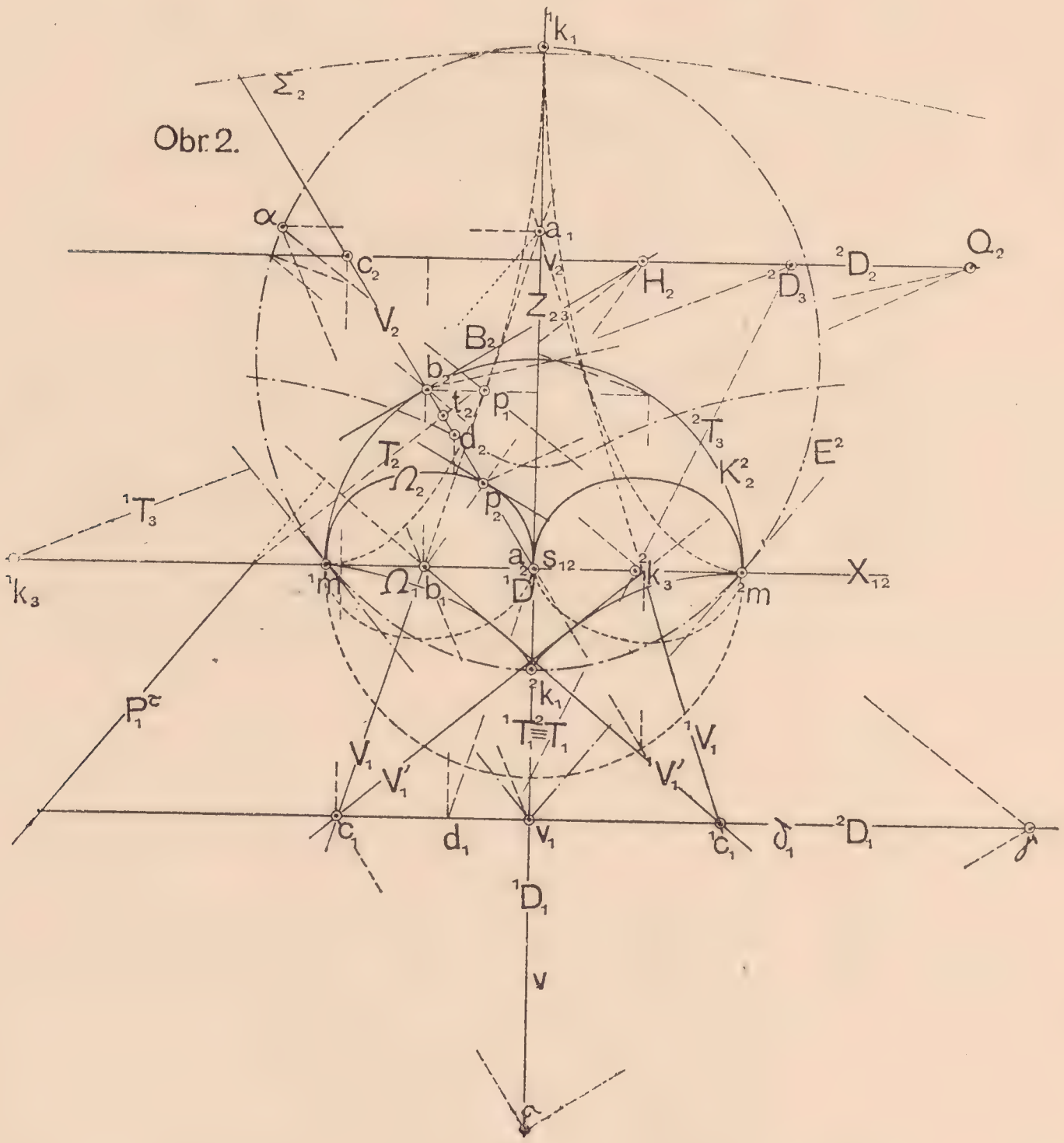
Obr. 1.



La surface contient ∞^1 quadrilatères gauches qui ont leurs sommets sur les droites ${}^1D$ et ${}^2D$, sur lesquelles ils font deux involutions projectives.

Les plans torsaux ${}^3\tau$, ${}^4\tau$ par la droite ${}^1D$ sont les plans minimaux et leurs points cuspidaux sont imaginaires sur ${}^2D$ et sont éloignés $\pm v\,i$ du point v, qui est le plus proche sur ${}^2D$ de ${}^1D$. v est la distance de la droite ${}^1D$ à ${}^2D$. Les plans torsaux ${}^1\tau$, ${}^2\tau$ de la droite ${}^2D$ sont réels et leurs droites cuspidales se trouvent dans le plan de symétrie μ de la surface et les points cuspidaux ${}^1k$, ${}^2k$ sont sur la droite ${}^1D$. La surface contient deux droites R, R' qui sont perpendiculaires au plan ν.

Obr. 2.



„Les coniques de la surface dans les plans σ *qui passent par la génératrice double* ${}^{1,2}V$ *ont leurs projections verticales aux coniques qui sont collinéaires à* K_2^2 *pour le centre s et pour l'axe* ${}^2D_2$, *et de sorte qu'elles ont le même foyer* ${}^2D_2$.“

„Les plans ϱ, *qui sont parallèles au plan de projection verticale* ν, *coupent la surface aux conchoïdes de Nikomède, dont les points doubles sont sur la droite directrice* ${}^1D$, *les droites fondamentales U sont les lignes d'intersection du plan* ϱ *avec le plan* γ *qui est déterminé par la génératrice double* ${}^{1,2}V$ *et la droite* ${}^2D$ *et la longueur qu'on transporte est égale au rayon de la circonférence à laquelle le plan* ϱ *coupe le cône* $(v\,K^2)$.“

La trace du cône directrice qui a son sommet au point s, sur le plan δ qui passe par la droite ^2D parallèle au plan ν est conchoïde de Nikomède Σ pour le pôle $(^1D\,\delta)$, la droite fondamentale ^2D et la longueur r le rayon de la circonférence K^2.

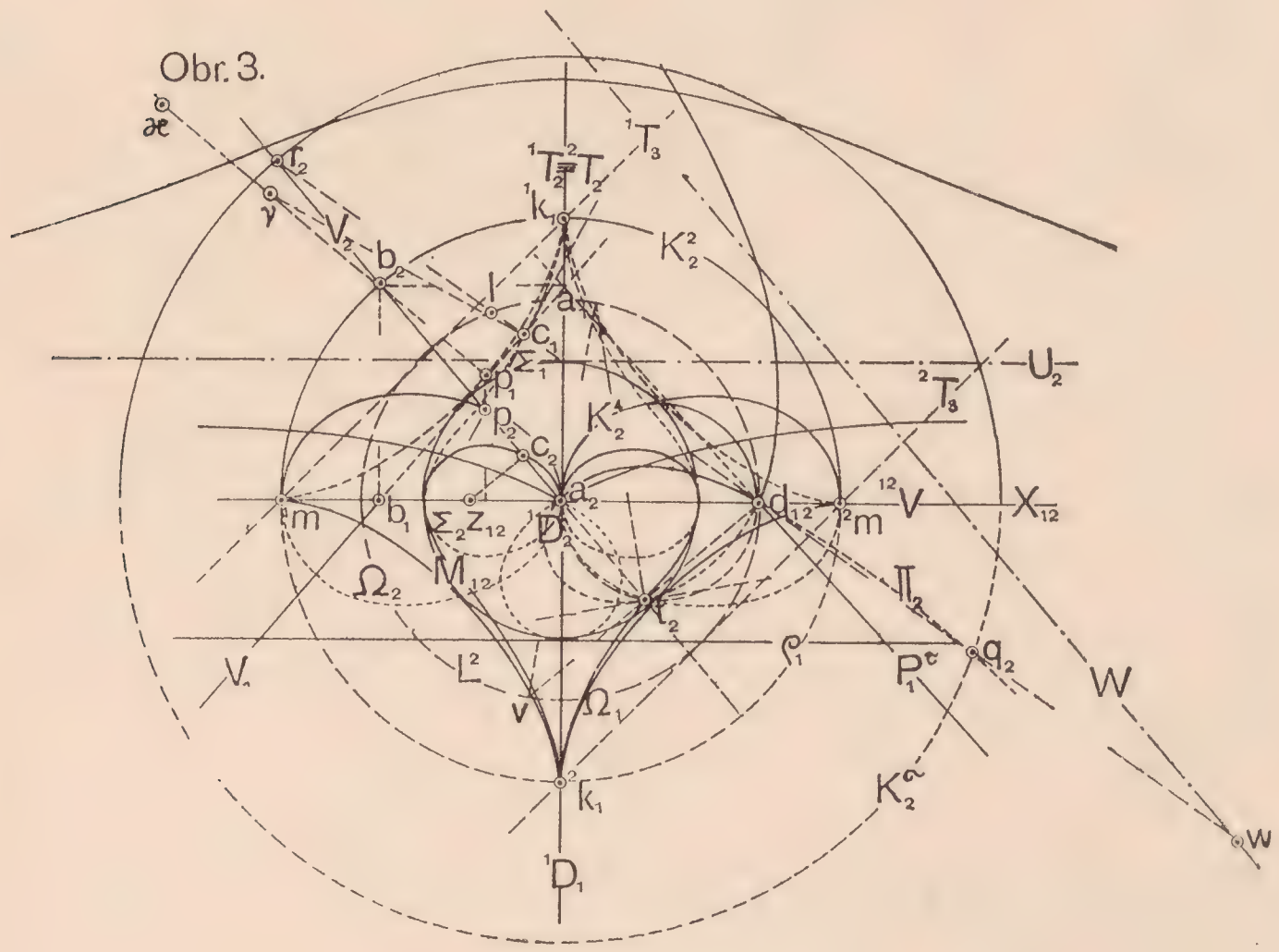
On déduit la construction du point de contact et celle des projections horizontale et verticale du contour horizontal Ω.

„Ω_1 *est la courbe collinéaire à l'astéroïde, de quatrième classe, du degré 6, qui a quatre points de rebroussement réels* $^1k_1$, $^2k_1$, ^1m, ^2m *et deux imaginaires* $^3k_1$, $^4k_1$ *aux quels les tangentes se confondent en droites* $^1D_1$ *et* $^2D_1$." (Fig. 2.)

La projection verticale Ω_2 est la courbe qui est la généralisation de la courbe de deux oeufs qui a l'équation:

$$v^2\,(x^2+y^2)^3 - r^2\,(y^3+v\,x^2)^2 = 0$$

Obr. 3.

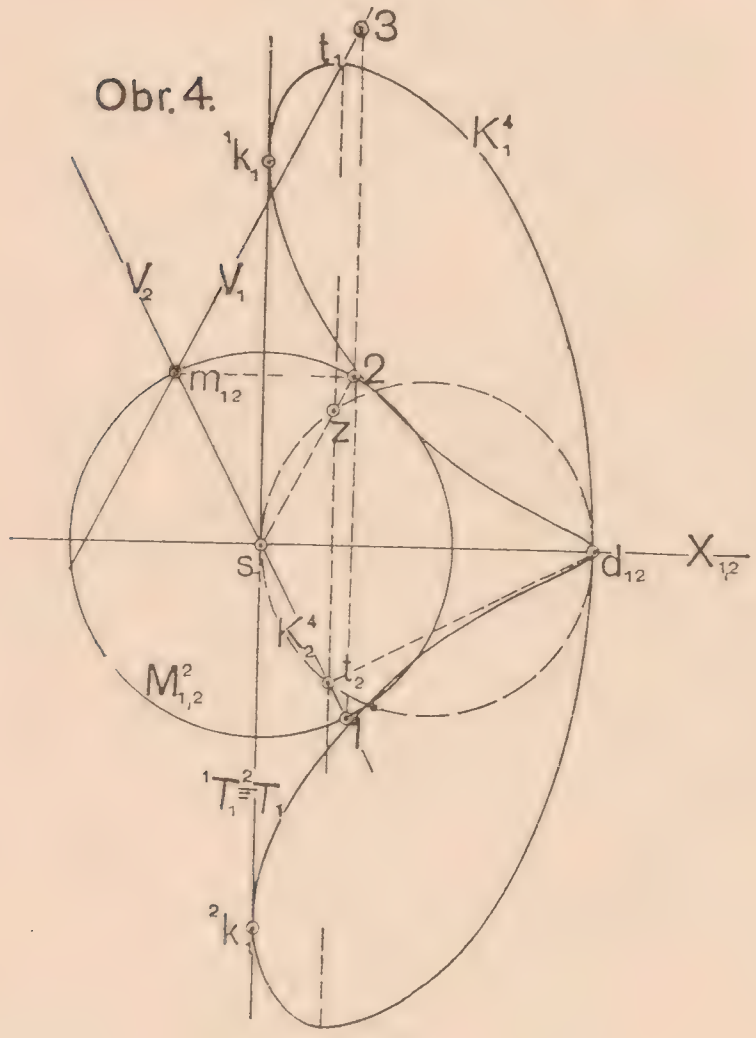


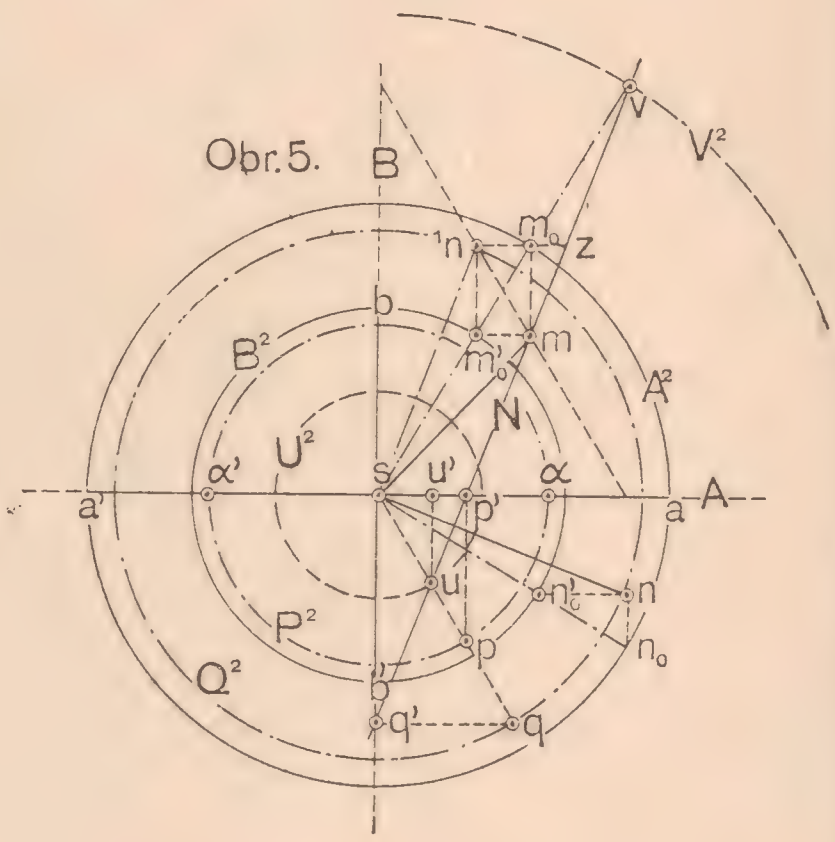
pour les axes $X \equiv X_{1,2}$ et $Y \equiv {}^1T_2$. On déduit la tangente de cette courbe à son point p_2 à l'aide de l'hyperboloïde osculateur.

II. On considère un cas particulier de l'arrière-voussure de Montpellier où *la droite* ^2D *est la ligne à l'infini*. Sur la fig. 3 est la droite ^2D à l'infini du plan bissecteur des plans de projection π et ν. Le contour horizontal Ω_1 est dans ce cas un astéroïde régulier et la projection verticale Ω_2 est la courbe de deux oeufs. Les ellipses de la surface ont leurs projections verticales circulaires. Les plans $\varrho \parallel \nu$ coupent la surface aux conchoïdes de Nikomède et la longueur correspondante est constante et égale au rayon r du cercle K^2.

La section du plan tangent τ, qui passe par la génératrice V a pour la projection verticale Π_2 la cissoïde pour le pôle $d \equiv (\tau\,{}^{1,2}V)$ de la circon-

férence L^2 du centre ${}^1D_2$ et qui contient le point double d et de la droite W symétrique à V_2 par rapport au point d. Le cône du sommet d sur ${}^{1,2}V$ touche la surface le long de la courbe du degré 4 de la première espèce avec le point double au d. La projection verticale $K_2{}^4$ est la circonférence qui a $\overline{d\,{}^1D_2}$ pour le diamètre. On déduit la construction des points de la courbe $K_1{}^4$ dans la fig. 4. Si est $M_{1,2}{}^2$ la projection de l'ellipse de la surface qui est dans le deuxième plan bisecteur et $K_2{}^4$ la circonférence sur $\overline{s\,d}$, est la construction de cette courbe rationnelle suivante: N' importe quel rayon $\overline{s\,1}$ de la $M_{1,2}{}^2$ coupe $K_2{}^4$ en point t_2 et le rayon symétrique $\overline{s\,2}$ en point z, on transmet $\overline{z\,t_1} = \overline{2\,1}$ pour déterminer un point t_1 de la courbe $K_1{}^4$.





Cette courbe a en point $d_{1,2}$ un point tacnodal et un autre point double $s_{1,2}$ à la distance $\frac{r^2}{d}$, si est $\overline{s\,d} = d$.

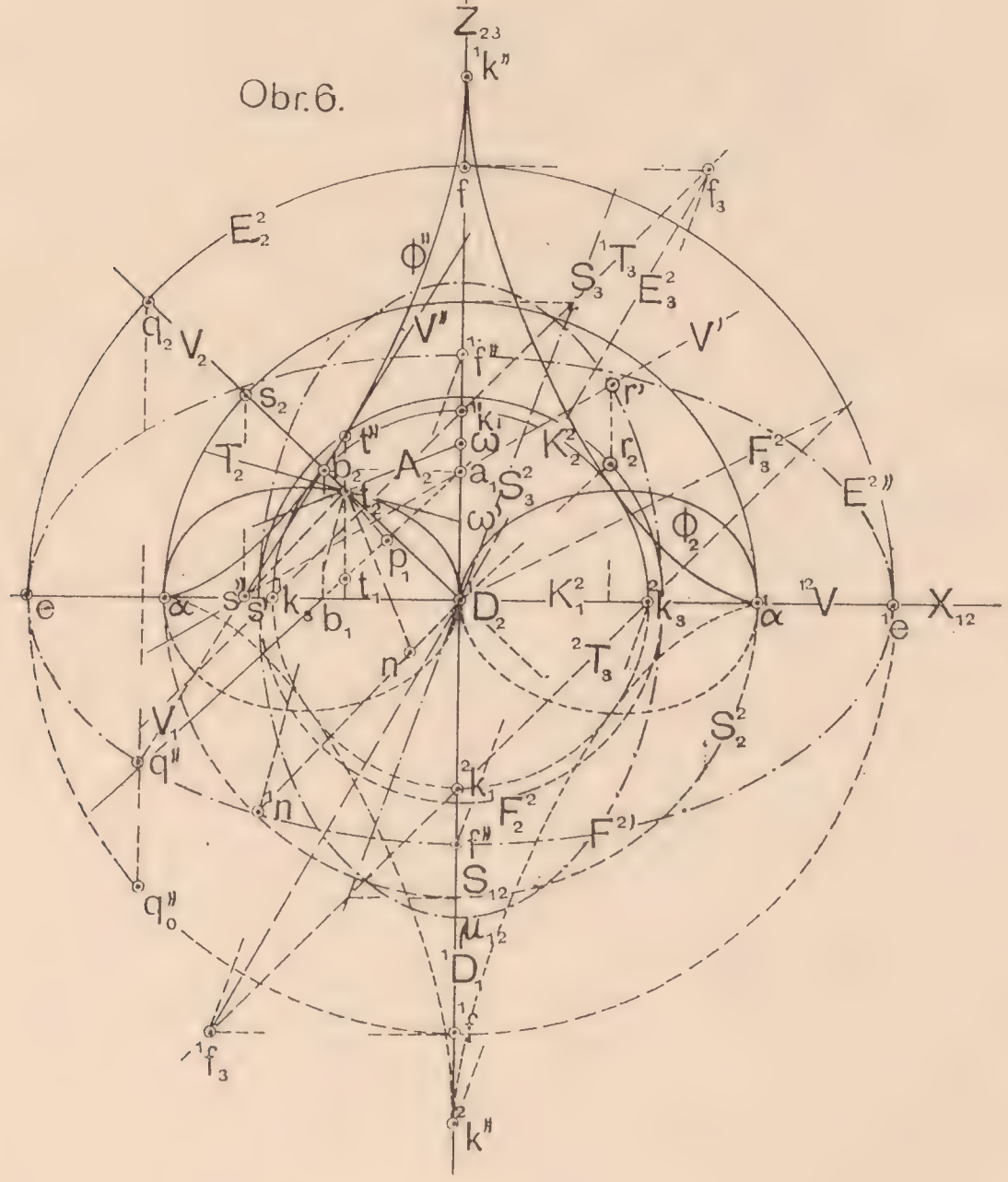
De la construction de la tangente de la cissoïde Π_2 en point t_2 il s'ensuit que la projection verticale des courbes asymptotiques de la surface sont les mêmes que la projection des courbes asymptotiques sur le conoïde droit rationnel circonscrit à une sphère.[1])

Ensuite, on déduit les projections de la ligne de striction Σ de la surface. La projection verticale Σ_2 est de nouveau la courbe de deux oeufs qui est homothétique à Ω_1 pour le centre s et pour le rapport 1 : 2 et la projection horizontale Σ_1 est la courbe, dont les points c_1 divisent en deux parties égales les longueurs des tangentes de l'astéroïde Ω_1 du point de contact p_1 jusqu'aux points d'intersection a_1 avec l'axe ${}^1T_2$.

[1]) Publié par l'auteur „Rozpravy České akademie", roč. 1925, č. 28.

On construit l'éclairement de cette surface par les rayons S qui sont parallèles au plan de symétrie μ. On démontre que l'ombre portée par la surface sur le plan de la projection verticale et horizontale sont les développées de l'ellipse. A cause de cela on déduit (fig. 5) la construction des normales d'ellipse qui a les axes $\overline{a\,a'}$, $\overline{b\,b'}$. La circonférence U^2 a le rayon $a - b$, la circonférence P^2 le rayon $\frac{e^2}{a}$ et Q^2 rayon $\frac{e^2}{b}$. Pour obtenir l'arbitraire normale N de l'ellipse, on mène un rayon quelconque $\overline{s\,u\,p\,q}$. Le point p se projette en p' sur l'axe A et le point q en q' sur B. La normale N joint les points u et p' où p' et q'.

Obr. 6.



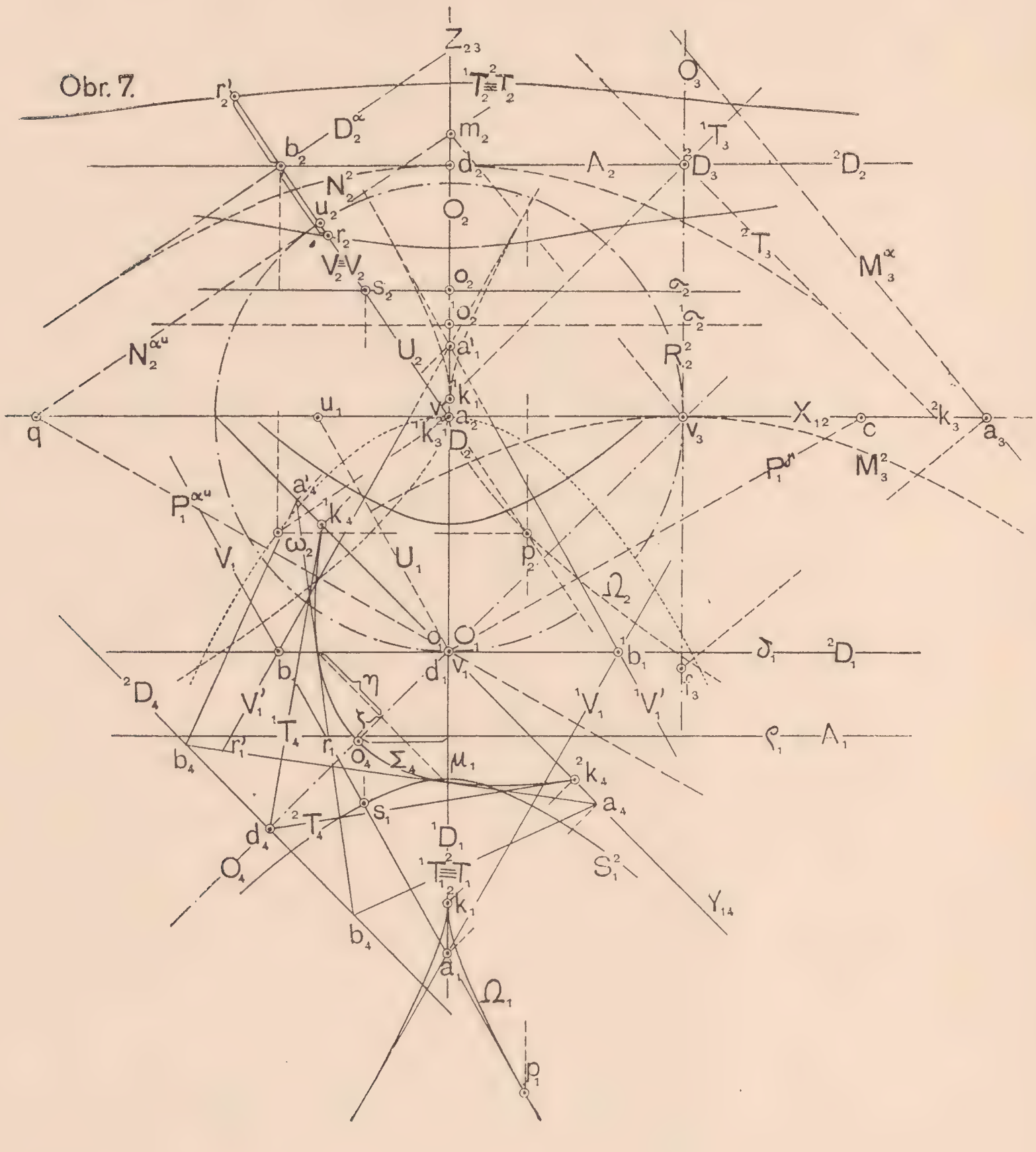
En fig. 6 soit S^2 l'ellipse de la surface, dont le plan est parallèle à S. La génératrice V coupe l'ellipse S^2 au point s et la circonférence K^2 au point b, il est $V'' \equiv \overline{s''\,b_2}$ et par suite l'ombre portée sur ν est la développée Φ'' de l'ellipse $E^{2''}$.

L'ellipse $E^{2''}$ est l'ombre portée de certaine ellipse E^2 de la surface. La projection verticale Φ_2 de la ligne d'ombre propre est la courbe de deux oeufs qui est inscrite dans le cercle S_2^2 et la projection horizontale Φ_1 est la courbe, dont les points t_1 divisent sur les tangentes de l'astéroïde régulier les segments du point contact $\overline{p_1}$ jusqu'au point d'intersection a_1 avec l'axe ${}^1T_1$ de l'astéroïde en rapport $\overline{a_1\,p_1} : \overline{a_1\,t_1} = r : \varrho$, si ϱ est le rayon de la circonférence S^2.

L'ombre portée Φ' sur π est de nouveau la développée de l'ellipse $F^{2'}$, qui a les points de rebroussement réels en points ${}^1k_1$, ${}^2k_1$ et α, ${}^1\alpha$. $F^{2'}$ est l'ombre portée d'une certaine l'ellipse F^2 de la surface.

III. L'exemple suivant de l'arrière-voussure de Montpellier est celu où K^2 *est la courbe à l'infini* d'un cône de révolution de l'axe ${}^1D$. En fig. 7 on choisit l'angle que font les génératrices du cône avec son axe 45^0, car

Obr. 7.

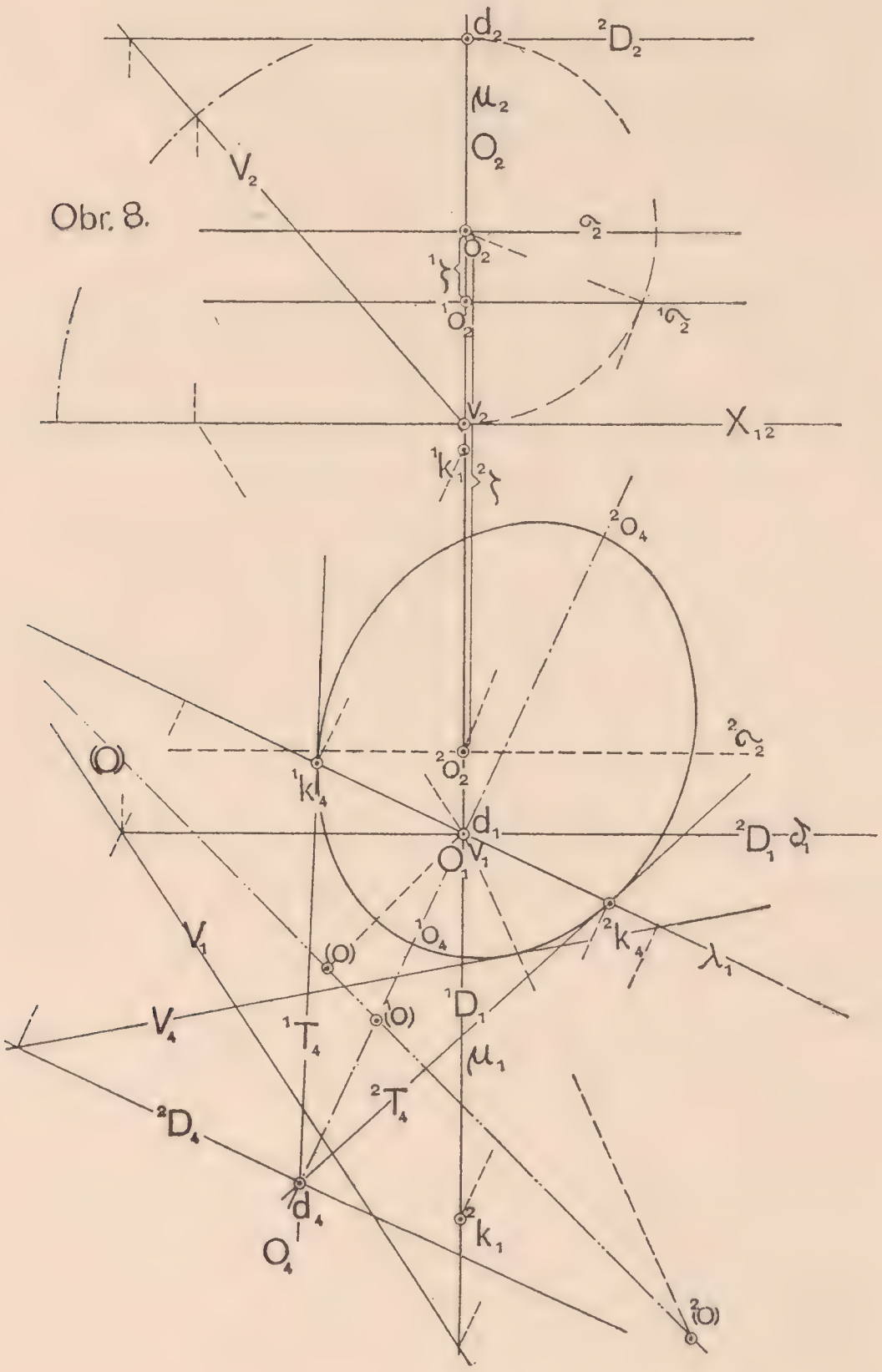


on obtient l'autre exemple par l'affinité avec cette surface. La surface a deux plans de symétrie μ, δ et l'axe de symétrie O. Les génératrices font ∞^1 des rhombes gauches sur cette surface. Sur la droite ${}^1D$ sont les points cuspidaux réels ${}^1k$, ${}^2k$ et sur la droite ${}^2D$ sont imaginaires ${}^3k$, ${}^4k$.

Les plans, qui sont parallèles avec π coupent la surface dans les hyperboles, qui ont leurs sommets sur les droites torsales. Le plan σ qui divise la distance des droites ${}^1D$ et ${}^2D$ en deux parties égales, coupe la surface en l'hyperbole équilatère S^2. Les plans ϱ parallèles *à* ν coupent

la surface dans les conchoïdes de Nikomède[1]) dont les droites fondamentales sont dans le plan qui passe par ${}^2D$ parallèle à π et la longueur respective est égale au rayon de la circonférence dans laquelle le plan ϱ coupe le cône directeur, ayant son sommet v sur l'axe O de la surface.

La courbe Ω du contour horizontal est du degré 6 a les points cuspidaux ${}^1k$ ($i = 1, \ldots, 4$) pour les points de rebroussement. On déduit que le contour horizontal apparent Ω_1 est la développée de l'hyperbole centrale équi-



latère $S_1{}^2$ et sa projection verticale est la parabole de Neil ou sémicubique.

La surface développée asymptotique a pour trace sur le plan δ la parabole N^2 du sommet $d \equiv (O\ {}^2D)$ et sur le plan μ la parabole conforme M^2 du sommet $v \equiv (O\ {}^1D)$ et le paramètre de toutes les deux est $2\,\overline{v\,d}$.

Les projections de la surface sur les plans λ perpendiculaire à π sont les coniques, pour lesquelles sont déterminés les sommets sur la projection de l'axe O (fig. 8.). Cette conique est l'ellipse, si le plan de pro-

---

[1]) De cet engendrement a traité la surface analytique G. Huber dans un mémoire „Die Conchoidenfläche, eine Linienfläche 4⁰". Monatshefte f. Mathematik und Physik", année 1903, p. 139—181.

jection λ fait avec le plan μ l'angle qui est plus grand que 45^0 et l'hyperbole si cet angle est plus petit que 45^0. Les courbes de contact des cylindres qui sont parallèles au plan π et touchent la surface, sont les courbes gauches du degré 4 avec le point double à l'infini. Les projections horizontales de ces courbes sont les courbes du degré 4 avec le point tacnodal à l'infini. Au cas que le sommet de la surface cylindrique est au point à l'infini de l'asymptote de l'hyperbole S_1^2 la projection horizontale de la courbe de contact est la courbe des images des points de cette asymptote si l'hyperbole S^2 est un miroir. Cette courbe a au point à l'infini de l'asymptote un point triple formé par l'union d'un point de rebroussement et une branche simple.

Etude sur les scories basiques Martin.

Par

OT. QUADRAT.

Présenté le 23 avril 1926.

Par ce travail, effectué sur la base de 30 échantillons de scories basiques provenant de 5 fusions Martin, j'ai établi les faits suivants:

a) En traitant les scories dans l'appareil de Schulte pour le dosage du soufre dans le fer, on constate une perte de soufre de sulfure de 52 à 92 p. c. Cette perte est due à la réaction entre l'hydrogène sulfuré naissant et l'oxyde ferrique, à proprement parler le sel ferrique;

b) la différence entre la teneur réelle en soufre de sulfure, et celle dosée iodométriquement a été utilisée pour le dosage de cet oxyde. On a trouvé dans les scories 22 à 42 p. c. du fer total sous forme trivalente.

Le rapport ponderal oxyde ferreux-oxyde ferrique a été trouvé ent r les limites 1·2—3·2. Le rapport moléculaire $\frac{Fe\,O}{Fe_2\,O_3}$ varie entre les valeurs 2·69 à 7·18.

c) La teneur en soufre de sulfure, a été trouvée de 96 à 99·5 p. c. du soufre total, le reste (1 à 3 p. c.) du soufre se trouve dans la scorie sous forme de sulfate.

d) Pour le dosage direct du soufre de sulfure, il a été élaboré une méthode de réduction de l'oxyde ferrique par la poudre de zinc à la température du rouge. Dans la scorie, réduite suivant ce mode opératoire, on peut dosér le soufre de sulfure avec un écart de $\pm$ 3·5 p. c. au maximum. La teneur en soufre de sulfure était de 0·5 p. c. en moyenne.

e) Ce travail démontre l'existence d'un système $Fe_2\,O_3$—Ca S, apparemment instable, dans les scories basiques provenant du procédé Martin. En dépit de son excès, l'oxyde ferrique reste inaltéré à côté du sulfure en fusion. L'auteur présume que l'oxyde ferrique, étant fixé sur la chaux sous forme de ferrite, perd ses propriétés oxydantes vis-à-vis du sulfure présent.

f) Ce travail donne une nouvelle méthode pour l'analyse des scories basiques du procédé Martin, c'est-à-dire des scories renfermant du soufre de sulfure à côté d'oxyde ferrique.

Institut de Métallurgie à l'Ecole polytechnique tchèque de Prague.

Sur les relations de l'ergotamine et d'action des elektrolytes.

Par

le Dr. E. POLÁK.

Présenté le 8 janvier 1926.

Les expériences du travail précédent montrent que pour les lapins on ne peut pas atteindre avec l'ergotamine une inversion de la réaction d'adrénaline. L'effet général de l'ergotamine est d'empêcher cette réaction, son inversion étant une exception. L'inefficacité d'adrénaline en présence d'ergotamine aparrait seulement dans les cas ou l'adrénaline a été injecté immédiatement après l'injection d'ergotamine. La paralysie du sympathique, causée par le gynergène et estimée par l'inversion de la réaction d'adrenaline, dure seulement quelques moments. Le calcium dont les petites doses augmentent chez les lapins vagotomisés la pression du sang réagit après l'ergotamine au bout d'un certain temps, pendant lequel, à la différence d'adrénaline, son effet est normal, d'une façon inverse.

L'effet du calcium et d'adrénaline employés ensemble n'est pas la somme de deux effets séparés. La présence d'adrénaline fait cependant l'inversion de l'effet du calcium après l'injection d'ergotamine plus prononcée. Pour ce qui concerne le potassium, la paralysie du sympathique par le gynergène ne produit aucun effet. Cependant le coeur arrété par le potassium en diastole, en conséquence de l'irritation du nerf X, ne peut plus être ranimé par l'adrénaline, l'ergotamine ayant été une fois injecté.

Ces résultats peuvent être expliqués, en se basant sur la théorie de Zondek, par l'accumulation des ions de calcium autour des cellules efficaces du sympathique en présence d'ergotamine. En suite de cette accumulation les petites doses du calcium produisent après l'injection d'ergotamine l'effet des grandes doses, c'est à dire l'abaissement de la pression du sang. L'absence de l'irritation du sympathique par l'adrénaline est causée

par la présence du potassium et le manque du calcium, ce qui est dû probablement à l'ergotamine.

L'inversion de la réaction d'adrénaline, causée par les alcaloïdes d'Ergot, peut être également expliquée par l'accumulation du calcium que ces derniers produisent dans les cellules efficaces et qui, additionnée au calcium livré par l'adrénaline, produit alors le même effet que les injections de grandes doses du calcium.

A contribution to the study of radioactivity of potassium and rubidium.

By

Dr. J. PETROVÁ.

Presented December 3., 1926.

The β-radiation of potassium and rubidium may not be emitted by these elements directly but might originate from their disintegration products. Thus potassium may, according to W. Kossel,[1]) change by emitting weak β-rays, into an isotope of calcium, which changing further into scandium would send off the penetrating β-radiation ascribed to potassium; scandium then would emit a weak α-particle and form again an isotope of potassium. However, another scheme is also imaginable: The atom of potassium, emitting a weak α-particle, disintegrates into an isotope of chlorine (and helium); the chlorine, by sending off β-particles, changes into an argon, which again, by emitting β-rays, yields an isotope of potassium. In this case the β-radiation observable on potassium would be caused by the β-transmutations of chlorine or argon. Analogous transmutations may be looked for in rubidium.

The abnormal quantity of helium, which accompanies several potassium minerals[2]) would point to one of the above schemes. Chemical separations made in order to trace, if possible, such processes, have to be carried out rapidly, since the changes of disintegration products might proceed very quickly.

Experimental part.

Two large equal ionization chambers ($40 \times 27 \times 25\,cm$) each with a well isolated wire-electrode placed at their middle had insulated connections to one quadrant of a Curie-electrometer, the needle of which was charged to 100 volts; the other quadrant was earthed. The needles of the two ionization chambers were charged to equal but opposite-sign poten-

---

[1]) W. Kossel: Phys. Zeitschr. *20*, p. 265, 1919.

[2]) R. J. Strutt: Proc. Roy. Soc. A. *81*, p. 278, 1908.

tials and thus the natural leak almost completely eliminated. A difference of one millivolt in the quadrant potentials effected a 1·6 *mm* deflexion on a 2·5 *m* distant scale.

When to a concentrated solution of 750 *g* of potassium nitrate (Merck's "purum") a small quantity of calcium chloride was added and the boiling solution precipitated with ammonium oxalate, the activity of the thus formed precipitate of calcium oxalate — measured three minutes after its formation — showed no radioactivity, although the activity of 0·5 *g* of potassium chloride would have been distinctly observable. Thus the half-value period of active calcium cannot be larger than 0·29 of a minute.

In these experiments the filtrate was quickly transferred below the bottom of the ionization chamber which was covered by an aluminium foil 0·015 *cm* thick.

Analogous experiments carried out with 80 *g* of rubidium nitrate (Merck's "purum"), to which some strontium nitrate has been added and quantitatively precipitated as carbonate, showed no observable activity of strontium carbonate; thus the upper limit of active strontium is 0·34 of a minute.

To establish whether the β-activity of potassium and rubidium are due to radiations of chlorine or argon isotopes, the following experiments have been made:

To a hot concentrated solution of 3.000 *g* of potassium nitrate some potassium chloride has been added and the chloride precipitated by an excess of silver nitrate; the activity of the thus formed silver chloride has been found negligible three minutes after the separation as well as during the following seven hours. However, in the first three experiments where the piezo-electric compensation method was used and one ionization chamber only, the freshly precipitated silver chloride showed an activity about equal to the "natural leak" and falling per minute to a half-value; no explanation has been found to account for this originally observable activity.

Analogous experiments carried out with a solution of 80 *g* of rubidium nitrate precipitated with silver nitrate after an addition of rubidium bromide, have shown no activity of the silver bromide three minutes till seven hours after the precipitation.

The above experiments thus show that the possible direct products of transmutation of potassium and rubidium cannot account for the radioactivity of these elements, unless the life-period of the products were very short.

It is gratefully acknowledged that a part of the expenses due to this research, carried out in the Physico-chemical Institute of the Charles' University and in the State-Radiological Institute, has been defrayed from a grant of the Czech Academy.

Les radiographies de l'articulation des sons tchèques.

Par

M. B. POLLAND,
Assistent de radiologie à la clinique des maladies internes,

et

M. B. HÁLA,
Assistent à l'Institut de Phonétique expérimentale.

Les expériences relatées dans la présente étude ont été faites à l'Institut de Phonétique expérimentale de Prague, de 1924 à 1926.

I. *L'appareil* était celui de la maison C. H. F. Müller de Hambourg (transformateur Veifa) ; il était disposé de telle sorte que le rayon central dût passer exactement par le centre du diaphragme iris. *Le sujet* était assis commodément sur une chaise, la tête un peu penchée en arrière et appuyée à un support en bois. La joue droite portait sur le châssis qui avait été immobilisé ; ce dispositif permettait de maintenir la tête dans une position fixe. Pour rendre plus distincts les contours de certains organes qui, d'ordinaire, ne sont pas très nets, nous avons employé *le bismuth,* dont on se sert couramment en radiographie. Le rayon central n'a pas été dirigé à toutes les prises sur le même point (signe ⊙ sur les esquisses) ; nous nous sommes beaucoup plutôt efforcés de faire passer les rayons *x* parallèlement au plan frontal du sujet. *La distance focale* était de 60 *cm,* la distance entre le plan médian de la tête du sujet et la plaque radiographique, de 7·2 *cm. Les négatifs* ont été obtenus sur des plaques Lainer-Villiers ou Eastmann *x*-ray films, *les positifs* sur le Nikko-Paper Kodak. Pour faciliter l'étude des radiographies, nous y avons joint *des esquisses,* dessinées au crayon sur les positifs, dont la couche sensible avait été enlevée par un procédé bien connu en photographie. Les esquisses reproduisent fidèlement les contours des organes phonateurs visibles sur les positifs ; les parties moins nettes ont été complétées d'après les négatifs, qui — comme on le sait — sont plus clairs. Les endroits moins distincts et moins nets même sur les négatifs ont été marqués en pointillé. Les positifs et les esquisses sont de grandeur naturelle.

L'exposition a duré de 3 à 4 secondes; pendant ce temps les voyelles et les consonnes ont été tenues. Il est évident que de cette façon on risque de modifier un peu l'articulation; mais le sujet (M. Hála lui-même) était bien entraîné à cette sorte d'expérimentation. Toutefois pour être bien certains que l'articulation des sons n'avait pas été déformée, nous avons essayé de prendre des instantanés. Au commencement de 1926 le docteur Polland est parvenu à *réduire la durée de l'exposition à 0·10 et même à 0·05 de seconde* (c'est-à-dire une durée d'exposition beaucoup plus courte encore que celle obtenue par Scheier); avec cette dernière exposition nous avons fait deux instantanés de contrôle, ceux de l'*í* et l'*ou* (fig. 13, 19). On voit qu'il n'y a pas de différence sensible entre ces deux instantanés et les prises obtenues avec une exposition plus longue, ce qui permet de conclure que l'articulation n'avait pas été sensiblement modifiée lors d'une émission de plus longue durée.

Remarque. Bien que nous avons fait plus de 40 prises, la peau du sujet n'a pas été endommagée du tout par les rayons *x*.

II. Nous avons étudié tout d'abord les *voyelles longues á, é, í, ó, ú* (= *ou*), puis les *consonnes isolées p, m, f, t, n, ť* (= *t* mouillé), *ň* (= fr. *gn*, *n* mouillé), *c* (son simple, qu'on transcrit grossièrement *t͡s*), *s, š, r, ř* (= *r* mouillé), *l, j* (= fr. *-ill-*), *ch* (son voisin du *ch* de „Bach"), *k* et *h* sonore de la prononciation *tchèque* de Prague; pour faciliter la comparaison, nous joignons une figure montrant *la position des organes au repos.*

Le premier avantage de nos radiographies, c'est de donner un tableau d'ensemble des organes phonateurs pendant l'articulation et d'éclairer en particulier le fonctionnement de ceux d'entre eux qui sont difficilement accessibles aux méthodes courantes en phonétique expérimentale. Ce sont notamment:

A. **Le voile du palais** dont l'articulation (spécialement pour les voyelles) a été assez souvent discutée (voir le récent travail de Mlle Kaiser, Quelques remarques sur le fonctionnement du voile du palais dans la phonation[1]) et le compte-rendu de M. Chlumský dans Časopis pro moderní filologii a literatury XI, 69 avec un résumé en français dans la même revue, dernière page). Nos radiographies font constater

a) que, dans la prononciation étudiée, *le voile du palais ferme la voie nasale* pour toutes les voyelles, excepté *á*, et pour toutes les consonnes, excepté les nasales et *h* sonore;[2])

b) que l'élévation du voile du palais varie suivant les sons; elle va en croissant dans la série *á — é — ó — ú — í* pour les voyelles, et

---

[1]) Archives Néerlandaises de Physiologie, IX, 1924.

[2]) Prononciation individuelle du sujet; la voie nasale est ordinairement fermée pour *á* et *h* tchèques.

dans la série: 1. vibrantes *r*, *ř* (minimum) — 2. constrictives *f*, *s*, *š*, *ch* (= χ), *j* (= ill), *l* — 3. occlusives *t*, *c*, *ť* (= *t* mouillé), *k*, *ṕ* (maximum) pour les consonnes.

c) Enfin, on peut dire que *pour la plupart des consonnes le voile du palais est un peu plus haut que pour í* (v. p. *00*).

B. **Le pharynx.** La largeur de la cavité pharyngienne change pendant l'articulation (v. le tableau 4):

a) elle est *plus petite* (qu'au repos) pour les *voyelles postérieures* (*á, ó, ú*), pour les *consonnes labiales* (*ṕ, m, f*), *vibrantes* (*r, ř*), pour *l*, *h* sonore, *k* et *ch*;

b) elle est *plus grande* pour tous les autres sons.

C. **L'épiglotte** (tableau 5).

D. **L'os hyoïde** (tableau 6).

2⁰ Nos radiographies apportent une *contribution à la classification des voyelles:*

a) On hésitait sur la place à donner à l'*á* tchèque. La comparaison des radios apporte, à notre avis, la solution de cette question; on voit que la langue se ramasse légèrement plus en arrière pour *á* que pour la position du repos; bien que ce mouvement ne soit pas très prononcé, il nous indique que l'*á* tchèque se range plutôt parmi les voyelles postérieures. — *b*) La radiographie de la voyelle *ú* (= *ou*) confirme l'opinion généralement admise, et combattue uniquement par M. Bremer dans sa Deutsche Phonetik, p. 141—2, que la langue est plus haut et plus en arrière que pour *ó*.

3⁰ *Quelques faits particuliers.* — 1. *ṕ, m, f:* La position de la langue pour ces trois sons n'est pas la même qu'au repos; elle en diffère sensiblement. La langue prend pour ainsi dire une position de „garde à vous" pour pouvoir passer plus rapidement à l'articulation suivante. — 2. *m, n, ň:* Le voile du palais est abaissé, mais moins fortement que pour la respiration. — 3. *f:* La mâchoire inférieure est un peu ramenée en arrière. — 4. *r, ř:* Les radios confirment l'observation de M. Chlumský, que la différence principale entre ces deux sons consiste dans le rapprochement plus grand des deux mâchoires pour *ř* que pour *r*. La langue, pendant la phonation d'un *ř*, est dans une position semblable à celle qu' elle prend pour la prononciation de *š* et *ž*. — 5. *l, t:* L'articulation de ces deux sons tchèques est *coronale* (c'est-à-dire, qu' elle se fait par la surface du bout de la langue et non pas par la pointe, comme par exemple en anglais). — 6. *j* (= *ill* fr.) ressemble beaucoup à *í*, mais son angle maxillaire (= la distance des deux mâchoires) est légèrement plus petit. — 7. *s, c* (= $\widehat{ts}$): La pointe de la langue se trouve derrière les dents inférieures comme dans la prononciation française. — 8. *ch* (= χ): L'articulation de ce son chez le sujet diffère un peu de la prononciation tchèque normale; elle

se fait plus en arrière comme pour *ch* allemand de „Bach". — 9. *h* sonore: La langue n'a pas une position particulière pour ce son, car l'articulation spéciale se produit dans le larynx (au moyen des cordes vocales).

4⁰ *Nos radiographies servent enfin de contrôle* à quelques méthodes courantes en phonétique expérimentale et utilisées par M. Hála dans son ouvrage antérieur K pražské výslovnosti (Contributions à la prononciation de Prague), en montrant le degré de leur précision (le *palais artificiel,* irréprochable ; la *méthode d'Oakley-Coles* et le *mouthmeasurer d'Atkinson,* précision suffisante pour pouvoir être utilisés).

* * *

Légende des principaux signes employés dans les figures (v. la fig. 1) *1:* Lèvres. — *2:* Incisives. — *c—d—d':* Palais dur ; *c:* alvéoles. — *e—e':* Voile du palais. — *g:* Luette. — *x:* Endroit où le voile du palais s'applique au palais dur. — *4:* Langue ; *i:* pointe de la langue ; *k:* racine. — *5:* Tuberculum articulare. — *o:* Proéminence de Passavent. — *A:* Cavité pharyngienne. — *B:* Cavité buccale.— *C:* Cavités nasales. — *D:* Cavité naso-pharyngienne (fig. 7). — *l:* Épiglotte. — *m:* Os hyoïde ; m_1, m_2: cornua ossis hyoïdei. — *n:* Paroi pharyngienne. — *r:* Partie droite du maxillaire inférieur ; *r':* partie gauche. — *7—11:* Vertèbres. — *12:* Dents supérieures ; *13:* dents inférieures. — *E:* Atrium oris (petite cavité entre les dents et les lèvres). — *J:* Oesophage. — ⊙ = passage du rayon x central.

Stratigraphy and fauna of the neolithic strata at Kinneret in Palestine.

By

JAR. PETRBOK.

Presented November 19th 1926.

As the age of the „lisan layers“ and so of course also of their mollusc fauna was determined by *Blanckenhorn* in 1914 [1] and 1921 [2] as pluvial (and that first as Mindelien, than as Rissien (and as this fauna was studied in detail as far as this is possible to-day (by *Noetling* 1886 [3] and Petrbok [4] 1924, 1925, 1926), we may determine by it the relative age and the confor-

Fig. 1. *Kinneret:* profil (at the road to Tiberias) with neolithic culture and freswater fauna of the same age. — **a** = chief bed with *Melanopsis*.

mity or unconformity of the associations of all the other faunae found in the immediate vicinity.

Soon it will be possible to study the fauna of the palaeolithic molluscs, especially of the aquatic ones, in as far as they really occur in layers with palaeolithic implements. As said before the fauna of this pluvial terrace comprises certain now extinct kinds, and others living still in this river-basin, while other kinds of the recent association were not found in it up till now. So by comparison and with the help of other proofs as stone artefacts we may determine the age of these younger faunae.

In building the road between Kinnereth and Tiberias sections of powerful layers of brown clay were exposed. *This clay cannot be identified with the chamra,* it is less compact, more porous and contains a characteristical freshwater fauna with the kinds:

1. *Melanopsis costata* Oliv.
2. *Theodoxis Jordani Sow.*
3. *Unio* sp.
4. *Corbicula* sp.
5. *Melania Rothi Mouss.*
6. *Melanopsis buccinoidea* Bourg.

The section shows the following layers:

dark porous loam and waste: 1·5 *m,*

dark reddish brown clay, more compact: 0 5 *m Melanopsis costata* and *neolithic artefacts* in abundance,

compact reddish brown clay: $^3/_4$ *m*? *Melanopsis costata* rare.

As this place lies below a hill and that at the end of a gully, it is evident that in neolithic times there was here a permanent spring in which or perhaps in the swamp it fed there was sufficient water for those ten thousands of *Melanopsis costata* to thrive during countless generations. *Melanopsis costata* is a highly plastic kind which ought to be studied monographically, especially as it is a geologically very old kind, dating from the paludine beds of Southern Europe, though Blanckenhorn,[5] Böttger,[6] Brusina,[7] Hörnes,[8] Oppenheim,[9] Penecke[10] and before them Sandberger[11] had contested the identification of these specimens with the Palestine ones.

In this case they would be geologically of pluvial age.

Our fauna is, however, most interesting by showing traces of exogenous influences, of lack of water.

It is well known that even by temporary lack of water molluscs will assume special forms of accomodation called *xerophyl.* In *Gasteropodia* they are characterized by a narrowing of the mouth, such cases being even known in the familly *Ancylus.* Sometimes, when there is sufficient time, even the large *Limnaee* (*stagnalis, auricularia*) develop such a xerophyl

narrowing of the mouth. Apparently, however, these are but short-lived individual cases. But this holocene fauna of *Melanopsis costata* has a great number of individuals which show this accomodation to a permanent lack of water from their youth. For the whole complex of the fresh-water fauna in such young fossil beds this signifies, that we are able to determine since when precipitation in Palestine began to be scarcer.

As this fauna was discovered together with stone-artefacts, the age of these layers can be proved chronologically, but also the age of the fauna itself.

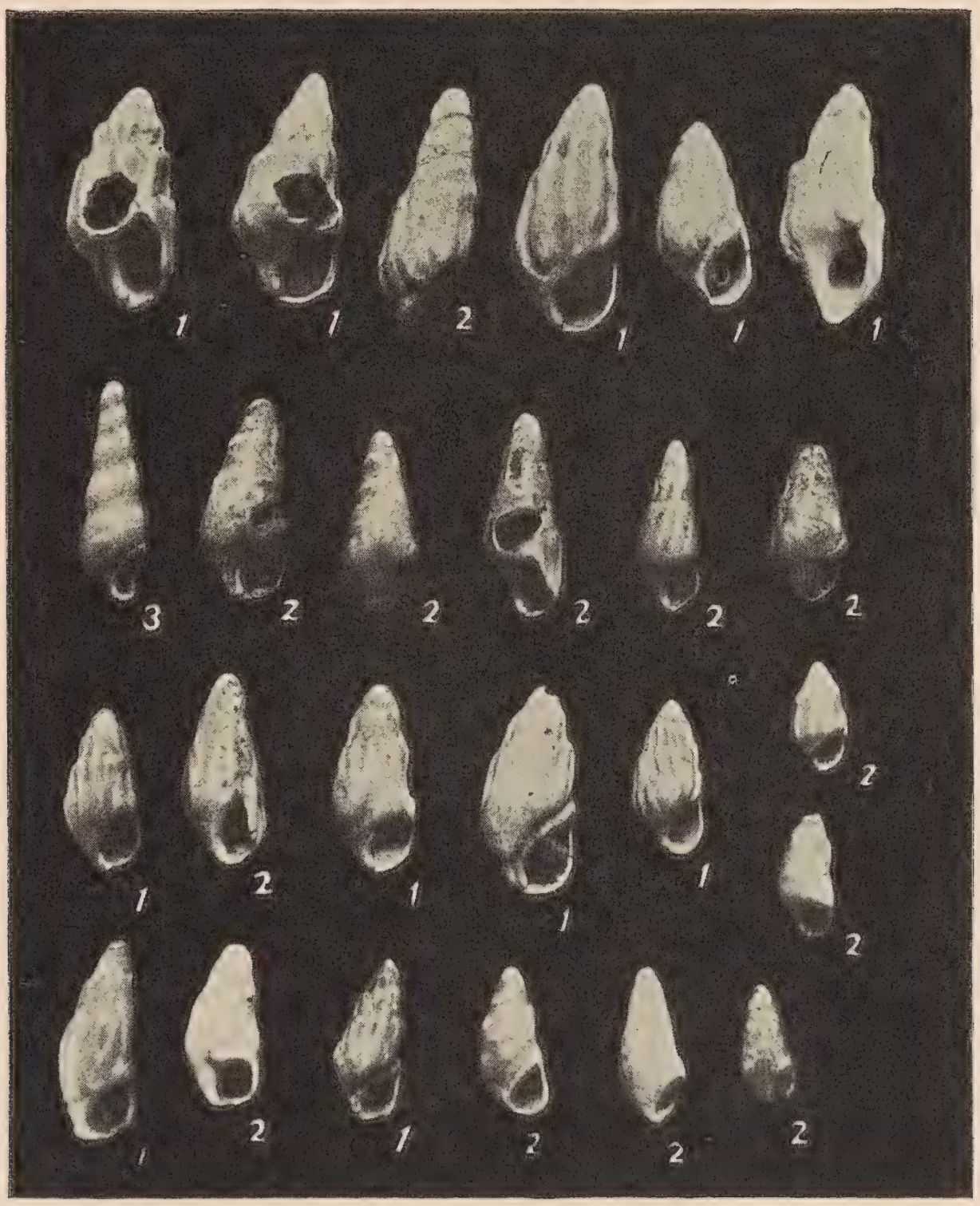


Fig. 2. The fauna of the neolithic strata at *Kinnereth*: 1. *Melanopsis costata* Oliv. norm. form. 2. *Xerophylous forms*. 3. *Melania Rothiana Mouss.*

The next neolithic fauna is here the fauna of the pluvial terrace described before.

In comparing these two associations which belong distinctly to different periods, we find that they differ in kinds, as associations, and even — morphologically.

The fauna of *Melanopsis costata* shows clearly that it lived under certain quite special conditions which produced just the great *polymorphism*. As we know that these „special conditions" were the alternation of abun-

dance and lack of (water periods of winter rain and summer drought), we come again to the conclusion that each change (or inconstancy) of the exogenous factors produces a polymorphic dissolution.

In *Palestine* all the species of the family *Melanopsis* are *monomorphic* when they live in permanent unchanging waters (of course the individual variability excepted). From this it is evident that permanent and less strong exogenous influences produce *monomorphism* (which therefore is a *latent polymorphism*), while a change of these exogenous influences produces a *polymorphism* as thorough as possible. And for this just this *neolithic fauna of Kinnereth* is a classical proof for the family *Melanopsis*.

Melanopsis buccinoidea Bourg.

The two specimens which were found of this kind show a distinct xerophytic narrowing of the mouth which proves that this kind, too, lived in this place. This feature occurs throughout the country and is known likewise in the pluvial terraces of the *Jordan*.

Melania Rothina Mousson.

Of this highly interesting *Melania* which hitherto was not found either fossil in the pluvial terrace or recent, I have from these beds one specimen, the first one ever found in a well defined layer the age of which can be determined.

Now and then this *Melania* is found in the outlet of the lake, but full grown specimens are very rare. It was found but in the outlet of the western shore of the lake *Genezareth*. In the collections of the *Museum of Geology* in *Cairo* I saw in 1926 a Quarternary *Melania* of a very similar or even of the same species.

Neritina (Theodoxis) Jordani Sow.

The discovery of several specimens of this kind is highly interesting as they are the first for which we can determine their geological age. I had failed to find this kind in 1924, 1925 and 1926, but this year I found it in two pluvial layers and that at *Kinnereth* on the lake *Genezareth* and at *Wadi Malacha* in northern *Galilee*. I know it from the *Jordan* and its lakes, *Merom* (Hull) and *Genezareth*, from the rapids of the *Jarmuk* at *El Džiser* (near its confluence with the Jordan), where it occurs in special strikingly large forms. In the small lateral springs on the right bank of the *Jordan* from the Syrian frontier till below El Džiser I did not find recent specimens, though there occur other kinds of the same family. Nor did I find this kind in the temperated springs of *El Sachne*, *Tell Josef*, *Ain Gideon*, and *Wadi el Kelt*, or in the cold springs of *Giallud* and *Emek*, in the basin

of the river *Kison,* in the springs at *Jazur,* in the basin of the *Jarkoun* (i. e. Audža), and in the spring in *Ras-el-Ain.*

Its geological age is still unknown, but is surely greater than neolithic.

Its geographical distribution is restricted according to our present knowledge to the basin of the *Jordan.*

Unio sp.

The minute *Unio* here discovered does not prove that this *Unio* lived here really. This would not be impossible, as it is quite a minute species,

Fig. 3. *Kinneret:* Neolithic mikroliths.
(Natur. size.)

but as not far from here we find a profusion of similar minute shells of *Unio* in the beds of bronze ceramics, it may have been brought here by man, especially as but this one shell was found among neolithic implements.

Corbicula sp.

This minute kind occurs in small number, but more frequently than the aforementioned *Unio,* so that it is very likely that it really lived here, especially as this kind is too small to have served as food, and because many larger kinds of the same family occur in this lake in great number. Besides this kind was *not found in those* beds of the Bronze age.

I have no literature to determine the Palestine *Corbiculae.* The determination in the book of Locard: *Malacologie des lacs de Tibériade, d'Antioche et d'Homs-Syrie* (Arch. d. Mus. d'hist. natur. de Lyon, 1883) is doubtlessly incorrect, as on pl. XXII., figs 18—17 *Corb. fluminalis* Mädl. has nothing to do with this kind.

The stone artefacts enable us to determine the geological age of all these layers more exactly, though from an archaeological point of view only in bold outlines. All of them are of *microlithic,* but their systematic position would be doubtful if a *microlithic knife* with characteristical cross-retou-

Fig. 4. *Kinnereth:* Neolithic microliths.
(Somen hat reduced.)

ching did not indicate clearly their *neolithic* age. The neolithic stage to which the whole industry (and therefore of course these geological beds and their fauna) belongs cannot be determined for the present. Notwithstanding my diggings and investigations in the outcropping beds I failed to find any trace of earthenware.

Apart from the one typical implement the whole industry consists without exception of splinters, and that chiefly of *microlithic* ones. It corresponds to the other splinter industry, which I described in another paper,[1]) but is coarser and its relation to the surely likewise neolithic civilisation of *Wadi Malacha* in Northern *Galilee* will be studied after the description of the latter.

All in all we have from here hitherto about 60 of these microlithic retouched splinters of silex and besides one neolithic knife.

[1]) Jar. Petrbok. Doplněk ke stratigrafii a palaeontologii pluvialní terasy Jordánu u Daganea alef. (Rozp. Čes. akad. věd. Praha 1926.

By the construction of the road by which this locality was exposed, much was destroyed, but in the remaining beds we can find still more than

List of the more important artefacts:

1. *knife*
2. irregular retouched splinter ..... 42—22—6 *mm* (29028)[1])
3. irregular retouched splinter ..... 44—24—4 *mm* (29048)
4. irregular retouched splinter ..... 45—21—4 *mm* (29031)
5. irregular retouched splinter ..... 55—26—7 *mm* (29029)
6. irregular retouched splinter ..... 37—16—5 *mm* (29026)
7. irregular coarsely retouched splinter ..... 40—15—10 *mm*
8. irregular retouched splinter ..... 31—28—7 *mm* (29035)
9. irregular coarsely retouched splinter ..... 35—42—10 *mm*
10. irregular retouched splinter ..... 34—25—4 *mm* (29037)
11. scraper, finely retouched ..... 25—20—9 *mm*
12. irregular retouched splinter ..... 26—20—5 *mm* (29059)
13. irregular very finely retouched splinter .. 35—15—4 *mm*
14. irregular retouched splinter ..... 35—15—4 *mm*
15. flat, irreg. retouched splinter ..... 30—17—3 *mm*
16. irreg., finely retouched splinter ..... 32—17—7 *mm* (29032)
17. irreg., finely retouched splinter ..... 34—14—2 5 *mm* (29058)
18. irregular retouched splinter ..... 27—15—4 *mm* (29051)
19. irregular retouched splinter ..... 27—15—4 *mm* (29057)
20. narrow retouched splinter ..... 30—11—4 *mm* (29046)
21. shovel-shaped finely retouched splinter .. 34—13—5·3 *mm*
22. irregular retouched splinter ..... 32—13—4 *mm*
23. fragment of a finely retouched splinter .. 35—15—3 *mm* (29027)
24. irregular finely retouched splinter ..... 24—10—5 *mm* (29050)
25. irregular coarsely retouched spl. ..... 33—16—7 *mm* (29042)
26. irregular retouched splinter scraper-shaped 37—17—7 *mm* (29036)
27. three-edged, coarsely retouched point ... 24—10—4 *mm*
28. flat coarsely retouched splinter ..... 25—11—3 *mm* (29068)
29. flat irreg., retouched splinter ..... 25—18—3 *mm* (29034)
30. flat coarsely retouched splinter ..... 25—13—3 *mm*
31. flat retouched splinter ..... 21—10—3 *mm* (29038)
35. finely retouched point, curved on the left 34—13—5 *mm*

From this list it is evident that we have here a distinct characteristical industry which is significant not only for Palestine archaeology, but also for the stratigraphy and chronology of the fauna of the youngest kaenozoic beds in that land.

---

[1]) Catalogue-Number of the access catal. of the archeol. dept. of the National Mus. in Prague.

LITERATURE.

1. Blanckenhorn M.: *Syrien, Arabien u. Mesopotamien* (Handb. d. Reg. Geol. Heidelberg 1914).

2. Blanckenhorn M.: *Die Steinzeit Palästina-Syriens u. Nordafrikas.* Leipzig 1921.

3. Noetling F.: *Ueber die Lagerungsverhältnisse einer quart. Fauna im Gebiete des Jordanthals.* (Zeitschr. d. Deutsch. Geol. Ges. 1886.)

4. Jar. Petrbok: *La stratigraphie et palaeontologie de la terasse pluviale (mindélienne) de Jourdain près de Daganea Alef.* (Bulletin internat. de l'Académie des Sciences de Bohême. Praha 1925.)

5. Blanckenhorn M.: *Zur Kenntnis der Süsswasserablagerungen und Mollusken Syriens.* (Palaeontographica. Stuttgart. 1897. XLIV.

6. Böttger O.: *Melanopsis costata Neumayer non Olivier.* (Neues Jahrbuch f. Mineralogie 1884.)

7. Brusina Sp.: *Die Fauna der Congerienschichten von Agram in Croatien.* (Beitr. zur. Pal. von Oest.-Ungarn III, 1884, p. 168.)

8. Hörnes: *Ein Beitrag zur Kenntniss fossil. Faunen.* (Süsswasserschichten unt. d. sarmat. Ablag. am Marmameere). (Sitzgb. Akad. d. Wissensch. Wien. 74. 1877.)

9. Oppenheim: *„Neue oder wenig gekannte Binnenschnecken des Neogen im Peloponnes u. i. südlichen Mittel-Griechenland* (Zeit. d. Deutsch. geol. Gesel. 1890).

10. Penecke: *Beitr. z. Kenntn. der Fauna der Slav. Palud.* (Beitr. zur Pal. von Oest. Ungarn III. IV. 1884. p. 21).

11. Sandberger: *Land-und Süsswasser-Conchylien der Vorwelt.* Wiesbaden. 1870—75.

Les troubles de la glycorégulation chez les hyperthyroïdiens.

Par

J. CHARVÁT.

Présenté le 22 octobre 1926.

L'auteur a essayé de résoudre la question de savoir si l'est possible, en étudiant les troubles de la fonction glycoregulatrice chez les hyperthyroïdiens, d'atteindre des résultats diagnostics ou tout au moins d'une valeur théorétique. Parmi quatre-vingt douze malades de la clinique du Prof. Pelnář à Prague il a trouvé quatre fois de la glycosurie simple et une fois un diabète typique ; sur 29 de cas examinés, il a constaté six fois de la glycosurie alimentaire. Ces deux troubles apparaissaient plus souvent chez les cas graves et à longue durée et quelquefois ils variaient selon la gravité de la maladie, mais il en ne constata pas une relation absolue. La glycosurie basedowienne n'est pas produite par l'abaissement du seuil, mais au contraire, dans la plupart des cas, le seuil a été trouvé élevé. Il cite encore trente trois cas de l'hyperglycémie provoquée après le glycose chez des malades atteints d'un goitre exophtalmique ou d'un adénom toxique. Presque dans tous les cas la réaction était pathologique. La glycémie à jeun était, dans deux tiers des cas, certainement élevée. Après consommation du glycose, le sucre du sang s'éleva rapidement et assez haut, dans la plupart des cas il atteignit son maximum en une heure et ensuite le taux du sucre dans le sang s'abaissa lentement et dans la plupart des cas aussi n'était il pas encore redescendu, pendant deux heures, à sa hauteur primitive. La courbe glycémique s'approchait du type de la courbe prédiabétique. Comme la meilleure dose, on a trouvé que celle de 1 75 *gr* du glycose sur 1 *kg* du poids corporel donnait les résultats le plus constants.

Les troubles de la glycoregulation appartient aux symptoms fondamentaux de la maladie de Basedow, mais c'est un trouble spécial, indépendent, qui ne marche pas parallèlement avec les autres symptoms. (En outre l'auter fait remarquer que même les autres symptomes ne sont pas

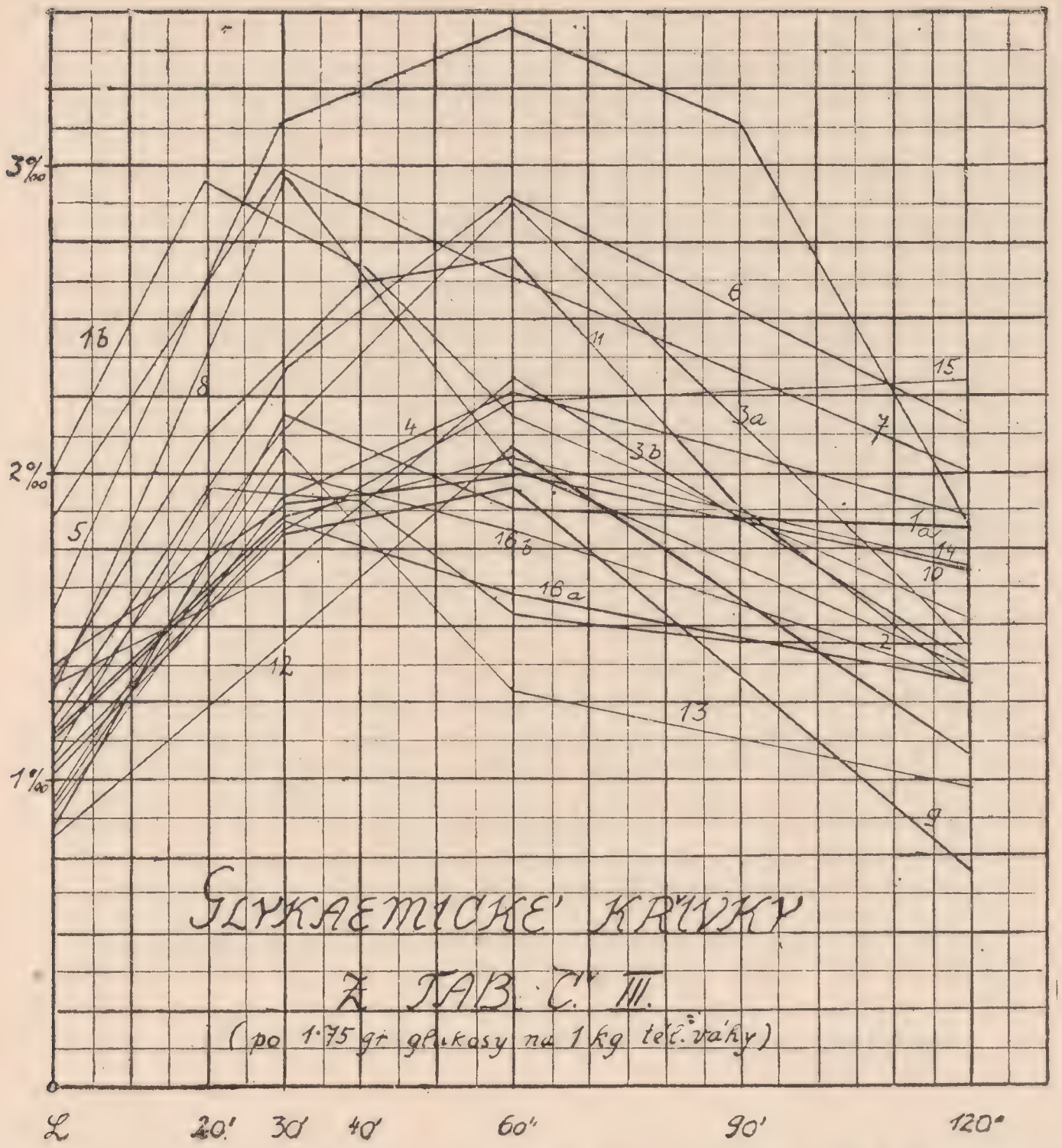
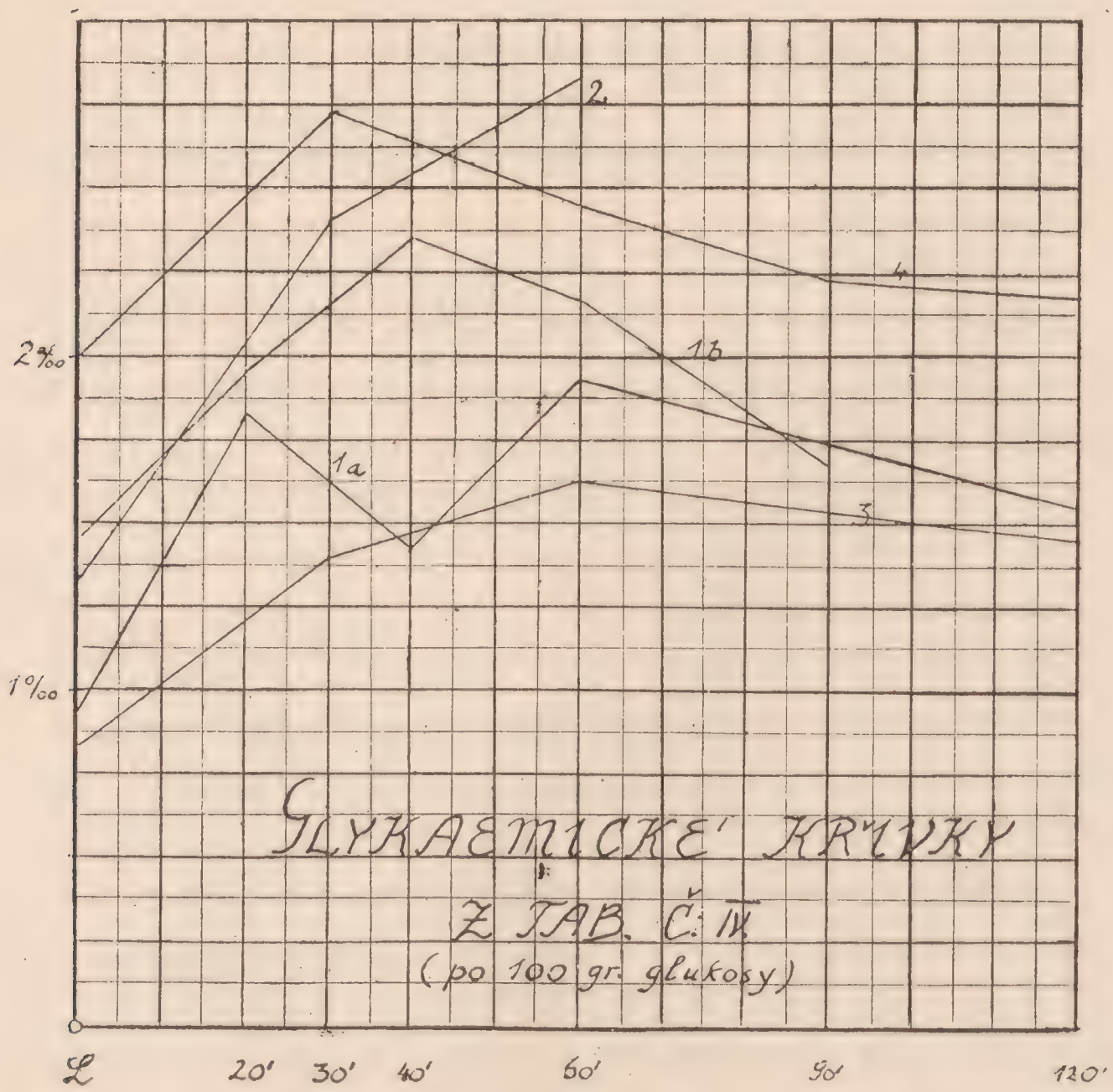
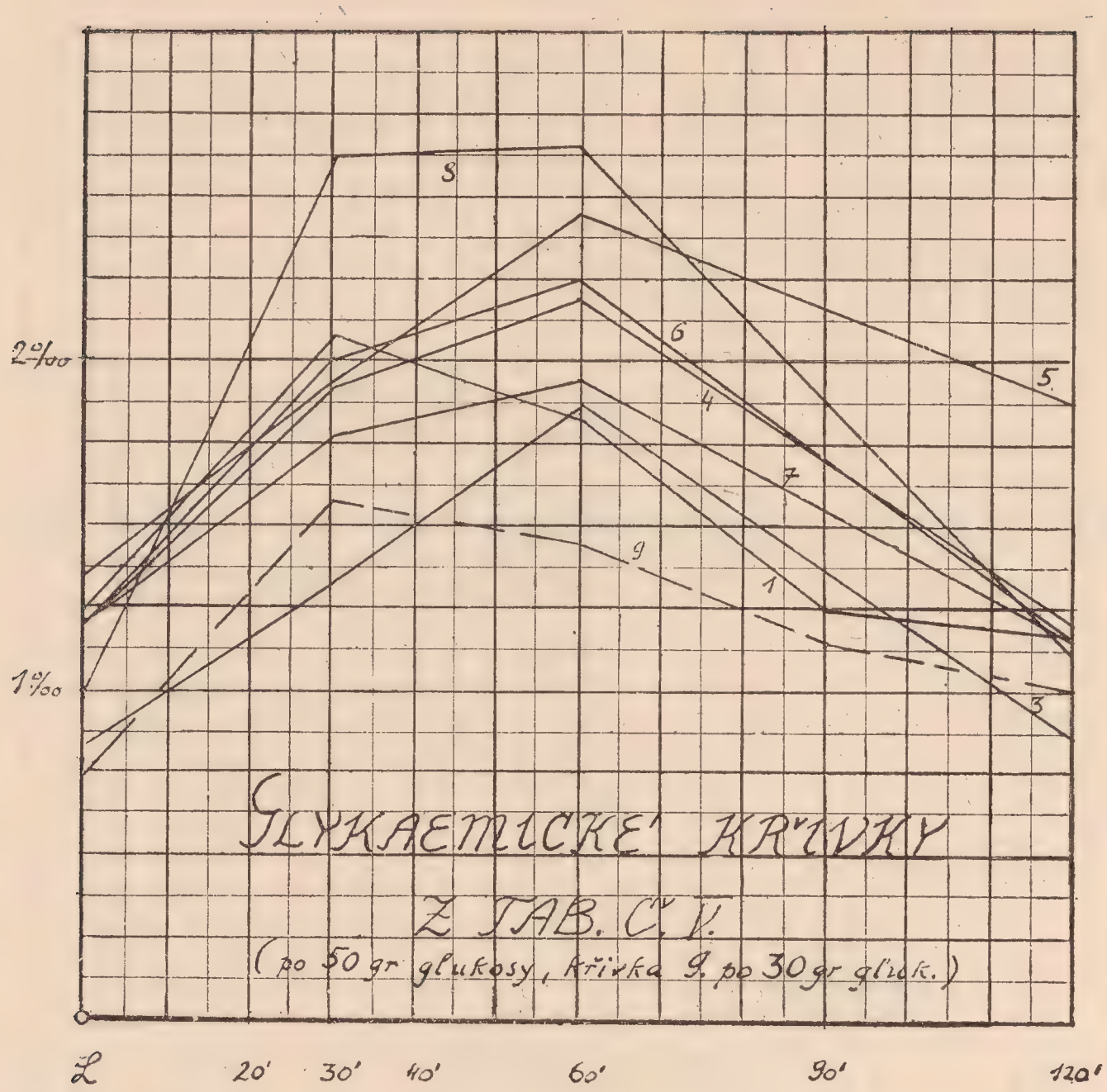


Fig. 1. La glycémie alimentaire après le glucose (1·75 grs du glucose sur 1 kg du poids corporel).



La glycémie alimentaire après 100 grs du glucose.



La glycémie alimentaire après 50 grs du glucose.

toujours également développés, et p. ex. le métabolisme basal, la réaction de Kottmann, l'épreuve de Goetsch etc. peuvent être dissociés.)

L'hyperglycémie alimentarie typique se rencontre, il est vrai, plus souvent chez les cas graves d'hyperthyroïdie, mais on ne peut pas constater une relation absolue. Chez deux cas de goitre hypothyroïdien on a trouvé des courbes étonnemment plates; chez un cas de goitre ordinaire, la courbe était normale.

Les tissus hyperthyroïdiens utilisent mieux le glycose que les tissus normaux. Ceci est prouvé par le seuil élévé et par les essais des autres auteurs sur le quotient respiratoire après consommation du glycose. Une haute glycémie alimentaire pendant une bonne utilisation du glycose dans les tissus est produite par une grande perméabilité du foie et sa capacité diminuée pour la fixation du sucre. La réaction glycémique basédowienne est occasionnée plutôt par la labilité du foie que par d'autres influences. Par les essais de l'auteur avec lesquels il a prouvé la dissociation de la réaction glycémique après le glycose et après l'adrénaline, il est visible que le système surrénal n'est pas en jeu. Chez les hyperthyroïdiens il a quelquefois trouvé la glycémie plus haut après le glycose qu'après l'adrénaline, tandisque chez les hypothyroïdiens c'était souvent justement le contraire. Les réactions positives après la galactose et la lévulose et aussi assez souvent la constatation d'urobiline dans les urines (17 fois sur 92 cas urobiline ou urobilinogène, une fois bilirubine) ont accusé un trouble du foie, de même que les épreuves de l'auteur avec les injections intraveineuses d'iode

ou d'une solution salée physiologique. Il a appliqué par voie veineuse une solution de 10% d'iodure de soude ou seulement une solution physiologique (1 *cc* pour 10 *kgs* du poids corporel) et il a vu que le sucre du sang s'élève, mais seulement chez les hyperthyroïdiens. Les essais ont été faits après 15, 30 et 60 minutes après l'injection. L'injection irrite le foie qui ne peut pas conserver son sucre et l'écoule dans la circulation. Chez les autres personnes non hyperthyroïdiennes, le taux du sucre ne change pas.

Les tissus hyperthyroïdiens utilisent bien non seulement le glycose du sang, mais ils absorbent très vite aussi d'autres matières. Les essais de l'auteur prouvent qu'il en était ainsi pour l'iode introduite dans l'organisme par la voie veineuse.

Sur le théorème de Hart et sa généralisation.

(1ère partie.)

Par

M. J. SOBOTKA.

Présenté le 1er janvier 1926.

1. La généralisation du théorème de Hart, concernant les cercles tangents à trois grands cercles sur une sphère peut être énoncée par deux théorèmes réciproques :

Si l'on mène à une surface du deuxième degré P, par un point quelconque de l'espace *M*, trois droites, qui n'appartiennent pas à un faisceau des droites et qui coupent P respectivement en des points *A*, *A'*; *B*, *B'*; *C*, *C'*, alors les quatre coniques (*a'*), (*b'*) (*c'*), (*d'*) sur la surface P, situées dans les plans (*A' B C*), (*A B'C*), (*A B C'*), (A' *B' C'*) sont telles qu'on peut trouver sur la surface P une autre conique (*u'*) tangente à toutes les quatre coniques indiquées; de même les coniques (*a*), (*b*), (*c*), (*d*) sur la surface P, situées dans les plans (*A B' C'*), (*A' B C'*), (*A' B' C*), (*A B C*) sont telles qu'on peut trouver sur la surface P une conique (*u*), tangente à toutes les coniques indiquées.

Si l'on mène à une surface du second degré P, par les côtés d'un triangle quelconque dans l' space, les plans tangents A, A'; B, B'; C, C' respectivement, alors les cônes K_{α}', K_{β}', K_{γ}', K aux sommets (A' B C), (A B' C), (A B C'), (A' B' C') circonscrits à la surface P sont tels qu'on peut circonscrire à elle un cône U' tangent à tous les quatre cônes indiqués; de même les cônes K_{α}, K_{β}, K_{γ}, K aux sommets (A B' C'), (A' B C'), (A' B' C), (A' B' C') circonscrits à la surface P sont tels qu'on peut circonscrire à elle un cône U tangent à tous les cônes indiqués.

(I)

Dans les considérations suivantes nous donnons d'abord la démonstration géométrique directe de cette généralisation, puis d'autres propriétés géométriques auxquelles nous sommes menés pendant la démon-

stration. Nous voulons indiquer d'abord certaines propriétés des surfaces du 2e degré, nécessaires pour notre démonstration.

2. Considérons un faisceau (k) des coniques $k, \ldots$ tangentes à une ligne droite m en un point M. Ces coniques ont encore deux points communs N_1, N_2, réels ou imaginaires, dont la droite de jonction coupe m en un point M^*; soit ensuite p la droite passant par M et harmonique au point M^* par rapport aux points N_1, N_2.

Choisissons sur m un point quelconque M_1. Le faisceau (k) et le faisceau des polaires du point M_1 par rapport aux coniques $k, \ldots$ sont projectifs; la courbe du troisième ordre, engendrée par ces deux faisceaux, dégenère dans ce cas en ligne droite m et en conique p_1 qui est le lieu géométrique des points de contact $P_1, \ldots$ des tangentes qu'on peut mener encore du point M_1 aux coniques $k, \ldots$; elle passe par les points M, N_1, N_2. A chacune des coniques dans (k) un point P_1 sur p_1 est ainsi coordonné, et, inversement, à chacun point P_1 sur p_1 appartient une conique dans (k) passant par ce point, de sorte que la série des points P_1 sur p_1 est projective avec le faisceau (k). Il s'en suit que la conique p_1 touche la ligne droite $(M_1 N_1)$ au point N_1, la ligne droite $(M_1 N_2)$ au point N_2 et la ligne droite p au point M; la droite de jonction des points $N_0 = (N_1 N_2 . p)$ et M_1 est alors la polaire du point M^* par rapport à p_1. Si cette conique coupe encore la ligne droite m en le point N, alors les couples $M N$ et $M^* M_1$ sont deux pairs des points harmoniques et, enfin, $(N_0 N)$ est la tangente de la conique p_1 au point N.

Egalement nous pouvons trouver, pour un autre point quelconque M_2 sur m, une conique analogue p_2, qui joint les points de contact $P_2, \ldots$ des tangentes menées du point M_2 aux coniques $k, \ldots$ du faisceau (k). Désignons par P_{12} le point d'intersection des tangentes $(M_1 P_1)$, $(M_2 P_2)$ de la conique k, par M_{12} le point d'intersection des droites $(P_1 P_2)$ et m et enfin par P_0 celui de la droite $(M P_{12})$ avec k. Puisque $P_1 P_2$ et $P_0 M$ sont, sur k, deux pairs en relation harmonique, les points M_{12}, M sont harmoniques par rapports aux points M_1, M_2.

Les séries $P_1, \ldots, P_2, \ldots$ sur p_1 et p_2 sont alors perspectives avec le point M_{12} comme centre de perspectivité, et la droite p comme l'axe. Si k parcourt le faisceau (k), le point P_0 parcourt de même une série des points sur une conique p_0, formée à l'aide du point M_{12} de la même manière comme la conique p_1 l'était à l'aide du point M_1; cette série des points est aussi projective avec $P_1, \ldots$ et $P_2, \ldots$ Les lignes droites $(M P_{12})$, $(P_1 P_2)$ décrivent deux faisceaux aux centres M et M_{12}, qui sont en correspondance uni-bivoque [1, 2]. Nous pouvons voir qu'il en est ainsi: à une droite donnée $M P_{12}$ correspond une conique dans (k) pour laquelle cette droite est la polaire du point M_{12} — et par conséquent aussi une droite dansle faisceau autour du point M_{12} — tandisqu'une droite donnée, menée par M_{12} joint deux pairs des points homologiques correspondants sur les courbes p_1 et p_2 et par chacun d'eux passe une courbe dans (k); à une

droite dans le faisceau M_{12} correspondent alors deux lignes droites dans le faisceau M; la droite m, en plus, correspond à elle même. Le point R, point d'intersection des droites $(M\,P_{12})$, $(P_1\,P_2)$, décrit par conséquence une conique r. Puisque $(P_1\,P_2\,M_{12}\,R) = -1$, la tangente au point R de la conique r passe par le point d'intersection des tangentes aux points P_1 de la conique p_1 et P_2 de la conique p_2. Ce point est situé sur p.

Il est clair alors que la conique r est homologique à p_1 et aussi à p_2 par rapport à M_{12} comme centre et p comme axe d'homologie. Les coniques r et p_0 sont encore homologiques par rapport à M_{12} comme centre et p comme axe d'homologie, de sorte qu'elles ont en M un contact du troisième ordre.

Mais nous savons que, si deux coniques e_1 et e_2 ont en un point commun E un contact du troisième ordre et si une ligne droite f passant par E coupe ces deux coniques en les points E_1 et E_2, nous pouvons trouver sur f un point E_3 de telle manière que le rapport anharmonique $(E\,E_1\,E_2\,E_3)$ ait une valeur déterminée: si la ligne droite f tourne enfin autour du point E, le point E_3 ainsi déterminé décrit encore une conique e_3 qui a, avec les coniques données e_1 et e_2, en point E, un contact du troisième ordre et appartient au faisceau $(e_1\,e_2)$.

Puisque dans notre cas $(M\,P_0\,R\,P_{12}) = -1$, le point P_{12} décrit aussi une conique p_{12}; ceci suit de la relation $M_1\,(P_1, P_1', \ldots) \barwedge M_2\,(P_2, P_2', \ldots)$. Nous avons vu que les tangentes en points P_1, P_2, R et P_{12}, aux coniques qu'elles décrivent se coupent toutes en un seul point de p. Si P_1 tombe dans N_1, ce dernier point est alors le point d'intersection de la droite $(M_1\,N_1)$ avec p et puisque P_{12} est sur $(M_1\,N_1)$, nous voyons que cette droite est en même temps une tangente à r. Nous trouvons les résultats analogues, quand P_2 tombe dans N_1 et quand P_1 ou P_2 tombe dans N_2.

Nous trouvons ainsi le théorème:

„Si nous menons dans un faisceau des coniques, qui passent par les points N_1 et N_2 et touchent une droite m en un point M, les tangentes passant par deux points fixes M_1 et M_2 sur m à tous les éléments de ce faisceau, le point d'intersection P_{12} de ces tangentes décrira une conique p_{12}, qui touche les droites $M_1\,N_1$, $M_1\,N_2$, $M_2\,N_1$, $M_2\,N_2$ et aussi la droite p, harmonique à m par rapport à $(M\,N_1)$ et $(M\,N_2)$; p_{12} touche la droite p au pcint M."

Considérons maintenant les surfaces du deuxième degré P, ... qui passent par une conique fixe n et touchent une droite fixe m au point M. Choisissons sur m deux points fixes M_1 et M_2. Si nous circonscrivons à chaque surface P, ... deux cônes aux sommets M_1 et M_2, ces cônes se touchent alors le long de la droite m et se coupent mutuellement encore en une conique w; celle-là décrit une surface du second degré U. Car un plan quelconque, passant par la droite m, coupe les surfaces P, ... dans un faisceau des coniques (k) que nous avons déjà considerées. Les points

d'intersection des cônes ayant comme sommets M_1 et M_2, situés dans ce plan, formeront une conique u; toutes les coniques pareilles, dans tous les plans passant par m, formeront une surface du second degré, inscrite dans le cône $(M_1\ n)$ au sommet M_1 et aussi dans le cône $(M_2\ n)$ au sommet M_2. Cette surface touche encore au point M le plan polaire R de la droite m par rapport au cône qui projet la conique n du point M_1, et par cela, elle est entièrement déterminée. Sa trace s dans le plan de la conique n touche celle-là aux points sur R.

Les droites de surface sur U peuvent être construites à l'aide des cônes qui se trouvent parmi les surfaces P. Si R coupe la conique n dans les points R_1 et R_2, les sommets de ces cônes cherchés remplissent alors les droites $M\ R_1$ et $M\ R_2$: ces cônes se touchent encore le long des droites $M\ R_1$ resp. $M\ R_2$.

Si nous choisissons comme sommet d'un tel cône le point S sur $M\ R_1$, si nous désignons par M^* la trace de la droite m dans le plan de la conique n, si les points d'intersection des droites $M_1\ S$ et $M_2\ S$ avec la droite $M^*\ R_1$ sont S_1 et S_2, si enfin nous désignons par S_{12} le point d'intersection des tangentes menées à la conique n par les points S_1 et S_2, la ligne droite $S_{1\ 2}\ S$ est alors située sur la surface U; elle est la ligne d'intersection des plans tangents menés au cône considéré par les droites $M_1\ S_1$ et $M_2\ S$. Puisque $(M^*\ R_1\ S_1\ S_2) = (M^*\ M\ M_1\ M_2)$, le point S_{12} décrira une conique s, quand le point S parcourt $M\ R_1$. Il est clair que la conique s est formée par des faisceaux projectifs des tangentes à n, où $M^*\ R_1$ et $M^*\ R_2$ sont les éléments doubles. Nous obtenons enfin la même conique s, si S parcourt la ligne droite $M\ R_2$. Dans le plan $(m\ R_1)$ le faisceau des coniques (k) sera un faisceau dont les éléments se touchent aux points M et R_1. Les coniques de ce faisceau sont homologiques pour R_1 comme centre et m comme axe d'homologie. Si les tangentes menées des points M_1 et M_2 à une conique quelconque de ce faisceau se coupent en point G_{12}, deux tangentes à une autre conique quelconque en point G_{12}', la droite $g = (G_{12},\ G_{12}')$ passe par le point R_1. g est alors une droite de surface sur U; l'autre droite de U dans le plan $(m\ R_1)$ est $(M\ R_1)$. On obtient d'une manière analogue la droite h de la surface U située dans le plan $(m\ R_2)$.

Les droites g et h se coupent sur m dans le point M' qui forme avec M une paire des points dans l'involution formée par le couple $M_1\ M_2$ et par le point double M^*.

3. Considérons d'abord les cas spéciaux du théorème énoncé au commencement. Le théorème de Feuerbach exprime la propriété suivante du triangle: Le cercle, appellé le cercle de neuf points, touche tous les cercles inscrits et ex-inscrits à ce triangle. J'ai donné une démonstration de ce théorème à la base de la représentation cyclographique dans le plan M du triangle donné.[1]) Dans cette représentation un point quelconque K de

[1]) Bulletin intern. de l'Académie de Bohême 1922.

l'espace est représenté par un cercle k dans lequel le plan M est coupé par un cône de rotation qui a son sommet en K, dont l'axe est perpendiculaire à M et dont les droites font avec l'axe l'angle $\frac{\pi}{4}$. Tous ces cônes projetants passent alors par une certaine conique k_∞ dans le plan à l'infini P_∞.

Cette conique touche le cercle p_∞ à l'infini aux points J_1 et J_2 sur la droite d'intersection m_∞ des plans P_∞, M.

La démonstration indiquée est fondée sur les considérations suivantes. Par chaque côté a, b, c du triangle donné on peut mener deux plans tangents à la courbe k_∞ ; nous les désignons respectivement A, A′ ; B, B′ ; C, C′ ; les cônes contenants k_∞, dont les sommets sont (A′ B C), (A B′ C), (A B C′), (A′ B′ C′) sont tels qu'on peut mener par la courbe k_∞ un cône qui touche chacun de ces quatre cônes indiqués dans une droite de surface. Les cônes avec les sommets (A B′ C′), (A′ B C′), (A′ B′ C), (A B C) ont une propriété pareille.

Ce théorème est un cas spécial du théorème énoncé dans (I) à droite ; ce cas arrivera quand la surface du 2 degré dégenère en conique k_∞.

Mais nous pouvons représenter cyclographiquement dans le plan M les points de l'espace d'une autre manière: nous projetons le cercle absolu p_∞ du point K dans le plan M au cercle k^*. Si le point K est réel, ce dernier cercle est imaginaire et représenté par le cercle k déjà énoncé. Un système des cercles dans le plan M, et réels et imaginaires, aux centres réels, est alors, inversement effectué à l'aide de deux modes de représentation, par deux espaces des points (x, y, z) et (X, Y, Z), pour lesquels $X = x$, $Y = y$, $Z = i\,z$, si nous choisissons, pour les deux, le même système des coordonnées avec des axes x et y dans le plan M.

Il suit de cette démonstration que le théorème de Feuerbach est valable aussi pour les triangles, dont les côtés sont tous imaginaires. Dans ce cas les plans A A′ ; B, B′ ; C C′ sont aussi imaginaires.

Nous pouvons alors énoncer ce théorème spécial:

„Si nous menons par trois droites a, b, c dans le plan M, qui sont toutes ou réelles ou imaginaires, les plans isotropes A, . . . C′, on peut construire un cône isotrope, touchant, le long des droites isotropes les cônes isotropes aux sommets (A′ B C), (A B′ C), (A B C′), (A′ B′ C′) ou (A B′ C′), (A′ B C′), (A′ B′ C), (A B C).“ (α)

4. Faisons maintenant la transformation poalire par rapport à une surface réelle générale du second degré, ayant une position quelconque par rapport au plan M. Nous obtenons par une transformation polaire réelle pour un cône imaginaire K, au sommet réel K, le théorème suivant:

„Si nous menons par un point réel M quelconque dans l'espace trois droites quelconques a, b, c toutes ou réelles ou imaginaires, qui coupent K

en points $A\,A'$; $B\,B'$; $C\,C'$, le thèorème énoncé dans (I) à gauche est valable pour cette surface du second degré."

Considérons maintenant une homologie ayant M comme centre et son plan polaire par rapport au cône K comme plan d'homologie; sa caractéristique soit égale au nombre i. Alors les droites a, b, c correspondent à elles mêmes, tandisque le cône imaginaire K se transforme en un cône réel K_1. Ainsi nous trouvons que le théorème indiqué est valable pour un cône réel K_1 et pour trois droites ou réelles ou imaginaires a, b, c; il est valable, à l'aide d'une homographie, aussi pour un autre cône quelconque.

A ce qui precède nous pouvons remarquer encore qu'on peut déterminer (par quatre modes différents) à une conique donnée p_∞, dans son plan, une conique w de telle manière qu'une autre conique donnée u quelconque est polairement réciproque à p_∞ par rapport à w — ce qui reste valable même si p_∞ est le cercle absolu à l'infini. Si nous choisissons comme sommet du cône K passant par la courbe u un point quelconque Q de l'espace, K et p_∞ sont aussi polairement réciproques. Choisissons encore le point M arbitrairement et faisons passer par la courbe w une des surfaces Q du second degré ayant son centre au point Q. Si enfin a, b, c sont trois droites quelconques passant par le point M, et si nous faisons la transformation polaire par rapport à la surface Q, nous pouvons appliquer à la figure polaire le théorème (α) et par cela, nous retrouvons le résultat démontré. Le thèoréme (I) à gauche est valable alors, sans exception, si la surface du 2 degré est un cône; par conséquent le thèorème réciproque, à droite, est valable quand la surface du second degré dégenère en une conique quelconque. Il faut remarquer seulement que, si u est une conique réelle, on ne peut pas définir ni w ni Q par un système polaire réel; néanmoins, ces figures et la polarité par rapport à Q, sont bien définies.

5. Nous voulons indiquer quelques conséquences simples déduites du théorème de Feuerbach généralisé.

Soient donnés, dans un plan M, le triangle $A\,B\,C$ et deux points J_1, J_2 quelconques réels ou imaginaires conjugués; soient encore $h_1 \ldots h_4$ les coniques passant par J_1 et J_2 et touchant les côtés a, b, c du triangle $A\,B\,C$; il y a alors une conique u, qui passe aussi par les points J_1 et J_2 et touche toutes les coniques $h_1 \ldots h_4$. La conique u contient, en conséquence de notre théorème généralisé les points A_0, B_0, C_0 sur les côtés a, b, c qui sont harmoniques par rapport à la droite $(J_1\,J_2)$ avec les paires respectives des sommets $B\,C$, $C\,A$, $A\,B$; si nous désignons enfin par A_1, B_1, C_1 les autres points d'intersection de la conique u avec les côtés a, b, c et en outre a_1, b_1, c_1 les droites de jonction des points A_1, B_1, C_1 avec les sommets opposés du triangle $A\,B\,C$, alors les paires des droites $a\,a_1$, $b\,b_1$, $c\,c_1$ sont harmoniques avec la paire des points $J_1\,J_2$. Circonscrivons encore au triangle $A\,B\,C$ une conique v, qui passe par les points J_1 et J_2 et qui coupe u encore en deux points L_1, L_2. Les coniques u, v et celle, qui se décompose en deux droites $J_1\,J_2$ et $L_1\,L_2$, appartiennent au faisceau

des coniques. Si $J_1\ J_2$ coupe a en point J_α, si $L_1\ L_2$ coupe a en point L_α, les paires des points $B\,C$, $A_0\ A$, $J_\alpha\ L_\alpha$ sont en involution; $J_\alpha\ A_0$ coupe $B\,C$ harmoniquement, par conséquent $L_\alpha\ A_1$ coupe aussi $B\,C$ harmoniquement. Puisque nous pouvons considérer que la conique u est déterminée aussi bien par les points J_1, J_2, A_0, B_0, C_0 comme par les points L_1, L_2, A_1, B_1, C_1, il s'en suit que les coniques $l_1 \ldots l_4$ passant par les points L_1 et L_2 et inscrites dans le triangle $A\,B\,C$ touchent la même conique comme $h_1 \ldots h_4$.

Les coniques u, v sont homologiques d'une part par rapport à la droite $(J_1\ J_2)$ comme axe et par rapport au point S, où se coupent les droites $(A\ A_0)$, $(B\ B_0)$, $(C\ C_0)$, comme centre de perspectivité, d'autre part pour la droite $(L_1\ L_2)$ comme axe et le point T, où se coupent les droites $(A\ A_1)$, $(B\ B_1)$, $(C\ C_1)$, comme centre; ces coniques ont alors communes les tangentes s_1, s_2 menées du point S et celles t_1, t_2 menées du point T.

Nous pouvons construire, à cette figure, une figure réciproque correspondante: Dans le plan du triangle $A\,B\,C$ les droites j_1, j_2 sont données par lesquelles, comme tangentes, une conique v' inscrite à ce triangle est déterminée; menons les droites de jonction des sommets A, B, C avec le point $(j_1,\ j_2)$ et construisons les droites harmoniques a_0', b_0', c_0' pour ces droites de jonction par rapport aux côtés du triangle; puis menons les droites harmoniques à ces droites par rapport aux droites j_1, j_2. Ces dernières droites coupent les côtés du triangle en des points qu'on joint avec les sommets opposés par les droites $a_1'\ b_1'\ c_1'$; les droites a_0', b_0', c_0'; a_1', b_1', c_1'; j_1, j_2 envelloppent une conique u' qui a avec v' encore deux tangentes l_1, l_2 communes .Si nous faisons une construction analogue par rapport aux droites l_1, l_2, nous trouverons les mêmes droites, mais dans la suite inverse, c'est à dire a_1', b_1', c_1' et a_0', b_0', c_0'. On peut circonscrire au triangle $A\,B\,C$ quatre coniques $h_1' \ldots h_4'$ qui touchent les droites j_1, j_2 et quatre coniques $l_1' \ldots l_4'$ qui touchent les droites l_1, l_2 et toutes ces coniques sont tangentes à la conique u'.

6. Menons encore du point M trois droites a, b, c qui coupent le cône donné K, au sommet Q, dans des paires des points $A\ A'$, $B\ B'$, $C\ C'$ et faisons les projections pour le centre V, point d'intersection des plans $(A'\ B\ C)$, $(A\ B'\ C)$, $(A\ B\ C')$, dans le plan $(A'\ B'\ C')$; les plans $(A'\ B\ C)$, $(A\ B'\ C)$, $(A\ B\ C')$, $(A'\ B'\ C')$, $(A\ B\ C)$ coupent le cône dans les coniques (a'), (b') (c'), (u'), (v).

Le triangle $A\,B\,C$ se projette dans le triangle $A^*\ B^*\ C^*$, circonscrit au triangle $A'\ B'\ C'$ et perspectif avec lui par rapport à la droite s, dans laquelle $(A\ B\ C)$ coupe $(A'\ B'\ C')$, comme axe de perspectivité, tandisque le centre de perspectivité est le point S, point d'intersection des droites $A^*\ A'$, $B^*\ B'$, $C^*\ C'$; ce point est alors la projection du point M qui est le centre d'un second cône M, joignant les courbes (u') et (v). Les points A', B', C' sont alors en relation harmonique, par rapport à la droite s, avec les paires des points $B^*\ C^*$, $C^*\ A^*$, $A^*\ B^*$ respectivement.

La conique (v), l'intersection du plan $(A\,B\,C)$ avec le cône K, se projette dans la conique v, passant par les points J_1, J_2, dans lesquels s coupe $u' \equiv (u')$; elle est circonscrite au triangle $A^*\,B^*\,C^*$. Il s'en suit que les coniques $u \equiv (u')$, v ont la même disposition par rapport au triangle $A^*\,B^*\,C^*$ comme les coniques u, v du théorème de l'art. 5 par rapport au triangle $A\,B\,C$. Si la conique u' coupe encore les côtés $B^*\,C^*$, $C^*\,A^*$, $A^*\,B^*$ dans les points A_1, B_1, C_1, alors u', v sont homologiques ayant le centre d'homologie T, qui est le point d'intersection des droites $A^*\,A_1$, $B^*\,B_1$, $C^*\,C_1$, et l'axe d'homologie t, qui joint les deux autres points d'intersection L_1, L_2 des courbes u', v.

Mais la courbe v est aussi la projection d'une autre courbe (v') sur le cône K qui est la deuxième partie de l'intersection du K avec le cône ayant V comme sommet et (v) comme base. Les coniques (u') et v sont alors aussi les projections de la conique (v') des points Q et V; elles sont par conséquent homologiques par rapport à la droite de jonction des points d'intersection des courbes (v') et (u') comme axe d'homologie. Cette droite de jonction doit être alors identique avec la droite t. Le centre d'homologie est enfin le point d'intersection de la droite $V\,Q$ avec le plan $(A'\,B'\,C')$.

Tandisque dans la première homologie indiquée les tangentes communes s_1, s_2 des courbes (u'), v, meneés du centre d'homologie S, sont les traces des plans tangents au cône M passants par la droite $M\,V$ — nous voyons maintenant que les tangentes communes menées à ces courbes du deuxième centre d'homologie sont les traces des plans tangents menés au cône K par la droite $V\,Q$, elles sont alors lesdeux autres tangentes t_1, t_2 communes aux coniques (u') et v.

Ce pourquoi le centre de la deuxième homologie est le point T, la trace de la droite $V\,Q$. Par conséquent, les droites $Q\,A_1$, $Q\,B_1$, $Q\,C_1$ coupent les droites $V\,A$, $V\,B$, $V\,C$ respectivement aux points $A_1'\,B_1'\,C_1'$ sur (v').

Si nous projetons le cône K du point V dans le plan $A'\,B'\,C'$, qui le coupe en (u'), alors les coniques (a') (b') (c') dans lesquelles les plans $(A'\,B\,C)$, $(A\,B'\,C)$, $(A\,B\,C')$, coupent le cône se projettent dans les droites $B^*\,C^*$, $C^*\,A^*$, $A^*\,B^*$; la conique (w), qui est tangente à toutes ces quatre coniques, se projette dans la conique w qui est tangente aussi aux droites t_1, t_2, droites de contour pour la projection du cône K.

Nous avons ainsi le théorème:

„Si nous projetons, dans le plan, les sommets du triangle $A^*\,B^*\,C^*$ de deux points S, T sur les côtés opposés, nous obtenons six points qui se trouvent sur une conique u'; la conique w, inscrite au triangle donné qui a avec u' les tangentes communes menées d'un des points S et T, touche aussi la conique u'."

Le théorème réciproque peut être énoncé comme il suit:

„Si dans un triangle donné $A^*\,B^*\,C^*$ on joint les points d'intersection des deux droites arbitraires s, t avec les côtés du triangle et les sommets

opposés par des droites, on obtient six tangentes d'une conique u^*; la conique w^*, circonscrite au triangle $A^* B^* C^*$ et passant par les points dans lesquels une de ces droites coupe u^*, touche cette dernière courbe."

Dans la construction précédente, on peut construire aussi la conique w inscrite au triangle $A^* B^* C^*$ et ayant comme tangentes s_1, s_2; cette conique sera tangente à la courbe (u'). Les droites s_1, s_2 sont les traces des plans tangents menés au cône M qui joint les courbes (u'), (v) et qui a son sommet au point M. Par conséquent w est la projection de la conique (w) sur M, qui touche la conique (u') et les coniques dans lesquelles les plans $(A' B C)$, $(A B' C)$, $(A B C')$ coupent le cône M.

Nous sommes conduits ainsi au théorème qui peut être considéré comme un cas spécial du premier théorème dans (I):

„Si nous choisissons sur trois droites a, b, c du cône du deuxième degré les paires des points $A A'$, $B B'$, $C C'$, alors les plans $(A' B C)$, $(A B' C)$, $(A B C')$, $(A' B' C')$ coupent ce cône aux coniques telles qu'on peut trouver, toujours sur le cône, une conique tangente à toutes les quatre."

Naturellement, les coniques situées dans les plans $(A B' C')$, $(A' B C')$, $(A' B' C)$, $(A B C)$ possèdent la même propriété.

On peut aussi exprimer ce théorème comme il suit:

„Si nous menons trois droites de jonction par trois points du cône, dont le sommet est Q, avec un point quelconque V, nous obtenons un trièdre $V (A B C)$ dont les plans $(V B C)$, $(V C A)$, $(V A B)$ coupent les droites $Q A, Q B, Q C$ dans les points A', B', C', et le cône dans les coniques (a'), (b'), (c'). Ces coniques et la conique dans le plan $(A' B' C')$ sont telles qu'on peut trouver une autre conique tangente à toutes ces quatre coniques."

Le théorème réciproque peut être exprimé par exemple comme il suit:

„Si deux triangles perspectifs sont situés dans des plans différents et si nous inscrivons à un d'eux, $A B C$ par exemple, une conique quelconque, cette conique se projette des sommets A', B', C' de l'autre triangle et du point commun aux plans $(A' B C)$, $(A B' C)$, $(A B C')$ par quatre cônes qui ont un point commun; ce point est donc le sommet du cône qui a comme base la conique choisie et qui touche tous les quatre cônes indiqués le long des droites."

Une autre conséquence en est le théorème:

„Si nous avons sur une surface du second degré trois coniques qui se coupent en un point M, nous pouvons construire quatre coniques tangentes à elles et il existe sur la surface une conique (u) tangente à toutes ces quatre coniques."

Les coniques de la surface qui ne passent pas par le point M, se projettent du point M dans un plan quelconque R en coniques passant par deux points J_1, J_2 réels on imaginaires. Les points J_1, J_2 sont les traces sur R des droites de surface qui se coupent en M. Les trois coni-

ques données sur la surface se coupent encore, en dehors du point M, deux à deux dans trois points A', B', C', dont le plan soit le plan R. Les quatre coniques indiquées sont alors celles qui se projettent en coniques inscrites au triangle $A'\,B'\,C'$ et passant par les points J_1, J_2; et pour ces dernières on peut construire, comme on vient de démontrer, une conique u, passant par les points J_1, J_2 et touchant toutes les quatre; la conique u est la projection de la conique (u) sur la surface, pour laquelle on obtient ainsi le théorème énoncé.

Sur l'équation de Pell.

Par

K. PETR.

Présenté le 5 mars 1926.

Dans les „Math. Annalen“ t. 95. (1926) p. 635. M. Thielmann s'est occupé des conditions sous lesquelles l'équation:

$$t^2 - D\,u^2 = -1 \qquad (1)$$

possède des solutions en nombres entiers. Parce qu'on ne connait pas les conditions nécessaires et suffisantes, il se borne à donner les tables contenant les fractions continues de $\sqrt{D}$ pour tous les $D < 10.000$ qui sont le produit de *deux* nombres premiers de la forme $4k + 1$. Comme on le sait déjà longtemps, la forme de ces fractions nous montre immédiatement, si l'équation (1) est résoluble ou non. La fraction continue de $\sqrt{D}$ peut prendre une de deux formes suivantes:

$$\text{(I)}\quad \sqrt{D} = a + 1/a_1 + 1/a_2 + \ldots + 1/a_m + 1/a_m + 1/a_{m-1} + \ldots + \ldots + 1/a_1 + 1/2\,a + 1/a_1 + \ldots$$

$$\text{(II)}\quad \sqrt{D} = a + 1/a_1 + 1/a_2 + \ldots + 1/a_m + 1/a_{m+1} + 1/a_m + 1/a_{m-1} + \ldots + \ldots + 1/a_1 + 1/2\,a + 1/a_1 + \ldots.$$

La fraction continue est toujours périodique; le premier terme $a = E\sqrt{D}$ seulement fait une exception n'appartenant pas à la période qui commence avec le deuxième terme a_1. Si la fraction continue est de la forme (I) les solutions de l'équation (1) existent, si elle est de la forme (II.), ces solutions n'existent pas. De sa table Thielmann déduit par la voie de l'induction la valeur du terme a_{m+1} que j'appelerai dans ce qui suit le terme *central*. Si l'on pose $D = p\,.\,q$, p, q étant deux nombres premiers de la forme $4k + 1$, et $p < q$, on a

$$a_{m+1} = 2\,E\sqrt{\frac{p}{q}}\,.$$

Thielmann ajoute que cette circonstance, concernant la grandeur du terme central a_{m+1}, fournira peut- être la solution de la question, si l'équation (1) est résoluble en nombres entiers ou non.

Dans le présent article je démontre un théorème qui contient le résultat de Thielmann comme un cas spécial. Ce théorème est la conséquence des formules pour les fractions continues déjà longtemps connues. Dans ce qui suit je m'appuyerai sur le traité de M. Stern „Theorie der Kettenbrücke", Berlin (1834), publié pour la première fois dans le 10e et 11e tome de Journ. f. r. und ang. Math., et j'employerai les désignations y contenues. Soient P_m, le numérateur, Q_m, le dénominateur d'une fraction continue finie

$$\frac{P_m}{Q_m} = a + 1/a_1 + 1/a_2 + \ldots + 1/a_m ,$$

P_m, Q_m étant des fonctions rationelles entières de a, a_1, $a_2 \ldots a_m$ et sans diviseur commun. Stern désigne $P_m = (a, a_m)$, $Q_m = (a_1, a_m)$ ce qui s'écrit ordinairement d'une manière plus explicite $(a, a_1, a_2, \ldots a_m)$, $(a_1, a_2, \ldots a_m)$. On a

$$(a_1, a_2, \ldots, a_m) = (a_m, a_{m-1}, \ldots, a_1)$$

et pour $n > m$

$$(a_1, a_2, \ldots, a_n) = (a_1, a_2, \ldots, a_m)\,(a_{m+1}, a_{m+2}, \ldots, a_n) + \\ + (a_1, a_2, \ldots, a_{m-1})\,(a_{m+2}, a_{m+3}, \ldots a_n).$$

Supposons que pour D impair l'équation

$$t^2 - D\,u^2 = -1$$

ne possède aucune solution entière. Alors $\sqrt{D}$ peut être développé dans une fraction continue périodique dont la plus petite période a un terme central. Les quotients incomplets qui y paraissent sont dans leur ordre

$$a_1, a_2 \ldots a_m, a_{m+1}, a_m, a_{m-1}, \ldots a_1, 2a;$$

$$a = E\sqrt{D}.$$

La plus petite solution de l'équation de Pell

$$x^2 - D\,y^2 = 1$$

est donnée par la relation (Voir Stern, p. 195, § 117)

$$\frac{x}{y} = a + 1/a_1 + 1/a_2 + \ldots + 1/a_m + 1/a_{m+1}, + 1/a_m + \ldots + 1/a_1 = \\ = \frac{\left[a_{m+1} + \dfrac{(a_1, a_{m-1})}{(a_1, a_m)}\right](a, a_m) + (a, a_{m-1})}{\left[a_{m+1} + \dfrac{(a_1, a_{m-1})}{(a_1, a_m)}\right](a_1, a_m) + (a_1, a_{m-1})} .$$

Par conséquent on a

$$x = (a, a_m)\,[a_{m+1}\,(a_1, a_m) + 2\,(a_1, a_{m-1})] + (-1)^m$$
$$y = (a_1, a_m)\,[a_{m+1}\,(a_1, a_m) + 2\,(a_1, a_{m-1})].$$

Si l'on substitue ces expression dans l'équation de Pell, on obtient la relation suivante donnant a_{m+1} (Stern, § 117, (12.)

$$a_{m+1} \cdot (a_1, a_m) + 2\,(a_1, a_{m-1}) = \frac{2\,(a, a_m)}{M}, \tag{2}$$

où l' on a posé pour abréger

$$(a, a_m)^2 - D\,(a_1, a_m)^2 = (-1)^{m-1} M. \tag{3}$$

On peut aussi écrire l'équation (2) sous la forme

$$a_{m+1} = 2 \cdot \frac{(a, a_m) - (-1)^{m-1} (a, a_m)^2 (a_1, a_{m-1}) + (-1)^{m-1} (a_1, a_m)^2 (a_1, a_{m-1})\, D}{M \cdot (a_1, a_m)}$$

ce qui revient à cause de

$$(a, a_m)\,(a_1, a_{m-1}) - (a_1, a_m)\,(a, a_{m-1}) = (-1)^{m-1}$$

à

$$a_{m+1} = 2 \cdot \frac{-(-1)^{m-1} (a, a_m)\,(a, a_{m-1}) + (-1)^{m-1} (a_1, a_m)\,(a_1, a_{m-1})\, D}{M}$$

Si l'on pose

$$(-1)^{m-1} N = -(a, a_m)\,(a, a_{m-1}) + (a_1, a_m)\,(a_1, a_{m-1})\, D,$$

on a

$$a_{m+1} = \frac{2N}{M}.$$

D'autre part on obtient des théorèmes connus concernant le développement de $\sqrt{D}$ en fraction continue (Stern l. c., p. 175, § 107, l'équation 21.—24.)

$$a = E\,\frac{\sqrt{D} + N}{M}$$

Deux cas peuvent maintenant se présenter:

1. a_{m+1} est pair et on a comme conséquence de deux dernières èquations

$$a_{m+1} = 2\,E\,\frac{\sqrt{D}}{M}.$$

2. a_{m+1} est impair et on a de la même manière

$$a_{m+1} = 1 + 2\,E\left(\frac{\sqrt{D}}{M} - \frac{1}{2}\right).$$

Il suit des équations (2), (3) que $2\,(a, a_m)$ est divisible par M, (a, a_m) et (a_1, a_m) étant sans diviseur commun. En cas de M impair M divise aussi D, en cas de M pair D est divisible par $\frac{1}{2} M$, comme Stern a déjà mentionné. D'une manière générale on peut dire que pour $M = 2^\lambda M'$, où M' est impair, D est divisible par 2^λ, si l'on a $\lambda \geqq 2$. Or, en ce cas M est de même un diviseur de D. Ce n'est que le cas de $\lambda = 1$, $M = 2M'$ qui fait une exception. En ce cas D n'est pas nécessairement divisible par M. Il se peut ici que $\frac{1}{2} M$ seulement est diviseur de D.

De ce que je viens de dire on peut tirer plusieurs conséquences pour certaines valeurs spéciales du nombre D.

A) $D \equiv 1 \bmod 4$. Posons dans l'équation (3) $M = 2^{\varepsilon} D_1$, avec $\varepsilon = 0$ ou $\varepsilon = 1$, $(a, a_m) = D_1 u$, $D = D_1 D_2$, $(a_1, a_m) = v$. L'équation (3) prend maintenant la forme

$$D_1 u^2 - D_2 v^2 = (-1)^{m-1} 2^{\varepsilon}.$$

On a ici $D_1 \equiv D_2 \bmod 4$. Tous les deux nombres D_1, D_2 sont impairs et sans diviseur commun. Les nombres u, v ne sont tous les deux en même temps ni impairs, ni pairs, car en cas contraire le seconde membre l'équation précédente serait divisible par 4. Or l'un des nombres u, v étant pair, l'autre, impair, on a $\varepsilon = 0$. De même on voit aisément que $D_1 > 1$. On a ici pour a_{m+1}.

$$a_{m+1} = 2E\sqrt{\frac{D_2}{D_1}}.$$

Réciproquement si l'on a $D \equiv 1 \bmod 4$, $D = D_1 D_2$, $1 < D_1 < D_2$, D_1, D_2 étant sans diviseur commun et si l'équation

$$D_1 u^2 - D_2 v^2 \equiv \pm 1 \tag{4}$$

possède des solutions en nombres entiers, on développe le nombre $\frac{D_1 u}{v}$ en fraction continue

$$a + 1/a_1 + 1/a_2 + \ldots + 1/a_m$$

en prenant pour u, v la plus petite solution positive de l'équation (4). On choisit m dans l'expression précédente de sorte que $(-1)^m = \pm 1$ soit égal au seconde membre équation (4). On a maintenant

$$(a, a_m) = D_1 u, \ (a_1, a_m) = v$$

et on détermine a_{m+1} par la relation

$$a_{m+1}(a_1, a_m) + 2(a_1, a_{m-1}) = \frac{2(a, a_m)}{D_1}.$$

Cette équation donne a_{m+1} comme un nombre entier, car, le nombre $\frac{2(a, a_m)}{D_1}$ étant entier, on peut écrire l'équation sous la forme

$$a_{m+1}(a_1, a_m) = \frac{2(a, a_m)}{D_1} - 2(a_1, a_{m-1}).$$

On a démontré plus haut que le seconde membre de cette équation contient le facteur (a_1, a_m) qui est premier à D_1. Si l'on construit maintenant la fraction continue

$$a + 1/a_1 + 1/a_2 + \ldots + 1/a_m + 1/a_{m+1} + 1/a_m + \ldots + 1/a_1 = \frac{x}{y},$$

où les nombres x, y sont sans diviseur commun, on a pour x, y la relation suivante

$$x^2 - D\,y^2 = 1.$$

On obtient ainsi pour $\sqrt{D}$ la fraction continue

$$\sqrt{D} = a + 1/a, + 1/a_2 + \ldots + 1/a_m + 1/a_{m+1} + 1/a_m + \ldots + \\ + 1/a_1 + 1/2a + 1/a_1 + \ldots$$

Nous avons lors démontré le théorème: *Si l'on suppose* $D \equiv 1 \pmod 4$ *et* $D = D_1\,D_2$, *il existe des solutions entières ou bien pour l'équation*

$$u^2 - D\,v^2 = -1$$

ou bien pour une des équations suivantes

$$D_1\,u^2 - D_2\,v^2 = \pm 1,\ 1 < D_1 < D_2$$

et pour une seulement.

Dans le premier cas nous avons ponr $\sqrt{D}$ *une fraction continue de la forme* (*I.*), *dans le second cas une fraction continue de la forme* (*II.*) *avec*

$$a_{m+1} = 2\,E\sqrt{\frac{D_2}{D_1}}, \quad (-1)^{m-1} = \pm 1.$$

On peut tirer de ce théorème plusieurs conséquences. Par exemple: Si $D \equiv 1 \pmod 4$ est un nombre premier, l'équation

$$u^2 - D\,v^2 = -1$$

posséde des solutions entières, car en cas on ne peut pas représenter D comme un produit de deux facteurs entiers plus grands que 1. Si l'on a $D = p_1\,p_2$, p_1 étant nonrésidu quadratique de p_2, p_1, p_2 étant des nombres premiers $\equiv 1 \pmod 4$, l'équation

$$p_1\,u^2 - p_2\,v^2 = \pm 1$$

ne possède pas des solutions entières. Par conséquent on a des solutions entières de l'équation

$$u^2 - D\,v^2 = -1.$$

Si l'on a $D = p_1\,p_2$ avec $p_1 \equiv p_2 \equiv 3 \pmod 4$, l'équation

$$u^2 - D\,v^2 = -1$$

ne posséde pas évidemment des solutions entières, car -1 est non-résidu quadratique de p_1.

Il faut alors qu'une de deux équations

$$p_1\,u^2 - p_2\,v^2 = \pm 1$$

possède des solutions entières. On en tire pour les symboles de Legendre la relation

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = -\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

B) Soit $D \equiv 3 \pmod 4$. On démontre d'une manière analogue comme pour $D \equiv 1$ le théorème: *Si l'on a* $D \equiv 3$ *(mod 4) et* $D = D_1 D_2$, *il existe des solutions entières pour une des équations*:

$$D_1 u^2 - D_2 v^2 = \pm 2 \qquad 1 \leqq D, < D_2 \quad u,\ v \text{ impairs}$$
$$D_1 u^2 - D_2 v^2 = \pm 1 \qquad 1 < D_1 < D_2$$

et pour une seulement.

L'équation $u^2 - D v^2 = -1$ *n' a pas ici de solutions entières, comme on le voit immédiatement. Le terme central de la plus petite période est donné dans le premier cas (une des équations* $D_1 u^2 - D_2 v^2 = \pm 2$ *est résoluble) par la formule*

$$a_{m+1} = 1 + 2E\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{D_2}{D_1}} - \frac{1}{2}\right),$$

dans le second cas (une des équations $D_1 u^2 - D_2 v^2 = \pm 1$ *est résoluble) par la formule*

$$a_{m+1} = 2E\sqrt{\frac{D_2}{D_1}}\ .$$

C) Soit enfin $D \equiv 2 \pmod 4$ On a le théorème: *Si l'on a* $D \equiv 2$ *(mod 4) et* $D = D_1 D_2$, *il existe des solutions entières pour une des équations*

$$u^2 - D v^2 = -1$$
$$D_1 u^2 - D_2 v^2 = \pm 1 \qquad D_2 > D_1 > 1$$

et pour une seulement.

Dans le premier cas on a pour $\sqrt{D}$ *une fraction continue de la forme (I.), dans le second cas (l'équation* $D_1 u^2 - D_2 v^2 = \pm 1$ *résoluble), une fraction continue de la forme (II.) avec*

$$a_{m+1} = 2E\sqrt{\frac{D_2}{D_1}}\ .$$

Au moyen des résultats obtenus on peut trouver dans chacun des cas mentionnés les valeurs u, v appartenant à la plus petite solution positive $(u > 0, v > 0)$ de l'équation et en même temps la plus petite solution positive de l'équation de Pell.

Si l'on peut resoudre l'équation

$$u^2 - D v^2 = -1,$$

la plus petite solution de l'équation de Pell est évidemment

$$T = u^2 + D v^2, \qquad U = 2 u v.$$

Si c'est, au contraire, l'équation

$$D_1 u^2 - D_2 v^2 = \pm 1$$

dont les solutions entières existent, on a comme la plus petite solution de l'équation de Pell

$$T = D_1 u^2 + D_2 v^2, \quad U = 2 u v.$$

Enfin, s'il existe des solutiones entières de l'équation [$D_1 . D_2 \equiv 3 \pmod 4$],

$$D_1 u^2 - D_2 v^2 = \pm 2, \qquad u, v \text{ impairs}$$

on a

$$T = \tfrac{1}{2}(D_1 u^2 + D_2 v^2), \qquad U = u v.$$

Par ces règles le calcul des solutions de l'équation de Pell devient considérablement plus court. En calculant la fraction continue de $\sqrt{D}$, on calcule progressivement les quantités

$$\frac{\sqrt{D} + N}{M}.$$

Dès qu'on arrive à une expression, dans laquelle soit M, soit $\frac{1}{2}M$ divise le nombre M, on obtient toute de suite de la fraction continue correspondante la solution d'une de trois équations mentionnées plus haut. Il en suit par la manière tout-à-l'heure expliquée la solution de l'équation de Pell. Par exemple, on a pour $D = 11.\ 17 = 187$

$$\sqrt{187} = 13 + \frac{1}{x_1}, \quad x_1 = \frac{\sqrt{187} + 13}{18} = 1 + \frac{1}{x_2}$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{187} + 5}{9} = 2 + \frac{1}{x_3}$$

$$x_3 = \frac{\sqrt{187} + 13}{2}.$$

et on n'a pas besoin de pousser les calculs plus loin. La fraction continue

$$13 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = 13\,\frac{2}{3} = \frac{41}{3}$$

donne la plus petite solution positive de l'équation

$$u^2 - 187\, v^2 = -2$$

qui est

$$41^2 - 187 . 2^2 = -2$$

et par conséquent la plus petite solution de l'équation de Pell

$$T^2 - 187\, U^2 = 1$$

qui est

$$T = \tfrac{1}{2}(41^2 + 187 . 3^2) = 168^2, \qquad U = 3.\ 41 = 123.$$

Les mydriatiques des graines de stramoine cultivée en Bohême.

Par

Dr. **Em. Švagr.**

Présenté le 23 avril 1926.

Le but du présent travail était d'élaborer une méthode permettant d'extraire les alcaloïdes mydriatiques des graines de stramoine cultivée en Bohême.

Avant tout, il était nécessaire de rechercher les alcaloïdes de la drogue tchèque aux points de vue qualitatif et quantitatif.

Au début du travail, je me suis borné à appliquer les méthodes habituelles. Plus tard, lorsque les résultats obtenus avec les diverses méthodes présentaient des différences sensibles, je me suis décidé à les combiner. J'ai fini par trouver la voie convenant le mieux à la nature de la drogue et aux propriétés des alcaloïdes recherchés.

Il ressort de mes recherches que pour extraire les alcaloïdes de la stramoine cultivée en Bohême le mieux est de l'épuiser directement à l'éther. Les alcaloïdes sont mis en solution aqueuse à l'état de sulfate, puis purifiés par traitement alternatif au moyen de chloroforme et d'acide sulfurique étendu. Toutes les opérations sont à effectuer aux températures aussi faibles que possible.

Les rendements en scopolamine (isolée sous forme de chloraurate) sont faibles, ce qui exclue toute application industrielle de la drogue.

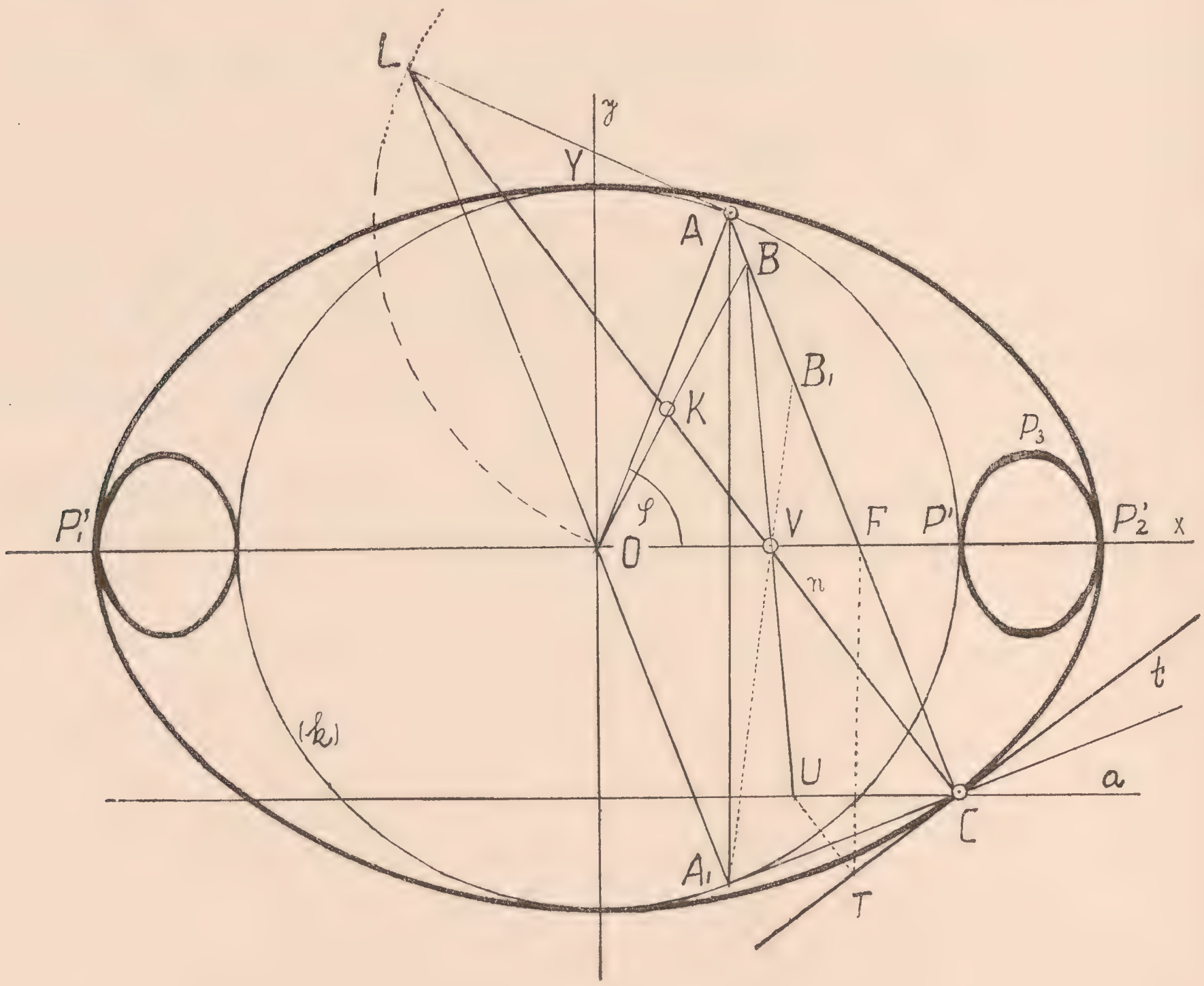
La construction cinématique de la normale et du rayon de courboure pour la cornoïde.

Par le

Dr. ANT. PLESKOT.

Présenté le 3 décembre 1926.

La cornoïde est définie par le procédé suivant: Par le centre O du cercle (k) et rayon r on mème un axe x, puis on détermine à un point quelconque A de la circonférence du cercle (k) le point A_1, qui est symétrique au point A par rapport à l'axe x; la perpendiculaire abaissée du point A sur la tangente du cercle (k) au point A_1 rencontre celle-ci en point C. Le lieu géometrique des points C est la courbe appelée la cornoïde.



On traite cette courbe dans le livre de Loria: Alg. Curven pag. 246, mais sans mentionner des constructions de la tangente, de la normale et du centre de courbure.

Dans notre article est traitée la théorie de cette courbe par la méthode de la géometrie cinématique, qui conduit aux constructions diverses, plus simples de la tangente, de la normale et du rayon de courbure.

De ces constructions ne soient citées que celles-ci:

Pour construire la normale en C, on décrit du centre A le cercle avec le rayon r qui coupe la droite $A_1 O$ en L. La droite $C L$ est la normale en C. L'autre aussi simple construction: La droite $A C$ coupe l'axe x en F et B_1 soit le milieu $A F$. La droite $A_1 B_1$ ren contre l'axe x en V et la droite $C V$ est la normale en C.

Pour construire pour C le centre K de courbure, on trace la parallèle $F T$ avec $A A_1$ qui coupe la tangente de la cornoïde en T; on trace aussi par le point C la parallèle a avec l'axe x. La perpendiculaire élevée en T sur la tangente $C T$ coupe la droite a en U et puis la droite $U V$ rencontre $A C$ en B. La droite $O B$ coupe la normale en le point K qui est le centre de courbure pour le point C de la cornoïde.

La raison pour laquelle on arrive à ces constructions cinématiques est celle, qu'on suppose que le point A se meut sur la tangente au cercle (k) en A avec la vitesse $A M$, où M signifie l'intersection de la tangente avec l'axe x.

Deux notes sur la métrique.

Par

V. HLAVATÝ.

Présenté le 4 juin 1926.

La première partie de cet article est consacré au développement du tenseur métrique $g_{\lambda\mu}$ d'une variété quelconque métrique. La deuxième partie étudie les courbures d'une courbe dans la variété V_n de Riemann par rapport aux courbures d'une courbe dans l'espace euclidien R_n tangent à V_n.

§ 1. Les coefficients $\left(\frac{\partial x^\nu}{\partial' x^\alpha}\right)_0$, $\left(\frac{\partial^2 x^\nu}{\partial' x^\alpha \partial' x^\beta}\right)_0$, $\left(\frac{\partial^3 x^\nu}{\partial' x^\alpha \partial' x^\beta \partial' x^\gamma}\right)_0$ de la transformation

1. $$x^\nu - (x^\nu)_0 = \Sigma \frac{1}{p!} \left(\frac{\partial^p x^\nu}{\partial' x^{\nu_1} \ldots . \partial' x^{\alpha_p}}\right)_0 {}' x^{\alpha_1} \ldots\ldots {}' x^{\alpha_p}$$

peuvent être fixés de telle manière, que soient satisfaites les relations

2. $$'g_{\lambda\mu} = e_{\lambda\mu} \text{ (= tenseur métrique euclidien).*)}$$

3. $$'g_{\lambda\mu,\omega} = 0 \quad \left('g_{\lambda\mu,\omega} = \frac{\partial}{\partial' x^\omega} {}' g_{\lambda\mu}\right)*)$$

4. $$'g_{\lambda\mu,\omega\nu} + {}'g_{\lambda\omega,\nu\mu} + {}'g_{\lambda\nu,\mu\omega} = 0 \quad \left('g_{\lambda\mu,\omega\nu} = \frac{\partial^2}{\partial' x^\omega \partial' x^\nu} {}' g_{\lambda\mu}\right)$$

au point éxaminé P. Si $\Gamma^\nu_{\tau\mu}$ sont les coefficients du déplacement de la variété étudiée, $\{^\nu_{\lambda\mu}\}$ les symboles de Christoffel par raport à $g_{\lambda\mu}$, on a en général

5. $$\Gamma^\nu_{\lambda\mu} = \left\{^\nu_{\lambda\mu}\right\} + T^{\cdot\cdot\nu}_{\lambda\mu} **)$$

où $T^{\cdot\cdot\nu}_{\lambda\mu}$ est un affineur, et

---

*) Pour n = 4, les équations 2) et 3) se trouvent aussi dans: Donder „Interprétation physique de la rélativité générale“ (Acad. r. Belgique, Bul. de la classe des Sc., T. IX, Série 5, No 1—6).

**) Voir Schouten: „Der Ricci-Kalkül“ (Springer, 1924) p. 73.

6. $$g_{\nu\lambda,\mu\omega} = \frac{\partial}{\partial x^\omega}\Gamma_{\nu\lambda\mu} + \frac{\partial}{\partial x^\omega}\Gamma_{\lambda\nu\mu} = \frac{\partial}{\partial x^\omega}[\nu, \lambda\,\mu] + \frac{\partial}{\partial x^\omega}[\lambda, \nu\,\mu],$$

$$\Gamma_{\nu\lambda\mu} = g_{\alpha\nu}\Gamma^\alpha_{\lambda\mu},\ [\nu, \lambda\,\mu] = g_{\alpha\nu}\left\{{\alpha \atop \lambda\mu}\right\}$$

Or, en supprimant l'accent, on obtient à cause de 3., 5., 6.

7. $$\left\{{\nu \atop \lambda\mu}\right\} = 0, \qquad [\nu, \lambda\,\mu] = 0, \qquad \Gamma^\nu_{\lambda\mu} = T_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu}$$

8. $$\nabla'_\omega T_{\lambda\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^\omega}\Gamma_{\nu\mu\lambda} - \frac{\partial}{\partial x^\omega}[\nu, \mu\,\lambda]$$

au point examiné, si ∇'_ω désigne le symbole de la dérivée covariante par rapport à $g_{\lambda\mu}$. L'équation 4. nous permet d'écrire en P pour φ^ν quelconque

9. $$\varphi^\nu\,\varphi^\omega\,g_{\lambda\mu,\nu\omega} = \varphi^\nu\,\varphi^\omega\,g_{\nu\omega,\lambda\mu} = -2\,\varphi^\nu\,\varphi^\omega\,g_{\nu\lambda,\mu\omega} = -2\,\varphi^\nu\,\varphi^\omega\,g_{\nu\mu,\lambda\omega}.$$

Il s'ensuit au point examiné.

10. $$\varphi^\lambda\,\varphi^\nu\,[g_{\nu\omega,\mu\lambda} + g_{\lambda\mu,\omega\nu} - g_{\omega\mu,\lambda\nu} - g_{\lambda\nu,\omega\mu}] = -3\,\varphi^\lambda\,\varphi^\nu\,g_{\omega\mu,\lambda\nu}$$

d'où l'on déduit pour la quantité de courbure $R_{\omega\mu\lambda\nu}$ de la variété en question

11. $$\varphi^\lambda\,\varphi^\omega R_{\omega\mu\lambda\nu} = \varphi^\lambda\,\varphi^\omega[-\tfrac{3}{2}\,g_{\mu\nu,\omega\lambda} + \nabla'_\mu T_{\lambda\omega\nu} + - \nabla'_\omega T_{\lambda\mu\nu} - T_{\alpha\omega\nu}T_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\alpha} + T_{\alpha\mu\nu}T_{\lambda\omega}^{\cdot\cdot\alpha}]$$

Cela posé, on peut évaluer les coefficients de la série en P

13. $$g_{\lambda\mu} = (g_{\lambda\mu})_0 + x^\nu\left(\frac{\partial}{\partial x^\nu}g_{\lambda\mu}\right)_0 + \tfrac{1}{2!}\,x^\nu x^\omega\left(\frac{\partial}{\partial x^\nu\,\partial x^\omega}g_{\lambda\mu}\right)_0 + \ldots$$

et on parvient à la formule approchée

13. $$g_{\lambda\mu} = e_{\lambda\mu} - \tfrac{1}{3}\,x^\nu\,x^\omega P_{\omega\lambda\nu\mu}$$

avec

12. $$P_{\omega\mu\nu\lambda} = R_{\omega\mu\lambda\nu} - \nabla'_\mu T_{\lambda\omega\nu} + + \nabla'_\omega T_{\lambda\mu\nu} + T_{\alpha\omega\nu}T_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\alpha} - T_{\alpha\mu\nu}T_{\lambda\omega}^{\cdot\cdot\alpha}.$$

Il s'ensuit pour le module v d'un vecteur arbitraire v^α $(= d^*x^\alpha \doteq d\,x^\alpha)$

14. $$v^2 = (v^2)_0 - \tfrac{1}{3}\,v^\lambda\,v^\mu\,x^\nu\,x^\omega\,P_{\omega\lambda\nu\mu}$$

et si ce vecteur est dans la direction du développement

15. $$v^2 = (v^2)_0.$$

Les termes omis dans 14 et 15. sont au moins du troisième degré en x^ν. Si $T_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu} = 0$, la variété est celle de R i e m a n n, et de plus, si cette variété est à courbure constante, on obtient

16. $$v^2 = (v^2)_0 \pm const\,x^\nu\,x^\omega[(v^2)_0\,g_{\omega\nu} - v_\nu\,v_\omega],$$

ce qui est le résultat connu depuis R i e m a n n.

§ 2. Repérons V_n et R_n tangent à V_n en P aux paramètres, désignés chaque fois par x^ν moyennant la projection orthogonale au voisinage du point P. Nous supposerons une telle V_n, que R_n et V_n admettent le même système des paramètres $'x^\nu$ (désignés maintenant par x^ν) dans le domaine du point P.

Dans cette représentation correspond à une courbe $x^\nu(s)$ ($s =$ = l'arc dans V_n) dans V_n la courbe $x^\nu(t)$ ($t =$ l'arc euclidien dans R_n) dans R_n.

Nous démontrons le théorème suivant:

Les courbes $x^\nu(s)$ et $x^\nu(t)$ possèdent en P le vecteur tangent, les premières deux courbures et les premiers deux vecteurs normaux en commun. (On suppose naturellement que P soit un point régulier de V_n.)

En désignant par $\underset{1}{j^\nu}$ ($\underset{1}{i^\nu}$) le vecteur – unité tangent de $x^\nu(s)$ [$(x^\nu(t)]$, par $\underset{p+1}{j^\nu}$ ($\underset{p+1}{i^\nu}$) son p-ième vecteur – unité normal et par $\underset{p}{k}$ ($\underset{p}{l}$) sa p-ième courbure, on peut écrire

17. $$x'^\nu = \underset{1}{j^\nu}\,,\quad x''^\nu + \left\{{\nu \atop \lambda\mu}\right\} x'^\lambda x'^\mu = \underset{1\,2}{k}\,\underset{2}{j^\nu} \qquad \left(\frac{d}{ds}(\,) = (\,)'\right)$$

et

18. $$x'''^\nu + x'^\lambda x'^\mu x'^\omega \frac{\partial}{\partial x^\omega}\left\{{\nu \atop \lambda\mu}\right\} + 2\left\{{\nu \atop \lambda\mu}\right\} x''^\lambda x'^\mu + $$
$$+ \left(x''^\lambda + \left\{{\lambda \atop \alpha\,\beta}\right\} x'^\alpha x'^\beta\right)\left\{{\nu \atop \lambda\mu}\right\} x'^\mu = \underset{1\,2}{k'}\,\underset{2}{j^\nu} + \underset{1}{k}\,(\underset{3}{j^\nu}\,\underset{2}{k} - \underset{1\,1}{j^\nu}\,k)\,.$$

Or, d'après les résultats du § précédent, ces équations se simplifient au point éxaminé P

17. $$x'^\nu = \underset{1}{j^\nu}, \qquad x''^\nu = \underset{1\,2}{k}\,\underset{2}{j^\nu}$$

18. $$x'''^\nu = \underset{1\,2}{k'}\,\underset{2}{j^\nu} + \underset{1}{k}\,(\underset{3}{j^\nu}\,\underset{2}{k} - \underset{1\,1}{j^\nu}\,k)\,.$$

On a de même en P pour la courbe $x^\nu(t)$ dans R_n

19. $$\dot{x}^\nu = \underset{1}{i^\nu} \qquad \ddot{x}^\nu = \underset{1\,2}{l}\,\underset{2}{i^\nu}$$

20. $$\dddot{x}^\nu = \underset{1\,2}{\dot{l}}\,\underset{2}{i^\nu} + \underset{1}{l}\,(\underset{3\,2}{i}\,l - \underset{1\,1}{i}\,l) \qquad \left(\frac{d}{dt}(\,) = \dot{(\,)}\right).$$

Ces équations nous permettent d'écrire en P

21. $$x^\nu(s) = \underset{1}{j^\nu}\,s + \frac{s^2}{2!}\,\underset{1\,2}{k}\,\underset{2}{j^\nu} + \frac{s^3}{3!}\,[\underset{1}{k}\,(\underset{2\,3}{k}\,\underset{2}{j^\nu} - \underset{1\,1}{k}\,\underset{1}{j^\nu}) + \underset{1\,2}{k'}\,\underset{2}{j^\nu}] + \ldots$$

21′. $$x^\nu(t) = \underset{1}{i^\nu}\,t + \frac{t^2}{2!}\,\underset{1\,2}{k}\,\underset{2}{i^\nu} + \frac{t^3}{3!}\,[\underset{1}{l}\,(\underset{2\,3}{l}\,\underset{2}{i^\nu} - \underset{1\,1}{l}\,\underset{1}{i^\nu}) + \underset{1\,2}{\dot{l}}\,\underset{2}{i^\nu}] + \ldots.$$

Or, si S, (T) désigne la distance géodésique (euclidienne) du point infiniment voisin du point P sur la courbe dans V_n (R_n), on obtient

22. $$S^2 = s^2 - \frac{s^4}{12}\,\underset{1}{k^2} + \ldots$$

22′. $$T^2 = t^2 - \frac{t^4}{12}\,\underset{1}{l^2} + \ldots.$$

Mais l'équation 15., appliquée à V_n nous donne la formule approchée

23. $$S^2 = T^2,$$

où les termes omis sont au moins du cinquième degré en x^a. Il s'en suit

24. $$s^2 - \frac{s^4}{12} k^2_1 + \ldots = t^2 - \frac{t^4}{12} l_1 + \ldots$$

en P $(s = t = 0)$ et.

25. $$a)\ t' = 1, \qquad b)\ t'' = 0, \qquad c)\ t''' = 0$$

si toutefois, on mesure s et t dans la même direction. On a donc par égard pour 25. et 17.—20. en P

26. $a)$ $$x'^\nu = \dot{x}^\nu = j^\nu_1 = i^\nu_1,$$

$b)$ $$x''^\nu = \ddot{x}^\nu = k\, j^\nu_{1\,2} = l\, i^\nu_{1\,2},$$

$c)$ $$x'''^\nu = k'_{1\,2}\, j^\nu + k_1 (k\, j^\nu_{2\,3} - k_{1\,1}\, j^\nu) = \dddot{x}^\nu = l\, \dot{i}^\nu_{1\,2} + l_1 (l\, i^\nu_{2\,3} - l\, i^\nu_{1\,1}).$$

La multiplication de 26.c) par $g_{\lambda\nu}\, x''^\lambda$ nous donne en P

27. $$k'_1 = \dot{l}_1 = g_{\lambda\mu}\, x''^\lambda\, x'''^\mu .$$

Or, parce que d'après 26. c) $j^\nu_3 = i^\nu_3$, on a aussi nécessairement d'après 26. c) et 27. $k_2 = l_2$. Le théorème est ainsi démontré.

Prague, mai 1926.

Contribution à la connaissance de la morphologie du sang chez Scorpaena porcus *L.*

Par

Doc. Dr. VLADIMÍR TŮMA

assistant de l'Institut.

Travail de l'Institut pour l'histologie et l'embryologie de la Faculté de Médecine de l'Université Charles à Prague (Directeur: Prof. Dr. O. Srdínko).

(Avec 1 tableau en couleurs.)

Avec la subvention de la dotation de la IIème Classe de l'Académie des Sciences.

Présenté le 4 juin 1926.

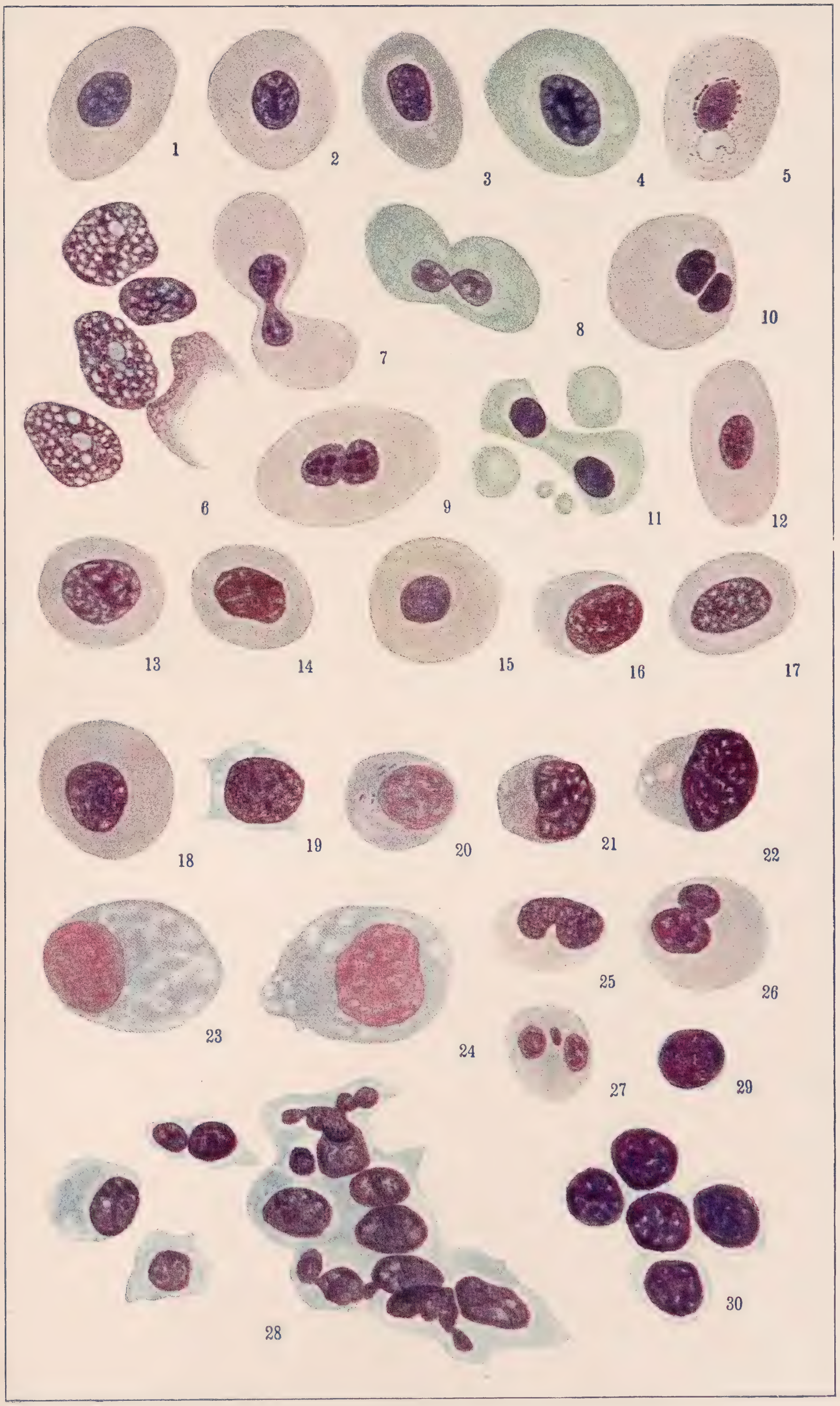
Pendant mon séjour à la station biologique à Villefranche-sur-Mer j'ai eu l'occasion d'obtenir de spécimens vivants de la rascasse (Scorpaena porcus *L*). Dans la communication présente j'essaierai de donner brièvement les résultats obtenus sur le sang de ce poisson.

Le sang de la rascasse possède des globules rouges, deux sortes de globules blancs — les petits et les grands mononucléaires, et des thrombocytes. Il n'y a pas de granulocytes dans ce sang.

La plus grande partie des globules rouges est formée par les érythrocytes ovales, orthochromatiques, 12,5×10 μ, avec un noyau rond ou ovoid, possédant une structure reticulaire distincte (im. 1.—5.). Parmis ces cellules ovales il y a une partie des erythrocytes jeunes, ronds avec un noyau avec du chromatine clairsemé et avec le cytoplasma, possédant l'hémoglobine en diverse quantité. Les cellules se transforment lentement en erythrocytes ovales (im. 13.—15., 12.). On trouve rarement dans le sang circulant les érythrocytes en divers stades de l'amitose (im. 7.—11.).

En ce qui concerne les globules blancs les petits mononucleaires sont les plus souvents (im. 16.—18.). Leur protoplasma forme parfois les pseudopodies (im. 19.) et possède peut-être la faculté fagocytaire (im. 20.). La deuxième forme sont les grands mononucleaires (im. 21.—24.), plus rares que les petits lymphocytes. Le groupe indépendent est constitué par les thrombocytes, cellules semblables à „Spindelzellen" de Golubew chez

Doc. MUDr. Vladimír Tůma: Contribution à la connaissance de la morphologie du sang chez Scorpaena porcus *L.*



les amphiebiens (im. 29. 30.). Les petits mononucléaires ont occassionellement un noyau ségmenté (im. 25.—27.) et forment dans les couches de temps en temps des conglomérats.

*

Bibliographie. D r z e w i n a A.: Arch. d'anat. microsc. T. XIII. 1912. pag. 319. — M e n c l E.: Anat. Anz. Bd. 37. 1910. p. 539. — N o s e k A.: Ryby mořské a sladkovodní (Les poissons de mer et d'eaux douces). Prague 1909. — R a w i t z B.: Arch. f. mikr. Anat. Bd. 54. 1899, p. 481; Bd. 56. 1900, p. 149. — W e i d e n r e i c h Fr.: Arch. f. mikr. Anat. Bd. 72. 1908, p. 209.; Anat. Anz. Ergheft 2. Bd. 32. 1908. p. 81; Arch. f. mikr. Anat. Bd. 73. 1909.

Explications rélatives aux illustrations.

Les préparations sont dessinées avec l'aide de l'appareil d'Abbé sous le grossiment d'immersion homog. 1/12" de Zeiss, ocul. compéns. No 12 et longuer du tubus 160 *mm.*

Im. 1. et 2. Deux globules rouges ovales après coloration combinée de Pappenheim.

Im. 3. Un érythrocyt oval, normal après la coloration de Leishman.

Im. 4. Un erythrocyt oval, coloré avec le bleu de méthylen.

Im. 5. Un erythrocyt oval, coloré avec le triacid d'Ehrlich.

Im. 6. Un amas des noyaux libres érythrocytaires au différent dégré de la caryolyse.

Im. 7., 8., 9. La division directe d'un érythrocyt. Im. 7 après Giemsa; im. 8 après bleu de méthylen; im. 9 après May-Grünwald.

Im. 10. L'érythrocyt à deux noyaux. Après May-Grünwald.

Im. 11. L'érythrocyt pendant l'amitose avec des globes d'hémoglobin. Bleu de méthylen.

Im. 12. L'érythrocyt oval, hyperchromique. Après la coloration de Pappenheim.

Im. 13., 14., 15. Les différents types d'érythrocytes jeunes ronds. Im. 13., 14. d'après Pappenheim, im. 15. d'après Leishman.

Im. 16.—20. Les petits mononucléaires. Après la coloration combinée de Pappenheim.

Im. 21.—24. Les grands mononucléaires. D'après Pappenheim. Im. 25 — 27. Les petits mononucléaires avec les ncyaux segmentés. D'après Pappenheim.

Im. 28. Un conglomerat de petits mononucléaires avec de noyaux segmentés et de noyaux associés. D'après Pappenheim.

Im. 29. et 30. Un thrombocyt et un amas de 5 thrombocytes, colorés par la méthode de Pappenheim.

La pituitrine et son action sur les vaisseaux et le coeur.

(CONCLUSION.)

Par le

Dr BOHUMIL PRUSÍK

(clinique du Pr. Dr. Pelnář).

Présenté le 22 octobre 1926.

J'ai essayé de déterminer le mécanisme par lequel la pituitrine agit sur le coeur et sur les vaisseaux. Dans ce but, j'ai étudié après les injections sous-cutanées, intra-veineuses et intra-artérielles de pituitrine les différentes phénomènes de l'activité du coeur et des vaisseaux. Il a été fait plus de 70 expériences. Dans toutes on a remarqué l'influence de la pituitrine sur le pouls et la tension artérielle, dans un grand nombre on a examiné l'action sur l'image microscopique des capillaires de la peau de la racine de l'ongle ; dans d'autres on a fait des recherches oscillotonographiques, on a établi la pression veineuse et procédé aux enregistrements électrocardiographiques.

1. *Les capillaires de la peau* ont été examinés par la méthode de Lombard (dans 9 cas en tout) pendant tout le temps de l'influence de la pituitrine. Le signe commun de l'action était une stase plus ou moins grande de la circulation du sang dans les capillaires. La stase se produisait bientôt après l'injection, quelquefois — après l'injection dans l'artère — dès la première minute et durait de 6 à 19 minutes. La stase de la circulation dans les capillaires est donc le symptôme constant et caractéristique de l'action de la pituitrine. Mais dans la plupart des cas il s'est produit, en outre, un retrécissement frappant des capillaires, quelquefois même jusqu'à leur complète disparition du champ visuel. Là, où le retrécissement avait lieu, il se produisait presque en même temps que la stase dans les capillaires. Lorsque les capillaires se dilataient pour reprendre leur grosseur primitive, le sang recommençait aussi à circuler. Cette action de vaso-constriction était visible là où il s'agissait de capillaires sans grave lésion anatomique et fonctionnelle, mais non là où les capillaires étaient déjà d'avance altérés

dans leur fonction: dans une cyanose extrème au cours d'une sténose pulmonaire (cas 1er), dans une très grave néphrosclérose (cas 5ème) et dans une trombophlébite post partum étendue sur les veines de la jambe droite.

Il n'y a aucun rapport entre cette constatation sur les capillaires et le pouls et la tension artérielle. Les divers genres d'injections produisent aussi des effets différents; après une injection sous-cutanée, les variations constatées sur les capillaires sont petites, elles sont toujours nettement marquées après une injection intra-veineuse; une injection dans l'artère produit un ralentissement de la circulation dans le système capillaire un peu plus rapidement qu'une injection dans une veine; les capillaires dans le voisinage des artères employées pour l'injection montrent un ralentissement critique de la circulation.

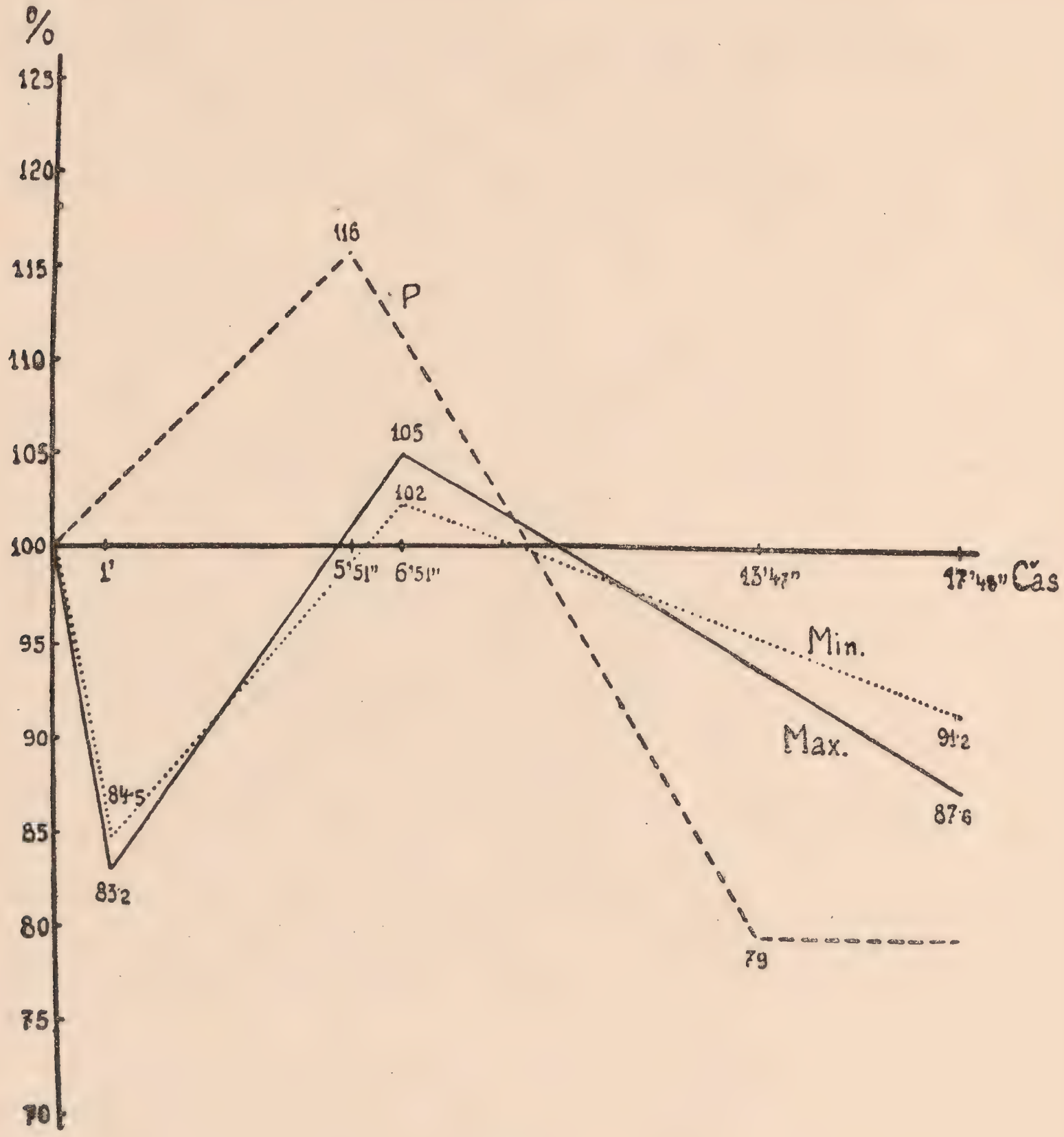
2. *La tension artérielle* et *le pouls* ont été de mêmee xaminés, d'une, part, après, des injections sous-cutanées, d'autre part, après des injections intra-veineuses et intra-artérielles.

Les résultats ont été peu différents qualitativement, mais quantitativement les différences de l'action étaient très grandes.

a) Après l'injection sous-cutanée, il y a eu dans la plupart des cas (5 expériences) un abaissement léger mais distinct de la tension maxima et de la tension minima; les variations sensibles dans la tension maxima sont faibles dans la minima. La courbe de la tension artérielle montait ordinairement pendant les premières minutes après l'injection—jusqu'à 8 minutes—ensuite elle baissait peu à peu et la baisse se produisait encore pendant 75 minutes après l'injection. Le pouls s'affaiblissait la plupart du temps, surtout dans les dernières phases de l'expérience; le ralentissement était de 9—20% de la fréquence normale du pouls.

b) L'injection intra-veineuse (48 cas) a eu des influences différentes selon la hauteur de la tension artérielle avant l'expérience. La division en deux groupes de toutes les expériences y relatives, les premières avec la tension artérielle au-dessous de 160 *mm* Hg (avant l'expérience), la deuxième avec la tension artérielle de 160 à 225 *mm* Hg, a montré distinctement que la pituitrine a une tendance très prononcée à augmenter les tensions artérielles basses et à abaisser les tensions hautes. (Tab. A.) Vis à vis du type de la courbe de la tension artérielle après l'injection sous-cutanée, où le cours présente deux phases, pressorique-dépressorique, la courbe après l'injection intra-veineuse a un caractère prononcé à 3 phases avec une hypertension primitive dans la plupart des cas. Il s'y joint encore un effet initial dépressorique, quelquefois très violent, avec baisse du maximum de la tension artérielle jusqu'à la tension minimale primitive. Dans les tensions au-dessous de 160 *mm* Hg, cette phase dépressorique initiale (dans les premières minutes après l'injection) n'est indiquée que dans $^1/_3$ à peine des expériences. On peut suivre les détails sur le tableau A. La tension artérielle minima change essentiellement moins qua la maxima, pendant les effets pressoriques elle monte peu, dans les dépressoriques elle baisse. Pour la plupart,

les expériences se terminent par un abaissement très net de la tension maxima et de la différentielle. Le pouls s'accélère dans $^2/_3$ des cas environ, mais seulement passagèrement et pour peu de temps ; l'effet caractéristique de la pituitrine est, dans plus de 90% des expériences, un ralentissement du pouls, en moyenne de 12 pulsations à la minute. Sur le schéma 1er on peut reconnaître rapidement la marche du pouls, de la tension maxima

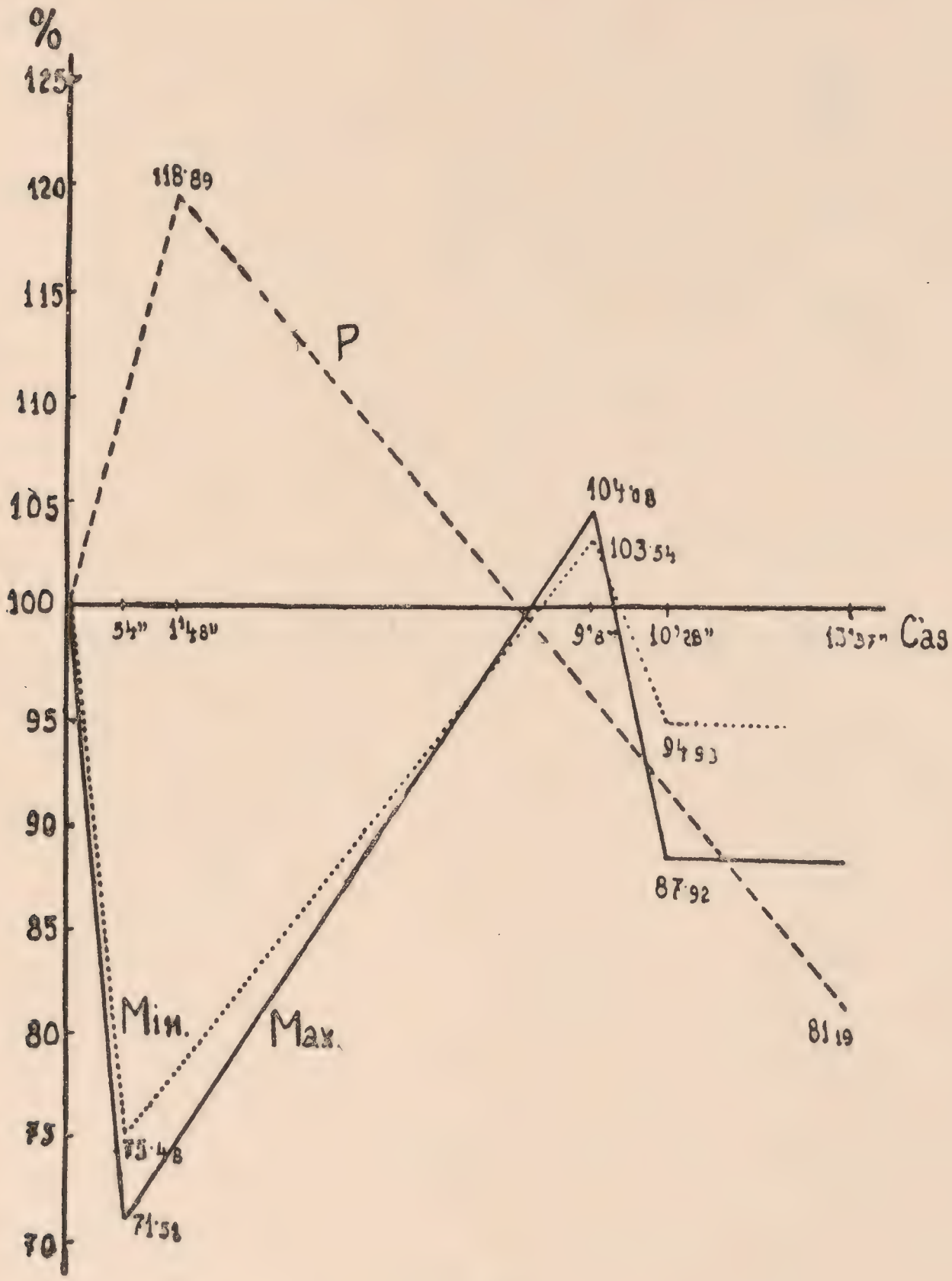


Tab. A.

et minima. On peut y voir aussi le cours des 3 phases de la réaction moyenne de tension et le cours des deux phases du pouls.

c) Dans 16 expériences, *les injections intra-artérielles* ont montré qualitativement le même cours de la courbe de la tension artérielle et du pouls que les injections intra-veineuses. Mais quantitativement la différence est très marquée. Sur la schèma B, on peut observer que la phase de la dépression primaire est non seulement plus profonde mais aussi de plus longue durée, la deuxième phase pressorique est plus courte et moins marquée, la troisième — dépression constante — est à peu-près la même qu' après l'injection dans les veines. Un ralentissement dans la phase plus

avancée est très distinct dans la plupart des expériences. Comme les injections intra-artérielles ont été données pour la plupart à des hypertoniques, le principe énoncé plus haut garde ici toute sa valeur, c'est-à-dire que la pituitrine a une tendance prononcée à abaisser une haute tension artérielle, pourvu que les vaisseaux périphériques ne soient altérées ni anatomiquement ni fonctionnellement.

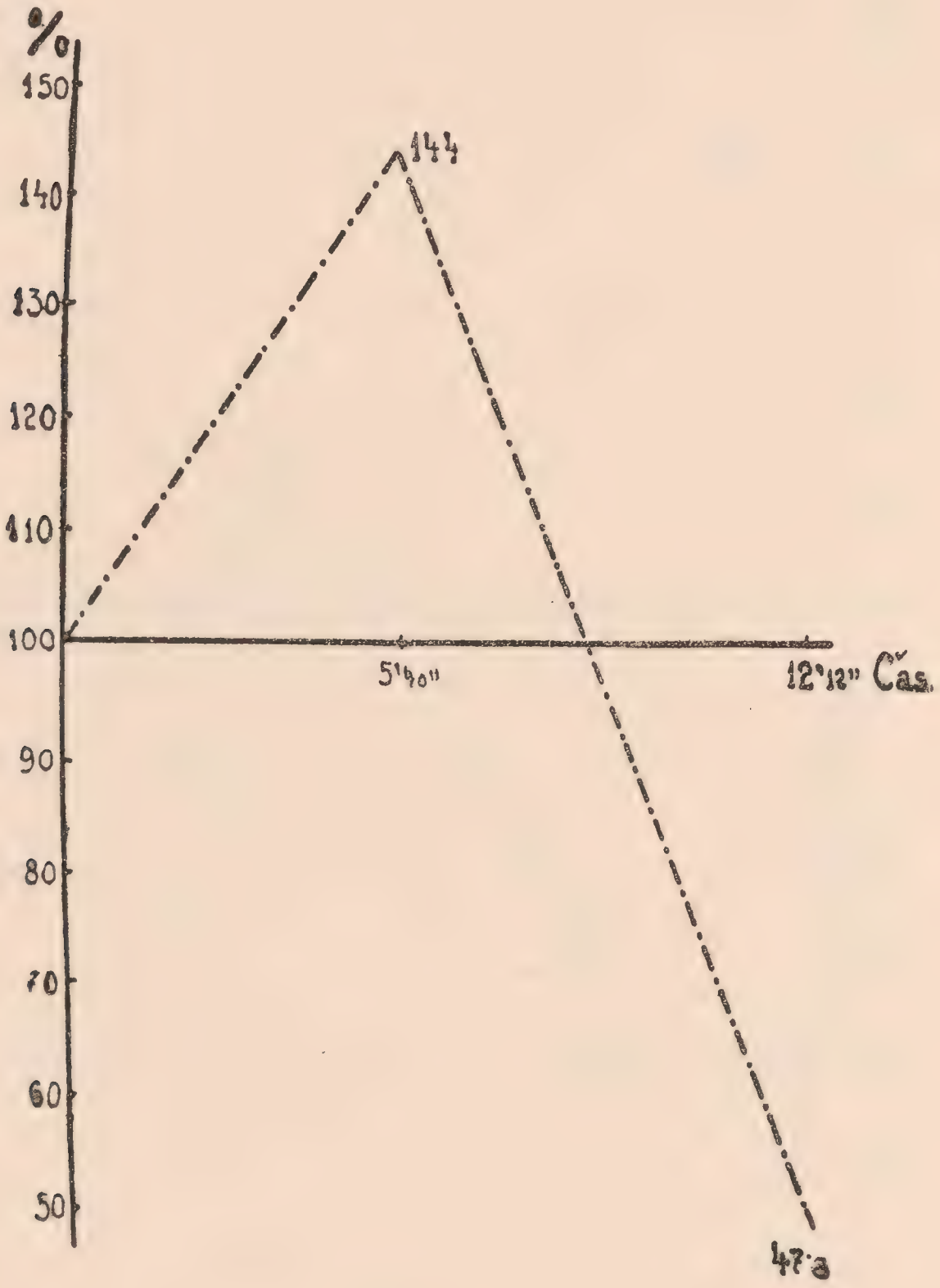


Tab. B.

Les injections intra-artérielles ont démontré que l'artère dans laquelle l'injection est faite se contracte très fortement ; beaucoup plus que l'altère périphérique des autres membres. Cette vasoconstriction est perceptible, d'une part, par la palpation, le pouls est à peine sensible, d'autre part, on a constaté un grand rétrécissement du lumen de l'artère même oscillographiquement ; en mesurant la température de la peau sur les différents membres, on a obtenu le même résultat.

Les expériences faites avec une injection mixte de sang artériel et de pituitrine ou de sang veineux et de pituitrine, une fois dans la veine du malade, une autre fois dans son artère, ont démontré qu'il n'y a pas

de différence essentielle entre les actions de ces deux mélanges. Ni le sang artériel, ni le sang veineux n'a une influence apaisante sur l'action vaso-constrictive de la pituitrine. L'abaissement soudain et littéralement choquant de la pression du sang — maxima et minima — après une injection intra-veineuse, et encore plus brusque après une injection intra-artérielle, ne peut pas être attribuée uniquement à l'influence vaso-constrictive



Tab. C.

de la pituitrine sur les vaisseaux. La rapidité plus grande de cette réaction après l'injection dans l'artère montre clairement qu'il s'agit d'une action réflexe nerveuse causant une irritation des vaso-moteurs dans les artères se rétrécissant subitement ; peut-être se reproduit-il une brusque dilatation de la région splanchnique et peut-être même des autres régions centrales. Toutefois, cette réaction provisoire n'a pas le caractère d'une forme constante, elle est brève et bientôt rcmplacée par une forme plus convenable aux conditions de la circulation.

4. *Des enregistrements oscillotonographiques* ont été faits dans 17 expériences. On a employé l'oscillotonographe de Jacquet et on a fait soit

l'enregistrement de toute la courbe tensionelle dans de courts intervalles de temps (1—2 min.), soit l'enregistrement prolongé sur la hauteur de tension initiale, optimale, où était aussi le plus grand index de l'oscillation. Les deux méthodes ont donné le même résultat. Le schéma C montre qu'après une injection de pituitrine on parvient, environ dans $^1/_3$ des expériences, à une élévation de l'index des oscillations, mais seulement entre la phase de dépression primaire et l'hypertension secondaire de tension. Par contre, une baisse de l'index des oscillations offre une image typique. Elle s'est produit dans 94% du total des expériences. Dans les $^2/_3$ des cas, elle se manifeste dès les premières minutes après l'injection et augmente encore plus tard. Quelquefois elle prend le caractère d'un collapsus et est accompagné d'un pouls presque imperceptible sur l'artère radiale. (Tab. C).

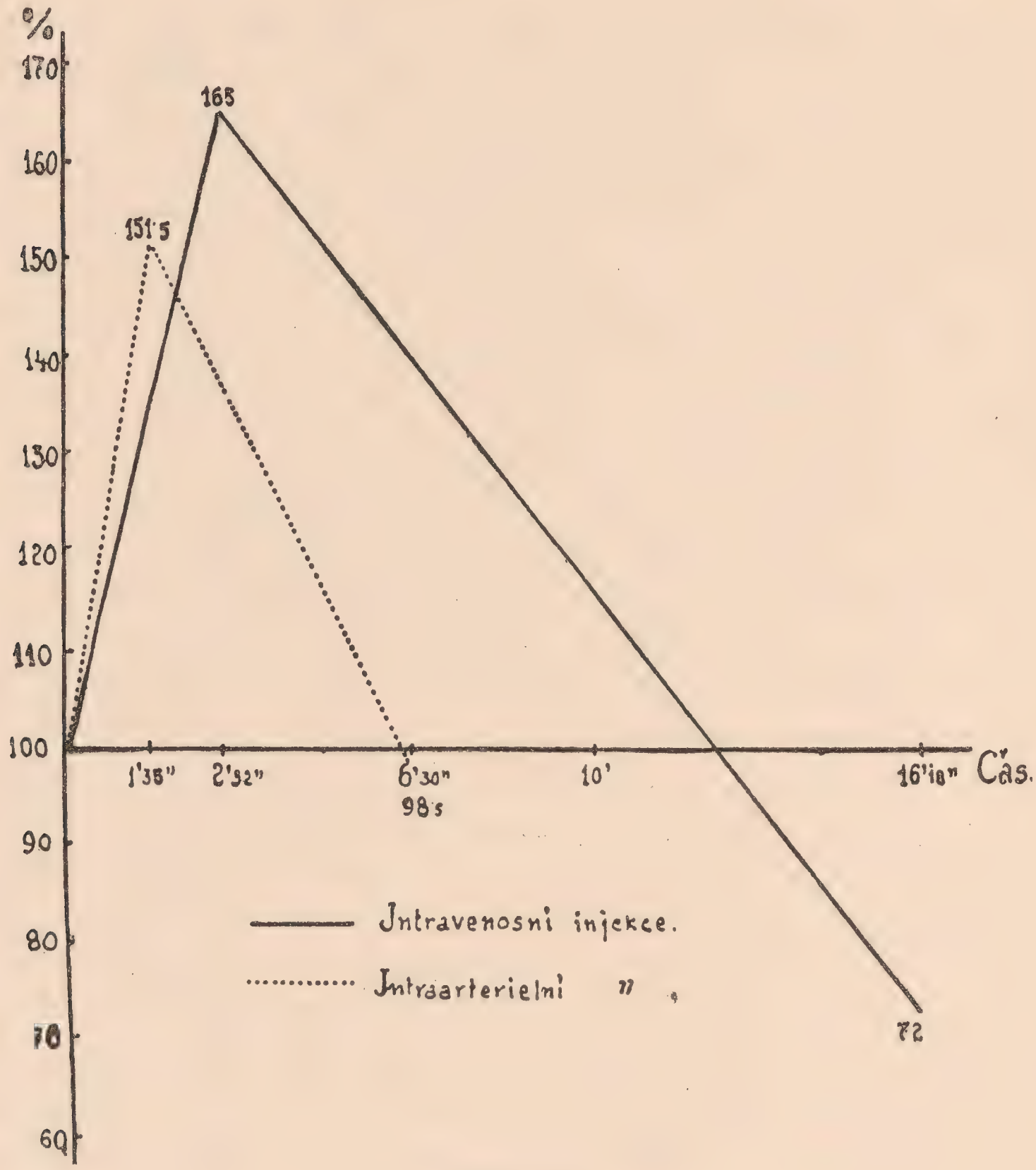
Le mécanisme de la baisse de l'index d'oscillation est probablement double: vaso-constriction périphérique des artères et en même temps dilatation des vaisseaux et stase dans la région splanchnique. — C'est au commencement de la 3ème phase de l'action de la pituitrine que l'on peut examiner le mieux ce double mécanisme.

5. Dans 11 expériences nous avons suivi *la pression veineuse* avec une injection intra-veineuse de pituitrine et dans 6 expériences avec une injection intra-artérielle. Pour mesurer on a employé aussi bien la méthode directe de Claude-Villaret que la méthode indirecte selon Pruche. Les injections veineuses ont permis de suivre longuement la pression veineuse même en employant la méthode directe. Par contre, après l'injection intra-artérielle, il s'est produit au bout de 4 à 5 minutes une telle augmentation de la coagulation du sang que l'aiguille de ponction veineuse s'est bouchée et on a été obligé soit d'interrompre complètement l'opération, soit de faire une autre piqûre de la veine. Sur le schéma D on voit l'action typique de la pituitrine sur la tension veineuse. Cette tension monte bientôt après l'injection et atteint son maximum dans la phase pressorique de tension. Avec la diminution de la tension artérielle dans les phases postérieures de cette action la pression veineuse baisse également, soit qu'elle revienne à sa hauteur primitive, soit, et cela pour la plupart du temps, qu'elle descende même au-dessous.

Le mécanisme des variations de la pression veineuse est vraisemblablement double: c'est, d'une part, l'auqmentation de vis à tergo là où a lieu la phase pressorique prononcée de le tension artérielle. Dans quelques cas, on a remarqué une certaine accélération du sang dans les veines périphériques au moment de la hausse de la tension veineuse. Là où l'effet pressorique n'est pas marqué, il faut supposer une augmentation de la résistance dans la partie droite du coeur et sans doute une diminution dans la région de l'artère pulmonaire. Néanmoins nous n'osons pas tirer de nos résultats une conclusion définitive.

6. *Le mécanisme de toute la réaction vasculaire* peut être caractérisé comme suit: Dans une réaction moyenne immédiatement après une injection

intra-veineuse ou intra-artérielle, il se produit une faible vaso-constriction des vaisseaux périphériques et en même temps, par réfléxion, une subite dilatation des vaisseaux centraux, (1ère stade d'une dépression temporaire), mais cette réaction est de courte durée. Bientôt se manifeste une legère dilatation des vaisseaux périphériques avec un arrêt de la circulation dans les capillaires de la peau, une



Tab. D.

accélération de la circulation du sang dans les veines ; là encore les vaisseaux centraux et en premier lieu la partie splanchnique se retrécissent (2ème phase pressorique) Enfin tandis que le retrécissement des artères se poursuit, la tension veineuse s'abaisse, la vitesse de la circulation dans les veines diminue, la partie centrale — splanchnique — se dilate, la tension du sang baisse (3 ème phase dépressorique). Dans ce stade, la vitesse du sang se ralentit et il se produit un équilibre dans la circulation par un réglement du cours du sang dans les vaisseaux centraux. Peu à peu l'effet disparaît et le mécanisme veineux revient à ses conditions normales.

On peut ainsi se représenter le type de la réaction des trois phases. Les écarts extrèmes de cette réaction sont en partie des cas avec une pure

hypertension artérielle, en partie avec un effet seulement dépressorique. Là, certainement, le mécanisme est un peu différent. Les pures réactions hypertensives ont un mécanisme commun avec l'action périphérique: ici il se produit quelquefois une vaso-dilatation initiale, rarement une vaso-constriction étendue. Les capillaires se retrécissent, leur circulation se ralentit, la pression veineuse monte, la vitesse de la circulation dans les vaisseaux augmente. Dans la suite, le mécanisme périphérique ne change pas essentiellement. Les régions centrales et, au premier rang, le splanchnicus subissent une phase de dilatation réflexe; ils commencent bientôt après l'injection à se rétrécir légèrement pour se dilater un peu ensuite. La réaction se termine par une lysis lente de la vaso-constriction périphérique, par un renouvellement de la circulation capillaire, ainsi que par le retour de la pression veineuse à l'état normal.

Le type de la pure réaction dépressorique commence par une vaso-constriction des vaisseaux périphériques, par une grande stase dans les capillaires sans rétrécissement frappant, par une hausse de la pression veineuse, par l'agrandissement de l'obstacle dans la petite circulation, par une subite dilatation réflexe des vaisseaux de la région du splanchnique. Dans la suite la vaso-constriction périphérique continue, les régions centrales se rétrécissent seulement un peu, elles sont constamment bien remplies de sang, la pression veineuse se rapproche de sa hauteur normale, le cours du sang dans les capillaires se ralentit peu à peu. Dans la phase finale, produit une lysis de la vaso-constriction des vaisseaux périphériques et les vaisseaux de la région du splanchnicus reprennent leur grosseur normale.

7. Dans 17 expériences il a été fait *l'examen électrocardiographique.* Pour des raisons pratiques, on a partagé ces expériences en deux groupes: dans le 1er il y a 10 cas avec une action dépressorique de la pituitrine, dans le 2ème 6 cas avec un effet pressorique prononcé après l'injection. On a examiné comment se conduisent certaines ondes de l'électrocardiogramme, grandeur de l'intervalle P—R, et on a fixé l'axe initial du complexe ventriculaire selon Dieuaide et Mann. On a conclu d'après l'abaissement de l'onde P après l'injection que l'activité des oreilletes après une injection de pituitrine non seulement ne s'aggrandit pas mais bien plutôt diminue et s'affaiblit. L'intervalle de conduction P—R, ne change genre.

L'onde T a monté très souvent mais moins souvent baissé. Le plus grand pourcentage de la baisse de l'onde T s'est montré dans les effets dépressoriques de la pituitrine. Peut-être peut-on juger par là de l'amoindrissement de la force des muscles ventriculaires dans ces cas. Par contre, dans l'action pressorique de la pituitrine on a remarqué le plus souvent une hausse de l'onde T et cela surtout dans la phase du début, où la tension artérielle était à sa hauteur maximum. Nous pensons que cette manifestation est l'effet d'un travail plus actif du coeur.

Là où, avant l'expérience, on trouvait l'angle α normal, ou prépondérance du ventricule droit, la pituitrine cause encore une plus grande dévia-

tion de l'axe cardiaque à droite. Là où il s'agissait de la prépondérance du côté gauche, la pituitrine a causé une déviation encore plus grande de l'axe cardiaque à gauche. La pituitrine a donc une tendance à augmenter la contraction de la partie prépondérante du myocarde. Dans les angles normaux de l'axe électrique il se produit la plupart du temps d'abord une déviation vers la gauche, plus tard retour à la position normale et déviation de l'axe vers la droite.

Le rythme du coeur ne change que rarement aprés la pituitrine. Une fois, dans la fibrillation de l'oreillette — on a remarqué après une injection de pituitrine une extrasystole ventriculaire droite. Les dissociations complètes auriculo-ventriculaires n'ont pas changé. Fait exception le cas d'une dissociation auriculo-ventriculaire complète non mentionnée ici où se produisit un arrêt assez prolongé des pulsations de l'oreillette pendant l'action normale du ventricule.

8. *L'action de la deuxième injection de pituitrine* faite de 20 à 30 minutes après la 1ère injection a été la même que celle de cette 1ère injection. Cette action est visible même là où la première injection a produit d'abord une hausse de la tension artérielle puis, après seulement, une baisse. La pression veineuse montre une fois un effet pressorique-dépressorique après les deux injections ; la 2ème fois la réaction pressorique est intense aprés la première injection, la deuxième injection ne produit plus qu'une faible hausse de la pression. Le pouls et la respiration sont identiques après les deux injections. L'index des oscillations après les premières injections a une petite phase de hausse, puis il baisse sans cesse ; mais après les deuxièmes injections l'index ne diminue que peu.

Donc essentiellement, la deuxième injection de pituitrine a non seulement une influence analogue à celle de la première, mais évidemment elle renforce l'action de celle-ci.

Nous ne considérons donc pas qu'il soit nécessaire, dans les extraits d'hypophyse de distinguer deux substances, l'une pressorique, l'autre dépressorique. Les effets différents sur les divers individus ne doivent pas être rapportés à la différence de la substance agissante mais seulement à la réceptivité individuelle d'une seule et même substance. Il y a ici une analogie avec l'action de l'adrénaline qui, d'après nos expériences, selon le mode d'injection et selon la dose, produit une fois l'action pressorique, une autre fois l'action dépressorique et pourtant nulle part n'on émet aujourd'hui l'avis qu'il y ait dans l'adrénaline deux substances agissant diversement.

9. Le résumé *des résultats des injections de pituitrine dans diverses maladies* donne le résultat suivant:

Dans *la maladie de Basedow* accompagnée de tabès dorsal l'effet est expréssément hypertensif.

Dans 6 cas *de maladies pulmonaires* on a obtenu deux fois l'action pressorique — une fois dans l'emphysème avec dilatation du côté droit du coeur, la seconde fois dans la tuberculose pulmonaire lente, amenant

en même temps une dilatation du ventricule droit ; ailleurs l'influence était plus dépressorique.

Dans 4 cas de *péritonite,* l'effet était partout dépressorique. Néanmoins, il est possible d'essayer de relever une basse pression sanguine dans de graves péritonites, par des injections sous-cutanées ou intra-veineuses de pituitrine. Mais il est impossible d'injecter de la pituitrine dans les artères à cause de la grande dépression de tension du début.

Les différentes maladies internes sans lésion apparente du coeur et des veines sont clairement indiquées dans la partie droite du tableau 15. Dans la plupart d'entre elles, l'effet de la pituitrine a plutôt un caractère dépressorique.

La deuxième partie du tableau 15 indique les maladies des vaissaux et du coeur.

Les affections mitrales (3 expériences) ont une petite réaction plutôt de caractère dépressorique.

Les affections de l'aorte (5 cas) avec ou sans insuffisance des valvules se comportent de la même façon que les affections mitrales. Deux fois seulement on arrive à une baisse de pression supérieure à 30 *mm* Hg.

Les artérioscléroses (9 cas) ont 4 fois seulement une petite variation de pression, 2 fois, elles montrent une profonde dépression ; 3 fois, l'effet pressorique est prépondérant.

Ici, il faut compter encore un cas d'hypertension d'artériosclérose avec néphrosclérose. Chez 40% des malades, on arrive à une élévation de l'hypertension déjà existante. Evidemment, l'effet de la pituitrine est ici mauvais, la réaction se fait, pendant la vaso-constriction aussi bien dans les districts centraux que dans les districts périphériques.

Le groupe des néphroscléroses et des néphrites chroniques accuse dans 6 expériences une baisse énorme de la pression sanguine, qui est surtout merquée dans une phase dépressorique primaire où elle a le caractère de la réaction d'un choc. Cette conduite expressive des néphrites et des néphroscléroses nous amène à supposer que la haute tension dépend en grande partie de la vaso- constriction de la région splanchnique avec une vaso-dilatation simultanée des artères périphériques. Quant à ce que font les vaisseaux de la petite circulation et les vaisseaux cérébraux, il est impossible, bien entendu, de rien déduire de certain de nos expériences.

Les efforts faits pour obtenir par des injections répétées de pituitrine une action thérapeutique, dépressorique, d'une plus longue durée ne nous pas ont jusqu'ici mené à notre but. La baisse de la pression est certes encore visible 4 ou 5 heures après l'injection intra-veineuse d'un *ccm* de pituitrine (ou 2 *ccm* en injection sous-cutanée). Mais il ne se produit nulle part une baisse constante. Dans *l'asthme cardiaque,* dans trois cas, la pituitrine a été injectée plusieurs soirs de suite. Mais nous n'avons pas vu d'effet favorable, cela n'a pas empêché les crises de la nuit quoique nous ayons suivi exactement la technique indiquée par Eppinger.

Dans *l'herpès zoster,* dans deux cas, on a obtenu par une injection sous-cutanée 1—2 *ccm* de pituitrine Heisler passagèrement — pour 3 ou 4 heures — une pâleur frappante des papules et de leur zone et subjectivement une complète euphorie.

10. Pour *une indication clinique* après une injection intraveineuse et sous-cutanée de pituitrine nous tenons en premier lieu les néphrites chroniques et des néphroscléroses. Ici, l'effet dépressorique est proportionnellement le plus sûr et dure même plusieures heures. Le second groupe pour les injections thérapeutiques de pituitrine sont des cas accompagnés de parésie des capillaires surtout d'origine tonique ; le type est une hypotension péritonéale avec une cyanose des membres.

11. Les injections intra- artérielles dans des grandes hypertensions sont contre-indiquées et ceci chez les hypertensions ayant pour origine l'athérosclérose.

12. *La pituitrine comme hormone a tendance à régler le tonus altéré des vaisseaux et des capillaires.* Où les capillaires sont hypotoniques, parétiques elle en améliore le tonus en l'abaissant. Où les capillaires et les vaisseaux sont atteints de spasme, sont hypertoniques, la pituitrine résout cet état spasmodique.

*

Au moment où nous venions de terminer ce travail, des expériences ont été faites sur l'influence de la pituitrine sur la diurèse et là s'est montré la tendance normalisatrice de cette hormone ; la diurèse basse de l'hypotonus des capillaires des tissus est relevée, la diurèse haute dans l'hypertonus des capillaires dans le diabète insipide est abaissée. — Voir la communication de l'Association des médecins tchèques Novembre 1926.

Explication des tableaux A—D.

Les tableaux indiquent les deviations moyennes des différents valeurs de la chiffre originale, avant les expériences, qui est réprésenté par 100%. Les abbréviations indiquent: Max= la tension maxima, Min= la tension minima, P= la fréquence du pouls, Čas=le temps en minutes et secondes, (sur l'abscisse). Sur le tableau A. sont résumées les moyennes des expériences faites avec les injections intraveineuess. Tableau B. indique les moyennes après les injections intraartérielles. Tableau C. représente les variations des indices oscillatoires. Sur le tableau D. sont réunies les résultats des tensions veineuses mésurées après les injections intraveineuses ou intraartérielles.

Les perpetuantes.

Dr. JAROSLAV JARUŠEK.

Présenté le 3 décembre 1926.

Le système des seminvariants à l'aide desquels et des seminvariants des degrés inférieurs on peut exprimer rationellement et entièrement chaque seminvariant du degré et poids donné, a été nommé par Sylvester[1]) perpetuantes de cet degré et poids. On suppose ici que l'ordre de la forme dont les coefficients servent à former les seminvariants est assez grand, au moins aussi grand que le poids des seminvariants en question. Sylvester et d'autres[2]) après lui se sont occupés des fonctions génératrices pour le nombre des perpetuantes des plus bas degrés.

Il est possible d'employer la méthode d'exprimer les seminvariants à l'aide des déterminants (expliquée dans le travail „Sur les seminvariants“[3]), pour déterminer les plus bas termes de tous les seminvariants possibles des plus bas degrés et pour en choisir les plus bas termes des perpetuantes. Il est convenable de supposer ici que les plus bas termes des perpetuantes sont les plus grands possible, c'est-à-dire qu'aucune expression rationelle formée par les seminvariants des degrés inférieurs n'a le plus bas membre égal à celui de la perpetuante en question.

Au moyen des déterminants on exprime le plus simplement les seminvariants I avec un indice nul dans le membre le plus bas, c'est-à-dire sous forme de la somme des déterminants. Ces seminvariants sont en correspondance avec les autres seminvariants avec plusieurs zéros dans le membre le plus bas. A chaque seminvariant I avec le plus bas terme $a_o\, a_{2i}\, a_{4i+r}\, a_{6i+r+s}\ldots$, que nous désignerons $(a_o\, a_{2i}\, a_{4i+r}\, a_{6i+r+s}\ldots)$, correspond le seminvariant $(a^2{}_o\, a_r\, a_{r+s}\ldots)$ et inversement. Alors, si nous connaissons tous les seminvariants avec deux ou plusieurs indices nuls dans le plus bas terme pour un poids quelconque, nous savons aussi déterminer tous les seminvariants I.

---

[1]) On Subinvariants, Amer. Journ. of Math. V.

[2]) Cayley, Mac Mahon dans Amer. Journ. of Math. VII, VIII.

[3]) Mémoires de l'Académie de Prague XXXIII. n. 38. Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême 1924.

Les seminvariants I′ exprimés par les produits des coefficients et des déterminants d'un certain degré sous forme de $\alpha\, a_{io} \mid i_1\, i_2 \ldots i_{k-1} \mid + \ldots$ [4]) sont aussi bien simples. Il existe de ces seminvariants I′ du degré k et du poids w autant qu'il y a de déterminants du degré $k-1$ et du poids w de la forme $\mid 0\, i_2\, i_3 \ldots i_{k-1} \mid$. Les divers membres diagonaux des produits $a_o \mid 0\, i_2\, i_3 \ldots i_{k-1} \mid$ sont les plus bas termes de ces seminvariants. A l'aide des seminvariants I et I′ et de leurs produits, on peut exprimer rationellement et entièrement tous les seminvariants.

Le calcul des seminvariants I peut être exécuté de différentes façons sur la base de diverses expressions symboliques et, le plus simplement, d'après la méthode des coefficients indéterminés convenablement adaptée. Les seminvariants exprimés par les produits des déterminants se calculent facilement à l'aide des transvectants.

Pour le 3. et 4. degré, on détermine facilement tous les seminvariants avec plus d'un indice nul dans le plus bas terme en prenant pour base que tous les seminvariants peuvent être exprimés à l'aide des seminvariants I et I′ ; à l'aide de ceux-là nous trouverons ensuite tous les seminvariants.

La forme du plus bas terme des seminvariants du 3ième degré est

$$a_o\, a_{2i}\, a_{4i+r},\ r \neq 1.$$

Tous les seminvariants I avec un indice nul dans le plus bas terme et les seminvariants $(a^2{}_o\, a_{2i+1})$ sont perpetuantes du 3ième degré.

Tous les seminvariants du 4ième degré ont les plus bas termes de cette forme:

$$a_o\, a_{2i}\, a_{4i+r}\, a_{6i+r+s},\ r \neq 1,\ s \neq 1.$$

Parmi eux, tous les seminvariants I sont perpetuantes et, parmi les seminvariants I′, ceux dont les plus bas termes sont

$a^2{}_o\, a_{2i}\, a_{2i+r},\ r = 3,\ 5,\ 7, \ldots,\ 2i-1,\ 2i+1,$

$a^2{}_o\, a_{2i+1}\, a_{2i+r},\ r = 3,\ 4,\ 5, \ldots,\ 2i-3,\ 2i-2;\ 2i,\ 2i+2,\ 2i+4, \ldots.$

et aussi les seminvariants

$$(a^2{}_o\, a^2{}_{2i+1}),\ i > 1.$$

Pour le 5ième degré, les seminvariants avec plus d'un indice nul se trouveront d'après l'expression symbolique des seminvariants. On trouve que tous ces seminvariants ont les plus bas termes de la forme

$$a_0\, a_{2i}\, a_{4i+r}\, a_{6i+r+s}\, a_{8i+r+s+u},\ i \geqq 0,$$

avec une des conditions

$$\begin{aligned}
&r = 0,\ s = 0,\ u \neq 1,\\
&r = 0,\ s \geqq 2,\ u \geqq 0,\\
&r \geqq 2,\ s = 0,\ u \geqq r,\\
&r \geqq 2,\ 2s \geqq r+2,\ u = 0,\\
&r \geqq 2,\ 2s \geqq r+1,\ u = 1\\
&r \geqq 2,\ s \geqq 2,\ u \geqq 2.
\end{aligned}$$

---

[4]) Ici on n'ecrit que les indices de la première ligne des déterminant.

En cherchant les perpetuantes du 5ième degré il faut considérer aussi les syzygies. Entre des seminvariants composés du 5ième degré il y a $E\,\frac{w-3}{4}$ syzygies du poids w, qu'on peut exprimer linéairement à l'aide des syzygies

$$(a_o\, a_{2k})\ (a^2{}_o\, a_{2l+1}) - (a_o\, a_{2l})\ (a_o\, a_{2k+1}) = a_o\,(A_0\, B_1 - A_1\, B_0),$$

où

$$A_0 = (a_o\, a_{2k}),\ B_0 = (a_o\, a_{2l})$$

et A_1, B_1 sont les seconds coefficients des covariants avec les sources A_0, B_0.

Tous les seminvariants I et encore quelques seminvariants avec $a_o{}^2$ dans le plus bas terme sont perpetuantes. Il ne parait pas que l'on puisse trouver une simple règle pour chercher ces deuxièmes seminvariants. Mais pour chaque poids donné il est facile de déterminer le nombre de perpetuantes et d'après cela le nombre appartenant de tous ces deuxièmes seminvariants dont les plus bas termes sont les plus grands possible et qui restent irréductibles.

Sur une relation entre quatre sécantes doubles d'une cubique gauche.

Par J. SOBOTKA.

Présenté le 19 février 1926.

1. On peut exprimer la construction bien connue d'une cubique gauche k, due à Chasles, par le théorème suivant:

„Les faces d'un tétraèdre, dont les sommets A, B, C, D sont quatre points pris arbitrairement sur k, coupent un plan arbitraire R en quatre droites formant un quadrilatère complet ; les points d'intersection P, Q, R de k avec ce plan sont les sommets d'un triangle tel que les sept côtés des deux figures touchent une même conique u.“

Les projections de k faites des points $A, .., D$ sont quatre cônes quadratiques dont les traces dans le plan R passent par les points P, Q, R et sont circonscrites aux triangles contenus dans le quadratilatère introduit plus haut. On en déduit le theorème élémentaire suivant:

„Si l'on mène, dans le plan, par le point d'intersection E de deux droites l, m deux coniques arbitraires, ces deux coniques se coupent encore en trois points P, Q, R; si ces deux coniques coupent la droite l respectivement aux points A, C et la droite m respectivement aux points B, D et si l'on mène, par les points P, Q, R, deux autres coniques, l'une passant par A, C, l'autre par B, D, le quatrième point commun F de ces deux coniques est le point d'intersection des droites $(A\,B)$, $(C\,D)$.“

Il suit, de la construction donnée, immédiatement encore ce théorème:

„Si l'on circonscrit aux triangles, formés par les côtés d'un quadrilatère complet, des coniques passant par deux points fixes P, Q, toutes ces coniques passent encore par un point R, les côtés du quadrilatère et les côtés du triangle $P\,Q\,R$ étant tangentes d'une conique.“

2. Prenons maintenant quatre sécantes doubles a, b, c, d de la courbe k, dans une position tout à fait générale. On peut faire passer, par chaque couple de ces sécantes et par la courbe k, une quadrique. On obtient ainsi trois couples de telles quadriques ; désignons-les respectivement par $(a\,b)$, $(c\,d)$; $(a\,c)$, $(b\,d)$; $(a\,d)$, $(b\,c)$.

Les quadriques du premier couple se coupent, en dehors de k, en une sécante double e de la courbe k.

Si l'on mène, par un point arbitraire de k, des transversales aux droites a et b, ainsi qu'aux droites c et d, ces deux transversales déterminent un plan coupant la quadrique $(a\,b)$ en une droite joignant les deux autres points de k situés dans ce plan ; l'analogue a lieu pour la quadrique $(c\,d)$; donc, la droite e est située dans ce plan, étant son intersection avec un plan analogue, obtenu en prenant pour point de départ un autre point de k. Soit f la droite commune des quadriques $(a\,c)$, $(b\,d)$ et g celle des quadriques $(a\,d)$, $(b\,c)$.

Choisissons, sur la droite e, un point arbitraire E ; menons par ce point la transversale aux droites b, d, les points d'intersection étant désignés par B_1, D_1 ; et la transversale aux droites a, c, les points d'intersection étant A_1, C_1. On obtient dans le plan S, déterminé par ces deux droites, un quadrilatère complet, dont les côtés sont les droites $(B_1\,D_1)$, $(A_1\,C_1)$ se coupant au point E et les droites $(A_1\,B_1)$, $(D_1\,C_1)$ se coupant au point F. Les traces des quadriques $(a\,b)$, $(c\,d)$ dans le plan S se coupent, outre le point E, en trois points I, II, III situés sur la courbe k. On peut, ce qui suit du théorème ci-dessus, mener une conique f_1 par les points A_1, C_1, F, I, II, III et une conique f_2 par les points B_1, D_1, F, I, II, III Les courbes k et f_1 déterminent une quadrique, qui est le lieu des sécantes doubles de la courbe k coupant f_1 ; c'est évidemment la quadrique $(a\,c)$ joignant k aux sécantes doubles a, c. D'une manière analogue, la conique f_2 conduit à la quadrique $(b\,d)$. Les deux quadriques ont en commun la droite f, laquelle doit, par suite, contenir le point F, commun aux coniques f_1, f_2.

Donc, quatre sécantes doubles arbitraires a, b, c, d de la courbe k déterminent, prises deux à deux, avec k six quadriques et conduisent à trois sécantes doubles nouvelles dont

e fait partie de l'intersection des quadriques $(a\,b)$, $(c\,d)$
f ,, ,, ,, ,, ,, $(a\,c)$, $(b\,d)$
g ,, ,, ,, ,, ,, $(a\,d)$,$(b\,c)$

Ces sécantes doubles sont liées par la relation suivante.

Si l'on mène, par un point arbitraire E de e, les transversales aux droites a, c, A_1, C_1 étant les points d'intersection respectifs, et, de même, aux droites b, d, avec les points d'intersection B_1, D_1, alors, le point d'intersection F des droites $(A_1\,B_1)$, $(C_1\,D_1)$ est situé sur la droite f ; tandis que, si l'on mène par le point E les transversales aux droites b, c et aux droites a, d, les points B_2, C_2 et A_2, D_2 étant les intersections respectives, alors les droites $(A_2\,B_2)$ et $(C_2\,D_2)$ se coupent au point G_2 de la droite g.

Si l'on mène, de plus, par un point arbitraire F de f les transversales aux droites a, b et aux droites c, d, les points A_3, B_3 et les points C_3, D_3 étant les points d'intersection, alors les droites $(A_3\,C_3)$, $(B_3\,D_3)$ se coupentsur e, tandis que la transversale par le point F aux droites b, c fournit les points d'intersection B_4, C_4 et la transversale aux droites a, d fournit les points d'intersection A_4, D_4, de sorte que $(A_4\,C_4)$, $(B_4\,D_4)$ se coupent sur la droite g.

Si, en fin de compte, on mène par un point arbitraire G de g les transversales aux couples a, b et c, d, fournissant, respectivement, les points

d'intersection A_5, B_5 et C_5, D_5, les deux droites $(B_5 C_5)$, $(A_5 D_5)$ se coupent sur e, tandis que, si l'on fait la même construction pour le point G par rapport aux couples a, c et b, d et si A_6, C_6 et B_6, D_6 sont les points d'intersection respectifs, le point d'intersection des droites $(B_6 C_6)$, $(A_6 D_6)$ est sur f.

3. Une autre conséquence de la construction énoncée est le théorème de Zeuthen:

„Si un quadrilatère complet se déplace de manière que cinq de ses sommets décrivent cinq droites arbitraires ne se coupant pas, le sixième sommet décrit encore une droite."

Il est évident que les sommets placés sur les droites données se trouvent sur deux côtés du quadrilatère variable; soit e la droite sur laquelle se déplace le sommet qui est commun à ces deux côtés; soient, de plus, b, d les droites contenant les sommets situés sur l'un de ces deux côtés, a, c les droites contenant les sommets situés sur l'autre de ces deux côtés du quadrilatère en question; supposons que le troisième côté coupe les droites a, b et le quatrième les droites c, d; soit F le point d'intersection de ces deux côtés, lequel décrit, en vertue du théorème signalé tout-à-l'heure, la droite f. La construction donnée ci-dessus fait voir la relation liant f aux cinq droites données. Les droites e, a, b déterminent une quadrique, les droites e, c, d déterminent une autre quadrique et la droite f est une sécante double de la cubique gauche k commune aux deux quadriques dont l'une joint les droites a, c l'autre les droites b, d à la courbe k.

Évidemment, les plans du quadrilatère variable sont des plans osculateurs d'une cubique gauche. C'est ainsi que le plan du quadrilatère $(A_1 B_1, B_1 D_1, D_1 C_1, C_1 A_1)$ est plan tangent commun de deux quadriques $(a\,c\,e)$, $(b\,d\,e)$ ayant, en commun, la droite e, dont la première passe par les droites a, c, l'autre par les droites b, d. Si donc le point E parcourt la droite e, alors le plan du quadrilatère décrit une surface développable de la troisième classe, dont l'arête de rebroussement est une cubique gauche n. On a ainsi quatre quadriques, à savoir, outre les quadriques $(a\,c\,e)$, $(b\,d\,e)$ encore les quadriques $(a\,b\,f)$, $(c\,d\,f)$, et le plan du quadrilatère est plan tangent commun de deux quelconques de ces quatre surfaces; par suite, les droites a, b, c, d, e, f sont des axes de la courbe n.

Le théorème corrélatif est le suivant:

„Le quadrangle complet d'une gerbe contient trois couples de faces opposées joignant ses arêtes deux à deux; si l'on fait changer ce quadrangle de sorte que cinq de ses faces décrivent des faisceaux, il en de même de la sixième et le sommet du quadrangle décrit une cubique gauche; les axes des six faisceaux sont sécantes doubles de cette courbe."

Zeuthen démontre le théorème que je viens de citer sous son nom à l'aide d'un théorème sur deux quadriangles complets d'un même plan, affirmant que, si cinq côtés de l'un se coupent avec cinq côtés de l'autre en cinq points d'une droite, les sixièmes côtés se coupent encore sur

cette droite.[1]) Cette démonstration a une valeur axiomatique et les relations données ci-dessus en suivent immédiatement.

Outre les six quadriques considérées, passant par la courbe k, on peut obtenir, comme il est évident, en partant des droites a, b, c, d et e, f, g, de nouvelles quadriques déterminées par des couples de ces droites. Si l'on désigne ces surfaces par des symboles analogues, ce sont les suivantes:

les quadriques $(b\,e)$, $(c\,f)$, $(d\,g)$, ayant en commun la droite a,
„ „ $(a\,e)$, $(d\,f)$, $(c\,g)$, „ „ „ „ „ b,
„ „ $(d\,e)$, $(a\,f)$, $(b\,g)$, „ „ „ „ „ c,
„ „ $(c\,e)$, $(b\,f)$, $(a\,g)$, „ „ „ „ „ d.

Si donc on choisit, p. ex., sur la droite a un point arbitraire A et si l'on mène par ce point la transversales coupant b, f aux points B, F et la transversales coupant e, c aux points E, C, les droites $(B\,E)$, $(C\,F)$ se coupent en un point de la droite d; si, de plus, on mène par le point A la transversale coupant b, g aux points B', G' et la transversale A coupant d, e aux points D', E', les droites $(B'\,E')$, $(D'\,G')$ se coupent sur la droite c, tandis que, si l'on mène par le point A la transversales coupant d, f aux points D'', F'' et la transversale coupant c, g aux points C'', G'', les droites $(C''\,F'')$, $(D''\,G'')$ se coupent sur la droite b.

On obtient des relations analogues, si l'on part d'un point arbitraire de l'une des droites b, c, d.

---

[1]) Cf. R. Sturm: Die Lehre v. d. geom. Verwandtsch. T. I. p. No 49 A 50.

Sur la division du polynôme différentiel du 3ème ordre par le polynôme diff. du 2ème ordre.

Par

FRANT. RÁDL.

Présenté le 22 octobre 1926.

Dans une note précédante l'auteur a défini la division générale de deux polynômes différentiels resp. d'ordre m, n qui consiste dans la transformation mutuelle de ceux-ci en polynômes a_1, b_1; a_2 b_2 . . . . . a_p b_p. La division est double dans le sens h et dans le sens k. Dans une autre note l'auteur a recherché la théorie de cette division pour le cas, où le dividende est général et le diviseur est du premier ordre.

Maintenant il commence à développer la théorie tout-à-fait générale, où le diviseur est un polynôme quelconque. Les restes h, k de la division étaient introduits par lui déjà auparavant. Il définit les restes particuliers dont chacun se rapporte à une intégrale partic. du diviseur, si l'on le pose égal à zéro. Ces restes sont doubles $(\mathfrak{h}_i)$, $(\mathfrak{k}_i)$ les uns dans le sens h, les autres dans le sens k aussi que la division est double.

Il trouve la relation

$$(\mathfrak{h}_i)_{p+2} - (\mathfrak{h}_i)_p = \ldots \qquad (1)$$

entre les restes partic. des polynômes $a_{p+1}\, b_{p+1}$; a_p b_p qui sont consécutifs dans la transformation. Les expressions pour ces restes sont d'ordre m aussi que le dividende; le deuxième membre de la relation (1) continent deux expressions d'ordre inférieur que m.

Il est nécessaire maintenant abaisser l'ordre de second membre jusqu'à l'ordre 1er. Ce problème est assez compliqué et l'auteur n'a pas encore réussit à le résoudre. Mais dans le cas $m = 3$, $h = 2$ l'abaissement n'estpas nésessaire et la théorie de la division est résolue.

Comme application de cette théorie l'auteur recherche les restes des plynômes

$$a\,(y) = y''' + a_1 y'' + a_2 y',\ b\,(y) = y'' + a_1 y' + a_2\, y$$

transformés mutuellement p- fois en a_p, b_p et il obtient la formule

$$(\mathfrak{h}_i)_p = \frac{\overset{i}{A}_p A_p}{A^2_p}, A_p, = |\beta_1 \beta_2 \beta'_1 \beta'_2 \ldots \beta^p_1 \beta^p_2|, \overset{i}{A}_p = |\beta_1 \beta_2 \beta_1{}' \beta_2{}' \ldots \beta_1{}^p \beta_2{}^p \beta_i{}^{p+1}|,$$

$$A_i = \overset{j}{A}_{p-1}, \quad \begin{matrix} i = 1, 2 \\ j = 2, 1 \end{matrix}$$

Pour la résultante des polynômes a_p, b_p il trouve

$$R_p = \frac{A_{p+1} A_{p-1}}{A_p{}^2}.$$

Faune des couches à Euloma du gisement ferrugineux près de Holoubkov (à Ouzky).

Ière Partie (Trilobites).

Communication de **R. RŮŽIČKA**,
ingénieur à Prague, accompagnée de trois planches.

L'étude présentée traite de la faune des couches des anciennes mines de fer de Ouzky près de Holoubkov, composée de cystidés, de brachiopodes et de trilobites.

Les trilobites constituent une faune très importante au point de vue stratigraphique et l'on connaît d'autres dépôts européens et américains de la même époque ; leur description fait l'objet de la Ière partie de la présente étude.

Dans la IIe partie, l'auteur se propose d'étudier les autres fossiles (cystidés et brachiopodes), en complétant éventuellement la faune trilobitique.

Le gisement ferrugineux de Ouzky a fait l'objet de travaux de la part de M. V. Lipold (37), C. Purkyně (53), L. Slavíková et F. Slavík (64), R. Kettner (24a) et surtout de C. Kloučck, dont les données paléontologiques ont été fournies dans des études qui datent de 1924 (27), 1925 (28) et de 1926 (30).

Le résultat de la détermination du matériel trilobitique et les connaissances qui en découlent, sont donnés dans la conclusion de la présente étude, en même temps que les renseignements sur la situation stratigraphique du gisement métallique, d'après les résultats des dernières recherches de Kloučck.

Je remercie bien sincèrement pour ses inspirations et conseils Mr. le Dr. J. Perner de Prague, qui a toujours bien voulu témoigner de l'intérèt pour mes travaux.

Description des trilobites.

Olenidae *Bur.*

Genus Euloma *Ang.*

Euloma granulatum *n. sp.*

Pl. I, fig. 1., 2a –b, 3a –b.

Tête. Les joues fortement en relief entourent la glabelle des deux côtés en forme de bourrelets puissants, de façon que leur voussure atteint son sommet près du contour antérieur de la glabelle et tombe à pic du côté des larges sillons dorsaux; sa pente est plus douce dans la direction du bord frontal de la tête. Par suite de cette configuration, la glabelle dépasse de très peu sur la coupe longitudinale le relief des joues fixes.

La glabelle a un contour à peu près quadrangulaire; le rapport entre sa longueur et sa largeur est à la base d'environ 1 : 1. 15. En avant, elle est largement arrondie; en arrière, elle s'élargit insensiblement et puis se rétrécit en passant aux angles postérieurs arrondis et légèrement coupés.

La glabelle porte deux paires d'impressions parallèles, de forme ovalaire, situées à peu près dans les deux tiers inférieurs de la glabelle.

La paire d'impressions postérieures est beaucoup plus grande et plus profonde que la paire antérieure et n'atteint pas les sillons dorsaux.

Sur deux glabelles qui n'ont pas été reproduites, on a observé une troisième paire (antérieure) d'impressions (sillons) faiblement marquées.

Entre la glabelle et l'anneau occipital, l'on voit un large sillon occipital pas très profond.

Le large anneau occipital se rétrécit considérablement sur les côtés.

Le bord antérieur de la tête est muni d'un bourrelet large et fortement bombé avec une rainure du limbe large en proportion.

Le champ préfrontal mesure environ un tiers de la longueur de la glabelle.

Presque parallèlement au contour antérieur, courent, de la glabelle jusqu' aux yeux, des crêtes oculaires larges et bombées. Ces dernières partent de l'endroit où se trouve la paire antérieure (la deuxième paire) des sillons de la glabelle.

Le contour postérieur des joues fixes est muni d'un limbe bombé et d'un large sillon génal postérieur.

Le trajet des sutures faciales ne s'est pas conservé en entier. Mais il est évident que les branches postérieures se détachent du bord postérieur à une grande distance de l'axe de la tête; les branches antérieures se rapprochent quelque peu de l'axe et atteignent en s'arrondissant le contour antérieur.

La surface de la tête est assez régulièrement semée de granulations de trois dimensions et forme ainsi la sculpture caractéristique de ce groupe, d'après laquelle on peut immédiatement déterminer les fragments de tête.

Dimensions.

La partie médiane de la tête a 4·3 *mm* de longueur,
8 *mm* de largeur (mesure prise sur le contour postérieur).
La glabelle a 2·6 *mm* de longueur,
2·6 *mm* de largeur au front à la hauteur des crêtes oculaires,
3 *mm* de largeur à la base.
L'autre glabelle a 4 *mm* de longueur,
4 *mm* de largeur au front à la hauteur des crêtes oculaires,
4·6 *mm* à la base.

Le pygidium, dont la longueur est par rapport à la largeur d'environ 1 : 2, présente un axe large, fortement bombé, qui occupe un tiers de sa largeur. Cet axe se rétrécit en arrière et atteint, sous forme de prolongement arrondi, le bord postérieur du pygidium, lequel est légèrement incurvé en avant et surélevé au-dessus du niveau.

L'axe porte trois anneaux visiblement marqués et séparés par d'assez larges rainures.

Les plèvres sont séparées de l'axe par des sillons peu profonds mais larges et elles présentent deux sillons suturaux visibles et légérement courbés en arrière. En outre, on y trouve faiblement marqué un troisième sillon sutural postérieur.

Sur un autre exemplaire non reproduit, ce troisième sillon est plus distinct.

Les côtes sont légèrement arquées.

Sur tout le contour du pygidium, on trouve un limbe étroit, légèrement arrondi, sur lequel courent trois bandelettes étroites, capillaires et parallèles au bord, qui forment la sculpture très caractéristique du pygidium de cette espèce.

Dimensions: Le pygidium a 3·4 *mm* de longueur,
7·2 *mm* de largeur.
Un autre fragment de pygidium mesure environ 5 *mm* de longueur et 13 *mm* de largeur.

Comparaisons et relations.

Parmi les Euloma connus jusqu'à présent on peut prendre en considération:

a) des régions européennes:

Euloma laeve Ang., *E. ornatum* Ang., *E. abditum* Salt. sp., *E. monile* Salt sp., [d'après Brögger (10), ces deux espèces, *E. abditum* et *E. monile* sont identiques à *Euloma ornatum* Ang.,] *E.Filacovi* M. Ch. et Berg. sp. (emend. Brögger), *E. Geinitzi* Barr. sp. (emend. Brögger) et *E. primordiale* Westerg. (68).

b) d'Amérique:

Euloma (?) *affinis* Walc (67).

De nos couches à Euloma:

Euloma bohemicum Hol. et *Euloma inexpectatum* Hol. (22).

Euloma granulatum n. sp. se distingue de tous ces Euloma par les caractères suivants:

1. le haut relief des joues fixes,

2. le trajet des sutures faciales, dont les branches antérieures convergent légèrement vers le bord antérieur,

3. les impressions (non pas des sillons) de la glabelle bien marquées et caractéristiques.

En ce qui concerne les sillons de la glabelle, chez les Euloma, P o m p e c k j (51) mentionne que parmi les Euloma européens cités (*E. primordiale* Westerg. n'était pas connu à cette époque), il n'y en a que deux, à savoir *E. laeve* Ang. et *E. monile* Salt. sp., qui présentent 2 paires de sillons glabellaires, tous les autres en ayant trois.

Puisque *E. laeve* et *ornatum* sont vraisemblablement identiques (50), il ne resterait donc que *E. monile* avec deux paires de sillons glabellaires. Comme il a été dit dans notre description, sur deux exemplaires de notre nouvelle espèce, *E. granulatum*, il a été constaté l'existence d'une troisième paire (antérieure) de sillons glabellaires; on peut donc croire que tous les Euloma possèdent trois paires de sillons glabellaires, mais que la première paire ne peut être observée que sur des exemplaires particulièrement bien conservés.

Euloma mitratum *n. sp.*

Pl. I, fig. 4a—b, 5a—b, 6.

T te. Sur un fragment très bien conservé on peut voir la glabelle et des parties des joues fixes sans sculpture. Mais sur deux débris de test, une sculpture formée de très petites fossettes est visible.

On retrouve une sculpture semblable sur les pygidiums, de sorte qu'elle appartient, à notre avis, à cette espèce.

La glabelle, en forme de mitre est largement arrondie en avant et s'élargit beaucoup en arrière ainsi qu'il appert du rapport inusité entre sa longueur et sa largeur à la base (1 : 1·6); elle est également voûtée en forme de toit, de sorte qu'il se produit sur l'axe une carène faiblement marquée. Sur une coupe longitudinale, la glabelle se détache fortement des joues adjacentes, qui sont beaucoup plus plates que dans l'espèce précédente, *Euloma granulatum.*

La glabelle est séparée de l'anneau occipital par un sillon peu profond mais très large qui s'approfondit beaucoup vers les deux angles de la glabelle.

L'anneau occipital, très large au milieu, se rétrécit brusquement sur les côtés et court vers les angles acuminés de la glabelle, comme on le voit sur la coupe longitudinale.

Les sillons dorsaux sont larges et pas très profonds. La glabelle porte trois paires d'impressions, dont la postérieur forme des fosses larges et profondes dont l'axe fait avec celui de la glabelle un angle d'environ 45°; ces impressions n'atteignent pas les sillons dorsaux. Les impressions moyennes forment des fossettes peu profondes dans une position presque horizontale.

La troisième paire (antérieure) d'impressions est peu marquée.

Sur les joues on peut voir clairement une crête oculaire étroite et bombée, qui part de l'endroit où se trouve la troisième impression glabellaire et se dirige obliquement en arrière.

Dimensions. La glabelle a 2·8 *mm* de longueur,
3 *mm* de largeur au front à la hauteur des crêtes oculaires,
4·5 *mm* de largeur à la base.

Le pygidium, très large (longueur: largeur = environ 1 : 2), porte un axe également très large, qui occupe la moitié de la largeur, se rétrécit et s'arrondit en arrière.

De même que dans l'espèce *Euloma granulatum,* l'axe se continue en arrière, sous forme d'un prolongement rétréci et arrondi, jusqu'au bord postérieur, qui est également légèrement incurvé en avant et surélevé au-dessus du bord.

Sur l'axe on voit seulement trois anneaux; sur l'extrémité postérieure arrondie du pygidium il y a une rainure peu marquée.

Les plèvres sont séparées de l'axe par des sillons dorsaux étroits et très nets et, outre une demi- côte bien visible, elles portent un sillon faiblement marqué.

Dimensions: Les pygidiums ont 14 *mm,* 15 *mm* de longueur,
29 *mm,* 33 *mm* de largeur.

Comparaisons. Cet Euloma, même à l'état fragmentaire, se distingue suffisamment des autres Euloma connus jusqu'à présent déjà par la forme inusitée de sa glabelle et de ses impressions glabellaires, ainsi que par son pygidium.

Olenidés (indéterminables de plus près).

Olenus (Cyclognathus?) *sp. I. (T te).*
Pl. I., fig. 7a—b.

Le bord frontal de la tête est muni d'un large bourrelet à forte courbure, qui se rétrécit latéralement; entre ce bourrelet marginal et la glabelle, il existe un champ préfrontal auquel aboutissent latéralement les joues fixes terminées en pointes en relief.

Le contour antérieur, très large, de la glabelle est presque horizontal; la glabelle s'arrondit aux angles et s'élargit en arrière. Les sillons dorsaux sont larges et profonds. Les autres parties de la tête et de la glabelle n'ont pas été conservées. Il appert de la coupe longitudinale que la glabelle légèrement bombée s'élève très peu au-dessus du contour des joues fixes.

Sur les parties de la glabelle sans test des granulations sont visibles et même sur le test on peut observer de-ci de-là sous un fort grossissement des granulations et des verrucosités indistinctes.

Olenus *sp. II. (Tête).*

Pl. I., fig. 8a—b.

La partie frontale de la tête est conformée comme dans l'espèce précédente, mais la glabelle est tout à fait différente.

Celle-ci est de forme sphérique, à bord antérieur étroit et arrondi et fortement bombée, de sorte qu'elle se détache très sensiblement au-dessus du contour des joues fixes.

Entre le bourrelet marginal et le bord frontal de la glabelle, il y a, comme chez l'espèce précédente, un champ préfrontal étroit, où aboutissent latéralement en forme de pointe les joues fixes. La surface de la tête est ornée de granulations.

Pour le moment, il est impossible de déterminer de plus près les deux espèces qui viennent d'être décrites et il est nécessaires d'attendre des découvertes plus heureuses.

Asaphidae *Emm.*

Genus **Niobe** *Ang.*

Niobe ferrigena *n. sp. (T te).*

Pl. III., fig. 6a—b.

On n'a trouvé qu'un seul fragment d'un individu très jeune. La glabelle, légèrement bombée et de forme rectangulaire, est légèrement rétrécie au milieu de sa longueur, ses angles antérieurs sont arrondis, les postérieurs légèrement coupés.

A peu près dans la premier quart de la glabelle à compter du bord postérieur, on voit une paire de sillons faiblement marqués. Le large anneau occipital, latéralement rétréci, est séparé de la glabelle par une étroite rainure. Le bord antérieur de la tête est muni d'un large limbe (finenement rayé?) avec rainure marginale qui, court à une très petite distance du bord antérieur de la glabelle parallèlement à celui-ci. Sur le contour postérieur de la tête fragmentairement conservé, on voit clairement indiquée la rainure du limbe postérieur.

Dimensions: La longueur de la tête mesure 2·5 *mm*; la glabelle a 1·7*mm* de longueur, 1 *mm* de largeur (au milieu de sa longueur).

Comparaisons et relations.

Niobe ferrigena n. sp. présente des relations avec les Niobe des régions étrangères, notamment avec *Niobe insignis* Linrs, *N. emarginula* Ang., *N. discrepans* Bar. sp. } (emend. Brög.) (8)
N. innotata Bar. sp. }
N. extrema Bar. sp. }
et *N. Lignieresi* Berg. sp. (emend. Brög.) (10).

Mais on ne peut encore procéder à aucune comparaison, car la tête de cette espèce n'est connue qu'en partie, et nous ne connaissons pas du tout d' hypostome.

Niobe *sp. (Pygidium).*

Pl. III., fig. 7a—b—c.

Le large pygidium a un contour en demi-cercle avec un bord postérieur légèrement incurvé en avant.

L'axe large, de forme conique, occupe presque le tiers de la largeur entière du pygidium; il se rétrécit en arrière, s'arrondit et porte 6 anneaux bien distincts. Les plèvres sont ourlées d'un large limbe plat; les rainures qui séparent les différentes côtes sont nettement marquées et recourbées obliquement en arrière. Sur une des côtes antérieures il y a une rainure indistincte.

La coupe transversale montre que l'axe du pygidium dépasse considérablement la voussure des plèvres.

La sculpture de la surface n'est pas conservée.

Dimensions: Le pygidium a 10 *mm* de longueur,
22 *mm* de largeur (mesurée au bord antérieur après complètement de son contour probable).

Par son habitus général, il ressemble au pygidium de l'espèse *Ptycho-cheilus discretus* Barr. sp. (emend. Novák) de l'étage *d* γ (bien qu'il diffère dans les détails) et aussi à quelques vrais Niobidés des couches à ceratopyges de Scandinavie, notamment à *Niobe insignis* Linrs. [(8) Pl. IV., fig. 1b.].

Asaphide (Megalaspis?)

Pl. III., fig. 8a—b, 9.

Eu égard à la largeur probable du pygidium, l'axe est relativement étroit, il se rétrecit en arrière et porte des anneaux bombés nettement marqués. Sur la plèvre du pygidium on peut voir un limbe étroit et des côtes séparées l'une de l'autre par des sillons profonds et courbés obliquement

en arrière. Sur la coupe transversale, il est visible que l'axe du pygidium se trouve enfoncé entre les voussures des deux plèvres.

Sur la surface mal conservée, on voit sous un fort grossissement des granulations isolées.

Un autre fragment de pygidium (plèvre) de la même espèce, à test admirablement conservé, présente cependant bien visiblement la sculpture caractéristique de cette espèce, à savoir une granulation semée de façon homogène sur les côtes et sur le limbe.

En outre, on peut remarquer sur ce fragment que les côtes sont rayées.

La sculpture caractéristique — unique chez les Asaphides — donne à cette espèce un caractère particulier ; H o l u b (22) a cité un pygidium de l'espèce *Ptychocheilus decoratus* Hol. à sculpture semblable, provenant de nos couches à Euloma. Il est nécessaire d'appeler l'attention sur la ressemblance que présente le pygidium décrit avec le pygidium de certaines espèces nordiques du genre *Megalaspis* [Vis. B r ö g g e r (8) et M o b e r g-S e g e r b e r g (41) Pl. VII., fig. 1.].

Genus **Nileus** *Dalm.*

Nileus Holoubkovensis *n. sp.*

Pl. II., fig. 5a—b, 6, 7, 8a—b—c, 9.

Tête. La glabelle très large est séparée des joues fixes par des sillons dorsaux peu profonds et larges qui courent presque parallèlement à l'axe de la tête et qui se perdent dans la direction du bord antérieur.

La glabelle est modérément bombée et sur le profil longitudinal, elle ne s'élève un peu au-dessus des voussures des joues fixes que vers le bord postérieur ; dans la direction du bord antérieur elle s'aplatit et s'abaisse de façon régulière jusqu'au niveau des joues.

Parallèlement au contour postérieur de la joue, court sur les joues fixes un sillon marginal postérieur peu profond ; ce dernier est séparé du bord par le limbe postérieur.

La glabelle ne possède pas de sillon occipital ni d'anneau occipital. Près de son bord postérieur, on peut voir trois rainures parallèles ; celles ci ne se continuent pas tout le long des bords de la glabelle mais seulement sur une partie.

Sur les deux parties médianes de la tête, le trajet des sutures faciales est visible. Les branches postérieures de la suture partent du contour postérieur de la joue à une distance du sillon dorsal égale environ à la moitié de la largeur de la glabelle et convergent ensuite en se dirigeant en avant vers les yeux ; les branches antérieures divergent fortement à partir des yeux et atteignent en arc le bord frontal de la tête.

Le bord frontal de la partie médiane de la tête n'est conservé qu'en partie, de sorte que l'on n'en connaît pas exactement le contour. Le dessein probable en est indiqué dans la reconstruction de la tête (Pl. II., fig. 9.).

Les joues mobiles sont très légèrement arquées et munies sur le bord latéral d'un large limbe qui se rétrécit aux deux extrémités.

Ce limbe est séparé de la surface des joues par une large rainure peu profonde.

La surface visuelle n'est pas conservée, mais elle devait être grande à en juger par l'échancrure qu'elle a laissée dans la joue. Cette échancrure occupe presque un tiers de la longueur totale de la joue mobile.

La surface des joues mobiles est ornée de petites fossettes pas très profondes dont le semis serré est homogène.

Cette sculpture est visible aussi sur les joues fixes aux endroits où le test s'est conservé.

Dimensions: La partie médiane de la tête a 15 *mm* de largeur sur son bord postérieur; la largeur de la glabelle à ce même bord mesure 8 *mm*.

La longueur probable de la glabelle et des joues fixes est, d'après la reconstruction, de 9 *mm*.

Pygidium. Le pygidium, parfaitement conservé, est grand, à contour en demi-cerçle (longueur: largeur = 1 : 1·8), légèrement voûté dans le sens transversal.

L'axe large, qui occupe presque le tiers de la largeur du pygidium au bord antérieur, se rétrécit et s'arrondit en arrière et se termine non loin du large limbe marginal. L'axe et le limbe sont faiblement marqués, notamment dans les parties du pygidium qui ont conservé leur test; dans les parties qui en sont dépourvues, ils apparaissent clairement.

Le limbe occupe $^1/_4$ de la longueur du pygidium. Les plèvres n'ont pas de sillons; une demi-côte est faiblement marquée près du bord antérieur.

La surface du pygidium est lisse; la duplicature interne du limbe, visible sur la plèvre droite, est également lisse ne portant disséminées que quelques petites granulations isolées.

Dimensions: Le pygidium reproduit a 11·5 *mm* de longueur,
20·5 *mm* de largeur,
un autre pygidium (d'un individu plus petit) mesure 5·5 *mm* de longueur, 10 *mm* de largeur.

Comparaisons et relations.

Nileus Holoubkovensis n. sp. se distingue de l'espèce *Nileus Armadillo* Dalm, qui constitue le type des Nilei nordiques, par les caractères suivants:

1. La tête et le pygidium sont plus plats;
2. Les yeux sont plus petits;
3. Les branches postérieures des grandes sutures partent d'une plus grande distance de la glabelle; les branches antérieures divergent davantage;
4. Les joues fixes ont un limbe postérieur visible et les joues mobiles ont également limbées;

5. La sculpture, c'est-à-dire les fossettes de la tête sont beaucoup plus grandes que chez *N. Armadillo* Dalm (39).

Sur la pl. II., fig. 1 et 4 de étude de Funkquist (13) on trouve représenté *N. Armadillo* Dalm. avec des rainures semblables sur le bord postérieur de la glabelle (au nombre de 2?), comme nous les avons trouvées sur notre espèce.

Les pygidiums des deux espèces concordent de façon frappante (sans tenir compte du fait que le pygidium de notre espèce est, comme il a été dit, plus plat) en ce qui concerne les proportions et la manière dont l'axe et le limbe sont faiblement marqués.

Subgenus **Symphysurus** *Goldf.*

Symphysurus Bröggeri *n. sp. (Pygidium).*

Pl. II., fig. 10, 11a—b.

Le Pygidium, de forme en demi-cercle (longueur: largeur = 1 : 1·9) porte un axe distinct qui occupe le tiers de sa largeur, se retrécissant considérablement en arrière et s'arrondissant. L'axe atteint presque le limbe margioal et n'a pas d'anneaux. Sur l'un des deux exemplaires (Pl. II., fig. 11a—b), nn remarque sur l'axe, au bord antérieur, quelques raies peu visibles. Les plèvres, portant une demi-côte visible, sont séparées de l'axe par des sillons peu profonds. Le bord du pygidium est orné d'un large limbe plat, occupant environ $^1/_4$ de la longueur du pygidium; ce limbe est délimité par une rainure peu profonde. A partir de l'extrémité postérieure de l'axe jusqu'au bord postérieur, court à travers le limbe une arête étroite, nettement marquée, formant un ornement très caractéristique de cette espèce. La duplicature interne du limbe est finement rayée. Le pygidium est légèrement voûté et la courbure de l'axe ne s'élève que de très peu au-dessus des plèvres.

La surface du pygidium est lisse.

Dimensions: Les pygidiums mesurent 5 *mm*, 5·3 *mm* de longueur, 9·3 *mm*, 10·3 *mm* de largeur.

Tête (glabelle).

Je range à côté du pygidium décrit la glabelle reproduite sur la planche II., fig. 12a—b—c. Elle mesure 4 *mm* de longueur, 6·3 *mm* de largeur au front et 5 *mm* à la base; elle est légèrement voûtée; les angles du bord antérieurs sont arrondis. Au bord postérieur, on peut observer un sillon occipital et un anneau occipital (?).

La surface de la glabelle est lisse, présentant quelques granulations au milieu.

Comparaisons et relations.

Parmi les Symphysures des régions étrangères on peut prendre en considération:

a) parmi les espèces du nord de l'Europe:

Symphysurus incipiens Brögg., *S. angustatus* Sars et Boeck, *S. palpebrosus* Dalm., *S. breviceps* Ang., *S. elongatus* Mob. et Seger. et S. *superstes* Olin (43). Le *Symphysurus Sicardi* Berg. sp. de l'étage inférieur du Silurien du Sud de la France, est peut- ètre, d'après Brögger (10), une variété de l'espèce S. *angustatus* Sars et Boeck.

D'après le même auteur les espèces anglaises *S. (Platypeltis) Croftii* Call., *S. (Psilocephalus) innotatus* Salt., *S. (Psilocephalus) inflatus* Salt. sont identiques à *S. incipiens* Brög.

b) *d'Amérique:*

D'après Brögger, *Illaenurus Eurekensis* Walc. des couches „Lower Pogonip" dans le district d'Eureka (Nevada) est un représentant de l'espèce nordique *S. angustatus* Sars et Boeck.

De notre Silurien inférieur, on peut prendre en considération *Illaenus calvus* Barr. de l'étage $d\,\gamma$ qui, d'après Brögger [(10) p. 57], n'est pas un Illaenus mais un Symphysurus et n'est pas très différent de *S. angustatus* S. et B.

Par le renflement très caractéristique qui traverse le limbe, le pygidium de notre nouvelle espèce, *Symphysurus Bröggeri* n. sp. se distingue suffisamment des pygidiums de toutes les autres espèces citées; il ressemble le plus à l'espèce *S. incipiens* Brög. des couches norvégiennes à ceratopyge, laquelle espèce est d'ailleurs beaucoup plus grande (15 *mm* de longueur, 30 *mm* de largeur) (8).

Remarque.

Dans une étude de 1926 (30), le prof. C. Klouček reproduit l'espèce *Symphysurus bohemicus* n. sp. (tête reconstruite et pygidium) provenant des couches métallifères de Ouzky. Le pygidium de cette espèce est plus étalé en largeur (longueur: largeur = 1 : 2·3) et il ne présente pas la bandelette caractéristique qui traverse le limbe.

On trouve donc à Ouzky deux espèces de Symphysurus et j'ai pu même constater des fragments de joues fixes appartenant à l'espèce *Symphysurus bohemicus* Klou. n. sp. dans les matériaux de trilobites que je possède.

Cheiruridae *Salt.*

Genus **Cheirurus** *Beyr.*

Cheirurus Perneri *n. sp.*

Pl. II., fig. 1a—b—c, 2a—b, 3, 4a—b. Pl. III., fig. 12.

Tête. Les joues fixes sont réduites à un limbe étroit, épaissi aux bords, qui embrasse en arc surbaissé la partie frontale de la glabelle, de sorte que le bord antérieur des joues est presque parallèle au contour frontal de la glabelle.

Ce limbe se rétrécit dans la direction arrière et puis s'élargit de nouveau en allant jusqu'aux yeux. Cela indique également le trajet de la branche

antérieure de la grande suture; sa branche postérieure s'incline légèrement vers l'angle génal en se dirigeant vers le bord postérieur.

La glabelle est arrondie sur la face antérieure et s'élargit légèrement en arrière; le bord postérieur en est à l'axe quelque peu incurvé en avant. Les angles postérieurs sont arrondis.

La voussure de la glabelle est régulière, sur un profil longitudinal son contour forme un arc, qui est fortement courbé seulement au front. La glabelle ne présente pas de sillons.

Les sillons dorsaux, nettement délimités, sont assez larges et profonds.

Entre la glabelle et l'anneau occipital, on voit un sillon occipital large et profond. Le large anneau occipital se rétrécit légèrement sur les côtés et ses extrémités sont arrondies.

La joue mobile, de forme triangulaire, est fortement en relief; sa voussure augmente régulièrement depuis les rainures larges et profondes du limbe jusqu'à l'échancrure des yeux. Cette rainure et le bord latéral, arrondi en cercle, délimitent un limbe épaissi qui en avant se termine en une longue pointe, tandis qu'il est coupé obliquement en arrière.

La surface des joues fixes, ainsi que celle de la glabelle et des joues mobiles, sont munies d'une sculpture très distincte se composant de verrucosités de trois dimensions qui sont serrées et semées homogènement sur toute la surface.

Dimensions: Les glabelles ont 7 *mm* de longueur,
4 *mm* de largeur (au contour frontal),
7 *mm* de largeur (au bord postérieur).
8·5 *mm* de longueur,
5·5 *mm* de largeur (au contour frontal),
8·5 *mm* de largeur (au bord postérieur).

Comme on le voit, la longueur de la glabelle est égale à son épaisseur prise au bord postérieur.

Cheirurus *sp. (Hypostome).*

Pl. III., fig. 11a—b.

Le contour antérieur de l'hypostome est au milieu légèrement incurvé en avant et se trouve continué latéralement par de puissantes ailes profondément creusées, qui mènent à un limbe large et plat, embrassant le corps central de l'hypostome.

Le bord antérieur est muni d'un bourrelet étroit et épais.

La surface du corps central est mal conservée, par suite de quoi le sillon moyen n'est pas visible. A l'angle gauche du corps central, on peut voir, en se servant d'un fort grossissement, une sculpture composée de granulations ou de verrucosités.

Il est donc permis de penser avec une grande probabilité que cet hypostome appartient à l'espèce ci-dessus décrite, *Cheirurus Perneri* n. sp.

Dimensions: L'hypostome a 7 *mm* de largeur au bord antérieur. Le corps central a 5·4 *mm* de longueur et 4·5 *mm* de largeur au bord antérieur.

Subgenus **Cyrtometopus** *Ang.*

Cyrtometopus bohemicus *n. sp.*

Pl. III., fig. 1, 2.

La Tête est légèrement en relief; sa voussure augmente graduellement du bord latéral à la glabelle et atteint son sommet aux sillons dorsaux. La glabelle presque plate dépasse les joues de façon tout à fait minime.

Sur le contour latéral, on trouve un bourrelet large, légèrement arrondi et une rainure du limbe large et profonde. Le limbe postérieur et la rainure présentent la même conformation. L'angle génal se prolonge en une courte pointe oblique.

Sur la branche antérieure de la suture faciale, près de l'oeil, on voit un bourrelet épais qui se rétrécit en arrière et qui passe sous forme de nervure sur les joues fixes, entre les fossettes dont elles sont ornées.

Les fossettes grandes et profondes sont régulièrement semées sur toute la surface des joues; les intervalles entre les fossettes sont légèrement bombés.

Les lobes de la glabelle sont semés de granulations.

Dimensions: La largeur de la tête mesure environ 52 *mm* (mesurée au niveau de l'angle génal).

Pygidium. L'axe fortement voûtée du pygidium a quatre segments de même longueur, il se rétrécit beaucoup en arrière et se trouve nettement séparé des plèvres.

La pointe de l'axe s'intercale en forme de languette entre les côtes postérieures du pygidium.

Outre ces deux côtes postérieures, il y en a encore trois de chaque côté soit quatre côtes sur chaque plèvre; ses côtes se terminent par une pointe inclinée obliquement en arrière.

Dimensions. Le pygidium a 4 *mm* de longueur, mesurée jusqu'à l'extrémité des côtes postérieures. L'axe du pygidium a 2·3 *mm* de long et 1·7 *mm* de large au bord antérieur.

Comparaisons et relations.

Cyrtometopus bohemicus n. sp. ressemble beaucoup dans son habitus général à l'espèce *Cyrtometopus speciosus* Dalm. sp. des couches suédoises à ceratopyge (41); les deux espèces ne se distinguent que par quelques détails de la tête (rapport entre la largeur de la glabelle et la largeur des joues fixes, terminaison de l'angle génal) et du pygidium (nombre des segments de l'axe).

Genus **Pliomera** *Ang.*

Pliomera *sp.*

Pl. I., fig. 9, 10.

On connaît un fragment de glabelle avec une partie de la joue et un fragment d'une partie frontale de glabelle. La glabelle mesure 11 *mm* de longueur (d'après le contour probable) et 12 *mm* de largeur.

Il faut attendre de nouvelles découvertes complémentaires pour pouvoir procéder à des comparaisons.

Pliomera *sp. (Hypostome).*

Pl. I., fig. 11a—b.

Cet hypostome n'est également connu qu'à l'état de fragment.

Lichadidae *Cor.*

Genus **Lichas** *Dalm.*

Lichas Kloučeki *n. sp. (Pygidium).*

Pl. III., fig. 3a—b.

Ce pygidium, de forme triangulaire, présente un axe légèrement en relief, qui occupe le tiers de toute sa largeur.

Sur la partie antérieure de l'axe, deux anneaux sont visibles; l'axe, dans la direction de son extrémité postérieure, s'arrondit et se termine par une pointe peu clairement délimitée. Cette pointe se termine devant une denticulation bipartite du pygidium, à l'endroit où se rencontrent les rainures du limbe marginal des deux plèvres. Les sillons dorsaux qui délimitent l'axe sont larges et peu profonds.

Les plèvres plates du pygidium sont ornées de chaque côté de quatre sillons se dirigeant obliquement en arrière (sans compter la partie postérieure des sillons dorsaux) et elles se terminent de chaque côté par deux dents. Le pygidium se termine par une dent bipartite.

Parallèlement au bord latéral du pygidium court une rainure visible qui se perd dans la direction du bord postérieur.

Cette rainure et le bord latéral forment un large limbe quelque peu surélevé au dessus du niveau de la plèvre et sur lequel empiètent de façon marquée les sillons intercostaux de la plèvre.

La surface du pygidium est couverte de fines granules plus ou moins grandes, mais qui ne sont pas réparties de façon homogène sur toute la surface du pygidium elles sont le plus serré sur la dent bipartite postérieure et sur les deux anneaux de l'axe (granules plus grandes).

Dimensions. La longueur du pygidium mesure 4·7 *mm* (jusqu'au bord postérieur, dent bipartite non comprise) et 5·7 *mm* (jusqu'à la pointe de cette dent).

La largeur du pygidium mesure 6·5 *mm* au bord antérieur.

Comparaisons et relations.

Lichas Kloučeki n. sp. ressemble à l'espèce *Lichas 6 — spinus* Ang. des couches norvégiennes (Regio D? Ang.), qui est identique au *Lichas laxatus* M. Coy (Silur. Fossil of Irl. p. 51, T. 4, F. 9[1]). Le pygidium de cette espèce a pourtant trois anneaux axiles (le quatrième est indistinct) et cinq sillons sur les plèvres. La rainure du limbe est distinctement marquée dans la partie postérieure du pygidium, tandis que chez notre espèce c'est la partie antérieure. *Lichas laxatus* M. Coy appartient au groupe désigné par Gürich (16) sous le nom de *Platylichas*. Gürich range nos deux espèces provenant de l'étage *dγ* (*Lichas incola* Barr. et *Lichas avus* Barr.)dans un groupe spécial, *Platopolichas*, pour marquer les relations de ces deux groupe avec le groupe plus ancien *Metopolichas* et le groupe plus récent *Platylichas*, dont le type est *Lichas margaritifer* Nieszk. Mais l'auteur en question ne savait pas que les pygidiums des deux espèces étaient tout à fait différents [comme l'a montré Holub (21)[2]] et leur classement dans un même groupe est illusoire. *Lichas Kloučeki* n. sp. (pygidium) montre plus de points de contact avec les espèces du groupe plus récent *(Platylichas)* et c'est là que je le classe et cela d'autant plus qu'il ressemble à l'espèce *L. laxatus* M. Coy qui appartient à ce groupe.

Lichas *sp. (Glabelle).*

Pl. III., fig. 4a—b.

Lichas *sp. (Hypostome).*

Pl. III., fig. 5a—b.

Cette glabelle et cet hypostome appartiennent probablement au pygidium ci-dessus décrit de l'espèce *Lichas Kloučeki* n. sp. ne serait-ce que par la même granulation de la surface. Mais comme leur identité ne peut être pour le moment démontrée, je les cite à part.

* * *

En finissant, je présente un fragment de trilobite appartenant au genre Illaenus (Bumastus?) et deux hypostomes intéressants:

Illaenus (Bumastus?) *sp.*

Pl. III., fig. 10.

Sur ce fragment on voit la partie médiane de la tête avec un lobe palpébral distinct. La surface en est lisse.

---

[1]) Schmidt, Revision der ostbaltischen Trilobiten 1885, p. 125.

[2]) Les pygidiums reproduits sur la pl. V. fig. 23. et pl. X., fig. 17. du Syst. silur. de Barrande vol. I. Supl. appartiennent à *Lichas incola* et non pas à L. *avus*. C'est le pygidium représenté à la pl. I, fig. 9, 10. (21) qui appartient à *Lichas avus*.

Hypostome (Megalaspis?).

Pl. I., fig. 13a—b—c.

Le contour antérieur faiblement arrondi de cet hypostome a de chaque côtés une petite ailette; les contours latéraux se renflent légèrement en arrière et viennent former régulièrement le contour postérieur arrondi.

Le corps central est divisé par un sillon moyen en deux lobes, l'un antérieur, l'autre postérieur.

Le lobe antérieur est grand, de forme ovale, assez fortement bombé; le lobe postérieur est petit, en forme de croissant.

Le limbe autour du corps central s'élargit modérément en arrière et se trouve en position oblique par rapport à l'axe longitudinal de l'hypostome (d'environ 60°).

La surface de l'hypostome est uniformément couverte de petites granulations serrées.

Dimensions. L'hypostome a 7·8 *mm* de long,
7·3 *mm* de large (au bord antérieur),
6·7 *mm* de large (au milieu).

L'hypostome décrit présente une grande ressemblance avec l'hypostome du genre *Megalaspis* [v. travail de Brögger sur les hypostomes, p. 41 (9), notamment l'hypostome reproduit sur la pl. II., fig. 24]. Que le genre *Megalaspis* (ou un genre plus voisin) soit contenu dans nos couches métallifères, c'est ce que prouve la circonstance de la découverte d'un pygidium [Asaphide *(Megalaspis?)* Pl. III., fig. 8a—b, 9 dans le present travail] semblable aux pygidium des Megalaspides.

Hypostome (Olénidé).

Pl. I., fig. 12a—b.

Cet hypostome quadrangulaire (longueur: largeur = 9 : 13), présente un rebord droit, très peu renflé en avant au milieu; les contours latéraux en avant quelque peu évidés vers l'intérieur, courent presque parallèlement à l'axe et atteignent régulièrement le bord postérieur arrondi.

Le corps central est séparé par des sillons nettement tracés (latéraux et postérieur) du reste de l'hypostome; ces sillons courent presque parallèlement au bord et forment par là un limbe étroit légèrement en relief qui porte des rayures (des nervures) indisctinctes.

Le corps central n'est pas délimité en avant, le sillon antérieur faisant défaut.

Le corps central est divisé par le sillon moyen en un lobe antérieur plus grand et fortement voûté et en lobe postérieur plus petit acuminé en arrière. Le sillon moyen est interrompu au milieu; ses terminaisons in-

térieures (de la branche droite et gauche) présentent de petites impressions ovales.

Dimensions: L'hypostome a 6·5 *mm* de longueur et
4·5 *mm* de largeur (au bord antérieur).

L'hypostome décrit appartient aux Olenidae et ressemble à ceux du genre *Acerocare* [Moberg—Segerberg (41) Pl. VII., fig. 23] et du sous-genre *Cyclognathus* [Brögger (8), Pl. I., fig. 36].

Il est vraisemblable qu'il appartient à l'Olenidé décrit sous le nom de *Olenus sp.* I., *(Cyclognathus?)* dans le présent travail (Pl. I. fig. 7a—b.)

Liste des trilobites décrits.

1.	Euloma granulatum n. sp.	Ces deux espèces sont des types qui diffèrent des Euloma connus jusqu' à présent, notamment en ce qui touche les impressions glabellaires caractéristiques.
2.	Euloma mitratum n. sp.	
3.	Olenus (Cyclognathus?) sp. I. (tête)	Premiers représentants du genre *Olenus* en Bohême; détermination plus précise pour le moment impossible.
4.	Olenus sp. II. (tête)	
5.	Niobe ferrigena n. sp. (tête)	Présente des relations avec les Niobidées des régions étrangères, notamment scandinaves (*Niobe insignis* etc.)
6.	Niobe sp. (pygidium)	Présente des relations avec les Niobidées des régions étrangères, notamment scandinaves (*Niobe insignis* etc.)
7.	Asaphide (Megalaspis?) (pygidium)	La granulation de la surface du pygidium est frappante.
8.	Nileus Holoubkovensis n. sp.	La tête se distingue du type scandinave *Nileus Armadillo* Dalm.; mais les pygidiums sont très semblables.
9.	Symphysurus Bröggeri n. sp. (pygidium)	Il présente une arête caractéristique qui traverse le limbe postérieur. Autrement il ressemble beaucoup à l'espèce scandinave *Symphysurus incipiens* Brögg.
10.	Cheirurus Perneri n. sp.	Appartient au sous-genre *Eccoptocheile* Reed. Il présente des relations avec les Cheiruridées du Silurien inférieur de Bohême (bande dγ), notamment avec *Cheirurus comes* Barr.

11.	Cyrtometopus bohemicus n. sp.	Le premier représentant de ce sous-genre de Cheiruridées en Bohême. Il présente une très grande ressemblance avec *Cyrtometopus speciosus* Dalm. sp. des couches cerato-pygiennes suédoises.
12.	Pliomera sp.	Fragment de tête.
13.	Lichas Kloučeki n. sp. (pygidium)	Appartient au groupe *Platylichas*. Il présente des relations avec *Lichas 6-spinus* Ang = = *Lichas laxatus* M'Coy.
14.	Illaenus (Bumastus?) sp.	Fragment de tête.

Résumé des résultats de la determination des trilobites et des connaissances qui en découlent.

Il appert du tableau sommaire qu'il a été constaté dans le gisement ferrugineux de Ouzky 14 espèces de trilobites[1]) nouvelles pour la Bohême, parmi lesquelles:

Niobe ferrigena n. sp.

Nileus Holoubkovensis n. sp.

Symphysurus Bröggeri n. sp.

Lichas Kloučeki n. sp.

et notamment *Cyrtometopus bohemicus* n. sp. *présentent des relations indiscutables avec les trilobites des couches cératopygiennes de la Scandinavie.*

Les deux nouvelles espèces d'Euloma,

Euloma granulatum n. sp.

et Euloma mitratum n. sp. *sont des types qui diffèrent de tous les Euloma connus jusqu'à présent et donnent à la faune un caractère particulier.*

Une détermination plus précise des deux Olénides,

Olenus (Cyclognathus?) sp. I.

Olenus sp. II.

n'est pas possible pour le moment, car l'on n'a trouvé que des fragments insuffisants de tête.

Leur présence, ainsi que celle de trilobites des genres Niobe et Euloma, montrent clairement

---

[1]) Auxquelles il faut ajouter encore *Symphysurus bohemicus* Klou. n. sp. (30).

que cette faune est équivalente à la faune Euloma-Niobe de Brögger dans les couches ceratopygiennes de Scandinavie et dans les autres couches à Euloma de l'Europe et que les trilobites de la couche à trilobites du gisement ferrugineux de Ouzky, près de Holoubkov, représentent donc la véritable faune Euloma — Niobe des assises les plus basses du silurien inférieur de Bohême, c'est-à-dire du Tremadoc de Bohême.

Les types divergents d'Euloma donnent, comme il a été dit, à cette faune un cachet spécial.

Dans le sens de la publication de Klouček de 1925 (28) il faut placer le gisement ferrugineux de Ouzky dans la bande *d* α moyenne ou *d* α^2 [1]), bien que d'autres auteurs l'attribuent à *d* β.

Les schistes de Klabava contenant la faune à Euloma de Holub (22, 23) et les schistes de Plzenec avec la faune de Želízko (74) sont plus jeunes, ils appartiennent au *d* β et leurs faunes ne sont pas équivalentes à la faune Euloma—Niobe de Brögger.

Prague, Octobre 1926.

---

[1]) On divise actuellement les couches de Krušná hora en d α^1 inférieur, d α^2 moyen, d α^3 supérieur [Voir Koliha (31), résumé français p. 61.] Le nouveau mode de désignation par lettres est employé d'après R. Kettner et O. Kodym (24 b).

(D d_1 α Barr. = d α Kett. et Kod.).

BIBLIOGRAPHIE.

1. Angelin N. P. Palaeontologia Scandinavia. P. I. Crustacea ormationis transitionis. Lipsiae, 1854.

2. Barrande J. Systême silurien du centre de la Bohême. Vol. I. 1852, Vol. I. Supl. 1872.

3. Barrande J. Faune silurienne des environs de Hof en Bavière. Prague, 1868.

4. Bergeron J. Étude géologique du massif ancien situé au Sud du Plateau Central. Ann. Sci. Géol. T. XXII. 1889.

5. Bergeron J. Notes palaeontologiques I. Bul. Soc. Géol. 1893.

6. Bergeron J. Notes palaeontologiques II. ibid. 1895.

7. Bergeron J. Étude des terrains paléozoïques et de la tectonique de la Montagne Noire. Bul. Soc. Géol. 1899.

8. Brögger W. C. Die silurischen Etagen 2. und 3. im Kristianiagebiet und auf Eker. Kristiania 1882.

9. Brögger W. C. Über die Ausbildung des Hypostomes bei einigen skandinavischen Asaphiden. Bihang Vet. Akad. Bd. 11. 1886.

10. Brögger W. C. Über die Verbreitung der Euloma-Niobe-Fauna in Europa. Nyt. Mag. for Naturvid. Bd. XXXV. 1896.

11. Callaway C. On a new area of upper cambrian rocks in South Shropshire with a description of a new Fauna. Quart. Jour. Vol. XXXIII. 1877.

12. Frech F. Über die Entwickelung der silurischen Sedimente in Böhmen und im Südwesten Europas. N. J. für M. G. P. 1899.

13. Funkquist H. Asaphusregionens omfattning i sydöstra Skåne och på Bornholm. Lunds Univ. Arsskr. N. F. Avd. 2. Bd. 16. 1919.

14. Groom Th. The Sequence of the cambrian and associated beds of the Malvern Hills. Quart. Jour. Vol. LVIII. 1902.

15. Groom Th. New Trilobite from the Dictyonema shales of Malvern. Geol. Mag. New Series. Dec. IV. Vol. IX. 1902.

16. Gürich G. Über eine neue Lichas Art aus dem Devon von Neu-Süd-Wales und über die Gattung Lichas überhaupt. N. J. für M. G. & P. Beil. Bd. XIV. 1901.

17. Hadding A. Undre Dicellograptusskiffern i Skåne. Lunds Univ. Årsskr. N. F. Afd. 2. Bd. 9. 1913.

18. Hawle J. und Corda A. J. C. Prodrom einer Monographie der böhmischen Trilobiten. Prag 1847.

19. Hicks H. On the Tremadoc rocks in the neighbourhood of St. David's, South Wales, and their fossil contents. Quart. Jour. Vol. XXIX. 1872.

20. Holm G. Über einige Trilobiten aus dem Phyllograptusschiefer Dalekarliens. Bihang Vet. Akad. Hand. Bd. 6. 1882.

21. Holub K. Příspěvek ku poznání fauny pásma *Ddγ*. Rozpravy Čes. Akad. 1908.

22. Holub K. Nová fauna spodního siluru v okolí Rokycan. Tamtéž 1911.

23. Holub K. Doplňky ku fauně eulomového horizontu v okolí Rokycan. Tamtéž 1912.

24. Katzer F. Das ältere Palaeozoicum in Mittelböhmen. Prag 1888.

24a. Kettner R. Příspěvek ku stratigrafii vrstev komárovských a osecko-kváňských. Rozpr. Čes. Akad. 1918.

24b. Kettner R. a Kodym O. Nová stratigrafie Barrandienu. Čas. Musea 1919.

25. Kloučck C. Novinky z krušnohorských vrstev část I.—V. Rozpr. Čes. Akad. 1915—1920.

26. Kloučck C. Objev fauny Euloma-Niobe u Ouval. Tamtéž 1922.

27. Kloučck C. Nové objevy ve vrstvách krušnohorských $d\,\alpha$ ($D\,d_1\,\alpha$). Část I. Tamtéž 1924.

28. Kloučck C. Nové objevy ve vrstvách krušnohorských — $d\,\alpha$. Část II. Tamtéž 1925.

29. Kloučck C. Nové zprávy z vrstev komárovských $d\,\beta$ ($D\,d_1\,\beta$). Sbor. stát. geol. ústavu. Sv. IV. 1924.

30. Kloučck C. O faunistických obzorech ve vrstvách Komárovských. Věstn. stát. geol. ústavu. roč. II. 1926. (Niveaux paléontologiques dans les couches de Komárov $d\,\beta$ ($D\,d_1\,\beta$). Resumé du texte tchèque.)

31. Koliha J. Atremata z Krušnohorských vrstev — $d\,\alpha$. Palaeontographica Bohemiae Nr. X. 1924. (Les Atrémates des couches de Krušná hora — $d\,\alpha$. Resumé du texte tchéque.)

32. Krejčí J. a Feistmantel K. Orografický a geotektonický přehled území silurského ve středních Čechách. Arch. pro přírodověd. výzkum Čech. 1890.

33. Lamansky W. Die ältesten silurischen Schichten Russlands. Mém. du Comité géol. Nouv. ser. Liv. 20. St. Petersbourg 1905.

34. Lindström G. Förteckning på Gotlands siluriska Crustacéer. Öfvers. Vetens. Akad. förhandl. 1885.

35. Linnarson J. G. O. Om Vestergötlands cambriska och siluriska aflagringar. Veten. Akad. Handlingar Bd. 8. 1869.

36. Linnarson J. G. O. Om de Siluriska Bildningarne i Mellersta Westergötland. Diss. Stockholm. 1866.

37. Lipold M. V. Die Eisensteinlager der silurischen Grauwackenformation in Böhmen. Jahrb. der geol. Reichsanst. Bd. 13. 1863.

38. Moberg J. C. En trilobit från Skanes Dictyograptusskiffer. Geol. För. Förh. Bd. 20. 1898.

39. Moberg J. C. Bidrag till kännedomen om trilobiternas byggnad. Ibid. Bd. 24. 1902.

40. Moberg J. C. och Möller H. Om Acerocarezonen. Ibid. Bd. 20. 1898.

41. Moberg J. C. och Segerberg C. O. Bidrag till kännedomen om Ceratopygeregionen i Fogelsångstrakten. Lunds Geol. Fältklubb Scr. B. No. 2. 1906.

42. Novák O. Studien an Hypostomen böhm. Trilobiten. Sitzungsber. böhm. Gesell. Wissen. 1879, 1884, 1885, 1886.

43. Olin E. Om de Chasmopskalken och Trinucleusskiffern i Skåńė. Lunds Geol. Fältklubb. Ser. B. Nr. 1. 1906.

44. Perner J. Trilobiti pásma $D\,d_1\,\gamma$ z okolí Pražského. Palaeontogr. Bohemiae Nr. IX. 1918. (Die Trilobiten der Zone $D\,d_1\,\gamma$ von Prag und Umgebung. Auszug aus dem böhm. Text.)

45. Perner J. Miscellanea silurica bohemiae. Palaeontogr. Bohemiae V. 1900. (Mit Resumé des böhm. Textes.)

46. Počta F. O poměru mezi silurem bretonským a českým. Rozpr. Čes. Akad. 1893.

47 Počta F. Parallèle entre les dépots siluriens de la Bretagne et de la Bohême. Bull. Soc. d'Etud. Sci. d'Angers 1894.

48. Počta F. O poměru švédského siluru ku palaeozoické pánvi české. Čes. spol. nauk 1899.

49. Pompeckj J. F. Ein neuentdecktes Vorkommen von Tremadoc-Fossilien bei Hof. 1896.

50. Pompeckj J. F. Über Calymmene Brong. N. J. für M. G. & P. 1898.

51. Pompeckj J. F. Über Euloma und Pharostoma. Ibid. 1900.

52. Pompeckj J. F. Aus dem Tremadoc der Montagne Noire. Ibid. 1901.

53. Purkyně C. Nástin tektoniky Třemošenského pohoří mezi Strašicemi a Rokycany. Rozpr. Čes. Akad. 1915.

54. Raymond P. E. The Trilobites of the Chazy Limestone. Ann. of the Carnegie Mus. Vol. III. 1905.

55. Raymond P. E. Notes on Ordovician trilobites I.—IV. Ibid. Vol. IV. 1908. — Vol. VII. 1910.

56. Reed F. R. Cowper. Notes of the Evolution of the Genus Cheirurus. Geol. Mag. New Series Vol. III. 1896.

57. Reed F. R. Cowper. Notes on the Genus Lichas. Quart. Jour. Vol. LVIII. 1902.

58. Reed F. R. Cowper. The lower palaeozoic trilobites of the Girvan District. Palaeont. Soc. 1903.—06. Supl. 1914.

59. Salter J. W. Figures and Descriptions of British Organic Remains. Mem. Geol. Survey. Dec. II. (1849). Dec. VII. (1853). and Dec. XI. (1864).

60. Salter J. W. On the fossils of North Wales. Mem. Geol. Survey Vol. III. 1866.

61. Salter J. W. A Monograph of the British trilobites. Palaeontol. Soc. 1864—1883.

62. Schmidt F. Revision der ostbaltischen Trilobiten. Mém. Acad. Imp. Sci. St. Petersbourg 1881—1907.

63. Slavíková L. — Slavík F. Studie o železných rudách čes. spod. siluru. Část I. Rozpr. čes. Akad. 1917.

64. Slavíková L. — Slavík F. Část II. 1917.

65. Slavíková L. — Slavík F. Část III. 1918.

66. Törnquist S. L. Undersökningar öfver Siljansområdets Trilobitfauna. Sver. Geol. Unders. ser. C. No. 66. 1884.

67. Walcott C. D. Palaeontology of the Eureka District. Mon. U. S. Geol. Survey 1884.

67a. Walcott C. D. Cambrian and Ozarkian Trilobites. Camb. Geology and Paleont. V. No 3. Smiths. Misc. Coll. Vol. 75. 1925.

67b. Warburg E. The Trilobites of the Leptaena Limestone in Dalarne. Bul. Geol. Inst. Upsala. Vol. XVII. 1925.

68. Westergård A. H. Studier öfver Dictyograptusskiffern. Lunds Geol. Fältklubb Ser. B. No 4. 1909.

69. Westergård A. H. Index to N. P. Angelin's Palaeontologia Scandinavica. Lunds Univ. Årsskr. N. F. Afd. 2. Bd. 6. 1910.

70. Wiman C. Studien über das nordbaltische Silurgebiet. Bul. Geol. Inst. Upsala. I. 1902. II. 1906.

71. Wiman C. Palaeontologische Notizen 3—6. Ibid. 1902.

72. Wiman C. Palaeontologische Notizen 7—12. Ibid. 1905.

73. Wiman C. Jakttagelser på Nileus armadillo Dalm. Geol. För. Förh. Bd. 26. 1904.

74. Želízko J. Aequivalente der untersilur. Euloma-Niobefauna bei Plzenec in Böhmen. Videnskaps. Skrift. No 10. 1921.

Planche I.

Euloma granulatum n. sp.

Fig. 1. Joues fixes 6/1.
Fig. 2a—b) Glabelle et partie de joue à sculpture. *b*) Vue de profil 4/1.
Fig. 3a—b) Pygidium. b.) Vue de profil 4/1.

Euloma mitratum n. sp.

Fig. 4a—b) Glabelle et partie de joue. b) Vue de profil 6/1.
Fig. 5a—b) Pygidium. b) Vue de profil 3/1.
Fig. 6. Autre pygidium 3/1.

Olenus (*Cyclognathus* ?) sp. I.

Fig. 7a—b) Partie frontale de glabelle et partie de joue. b) Vue de profil 2/1.

Olenus sp. *II.*

Fig. 8a—b) Glabelle et partie de joue. bj Vue de profil 2/1.

Pliomera sp.

Fig. 9. Glabelle et fragment de joue 2/1.
Fig. 10. Partie frontale de glabelle 4/1.

Pliomera sp.

Fig. 11a -b) Hypostome. b) Coupe longitudinale 2/1.
Fig. 12a—b) Hypostome (Olénide). b) Coupe longitudinale 4/1.
Fig. 13a—b—c) Hypostome *(Megalaspis?)* b) Coupe longitudinale. c) Coupe transversale 3/1.

Rem. Les exemplaires originaux des trilobites décrits se trouvent dans les collections de l'auteur.

Planche II.

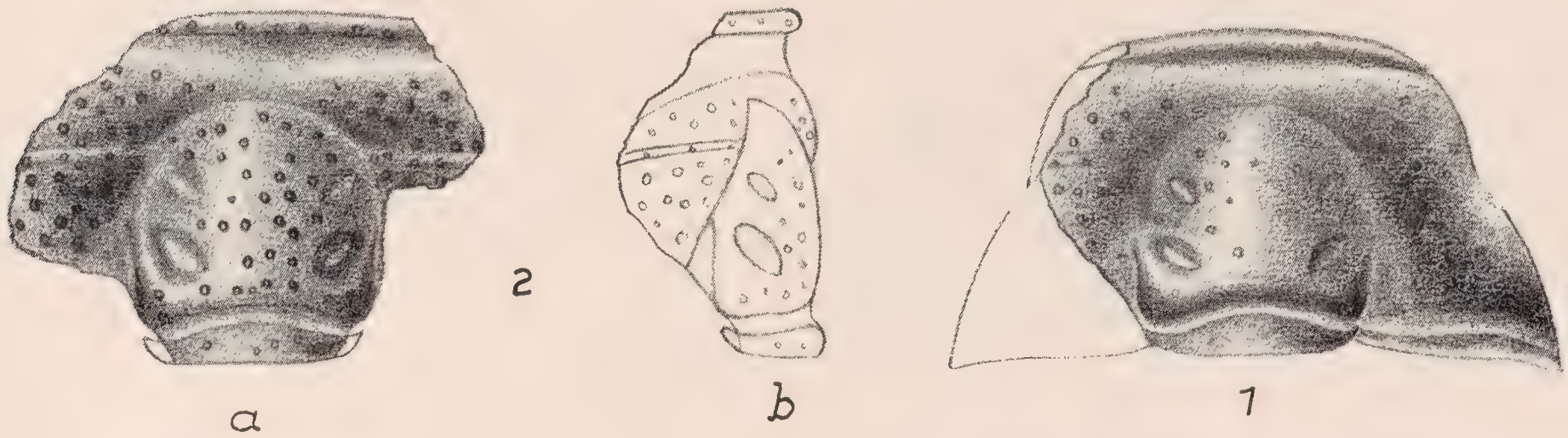
Cheirurus Perneri n. sp.

Fig. 1a—b—c) Glabelle et partie de joue à sculpture. b) Vue de profil. c) Coupe transversale 3/1.
Fig. 2a—b) Glabelle à sculpture. b) Vue de profil 2/1.
Fig. 3. Joue mobile à sculpture 1½/1.
Fig. 4a—b) Reconstruction de la tête. b) Vue de profil.

Nileus Holoubkovensis n. sp.

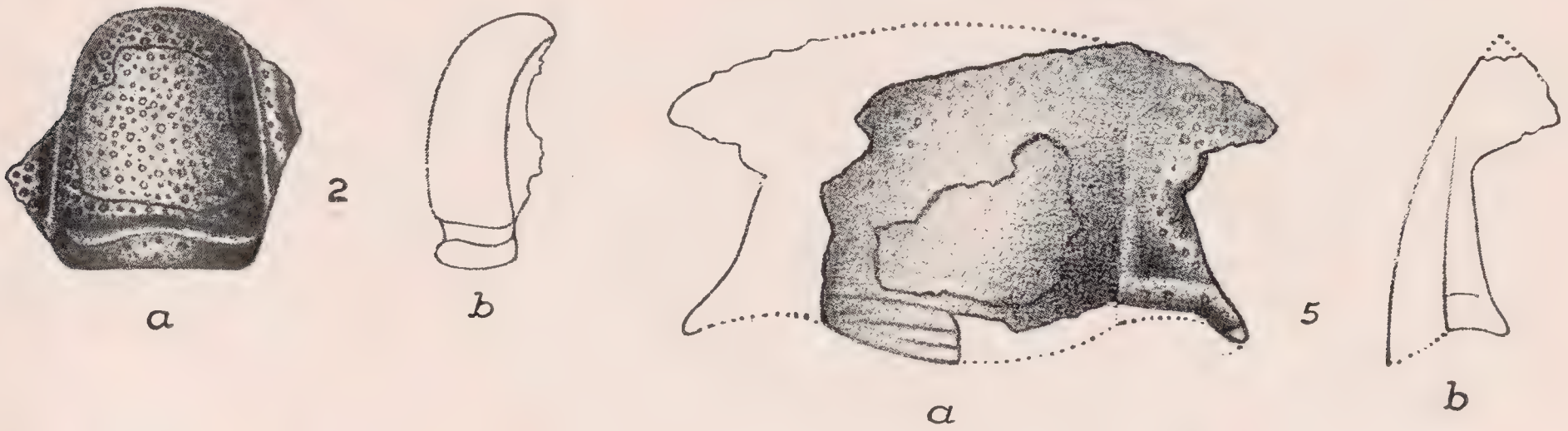
Fig. 5a—b) Joues fixes à sculpture en partie conservée. b) Vue de profil 3/1.
Fig. 6. Autres joues fixes 3/1.
Fig. 7. Joue mobile à sculpture 1½/1.
Fig. 8a—b—c) Pygidium. b) Vue de profil. c) Coupe transversale 2/1.
Fig. 9. Reconstruction de la tête.

R. RŮŽIČKA: Faune des couches à Euloma du gisement ferrugineux près de Holoubkov (à Ouzky). Ière Partie.



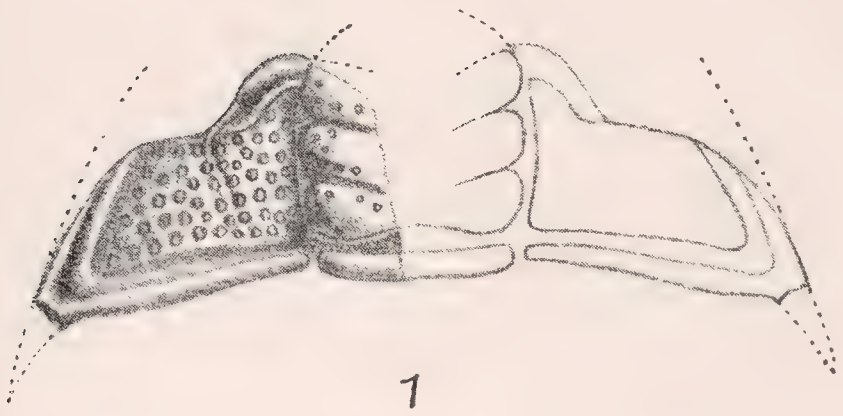
Dessinés par l'auteur.

R. RŮŽIČKA: Faune des couches à Euloma du gisement ferrugineux près de Holoubkov (à Ouzky). Ière Partie.

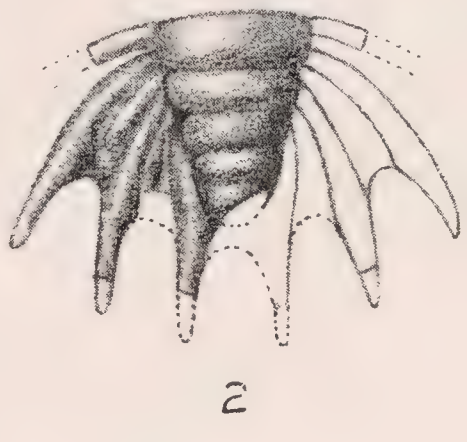


Dessinés par l'auteur.

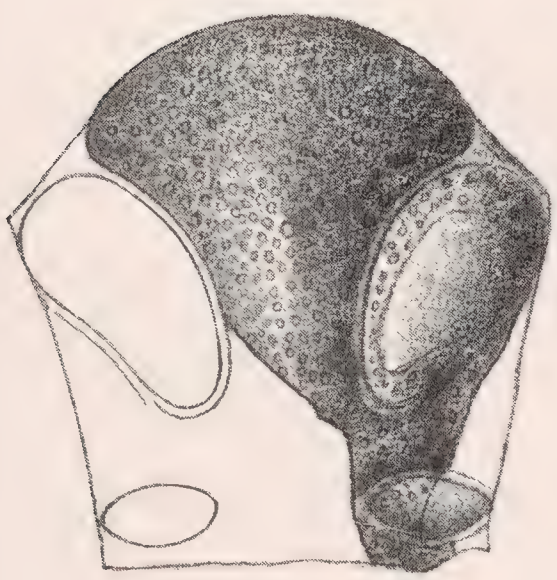
R. RŮŽIČKA: Faune des couches à Euloma du gisement ferrugineux près de Holoubkov (à Ouzky). Ière Partie.



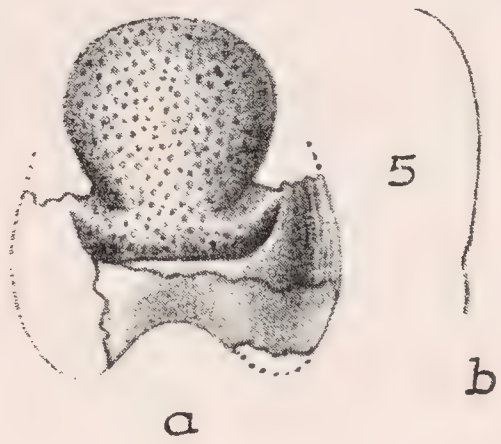
1



2

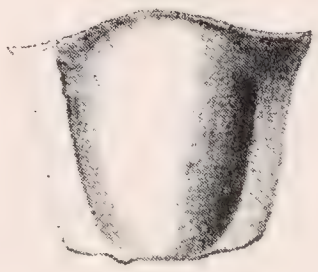


4

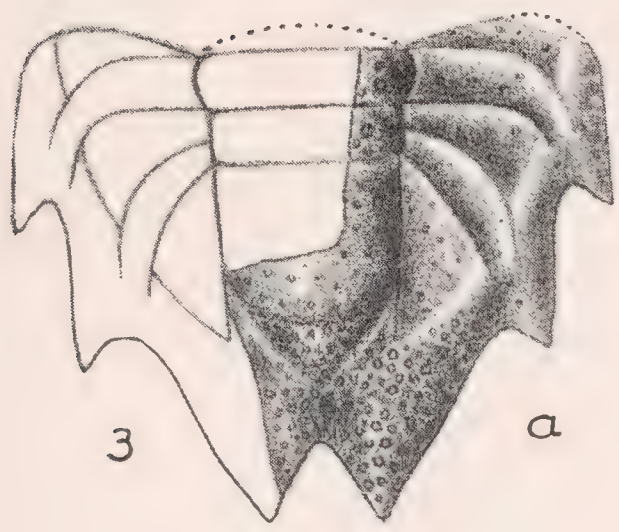


5

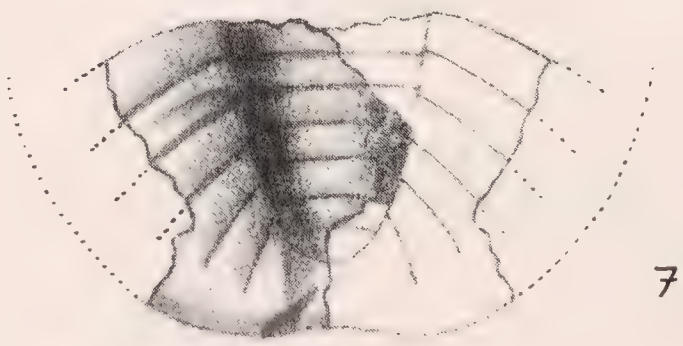
12



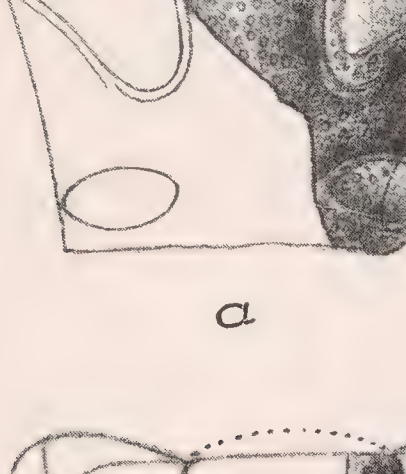
11



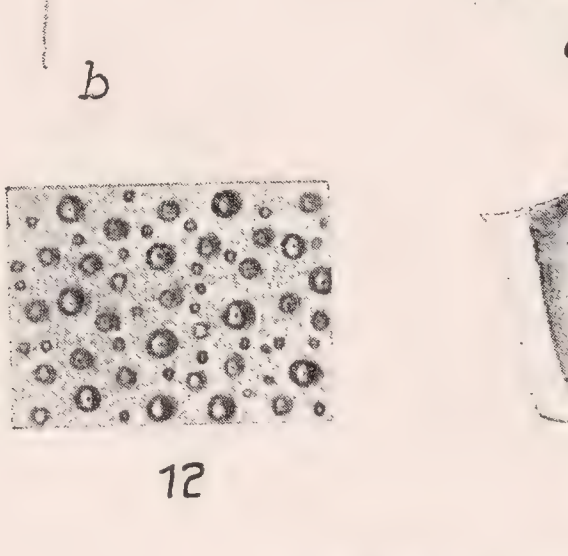
3



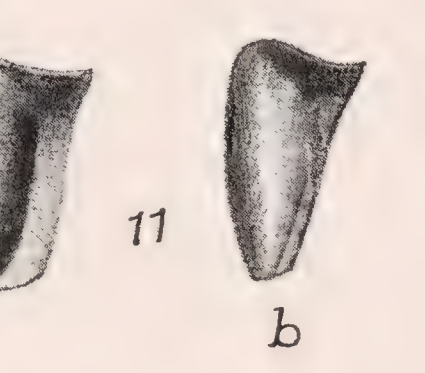
7



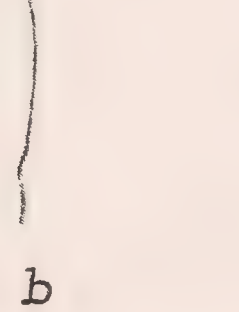
6



8



10



9

Dessinés par l'auteur.

Symphusurus Bröggeri n. sp.

Fig. 10. Pygidium 3/1.
Fig. 11a—b) Autre pygidium. b) Coupe transversale 3/1.
Fig. 12a—b—c) Glabelle. b) Vue de profil. c) Coupe transversale 3/1.
Rem. Les exemplaires originaux des trilobites reproduits se trouvent dans les collections de l'auteur.

Planche III.

Cyrtometopus bohemicus n. sp.

Fig. 1. Joues fixes 1/1.
Fig. 2. Pygidium 6/1.

Lichas Kloučeki n. sp.

Fig. 3a—b) Pygidium. b) Coupe transversale 6/1.

Lichas sp.

Fig. 4a—b) Glabelle. b) Coupe longitudinale 8/1.

Lichas sp.

Fig. 5a—b) Hypostome. b) Coupe longitudinale 4/1.

Niobe ferrigena n. sp.

Fig. 6a—b) Fragment de tête. b) Coupe longitudinale 10/1.

Niobe sp.

Fig. 7a—b—c) Pygidium. b) Vue de profil. c) Coupe transversale 2/1.

Asaphide (*Megalaspis* ?)

Fig. 8a—b) Pygidium. b) Coupe tranversale 3/1.
Fig. 9. Fragment d'un autre pygidium à sculpture 3/1.

Illaenus (*Bumastus* ?) sp.

Fig. 10. Fragment de tête 3/1.
Fig. 11a—b) *Cheirurus sp.* (Hypostome). b) Vue de profil 3/1.
Fig. 12. *Cheirurus Perneri* n. sp. Grossissement de la sculpture de la glabelle.
Rem. Les exemplaires originaux des trilobites reproduits se trouvent dans les collections de l'auteur.

Contribution à l'étude biochimique des travertins d'eau douce tchèques basée sur l'analyse chimique des travertins de Kosoř et de Sv. Jan pod Skalou.

(Résumé du texte tchèque.)

Par

R. JIRKOVSKÝ.

(Présenté le 17 novembre 1926.)

Dans le chapitre I, on traite la question de l'origine des travertins en général et on discute la bibliographie. Le chapitre II est consacré à la constitution minérale des sources à carbonate de chaux et aux conditions grâce auxquelles les substances minérales dissoutes dans l'eau peuvent être reprécipitées. Je m'oppose aux opinions de Lohmann et de Mrázek et à leur théorie de sécrétion alcaline des végétaux qui communiquerait à l'eau une réaction basique favorable pour la précipitation du carbonate de calcium; je vois, par contre, la cause de la basicité de l'eau dans la dissociation hydrolitique des carbonates et des bicarbonates contenus dans l'eau des sources et les processus d'assimilation des plantes.

Le matériel pour les analyses chimiques a été ramassé près de Kosoř et près de Sv. Jan pod Skalou, où les travertins d'eau douce sont développés d'une manière tout à fait typique. Le travertin de Kosoř est formé par les algues Vaucheria geminata et Pelia calycina, celui de Sv. Jan par la mousse Hypnum commutatum; les deux travertins se prêtent bien à être comparés entre eux. Le travertin de Kosoř est finement poreux, fibreux et rubané à l'intérieur et contient de fines intercalations de $Fe(OH)_3$; le travertin de Sv. Jan est extrêmement poreux; il est constitué par une série de petits tubes et de stalactites recouverts d' enduits d'hydroxyde de manganèse.

Leur analyse chimique est donnée à la p. 5, 6 et 8.

En général, la composition chimique des incrustations calcaires dépend dans une certaine mesure de l'espèce végétale productrice du tuf, puis des

propriétés physiologiques des plantes, de même que des facultés spéciales de précipiter le carbonate de calcium, ainsi que des processus biochimiques subordonnés. Hypnum comm. est envahi beaucoup plus vite par les incrustations de carbonate de $Ca^{\cdot\cdot}$ que Vaucheria, l'accroissement où, respectivement, l'interruption dans l'accroissement, dépend de la concentration des ions $Ca^{\cdot\cdot}$ et $Mg^{\cdot\cdot}$ dans l'eau.

Les plantes productrices du tuf ont un intérêt vital de laisser à l'état dissous la quantité de ions $Ca^{\cdot\cdot}$ justement nécessaire pour les préserver de l'action nuisible des ions vénimeux.

Une faible concentration de ions $Ca^{\cdot\cdot}$ est nuisible, car alors l'antagonisme entre les ions $Ca^{\cdot\cdot}$ et $Mg^{\cdot\cdot}$ est détruit; la sursaturation est également défavorable, car alors le carbonate de calcium commence à se déposer de soi-même et peut entraîner dans le précipité tous les ions $Ca^{\cdot\cdot}$ et la solution aura la composition nuisible comme dans le premier cas. Nous voyons donc que les plantes génératrices du travertins tâchent de règler la teneur en $Ca^{\cdot\cdot}$. Si la solution contient les ions $Ca^{\cdot\cdot}$ en quantité plus grande qu'il ne l'est nécessaire pour la plante, cette dernière précipite par son activité les ions $Ca^{\cdot\cdot}$ en excès sous forme de $CaCO_3$; si au contraire, il arrive ultérieurement que les ions $Ca^{\cdot\cdot}$ sont présents en quantité insuffisante, la teneur en $Ca^{\cdot\cdot}$ est complétée par redissolution des incrustations précipitées de sorte que la plante est de nouveau entourée par un milieu favorable à la vie. L'alternance des couches calcaires avec des enduits formés de $Fe(OH)_3$ est déterminée par le fait que lors de l'abaissement de la teneur en ions $Ca^{\cdot\cdot}$, l'eau de la source devient sursaturée en ions $Fe^{\cdot\cdot\cdot}$ qui sont précipités sous formes d'hydroxyde de fer et le travertin se recouvre d'un enduit brun. La période de précipitation de $Fe(OH)_3$ correspond à l'été, celle de $CaCO_3$ aux mois d'automne et de l'hiver, phénomène qui est en relation avec la solubilité de $CaCO_3$ et de $Fe\,CO_3$ et avec la température de la source. A basse température, la concentration des ions $Ca^{\cdot\cdot}$ dans la solution est plus grande; en hiver, la formation du travertin est donc favorisée par la basse température. Cela nous explique pourquoi les travertins de Sv. Jan à Hyp. comm. sont-ils formés par des incrustations beaucoup plus épaisses que ceux de Kosoř construits par l'algue Vaucheria dont la période végétative est très restreinte. La présence des concrétions de manganèse que nous trouvons dans les deux localités étudiées est également très intéressante; les bactéries manganésifères contribuent probablement à leur formation.

A la fin de la note, on trouve une liste de tous les gisements de travertins (d'eau douce) de la Bohême connus actuellement.

Institut minéralogique et Institut de physiologie végétale de l'Université Charles à Prague.

Limestone physiography (karst phenomena) in the United States of America.

By

Dr. J. V. DANEŠ.

(Presented the 3rd of December 1926.)

The systematic study of the karst phenomena characteristic for limestone physiography has been greatly advanced in the course of the last decades. Thanks chiefly to the monography[1]) published by J. Cvijić in 1893 the common origin of those peculiar surface and underground features met in the pure limestones of all geological ages and their mutual relation was clearly understood. In this fundamental work Cvijić has published also a detailed survey based upon remarks scattered in the international geological geographical and speleological literature, of how the karst phenomena due to the solubility of limestones are distributed all over the world.

The many important and much contested physiographic and hydrographic problems of limestone regions attracted eager attention and led to the publication of a very rich special literature. The correlation between the small surface features (sinks, blow-holes, and abysses) and the underground ones had to be elucidated. The influence of the structure of the limestone mass and its relation to its impermeable substratum in connection with the formation of the karst "poljes" and with the features and strike of the sinks, dolines, underground passages and caves were the objects of many detailed studies and discussions.

Some problems of the underground hydrography of limestone regions, especially the great controversy about the function of continuous underground water-courses and a continuous sheet of ground water were the objects of very intensive investigations, principally in the large limestone

---

[1]) Jovan Cvijić, Das Karstphänomen. Versuch einer morphologischen Monographie. A. Penck's Geographische Abhandlungen. Vol. V/3. Vienna 1893

areas of Europe where the underground rivers and caves have been studied and restudied for a long time and with perfected technical methods.

In other continents with typically developed karst regions the limestone areas of Jamaica,[2]) Java[3]) and Australia[4]) were the object of detailed monographic studies. Of American geologists J. C. Branner has examined in detail the large limestone regions of Brazil also with regard to their physiography.

In the United States of America large parts of the surface are formed by limestone, and frequently these limestone strata are very thick. But after all that is known of them, they do not form such characteristic and uniform karst regions as for inst. those of the mountain system of the Dinarides or the karst of Jamaica (a type which Cvijić calls "holokarst"). Yet they are rich in caves, sinkholes and hollows as proved by the fairly numerous descriptions of such features and of small regions characterized by them.[5]) Hitherto, however, but the caves and the underground hydrography were studied systematically and in detail in the publications of H. C. Hovey[6]) and A. E. Martel.[7]) Relying chiefly on the excellent detailed topographical maps J. Cvijić[8]) attempted to sketch the characteristic features of some of the physiographically most typical limestone areas of Kentucky and Indiana.

In view of the vast areas composed of limestones in different natural regions of the United States of America there can be no doubt about the importance which a critical comparative survey of their physiographic features would have.

By collecting, comparing and supplementing the results hitherto obtained by detailed topographical, geological, and speleological surveys

---

[2]) James G. Sawkins, Reports on the Geology of Jamaica. London 1869.

Robert T. Hill, The Geology and Physical Geography of Jamaica. Bulletin Museum f. Comparative Zoology, Harvard College. Cambridge 1899.

J. V. Daneš, Karststudien in Jamaica. Sitzungsberichte der kön. böhm. Ges. d. Wissenschaften. 1914.

C. A. Matley, Some recent contributions to the geology of Jamaica. The Handbook of Jamaica, Kingston 1923.

[3]) J. V. Daneš, Das Karstgebiet Goenoeng Sewoe in Java. Sitzungsberichte der kön. böhm. Ges. d. Wissenschaften 1915.

[4]) J. V. Daneš, Karststudien in Australien. Sitzungsberichte der kön. böhm. Ges. d. Wissenschaften 1916.

[5]) For the literature on these subjects see the great bibliography of John M. Nickles, Geologic literature on North America 1785—1918 (U. S. Geological Survey, Bulletin 746 and 747) and the annual bibliographies of that Survey.

[6]) H. C. Hovey et R. E. Call, Bibliographie chronologique et analytique de Manmoth Cave. Mémoires Soc. de Spéléologie, Paris, t. IX., No 72. H. C. Hovey, Celebrated American Caves. Cincinnati. H. C. Hovey, Mammoth Care of Kentucky. Louisville 1912.

[7]) E. A. Martel, L'hydrologie souterrain aux Etats Unis. Mémoires Soc. de Spéléologie. Paris t. XIII, No 59.

[8]) Jovan Cvijić, Morphologie terrestre, t. II., Belgrade 1926, p. 495—498.

rich materials would be obtained valuable not only for the knowledge of the karst phenomena in general, but also and quite specially as a supplement to the physiographical and hydrographic surveys in the United States where hitherto little attention was given to these problems peculiar to limestone.

As the limestone regions of the United States were for the most part studied very carefully with regard to their historical and stratigraphical geology and, for practical reasons, with regard to their chemical composition, comparative physiography finds here more important and reliable materials as in no other limestone area of the world. A good reliable knowledge of the chemical nature of the different limeston e beds is indispensable for ascertaining the exact correlation of the fea tures due to the solution of the limestones to underground hydrography.

In this respect the United States of America were studied most carefully. The results published in numerous papers concerning the economically valuable rocks, especially those important for the fabrication of Portland cement[9]) represent rich and reliable informations, such as the student of karst physiography hitherto does not obtain in any other country.

Just because the chemical composition and structure of the limestone areas has been studied in the United States far more in detail than in other countries, I am of the opinion that their physiographic survey and the study of their hydrographic peculiarities would lead to most instructive results in many respects.

A more detailed survey of the limestone regions of the United States with regard to their physiographic development and their hydrographical features may also prove of practical results for their inhabitants, as especially the nature and occurence of underground waters in limestone regions can be ascertained but by the comparative study of their karst phenomena. And just in limestone regions the problem of underground water is most important for economical and sanitary reasons, as their surface is usually poor in running water, springs and shallow wells.

---

[9]) Edwin C. Eckel, Portland cement materials and industry in the United States. U. S. Geological Survey Bulletin 522, Washington 1913.

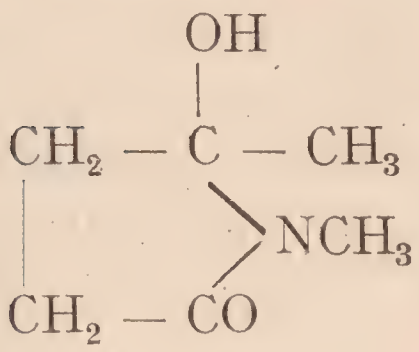
Etude sur les pyrrolones.

Par

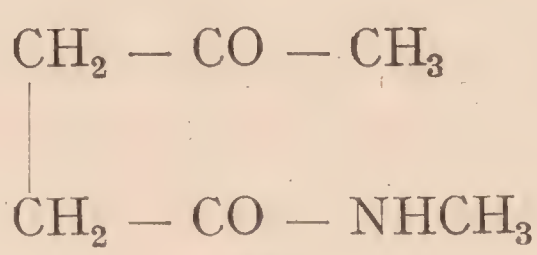
R. LUKEŠ.

Présenté le 19 novembre 1926.

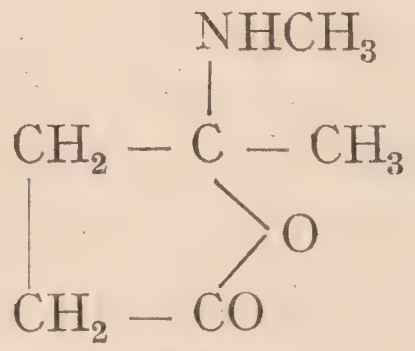
La N-méthylsuccinimide ne fixe, en solution benzénique, que 1 molécule d'organomagnésien, en dépit de l'équivalence de ses deux fonctions carbonyle. Les produits qu'on obtient sont le plus souvent sirupeux; le bromure de méthylmagnésium fournit toutefois un corps cristallin répondant à la formule I:



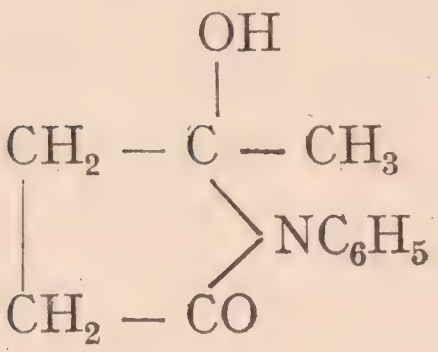
I.



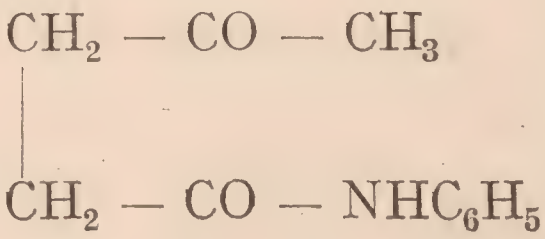
II.



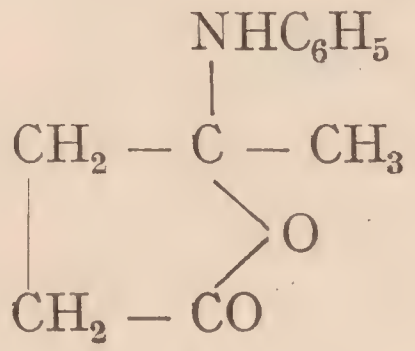
III.



IV.



V.

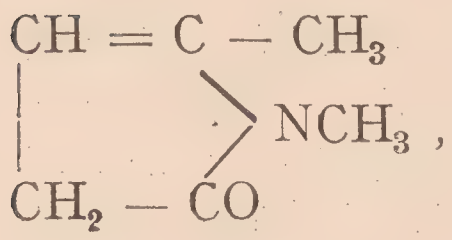


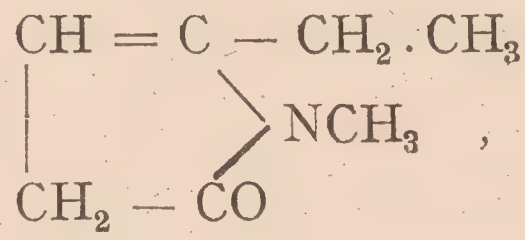
VI.

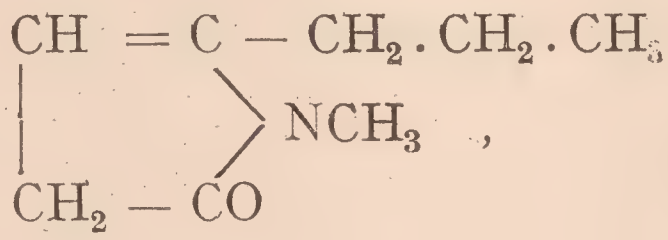
Ce corps est différent de la méthylamide lévulique obtenue dans l'action de la méthylamine sur la lactone α-angélique, et pour laquelle restent les formules II et III. La non-identité des deux corps en question ressort notamment dans le cas des dérivés phénylés analogues (formules IV, V, VI) où le produit d'addition du magnésien sur la N-phénylsuccinimide IV, de même que l'anilide lévulique (V ou VI), constituent des corps parfaitement cristallisés.

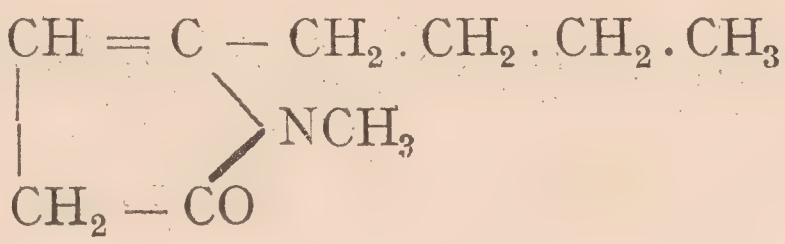
Soumis à la distillation sous pression réduite, les produits synthétiques primaires et ceux obtenus à partir de la lactone α-angélique fournissent

indifféremment des corps ayant une molécule d'eau de moins, les 1-méthyl-5-alcoyl-pyrrolones(2). De cette manière, j'ai préparé les pyrrolones









lesquelles, en leur qualité de lactones incomplètes, fixent le brome indifférémment en milieu aqueux ou chloroformique, décolorent le permanganate à froid, réduisent instantanément une solution ammoniacale d'argent. L'eau les convertit en des corps probablement identiques au produits primaires de la synthèse au moyen des organomagnésiens. Le fait a été établi sur le premier terme de la série homologue. L'ébullition avec les acides détermine un dédoublement en acide γ-cétonique et méthylamine, réaction qui convient pour la préparation desdits acides γ.

La condensation de la N-méthylsuccinimide avec le bromoacétate d'éthyle en présence de zinc, conduit, sans passer par le produit intermédiaire hydroxylé, à l'éther de l'acide 1-méthylpyrrolone(2)-5-acétique qui, à la différence des alcoylpyrrolones, est stable vis-à-vis de l'eau. L'ébullition avec de l'eau de baryte la décompose toutefois en alcool, méthylamine et acide β-cétoadipique qui se scinde à son tour en acide lévulique et anhydride carbonique d'une part, et en acides succinique et acétique de l'autre.

Une nouvelle action des magnésiens sur les pyrrolones donnent des pyrroles substitués en 1. 2. 5. Je n'ai toutefois pas réussi, jusqu'à présent, de les isoler à l'état pur.

Contribution à la connaissance de la stratigraphie des couches de Šárka — $d\,\gamma_1$ de l'Ordovicien de la Bohême.

Avec trois figures dans le texte.

Par

BEDŘICH BOUČEK.

Présenté le 3 décembre 1926.

Dans la *briqueterie de la Co „Praga" entre Vokovice et Jenerálka près de Prague,* on trouve un beau et grand affleurement mettant à vue la partie inférieure des couches d'Osek et de Kváň ($d\,\gamma$), c'est à dire les couches de Šárka ($d\,\gamma_1$). Cette carrière est déjà depuis longtemps comme connue gisement de fossiles nombreux et bien conservés appartenant à la bande mentionnée. J'ai eu la chance de pouvoir révéler dans les assises $d\,\gamma_1$ de cet affleurement dont la longueur atteint aujord'hui 300 *m, plusieurs niveaux paléontologiques.*

Quelques dislocations passant non loin de la carrière ou bien la traversant, ont déterminé une déviation des assises, qui ont changé leur parcour normal en une direction qui diffère de 90° de la direction ordinaire (NW 75—85°; 35° vers le SW). Une dislocation longitudinale de direction NE—SW s'étend justement le long de la carrière. Au NW de la dislocation affleurent les couches de Šárka ($d\,\gamma_1$) au SE — les grauwackes algonkiennes. J'ai pu constater en outre dans la carrière quelques dislocations transversales; l'une d'elles, disposée tout au Nord, est depuis longtemps connue dans la litterature spéciale;[1]) la surface de glissement dû à cette dislocation est merveilleusement mise à nu et prouve que la dislocation a le caractère d'une faille inverse.

Les couches de Šárka affleurant dans la carrière se composent de schistes *argileux de couleur plus ou moins foncée (noirs, gris-foncés) ou rare-*

---

[1]) J. Woldřich: Průvodce do údolí šáreckého u Prahy. Sborník klubu přírodov. v Praze. 1913, I.

O. Kodym: Druhá fáze vrásnění variského v Barrandienu. Sborník stát. geol. ústavu ČSR. 1919—1920, sv. I.

ment, plus claire (gris-jaunâtres, verdâtres). Certains niveaux de ces schistes contiennent de *nombreuses concrétions siliceuses*, dures et noires dans les quelles on trouve souvent des fossiles. L'épaisseur des schistes dans l'affleurement est de 130 *m*.

Les niveaux paléontologiques constatés dans ces assises sont les suivants (de bas en haut):

1. *Zone à Didymograptus V-fractus Salt. var. volucer Nich.*[2]) Schistes gris-jaunâtres et gris, se décolorant rapidement à l'air. Ils contiennent des concrétions très nombreuses, sphériques ou aplaties, à surface lisse. Parmi les zones dans les assises $d\,\gamma_1$ c'est la zone la plus riche en fossiles. (No 3 dans la coupe.)

Fossiles caractéristiques:

Didymograptus V-fractus Salt. var. volucer Nich. (fréquent).
Didymograptus indentus Hall. var. nanus Hopk. et Lapw.
Synhomalonotus (Calymene) arago (Rou.) (très fréquent).
Synhomalonotus (Calymene) inopinatus (Nov.).
Aeglina bergeroni Nov.
Amphion senilis Barr.
Cheirurus pater Barr.
Dalmanites atavus Barr. var. intermedia Nov.
Dalmanites barroisi Nov.
Lichas avus Barr. (fréquent).
Lichas incola Barr.
Sinuites sowerbyi Per. (très fréquent).
Temnodiscus pussilus Barr. (très fréquent).
Oxydiscus (Cyrtodiscus) nitidus (Barr.)
Raphistoma primum Barr.
Orthisina moesta Barr. variétés de grande taille (fréquent).
Orthis (Orthostrophia) socialis Barr. (fréquent).

Autres formes révélées, mais se manifestant dans les autres niveaux et les autres bandes aussi:

Placoparia zippei (Boeck.) (très fréquent).
Aeglina prisca Barr. (très fréquent).
Trinucleus reussi Barr. (fréquent).
Megalaspides alienus (Barr.) (fréquent).
Asaphellus desideratus (Barr.) (fréquent).
Ptychocheilus discretus (Barr.)
Dalmanites atavus Barr. (très fréquent).
Dalmanites atavus var. micropthalmus Nov.

---

[2]) La présence de la zone à *D. V-fractus Salt. var. volucer Nich.* a été révélée ici par C. Klouček déjà en 1916. (C. Klouček, O vrstvách $d_1\gamma$ atd., Rozpravy České akad. XXV. 1916, str. 7.

Illaenus katzeri Barr.
Primitia prunella Barr.
Anatifopsis bohemica Barr.
Ribeiria apusoides Sch. et Waag.
Lamprocaris micans Nov. (très fréquent).
Bactrotheca teres (Barr.).
Hyolithus euglyphus Nov.
Hyolithus cinctus Barr. a *pauxilus Nov.* (fréquent).
Redonia bohemica Barr.
Orthoceras diverses espèces.
Bathmoceras praeposterum Barr.
Anomalocystites pyramidalis Barr. (très fréquent).
Mitrocystites mitra Barr. etc.

2. *Zone à Didymograptus murchisoni (Beck.) var. geminus (His.)* Schistes argileux bleu-gris ou noirs, sans concrétions. Couche No 5 de la coupe.

Espèces caractéristiques:

Didymograptus murchisoni (Beck).

Didymograptus murchisoni var. geminus (His.) (très fréquent).

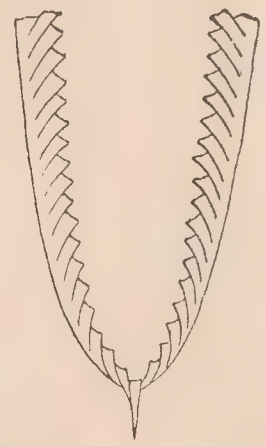


Fig. 1. *Didymograptus murchisoni (Beck.) var. geminus (His.)* — Šárka.

La dernière variété est identique à *D. furcillatus Lapw.*[3]) Le hydrosome n'a que 2 *cm* de longueur, la largeur de la hauche dans la partie distale comporte 1·5—1·8 *mm*. La sicula est mince et très long — 2 *mm*. À partir de la sicula, les branches se divisent en formant d'abord un angle de 60⁰, puis se rapprochent les unes des autres formant un arc et dessinent enfin un angle de 25⁰—35⁰ qui reste fixe pour le parcours ultérieur des branches. Les hydrothèques sont inclinés par rapport à l'axe de la branche, formant un angle de 45⁰. 12—13 loges occupent l'espace de 1 *cm*.

Les loges sont un peu incurvées et 2—2·5fois plus longues que larges. Leur orifice occupe la face supérieure.

Une très bonne déscription de cette variété se trouve dans la monographie de *Elles et Wood.*[4])

M. P e r n e r, dans son travail conservant les graptolites de la Bohême[5]), ne décrit que la forme typique de *D. murchisoni (Beck)*. Il est probable que M. P e r n e r ne possédait pas la vraie variété *geminus (His.)*

---

[3]) J. Hopkinson and Ch. Lapword: On the Graptolites of the Arenig- and Llandeilorocks of St. David's. Quart. Journal Geol. Soc. 34. 1875.

[4]) Elles and Wood: A monograph of British Graptolites. Paleont. Soc. London. 1901, I. p. — pag. 40, tab. III., fig. 2.

[5]) J. Perner: Studie o českých graptolitech II partie 1895.

parmi son matérial provenant de Šárka. Il cite cependant parmi les synonymes de *D. murchisoni (Beck.), — D. furcillatus Lapw.* et *D. geminus His.* Mais il n'est pas possible d'identifier ces deux formes, car elles diffèrent l'une de l'autre assez beaucoup.

Outre des restes de quelques autres graptolites encore plus rares que ceux qui nous venons de mentionner ou ne trouve dans cette zone presque aucun autre fossile.

3. *Zone à Didymograptus murchisoni (Beck.) var. clavulus Per.* Schistes argileux noirs, gris ou gris-jaunes, riches en concrétions dures et noires de grandeur différente. La surface des concrétions est toujours inégale et couverte de renflements [„fucoides"]. Couche No 9 de la coupe.

Fossiles caractéristiques:

Didymograptus murchisoni (Beck.) var. clavulus Perner.[6])

M. P e r n e r distinque cette variété comme une espèce indépendante. Mais il paraît que cette forme n'est qu'une variété de *D. murchisoni (Beck)* auquel elle resemble beaucoup à plusieurs égards. P e r n e r trouve les traits caractéristiques suivants:

1. Le rhabdosome est court (2 *cm* de longueur).

2. Les branches divergent au début sous un angle assez grand (60⁰), puis tâchent de nouveau de se rapprocher en s'incurvant en arc.

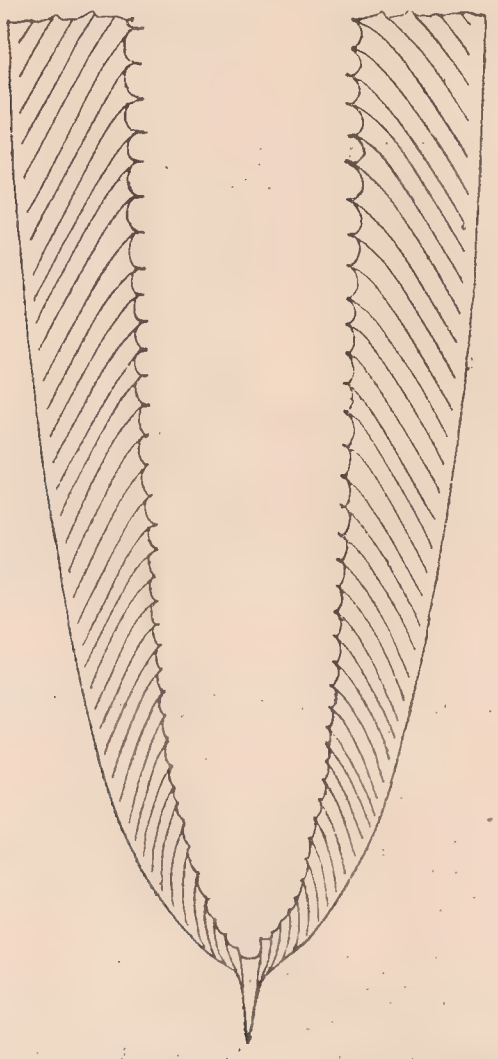


Fig. 2. *Didymograptus murchisoni (Beck.) var. clavulus Per.* Grossi 2·3 × par rapport à la grandeur naturelle. (D'après les exemplaires de Šárka).

3. La largeur des branches s'accroît à partir de la sicula extraordinairement vite et atteint très rapidement une larguer de jusque 5 *mm.*

4. Les loges sont très longues, au maximum 5 × plus longues que larges, 16 loges correspondent a un *cm* de longueur.

Le matérial très grand que j'ai à ma disposition me permet de faire les remarques suivants:

ad 1. Le graptolite adulte atteint 5 *cm* de longueur.

ad 2. La divergence des branches n'est que rarement aussi grande que le dessine M. P e r n e r. L'angle de divergence est ordinairement moins considérable.

ad 3 et 4. Il n'y a que ces caractères qui séparent suffisement *D. murchisoni (Beck) et var. clavulus Per.*, mais la larguer des branches atteint 6 *mm* et la relation de la

[6]) J. Perner: Studie o českých graptolitech, II. partie, p. 39, tab. IV. fig. 15—16 et tab. V. fg. 11—12.

longueur des loges à leur largeur atteint le rapport 9 : 1 (ordinairement 8 : 1). Le nombre des loges est le même chezles deux espèces (12—14 par *cm*). Le nombre 16 trouvé par M. Perner n'a pu être constaté sur aucun exemplaire de mon matériel.

Barrandia bohemica Nov. (fréquent).

Areia barrandei Nov.

Illaenus šarkaensis Nov. (très fréquent).

Illaenus parabolinus Nov. (fréquent).

Dalmanites atavus Barr. var. transieus Nov.

Forme de passage à *Dalmanites oriens Barr.* que l'on trouve dans les assises $d\gamma_2$, auquel notre forme ressemble par son oeil énome. D'autres caractères, principalement le pygidium, sont communes avec *D. atavus Barr.*

Calymene (Synhomalonotus) arago Rou. n. var. (très rare). Par son bord oculaire merveilleusement redressé, cette forme rapelle *C. arago Rou. var. macropthalma Kloučck* appartenant aux assises $d\gamma_2$.

Autres formes fréquentes:

Placoparia zippei (Boeck).

Aeglina prisca Barr.

Dalmanites atavus Barr.

Asaphellus desideratus Barr. (très fréquent).

Megalaspides alienus (Barr.).

Agnostus tullbergi Nov.

Lamprocaris micans Nov.

Primitia prunella Barr.

Pleurotomaria sp.

Orthisina moesta Barr. (formes de taille réduite).

Redonia bohemica Barr.

Babinka prima Barr.

Hyolithus euglyphus Nov.

Mitrocystites mitra Barr.

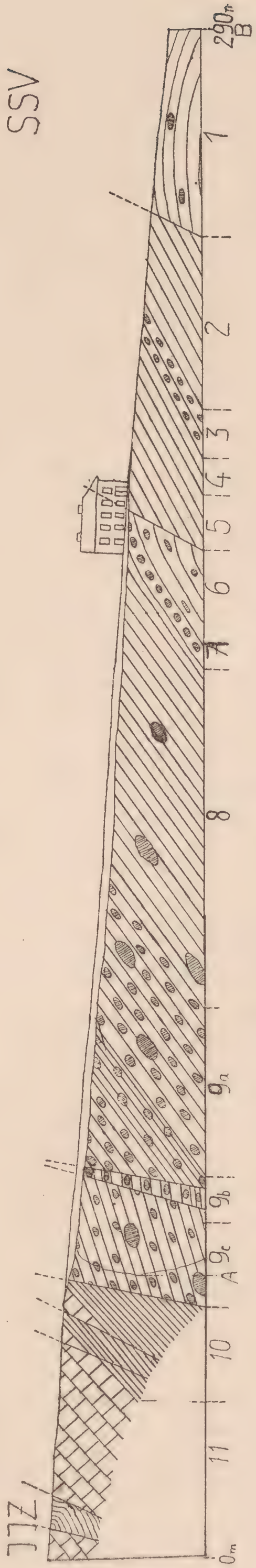


Fig. 3. *Coupe à travers les assises d γ dans la carrière de Vokovice.*
Echelle 1 : 1500. Les hauteurs sont exagérées dans le rapport 6 : 5. A—B Extension actuelle de la carrière. Les schiffres 1—9 indiquent l'emplacement des différents niveaux (voir dans le texte) à partir de la base et jusqu'au sommet. Le No 10 correspond aux schistes de Dobrotivá, $d\gamma_2$ et le No 11 désigne les quartzites de Drabov, $d\delta$.

Anomalocystites pyramidalis Barr. (très fréquent) etc.

Les autres niveaux schisteux, No 1, 2, 4, 6, 7, 8 n'ont pas du tout fourni de fossiles ou n'ont fourni que des restes peu importantes de fossiles qui n'ont aueune valeur stratigraphique.

Jusqu'à présent je n'ai pas eu la chance de révéler avec certitude la présence des couches à *Didymograptus murchisoni (Beck) var. clavulus Per.* ailleurs dans la bande $d\,\gamma_1$. On pourrait voir une indication de la présence de ce niveau dans la trouvaille, d'ailleurs unique, de *Barrandia bohemica Nov.* faite près de Cekov et de Sirá (par M. C. K l o u č e k). Quelque relation avec notre niveau présente probablement aussi la couche à grandes concrétions (dans laquelle on n'a d'ailleurs trouvé jusqu'à présent que des fragments de *Aeglina sp.* et de *Lingula sp.*) de Kamenný Újezd.[7])

Au contraire, la zone à *Didymograptus V-fractus Salt. var. volucer Nich.* peut être suivie partout dans les assises $d\,\gamma_1$. Elle apparaît dans les localités paléontologiques nombreuses, précisément dans la région de Rokycany et de Zbiroh. La faune très riche qui a été trouvée dans ces régions (surtout dans les concrétions que l'on trouve dans la localité paléontologique de Osek-Díly près de Rokycany) est absolument identique à la faune de la zone à *D. V-fractus Salt. var. volucer Nich.*

Tâchons maintenant de comparer les assises que nous avons soumises à étude avec les assises qui composent l'Ordovicien à l'etranger surtout avec l'Ordovicien anglais et suédois. Pour le momment, en se basant sur les graptolites nous ne pouvons faire que les conclusions suivantes:

La zone à *D. murchisoni (Beck) var. geminus (His.)* correspond certainement à la zone No 7 de la Grande Bretagne qui est caracterisée par le même graptolite et qui appartient au Llandeilo inférieur.[8]) La même zone est développée dans le Silurien suédois.[9])

La zone à *D. murchisoni (Beck) var. clavulus Perner* doit être placée probablement entre les zones No 7 et 8 (à *Glyptograptus teretiusculus*) du Silurien anglais.

La quéstion de savoir ou faut-il placer la zone à *D. V-fractus Salt. var. volucer Nich.* présente des difficultés considérables. Cette espèce apparaît dans un niveau du silurien anglais qui correspond à peu près à la partie moyenne de nos assises $d\beta$. C'est la zone No 4 (à *Didymograptus extensus Hall*). La forme typique, *D. V-fractus Salt.* apparaît même dans la zone No 3 (à *Dichograptus*). Dans la zone No 4, cet graptolite est associé à *Tetragraptus bigsbyi Hall.* et à d'outres formes. Le même *Tetragraptus* perçiste

---

[7]) K. Holub: Příspěvek ku poznání fauny pásma $D\,d_1\,\gamma$. Rozpr. Čes. akad. XVII. 1908. No 10, p. 6.

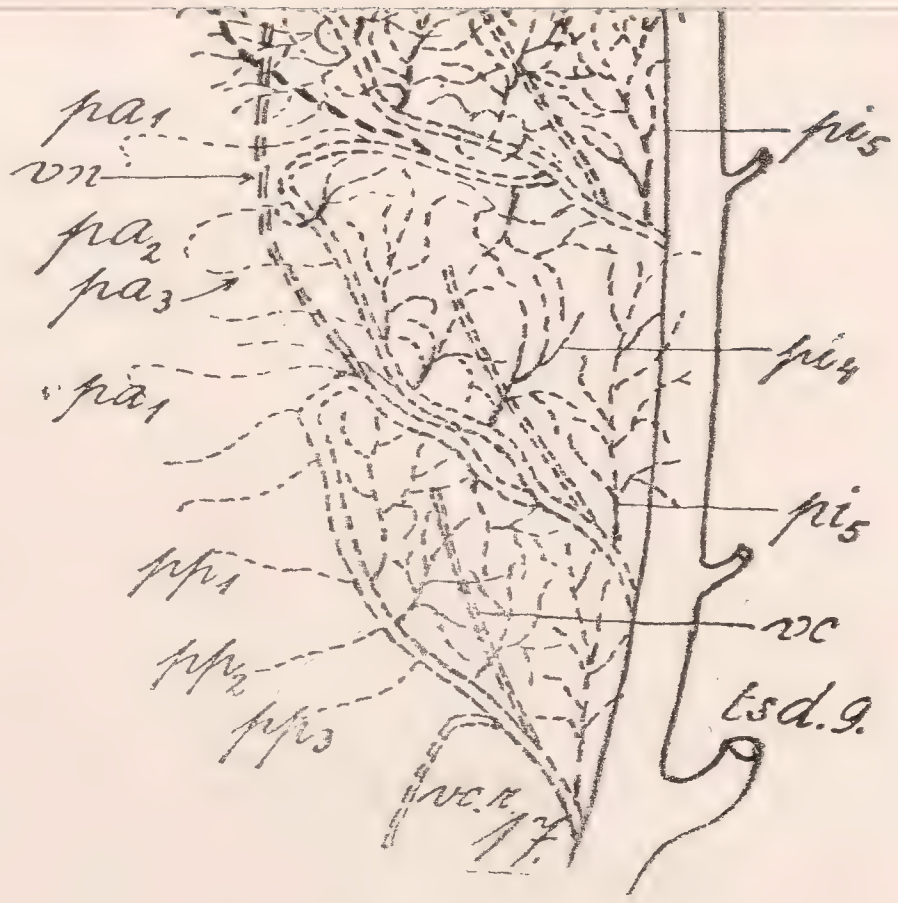
[8]) D'après la division en zones à Graptolites établie par les savantes Elles et Wood dans le travail: Monograph of British Graptolites. Part X. Pal. Soc. London 1914.

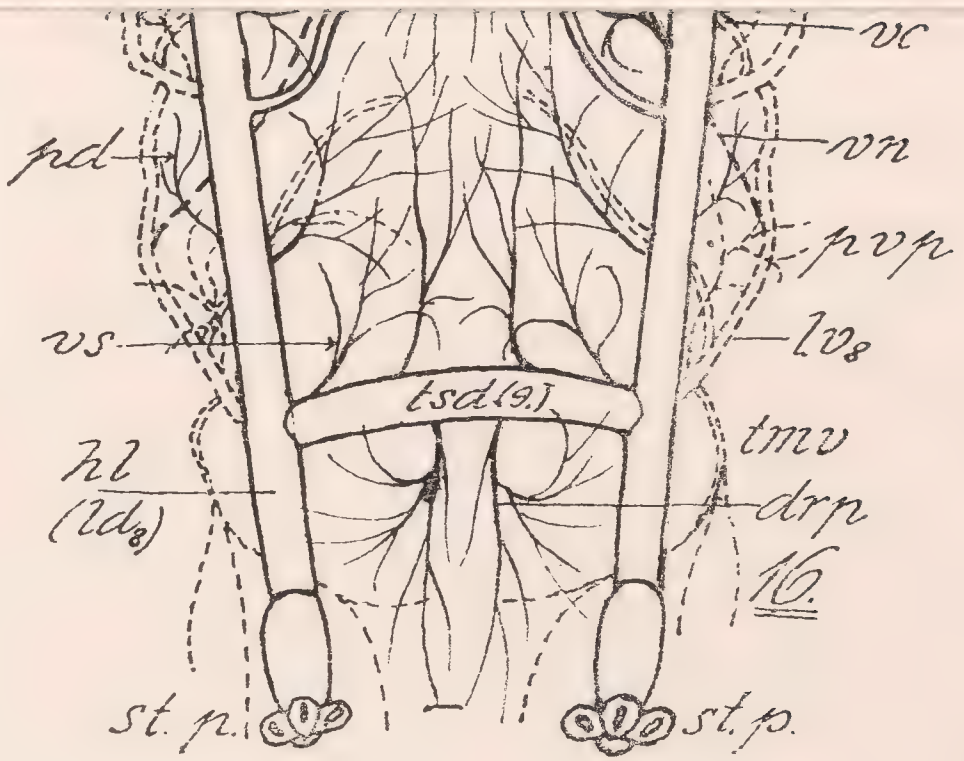
[9]) S. A. Tullberg: Skånes Graptoliter I. Sver. Geol. Unders. Ser. m. 50, 1882.

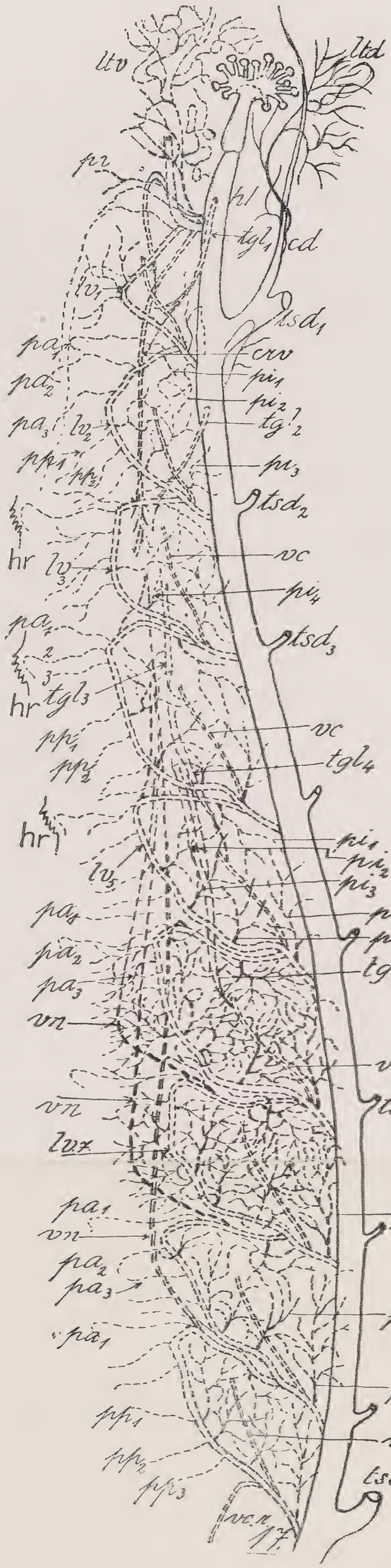
Couche no:	Épaisseur	Graptolites caractéristiques:	Autres fossiles caractéristiques:	Ordovicien de la Grande Bretagne	
9	40 m	Didymograptus murchisoni (Beck) var. clavulus Perner.	Barrandia bohemica Nov. Areia barrandei Nov. Illaenus šarkaensis Nov. Illaenus parabolinus Nov. Dalmanites atavus Barr. var. transiens Nov. Calymene arago Rou. var.	Zone (no 8) à glyptograptus teretiusculus	Llandeilo
8	40 m				
7	1·5 m				
6	4 m			Zone (no 7) à Did. murchisoni (Beck).	
5	7 m	Didymograptus murchisoni (Beck.) Didymograptus murchisoni (Beck.) var. geminus (His.)			
4	5				
3	3·5 m	Didymograptus V-fractus Salt. var. volucer Nich.	Calymene arago Rou. Calymene inopinata Nov. Aeglina bergeroni Nov. Amphion senilis Barr. Dalmanites barroisi Nov. Lichas avus Barr. Sinuites sowerbyi Per. Temnodiscus pussilus Barr. Oxydiscus (Cyrtodiscus) nitidus Barr.) Orthis (Orthostrophia) socialis Barr.	Zone (no 6) à Did. bifidus Hall.	Arenig
2	12 m	Didymograptus sp.			
1	13 m				

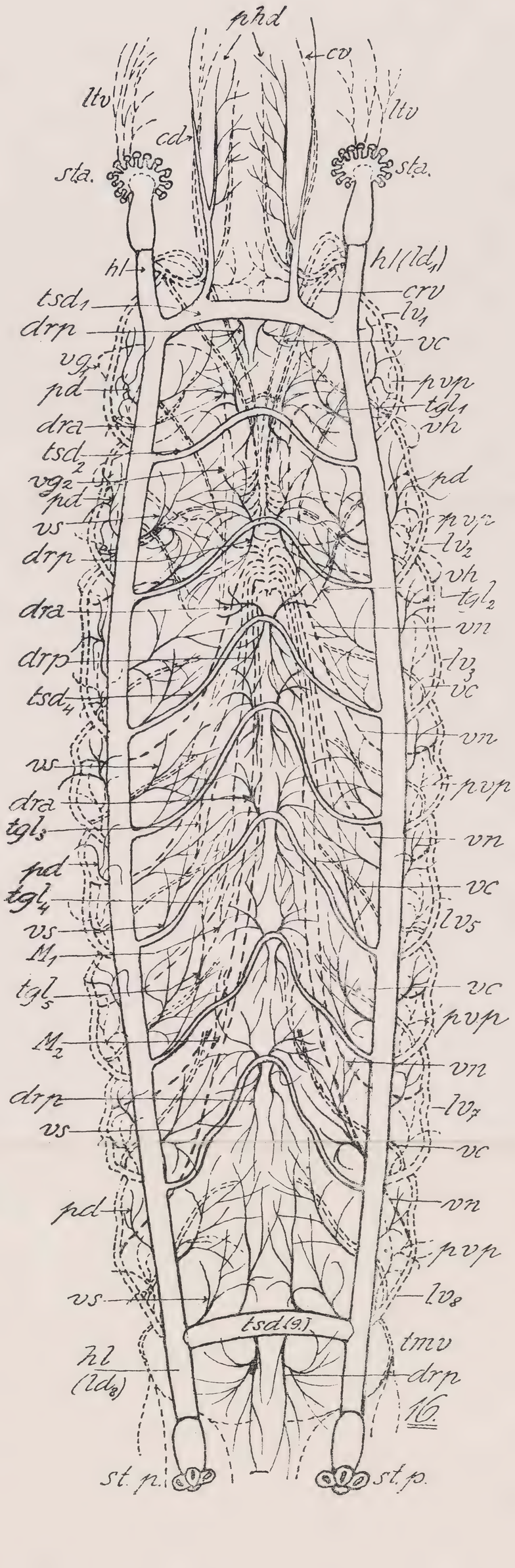
longtemps en Angleterre et se retrouve encore dans la zone No 5 (à *D. hirundo)*, qui ne contient déjà aucune trace de *D. V-fractus Salt. var. volucer Nich.*

Il est très curieux qu'en Bohême Centrale on ne rencontre cette espèce ni avec *Tetragraptus bigsbyi Hall.* (qui se trouve chez nous dans les schistes à *Euloma, d* β) ni dans les couches plus anciennes, mais dans un niveau beaucoup plus jeune, dans la bande $d\gamma_1$. Plus de lumière dans la question pourrait apporter seulement l'étude détaillée des niveaux à graptolites (nouveau matériel très riche) des assises *d* β et la comparaison de ces niveaux avec les couches analogues à l'étranger.


pa1
vn
pa2
pa3
pa1
pp1
pp2
pp3
vc.r.
17.
pi5
pi4
pi5
vc
tsd.9.


pd
vs
hl
(ld8)
tsd.(9.)
st.p.
st.p.
vc
vn
pvp
lv8
tmv
drp
16.


ltv
ltd
pr
hl
tgl1
cd
lv1
tsd1
pa1
crv
pd2
pi1
pi2
pa3
lv2
tgl2
ppi1
ppi2
pi3
tsd2
hr
lv3
vc
pi4
pa1
tsd3
2
3
tgl3
hr
vc
ppi1
tgl4
ppi2
pi1
hr
pi2
lv5
pi3
pa1
pi5
pa2
pi4
pa3
tgl5
vn
vc
tsd6
vn
lvx
pa1
pi5
vn
pa2
pa3
pi4
pa1
pi5
ppi1
vc
ppi2
tsd.9.
ppi3
vc
17.


phd
co
ltv
ltv
cd
sta.
sta.
hl
hl(ld1)
tsd1
crv
lv1
drp
vc
vg
pvp
pd
tgl1
dra
vh
tsd2
pd
vg2
pvp
pd
lv2
vs
vh
drp
tgl2
dra
vn
drp
lv3
tsd4
vc
vn
vs
pvp
dra
tgl3
vn
pd
vc
tgl4
lv5
vs
M1
vc
tgl5
pvp
M2
vn
drp
lv7
vs
vc
pd
vn
pvp
vs
lv8
tsd(9.)
hl
(ld3)
tmv
drp
16.
st.p.
st.p.

Appareil trachéen des larves des Schizophores (Diptères).

Par

ANT. VIMMER.

(Présenté le 22 octobre 1926.)

1. Appareil trachéen des divers organes.

a) La partie supérieure du *pharynx* est aérée par *la trachée pharyngienne dorsale* (fig. 1), la partie inférieure — par *la trachée pharyngienne ventrale* (fig 1). Les deux troncs mentionnés partent des trachées céphaliques.

b) *L'oesophage* reçoit l'air par la *trachée oesophagienne* et la *trachée viscérale* II. La première d'entre elles n'est qu'une branche de la trachée viscérale I. (fig. 2).

c) Le *proventricule* est entouré de deux tubules dont l'un prend naissance du tronc trachéen principal gauche, l'autre — du tronc trachéen principal droit (fig. 3); c'est donc de cette manière que le proventricule reçoit l'air.

d) Le *ventricule, l'intestin* et le *rectum* sont aérés par les *troncs latéraux* correspondant aux segments ventraux. L'air est amené par les trachées à partir du troisième segment ventral. La *trachée viscérale* correspondant à ce segment entoure le ventricule en lui amenant de l'air. Le même phénomène montrent les segments 4 et 5 et les segments suivant tant qu'ils accompagnent le ventricule. Le ventricule est entouré par un réseau dense formé de tubules et de branches capillaires trachéens (fig. 5), 1.

L'air pénètre vers l'intestin par les trachées viscérales postérieures correspondant aux segments trachéens ventraux.

Une trachée viscérale particulière fournit l'air au *rectum*; cette trachée prend naissance vis-à-vis de la trachée viscérale normale (fig. 6).

e) La *cardiaque* est traversée par huit paires de *trachées vasomusculaires antérieures* et huit paires de *trachées vasomusculaires postérieures* (fig. 7).

f) Les *glandes salivaires* reçoivent l'air grâce à la présence de deux branches engendrées par le tronc principal, la séparation de ces branches du tronc se produit au-dessous du stygmate antérieur (fig. 9 tgls). Les trois autres rameaux prennent successivement naissance de la troisième, de la quatrième, de la cinquième et de la sixième trachées viscérales (fig. 10) correspondant aux quatrième, cinquième et sixième segments ventraux (fig. 10). Les ramuscules capillaires forment à l'intérieur des glandes salivaires un réseau dense comparable à celui qui se forme à l'intérieur du ventricule (fig. 11).

g) Les *tubes de Malpighi* reçoivent l'air par des voies diverses, ou bien au moyen de ramuscules salivaires (fig. 12) ou bien au moyen de branches latérales engendrées par les trachées viscérales (fig. 13).

h) *Ganglions cérébroïdes et ganglions de la chaîne ventrale.* Du côté droit et du côté gauche, la *trachée céphalique ventrale* donne naissance à deux rameaux trachéens allongés qu'on nomme — *trachée cérébrale ventrale.* Les deux trachées ont une disposition convergente. A l'endroit où les deux branches sont tout près l'une de l'autre, elles sont reliées par une anastomose (fig. 14). Lorsqu'elles atteignent le ganglion cérébroïde, les deux trachées donnent naissance à des arborescences ramifiées.

Les *ganglions de la chaîne ventrale* sont traversés par la trachée ventrale qui se détachent de la partie distale des segments trachéens ventraux — 2, 3 et jusqu'aux segments 8 et 9. On observe 7, ou même 8, paires de trachées de cette catégorie. Ces trachées s'allongent considérablement car la dernière paire de segments est très éloignée des ganglions. *L'allongement des trachées ventrales* est un *trait caractéristique de l'appareil trachéen des larves de Schizophores.*

i) Le *corps adipeux* reçoit l'air grâce à la présence de branches latérales partant de la trachée salivaire (fig. 8 tca) ou des trachées viscérales.

k) *L'hypoderme* et les *muscles sous-hypodermiques* de la région céphalique sont aérés par les *trachées ventro-latérales* (fig. 15): les mêmes parties du corps de la région thoracique et abdominale reçoivent l'air grâce à la présence de *trachées dendritiques dorsales* et de *trachées vasomusculaires.* Sur la face ventrale, chaque segment trachéen montre la présence de trachées que voici: ordinairement trois (parfois deux) *trachées pleurales antérieures* et deux *trachées pleurales postérieures*; j'applique à l'ensemble de ces cinq trachées le nom de *trachées externes* (pa, pp). Outre ces trachées, on observe la présence de *trachées pleurales, ventrales et internes* qui se trouvent dans les espaces qui séparent les segments ventraux des troncs trachéens principaux. Ce sont tout d'abord 2 ou 3 trachées pleurales internes et antérieures, 1 ou 2 postérieures, ensuite la trachée partant du tronc trachéen viscéral (fig. 17 p 1, p 2, p 3, p 4, p 6). Au même ensemble de trachées appartient en outre la *trachée terminale* qui conduit l'air à la région susanale.

l) Les *trachées des* petites *plaques imaginales* naissent deux à deux à partir des branches hypodermales ventrales. Elles s'accolent à la surface des plaques mentionnées.

II. Topographie de l'appareil trachéen des larves de Schizophores.

Comme matériel pour l'étude de l'appareil trachéen je me suis servi des larves des formes dont voici la liste:

Protocalliphora azurea Fall., *Sarcophaga carnaria* L., *Pegomyia bicolor* Wied, *Pegomyia nigritarsis* Ztt., *Pegomyia betae* Curt., *Pegomyia albimargo* Pand., *Piophila casei* L., *Psilla rosae* Fab., *Lipara lucens* Mg., *Drosophila fenestrarum* Fall., *Phytomyza* sp. et *Leucopis* sp.

Chaque fait observé concernant la division des trachées des larves de Schizophores énumérées fut comparé avec les divisions des trachées corre-

spondantes des larves de *Pegomyia betae* Curt. Cette comparaison a montré une coïncidence parfaite dans la structure de l'appareil trachéen. Cela nous permet de considérer les divisions des trachées de la dernière larve comme divisions normales. Dans la suite, nous pouvons donc donner la description des divisions des trachées de cette larve uniquement.

Je profite de l'occasion pour remercier ici M. le Dr. Rambousek d'avoir bien voulu me procurer tout le matériel vivant et conservé.

1. *Appareil trachéen vu de la face supérieure et de la face inférieure.*

A) Une épaisse *anastomose transversale* (*trachea anastomosica transversa dorsalis-tsdl*) réunit les deux troncs principaux non loin des stigmates antérieurs. De cette anastomose, du côté droit et du côté gauche, se détache la *trachée céphalique dorsale* (*pd*) de laquelle naît la *trachée pharyngienne dorsale* (*phd*). Au milieu de l'anastomose transversale se séparent aboralement deux *trachées dendritiques postérieures* (drp).

La première anastomose transversale et épaisse est suivie aboralement par une anastomose mince à parcours sinueux, — c'est *l'anastomose transversale* II (tsd 2). Entre la première et la deuxième anastomoses transversales du tronc principal naît la *trachée vasomusculaire* (*vs*) et la *trachée pleuro-dorsale* (*pd*) ; de la deuxième anastomose partent les deux *trachées dendritiques antérieures*. Entre la deuxième et la troisième anastomoses, on voit que deux trachées dendritiques postérieures se détachent de la deuxième anastomose, tandis que la troisième anastomose donne naissance à deux *trachées dendritiques antérieures* ; en outre, le tronc principal sert de point de départ des *trachées vasomusculaires* et des *trachées pleuro-dorsales*.

La même disposition se répète entre la troisième et la quatrième, la quatrième et la cinquième anastomoses et ainsi de suite jusqu'à l'espace qui sépare la septième anastomose de la huitième. La *neuvième anastomose dorsale* (tsd 9) est de nouveau épaisse. Oralement, elle donne naissance à deux trachées dendritiques antérieures et aboralement à deux trachées dendritiques postérieures.

B) *Partie ventrale de l'appareil trachéen.* Les larves adultes de Schizophores ne possèdent pas du tout d'anastomoses transversales ventrales. De la face inférieure du tronc principal, non loin du stigmate antérieur, se détache la *trachée céphalique ventrale* (*cv*), oralement cette, dernière donne naissance à la *trachée pharyngienne ventrale* (*phv*) et à trois *trachées ventro-latérales* (*ltv*),, aboralement — à la *trachée cérébrale ventrale* (*crv*) et à la *trachée viscérale* (*vel*). A la base de la trachée céphalique s'attache le premier segment du tronc ventral (*trach. anastomotica longitudinalis ventr., lvl*). A son milieu à peu près, le tronc ventral se ramifie en donnant naissance à la *trachée hypodermique ventrale* ; la partie proximale de ce tronc (lvl) envoie une petite branche qui est la *trachée pleuro-ventrale postérieure*. Les autres trachées pleuro-ventrales ne peuvent être étudiées que lorsqu'on examine l'appareil trachéen de côté.

Du *deuxième segment ventral* (*lv* 2) se séparent les trachées que voici: la *trachée hypodermique ventrale* (*vh*) qui quitte la plèvre ventrale et rejoint l'abdomen, la *trachée ventrale* (vn) qui rejoint les ganglions, la *trachée viscérale* qui rejoint l'intestin et la trachée *pleuro-ventrale postérieure*. La trachée des *glandes salivaires* (tgl) naît du tronc principal à peu près au milieu du segment lv 2.

Le *troisième segment ventral* se ramifie tout à fait comme le deuxième segment. Seulement les trachées salivaires (tgl) lui manquent. La trachée ventrale (vn) du troisième segment est plus longue que celle du deuxième.

Le mode de ramification que montre le troisième segment se conserve dans les segments ventraux suivants, seulement les *trachées ventrales* (vn) deviennent de plus en plus longues lorsqu'on s'approche de l'anus.

Le deuxième segment ventral dégage de plus la *trachée terminale* (*tmv*) et la trachée *rectale* (fig. 16, *ver*) qui manquent dans l'avant-dernier segment.

2. *Appareil trachéen vu de côté* (fig. 17).

L'examen latéral de l'appareil trachéen permet d'observer les trachées *cutanées dorso-latérales* (*ltd*) et les trachées *cutanées ventro-latérales* (*ltv*), puis les trachées indépendantes menant aux *glandes salivaires* (*tgl* 1, *tgl* 2) et se détachant du tronc principal.

De la partie distale de chaque segment ventral se séparent les *trachées cutanées pleuro-antérieures* (pa 1, pa 2, pa 3,) et puis les *trachées cutanées pleuro-antérieures et internes* (*pi* 1) ; à peu près au milieu de chaque segment ventral prend naissance la *trachée ventrale* (*vn*). La partie proximale de chaque segment donne naissance aux trachées pleurales postérieures (pp 1, pp 2, pp 3), aux *trachées pleurales internes* suivantes (pi 2, pi 3, pi 4) et à la branche plus épaisse de la trachée viscérale (vc). Cette disposition se répète presque sans modification dans tous les segments ventraux, excepté le dernier qui engendre outre les trachées mentionnées, deux trachées spéciales — la *trachée viscérale rectale* et la *trachée terminale* (*tmv*).

Il est très difficile de révéler les trachées salivaires suivantes (tgs 9, tgs 10), car leur parcours suit une voie sinueuse assez profondément sous les téguments.

Les *trachées ventrales* se séparent des segments trachéens ventraux 9, 8, 7, 6, et 5 et s'étendent jusqu'aux segments 4 et 3 où se trouvent les ganglions.

First supplement to the Stratigraphy and Palaeontology of the pluvial terrace of the Jordan at Daganea Alef.

By

JAR. PETRBOK.

Presented November 19, 1926.

I. *Introduction.* In his publication: *Syrien, Arabien u. Mesopotamien of* 1914,[1]) J. Blanckenhorn considers this pluvial terrace of the *Jordan* at its outflow from the lake Genezareth as ***Mindelian***, in another paper, *Die Steinzeit Palästina-Syriens und Nordafrikas*, of 1921,[2]) as ***Rissian***.

As we were able to show in our survey of the fossil fauna of this terrace, the latter yields some genera hitherto not found in the recent fauna. Among them especially

Neritina (Theodoxis) chalucina Pbk,

Ancylus (Ancylastrum) Daganeanus Pbk,

Melanopsis laevigata Lam var. crassissima Pbk

as also the *whole association* belong to-day to the past, and that more to the remoter than to the more recent past, though in the present basin of the lake *Genezareth* and of its affluents certain kinds are still found now and then. For the present it is still impossible to distinguish their racial forms as the collections are still insufficient.

Therefore the exact geological age of this pluvial terrace lies somewhere between the ***Mindelian, Mindel-Rissian*** and ***Rissian***. At the same time the "open" *chelléo-acheuléen* stations of *Akbije near Saida*, of *Dûha* and *Hallet et-Hamrâ* are ranged (1921[3])) only into the time corresponding to the European ***Riss-Würmian*** (i. e. to the warm Mousterian (1) micoquian).

---

[1]) Handbuch der Region. Geologie, vol. V, part 4, Heidelberg.

[2]) Das Land der Bibel. Leipzig.

[3]) Jar. Petrbok: Stratigrafie a palaeontologie pluviální (mindelienské terasy Jordanu u Daganea Alef. (Rozpravy II. tř. České akad. věd. XXXIV, 10, Praha 1925).

As I explained in my paper: *Ke stratigrafii palestinského palaeolithu*, of 1926,[4]) it is due to subsequent events that the Palestine *palaeolithic* stations are "open", this being due once to the erosive activity of wind and sand as on the Arsuf plain (between the river *Jarkon-Audža* and Apolonia), once to the denudating activity of the winter rains *in not meliorated places*, or to agronomical melioration.

II. *Fauna.*

The Mollusca of this pluvial terrace were first studied by N o e t l i n g in 1886, and recently by P e t r b o k in 1925. Up to 1925 this fauna yielded the following genera:

1—3 *Achatinella* 3 sp.
4—6. *Helix* 3 sp.
7—9. *Limnaeus* 3 sp.
10. *Planorbis* sp.
11. *Melanopsis costata* Oliv.
12. ,, *Jordanica* Roth.
13. ,, *ovum* Bourg.
14. ,, sp.
15. ,, *buccinoidea* Oliv.
16. ,, *laevigata* Lam.
*17. ,, ,, var. *crassissima* Pbk.
18. ,, *cf. minutula* Bourg.
19. ,, *prophetarum* Bourg.
21. ,, *jebusitica* Let.
21. ,, ,, var. *curta.*
22. ,, *faseolaria* Parr.
23. ,, *Saulcii* Bourg.
24. ,, *Noetlingi* Bourg.
*25. *Bythinia* sp.
*26. *Valvata* sp.
*27. *Ancylus Daganeanus* Pbk.
*28. *Theodoxis chalucina* Pbk.

To these were added in 1926 still the following genera:

29. *Helix* sp. (Helicogena), a small and therefore undeterminable fragment of a cast, according to which it belongs to the group *Helicogena pachya Bourg.* It was found in the terrace sands on the Eastern bank below *Kinneret.*

Below *Samach* (towards the village *Samra*) in the sediments of the upper terrace a whole nest of rolled casts of *Helix* (*Helicogena*) *pachya* Bourg. was found. These specimens do not correspond in all details to the reproductions given on the tables of M a r t i n i - C h e m n i t z, *Sy-*

---

[4]) Rozpravy České akademie věd. Praha 1926

stematisches Conchylienkabinet. But as this genus is found very *polymorph* in far younger clays (of the bronze age), as for inst. *Helicogena lutescens* at Sivá Brada in Slovakia, perphaps even racially different (smaller than

1. Irregular three-edgeg coarsely retouched prismatic blade (29550). 2. That coarsely retouc ed scraper (29547). 3. Three-edged retouched earthen blade (of a pebble) (29151). 4. Tall hree-edged retouched earthen blade (29552).

the pleistocene specimens) from the pleistocene individuals, we may assume an individual polymorphism which of course allows us — as in more cases than known — to construct a whole continuous *morphological series.* But

as for the present materials are still unsufficient for comparison, we cannot speak as yet of a well defined stratigraphical race, though I was able to ascertain such in other genera for even much shorter intervals in the holocaen, of *Čifte Dere,*[5]) *Mermer Kulé*[6]) and in the travertines of *El Sachne.*[7]) Otherwise we must bear in mind that even Central *Europe* has not yet sufficient materials, critically collected, to speak of stratigraphical races of the pleistocene Mollusca. In Palestine all isolated places are still dangerous.

Helix pachya Bourg. is found in *Syria, Egypt, Tunis, Algier.* It makes its appearance in the pleistocene (but may date back to the upper Tertiary).

30. *Helix* (Leucochroa) *candidissima* Drap.

It was found in the sediments on the Eastern bank of the lake *Genezareth* below *Kinneret* and below *Samach,* together in the same place with the aforementioned genus.

Helix candidissima is found throughout the *Mediterranean region.* It shows a great variability and just for its excellent geographical distribution it will be one of the criteria for the correspondence of certain geological layers, when only definite races, forms and varieties will have been established.

Appendix:

1. Below *Samach,* in the direction towards the village *Samra,* I found together with *Helix pachya* and *candidissima* still other kinds of *Helix,* but for the present I have no literature to determine them.

2. *Unions* are found in the pluvial terrace just described. But hitherto I have no proof that they are really of the same age as the other pluvial terrace fauna. If those protoneolithic artefacts had not been found in these layers, there could be no doubt in this matter. But neither those artefacts nor these *Unions* were hitherto found elsewhere in this pluvial terrace, except in this place from which just this protoneolith is derived.

As in this section *Unions* are very frequent in the layers of the bronze age, we must wait until the co-existence of these *Unions* is demonstrated in other parts of this pluvial terrace.

Then I shall also give their critical description.

III. *Stratigraphy.* The normal section across this terrace (abstracting from the older one of N o e t l i n g) was established by my investigations in 1925. It shows:

---

[5]) P l a t e: Die Variabilität u. a. Artbildung nach d. Prinzip geogr. Formenketten bei d. Cerion-Landschnecken d. Bahama Inseln (1907).

[6]) J a r. P e t r b o k: *Dvojí holocaenní fauna měkkýšů v profilu ústí říčky Čifte dere-* (Věstník stát. geol. úst. Č. S. R. Praha 1926).

[7]) J a r. P e t r b o k: *Plistocaenní hlíny u Mermer Kulé za Cařihradem* (tamtéž).

1. *loess and vegetable clay*: 6 *m*, prehistoric fragments, xerophyl conchylia,

(2. local nests of secondarily deposited sands and gravels cross bedding),

3. *greyish white stratified clays*, compact, 2 *m*,

4. *sands and gravels of the pluvial terrace*: $^3/_4$ *m*, aquatic conchylia,

5. *compact greyish white clay*: ? *m*.

In different cross sections the stratification is very different too. Often one or the other layer is either developed or has disappeared.

The amfiteatr of the *Jordan-river* near *Umdžuani* (near Daganea Bet).

So for inst. the section between *Samach* and *Samra* shows:

4. *terrace sands and gravels*, 2—3—4 *m*, the aquatic fauna is scanty,

5. compact clay, 2—? *m* (hitherto no fauna was discovered).

Another section near *Samach*:

2. *greyish white, light clay*: 3—4 *m*, *Helix*,

4. *sands and gravels of the pluvial terrace*: $^1/_2$—1 *m*, aquatic fauna,

5. *compact clay*: 2—? *m* (no fauna discovered as yet).

One of the principal sections across this pluvial terrace is exposed in the meandre of the river *Jordan* not far from the village *Umdžuani* near *Daganea Bet*.

White clay: 1·5 *m*, xerophyl land-*Helix*,
black clay: 2 *dm*,
reddish black layer: 3 *dm*,

1t *layer of red clay*	8—10 *m*.
1t *intermediate layer of light clay*	
2d *layer of red clay*	
2d *intermediate layer of light clay*	
3d *layer of red clay*	
3d *intermediate layer of light clay*	

Even minute investigations[8]) did not let me find in this section a pluvial fauna to ascertain the age of these layers.

The fauna here found (xerophyl *Helix*) was derived entirely from the top layer which therefore is of aeolian (vegetable) origin. In altitude it corresponds to the *greyish white light clay* with which it is perhaps identical (??), and which is found in the section at *Samach* and in the section on the same bank near the outflow of the *Jordan* on the left bank.

The most interesting feature are here of course the three layers of *red clay* separated by three layers of *light clay*. Unfortunately hitherto no trace of a fauna was ascertained, so that we cannot say whether those light clays are really *loess* (this being most likely the case), the red layers corresponding to more humid periods (Verlehmungszonen). And the further transformation of the *1st layer of red clay* leads then of course to the development of the *reddish black* and *black clays* in its roof. As the top layer of *white clay* yields no artefacts, it is impossible for the present to give a more detailed chronology, but doubtlessly we have to do here but with the *Holocene* in the widest sense of the word.

The chronological relation between the local *black* and *reddish black clays* and the similar layers at *Tel-Aviv* and on the *Arsuf* plain cannot be established for the present, as we have no support to do so. But even now we must say that hitherto nowhere a fauna was discovered in the *black* and *reddish black clays*.

Another section near *Samach*:

?2. *greyish white light clay*: 3—4 *m*, *Helix*,
4. *sands and gravels of the pluvial terrace*: ½—1 *m*, aquatic fauna,
5. *compact clay*: 2—? *m* (hitherto no fauna was found).

Section at *El Džiser on the Jarmuk*:

clays and sands of the pluvial terrace: ½—1·5 *m*, *pluvial* fauna corresponding to that of *Daganea* A;
gravels of the pluvial terrace: 1—3 *m*;
compact whitish clays: X *m*.

---

[8]) Of course investigations were difficult on account of the difficult access to the normal vertical layers.

[9]) English: Bridge.

Locally — behind the isolated hill *Gešer*[9]) (*El Džiser*) the pluvial sands and clays are covered by younger layers of loess, dissected once by the shifting of the course of the *Jordan* and perhaps also of the *Jarmuk*, once by the change of aeolian sedimentation, and perhaps by volcanic activity.

On the right bank of the *Jordan* in the vertex of its meandre there are *volcanic tuffs* yielding a pluvial fauna of Conchylia described before, and which will have to be studied in detail under all respects.

1. 29571

2. 29570

I. Three-edged scraper, coarsely retouched (29571). 2. Flat blade, more finely retouched (29570).

Therefore these sections are important as new localities where this pluvial terrace fauna is found.

To ascertain the geological age of all these layers we begin with the sediments of sands and gravels of the pluvial terrace which has its characteristic fauna, characteristic not only by its genera but chiefly also by the faunistic association.

In the section of *El Džiser on the Jarmuk* clays are developed in some places which are distinctly deposited by water and the age of which is indicated by this pluvial fauna.

The fauna of all these clays covering and underlying the pluvial terrace is still known but little, and so neither the individual kinds nor the faunistic association can as yet be used to establish the geological age of these layers.

Then it is still doubtful whether the pleistocene genera of land Conchylia will be found to differ from the recent ones of our days, or whether it will be possible to recognize at least individual races.

1.

29568

2.

29555

1. Flat three-edged blade, coarsely retouched (29568).

The scanty experiences hitherto made seem to indicate that we have here rather a well defined different association which plays the same part as the association of the European Pleistocene layers.

IV. *Artefacts.*

In this pluvial terrace we find in the angle between the actual right bank of the outflow of the *Jordan* and the Western bank of the lake *Genezareth* flint implements of coarse retouching and shapes, but entirely

different from the usual palaeolithic, Campignien and of course also of the neolithic morphology, and that not only from that of Western and Central Europe but also from the Palestine one.

Of course we follow certain reminiscences as for inst. in the three-edged earthen drill (29552) of the Acheuléen, in the very tall scraper (29560) of the Aurignacien, in the tall pike (29566) perhaps of the Mousterian or Aurignacien. But just because we have here such a mixture of shapes, such undeterminable and irregular kinds and the association of all kinds, and again such entirely different shapes as in the blades, we must say that these implements belong to a civilisation entirely different from the earlier Palaeolithic of which they remind us but by their size and in some specimens by the coarseness of the retouching, but never by retouching and shape together.

Then they are entirely different from the Palestine Campignien, from the earlier (Benjamin) as well as from the younger one (Bath Galim, Ras Iskander), and that in shape (there being for inst. no smoothing-chisels) as well as in retouching.

Surely there is no need for a comparison with the well known Palestine Neolithic.

Now we have still to range this civilisation in the system. As it is neither *Palaeolithic* in the usual acceptation of the word, nor *Campignien*, we have to consider it as a transition civilisation from the *Palaeolithic* to the *Campignien*, therefore as *epipalaeolithic* or *protoneolithic* so that it would really represent the missing period between these two civilisations.

As however all these implements were discovered in the layer above the *pluvial* (whether Mindelian or Rissian) terrace, ***all these flint implements are yonger than this pluvial terace of the Jordan.*** At first sight just the contrary seems to be the case, as we find these implements between the sands, gravels and fauna of this terrace.

But if these implements were really of the same geological age as this terrace, they would belong to the *earliest Palaeolithic*, as our terrace is *pluvial*, while typologically these implements are far younger than the older Palaeolithic, younger even than the middle Palaeolithic and the known late Palaeolithic, and have to be ranged in the *Epipalaeolithic* or *Protoneolithic*. So they are by no means of the age of the pluvial terrace layers in which they were discovered.

Most important is the discovery of a flint *nucleus* and of very sharp *not transported* logs which were found together and exclude a terrace transport.

Finally there is still another feature indicating clearly the difference of age between these artefacts and the terrace. For of course first the terrace material had to be there and then only it served for the manufacturing of the flint implements.

The proofs that the artefacts were really manufactured of gravel, i. e. of rolled materials, are:

1. that each implement is made of another flint, while artefacts made of materials still in situ are always of one and the same mineral (for inst. *Mont Scopus, El Sachne, Bath Galim, Gešer, Samra,* a. s. o.);

2. that all these implements are made of flint gravels, i. e. of rolled material. Just in *Palestine* terrace materials were frequently used in the manufacturing of artefacts. This was ascertained at *Geser* (El Džiser) on the *Jarmuk* and as far as by this the sections were disarranged.

1. Pottery fragments of the early bronze age. 2., 3., 4. 5. Kuifes of the early bronze age.

Apart from this there were discovered in this terrace below *Kinmereth* two distinct civilisations, the one of those large blades, and a second one which was satisfied with working the smaller flint splinters and technically is a distinc regression and which is either a stage preceding that of the neolithic „microlithes"[10]) of *Kinneret*-judging from the absence of flat "knives" -or else a synchronous stage. Here we shall not go further into this problem.

In this industry large, characteristically split blades with irregular coarse retouching prevail.

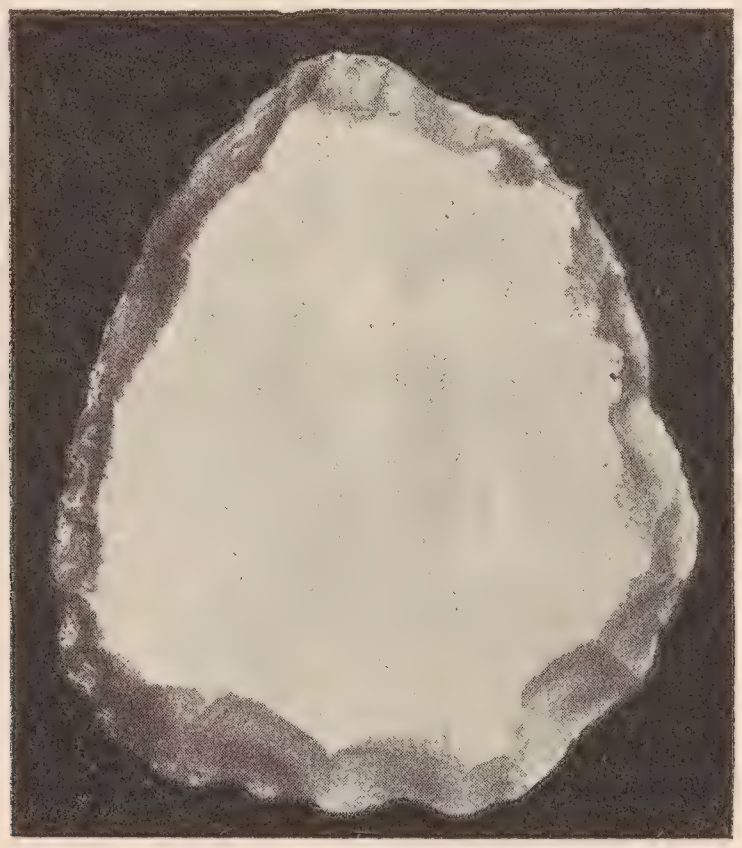
---

[10]) See: Jar. Petrbok, Stratigrafie a fauna neolitických vrstev u Kinneretu v Palestině. (Rozpr. České akad. XXXV. č. 36, Praha 1926.)

Then there is a great drill, apparently Acheuléen, an "Aurignacien" scraper, and certain flat, tall blades with almost parallel main surfaces.

For the stratigraphy of the pluvial terrace this civilisation is of no consequence, as it came here only after the formation of the terrace, though previous to the sedimentation of the thick layers of grey clays, in which as far as hitherto known the archaeological remains indicate the dawn of the earlicher Palestine Bronze Age which here doubtlessly still had flint implements of strange irregular shapes characteristic for this period (see fig).

But even this negative proof of the age this terrace is not quite worthless. It is important for the morphology of the region and shows



Flint-implement coarsely retouched of the early bronze age.

how long the terrace remained uncovered, i. e. not covered by the younger clays.

Systematic excavations would not cost much here, and perhaps it will once come to that.

As however these materials are most valuable from an archaeological point of view, I give in the following a complete list of the artefacts here found, thoug the archaeological results will be treated in another publication.

For geology this work is important as stratigraphic proof when once the other layers, too, will have been opened. Of special importance is layer 3 of the first section, the covering *greyish white, stratified, compact clay,* evidently of aeolian origin, the age of which was still doubtfull in 1925 and indicated as (holocaen?) pleistocène.

Even if it should be decided to range the Palestine (and Oriental) protoneolithic into the pleistocene, this could be but the latest pleistocene, perhaps more correctly in the sense of postglacial. But as yet the

last word has not been said, for just the section at *Umdžuani* allows a still more detailed stratigraphical division which will have to be established when once the stay in that place will be safe.

Stratigraphy has still to establish the relation of all these clays of the Bronze, Neolithic, Campignien, protoneolithic and palaeolithic clays once to the chamra, once to each other.

It is indispensable to study many new sections with the civilisations found here. Hitherto nothing has been done in *Palestine* in the way of detailed stratigraphy, and the sections have all to be reexamined in this respect.

It follows that *archaeology*, and that only *praehistorical* but also *historical* archaeology will perhaps have the casting vote in establishing the age of the individual layers. And historical archaeology may be used even now, as it is well developed so that at least there can be no doubt as to the sequence of its civilisations, as it is still the case in the praehistorical archaeology of Palestine.

29546	flat irregular prismatic blade ..... hazel shaped;	85—56—9	*mm*
29547	flat coarsely retouched scraper	67—57—21	,,
29548	three edged, coarsely retouched blade ..... (of a rounded splinter);	91—47—25	,,
29549	irregular three-edged coarsely retouched blade .	82—52—22	,,
29550	irregular three-edged coarsely retouched prismatic blade.....	73—50—25	,,
29551	three-edged retouched earthen blade ..... (of a pebble);	67—63—23	,,
29552	tall three-edged retouched earthen blade	75—50—38	,,
29553	half-shape, irregularly shaped ..... of an elongated flint pebble, one half retouched;	86—41—19	,,
29554	typical flat blade, coarsely retouched	73—39—12	,,
29555	irregular three-edged blade, more finely retouched cudgelshaped;	123—46—23	,,
29556	irregular three-edged splinter (of a pebble) .... shaped more finely retouched, blunt;	57—33—19	,,
29557	irregular splinter, coarsely retouched	60—40—21	,,
29558	flat tnree-edged blade, more finely retouched ..	82—30—9	,,
29559	flat three-edged blade, more finely retouched ..	66—32—15	,,
29560	three-edged scraper, regularly retouched	72—22—17	,,
29561	flat three edged regular ("knife shaped") blade	52—23—8	,,
29562	flat three edged blade with one finely retouched point	49—24—12	,,
29563	irregular cudgel-shaped blade, more finely retouched	70—34—20, 10	,,

1.

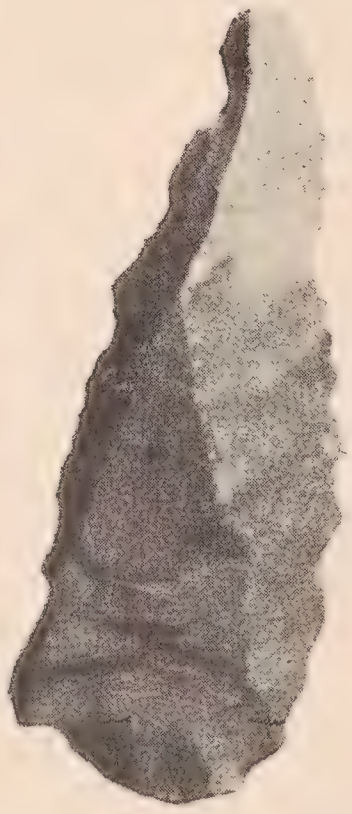
2.

3.

4.

5.

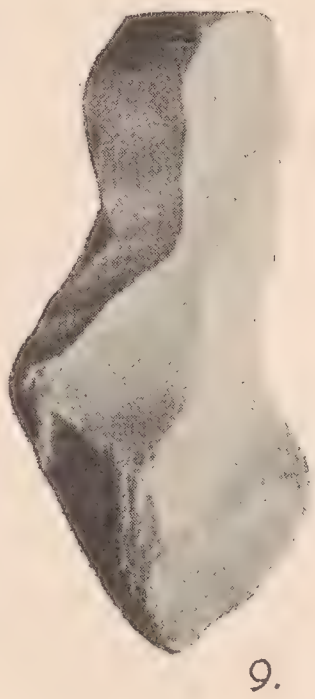
6.



11.

7.

8.



9.

10.

1. Flat three-edged blade, more finely retouched (29558). 2. Three-edged scraper, regularly retouched (29560). 3. Flint-nucleus. 4. Typical flat blade, coarsely retouched (29554). 5. Irregular three-edged splinter (of a pebble) shaped more finely retouched, blunt (29366). 6. Irregular splinter, coarsely retouched on the blade (29696). 7. Coasely retouched blade (29692). 8. Flat, coarsely retouched implement. 9. Irregular cudgel-shaped blade, more finely retouched (29563). 10. Three-edged narrow pointed blade, more finely retouched (29567).

29564 irregular flat leaf-shaped blade, more finely retouched ..... 36—57—14 *mm*
29565 irregular flat blade, more finely retouched .... 64—41—15 ,,
29566 three-edged tall earthen blade, finely retouched. 62—43—43 ,,
29567 three-edged narrow pointed blade, more finely retouched ..... 90—33—14 ,,
29568 flat three-edged blade, coarsely retouched ..... 110—51—25 ,,
29569 flat irregular three-edged blade, coarsely retouched 96—32—15 ,,
29570 flat blade, more finely retouched ..... 116—44—20 ,,
29571 three-edged scraper, coarsely retouched ..... 102—43—27 ,,
29572 flat blade, more finely retouched (two-edged) .. 58—30—8 ,,
29573 flat irregular splinter, coarsely retouched ..... 50—44—15 ,,
29574 irregular blade-shaped splinter, finely retouched 60—26—14 ,,
29575 flat three-edged scraper, more finely retouched.. 65—41—13 ,,
29576 irregular blade-shaped splinter, more finely retouched ..... 61—35—16 ,,
29577 flat blade-shaped splinter, coarsely retouched .. 59—28—14 ,,
29578 irregular blade, three-edged, more finely retouched 57—23—10 ,,
29579 three-edged blade, finely retouched ..... 62—29—14 ,,
29580 three-edged curved blade, more finely retouched ..... 52—29, 19, 11—11 ,,
29581 short three-edged blade, more finely retouched 51—29—12 ,,
29582 flat blade, more finely retouched ..... 57—31—11 ,,
29583 flat irregular splinter, coarsely retouched..... 43—43—12 ,,

4, 5, 6, 7, 8 } small splinter material, irregularly retouched;

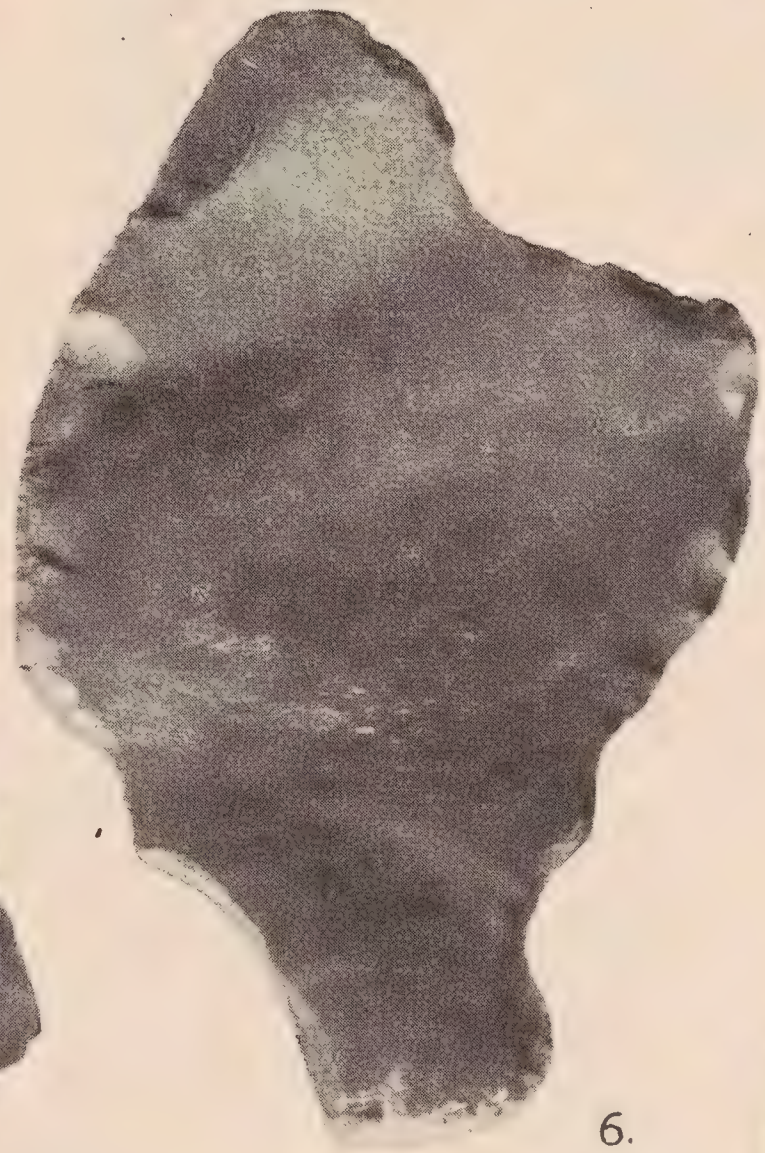
29589 flat blade, irregularly and more finely retouched. 56—37—12 ,,
29590 scraper, coarsely retouched, used ..... 58—45—23 ,,
29591 irregular used splinter ..... 45—31—10 ,,
29592 flat blade, more finely retouched ..... 45—37—20 ,,
29593 nucleus;
29594 flat blade, more finely retouched ..... 56—32—12 ,,
29595 flat irregular blade, coarsely retouched ..... 50—30—12 ,,
29596 flat scraper, coarsely retouched ..... 50—40—12 ,,
29597 irregular retouched splinter ..... 49—35—20 ,,
29598 flat three-edged blade, coarsely retouched ..... 55—27—11 ,,
29599 flat irregular blade, finely retouched ..... 54—32—7 ,,
29600 irregular, irregularly retouched splinter ..... 50—42—8 ,,
29601 irregular, partly retouched flat splinter ..... 47—33—10 ,,
29602 irregular flat splinter, irregularly retouched .... 40—31—10 ,,

1.

2.

3.

4.



6.

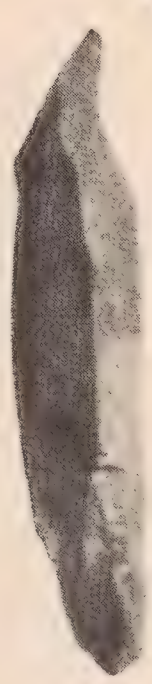
7.

5.

8.

9.

10.



11.

12.

1. Flat irregular more finely retouched splinter. 2. Flat irregular more finely retouched splinter. 3. Flint-nucleus. 4. Irregular mose finely retouched splinter. 5. Irregular, more finely retouched splinter (29638). 6. Irregular, coarsely retouched splinter. (29546). 7. Flat irregular coarsely retouched splinter. 8. Irregular flat finely retouched splinter (29623). 9. Flat sector-shaped, coarsely retouched scraber (29657). 10. Flat irregular splinter, towards the point more finely retouched (29612). 11. Point turned to right. 12. Irregular, more finely retouched flat splinter (29636).

29603	pointed splinter, more finely retouched	43—33—10	*mm*
29604	pebble splinter, finely retouched	49—21—16	,,
29605	flat fragment of a "knife" blade	34—18—10	,,
29606	irregular pebble splinter, finely retouched.....	34—18—10	,,
29607	irregular splinter, irregularly and but little retouched	36—20—13	,,
29608	irregularly finely retouched splinter	47—15—7	,,
29609	flat, coarsely and irregularly retouched splinter	38—30—12	,,
29610	irregular splinter	47—32—13	,,
29611	irregular splinter, irregularly retouched	31—32—11	,,
29612	flat irregular splinter, towards the point more finely retouched	50—35—8	,,
29613	flat irregular splinter, retouched towards the point	39—29—12	,,
29614	coarsely retouched splinter	25—23—10	,,
29615	tall flat coarsely retouched spear, blunt, leaf-shaped	34—25—11	,,
29616	flat splinter with retouched, almost obliterated point	43—27—?	,,
29617	one-sided, finely retouched scraper	50—34—13	,,
29618	three-edged irregular, coarsely retouched splinter	46—34—18	,,
29619	splinter (point) of a finely retouched blade more	32—22-r, 10	,,
29619	splinter (point) of a finely retouched blade more	32—22-r, 10	,,
29620	irregular flat, three-edged, finely retouched splinter	38—26—10	,,
29621	irregular flat, more finely retouched splinter ..	36—30—10	,,
29622	irregular splinter	36—20—13	,,
29623	irregular flat, finely retouched splinter	38—27—7	,,
29624	irregular flat, finely retouched splinter	39—37—11	,,
29625	irregular flat retouched splinter	45—32—8	,,
29626	irregular, coarsely retouched splinter	43—25—13	,,
29628	irregular, coarsely retouched splinter	44—27—14	,,
29629	two-edged, more finely retouched leaf (partly with natural surface)	35—39—12	,,
29630	finely retouched irregular splinter	44—27—15	,,
29631	flat, leaf-shaped, more finely retouched splinter	40—35—5	,,
29632	irregular, coarsely retouched splinter	39—27—15	,,
29633	irregular, coarsely retouched splinter	37—33—20	,,
29634	irregular, but little retouched splinter	37—35—14	,,
29635	irregular, coarsely retouched splinter	37—26—9	,,
29636	irregular, more finely retouched flat splinter ..	35—18—10·3	,,
29637	irregular used splinter	30—27—11	,,
29638	irregular, more finely retouched splinter	34—37—10	,,
29639	irregular flat, more finely retouched splinter ..	31—21—7	,,
29640	irregular flat, more finely retouched splinter ..	34—37—10	,,
29641	irregular, but little retouched splinter	35—28—14	,,

29642	irregular retouched splinter	35—30—13	*mm*
29643	irregular, but little retouched splinter	25—16—4	,,
29644	blade-shaped, three-edged, more finely retouched splinter	40—22—10	,,
29645	irregular splinter	22—18—9	,,
29646	irregular, coarsely retouched splinter	26—17—10	,,
29647	irregular retouched splinter	34—20—13	,,
29648	irregular small, more finely retouched splinter .	23—14—8	,,
29649	irregular flat, coarsely retouched splinter	26—25—7	,,
29650	three-edged, blade-shaped, more finely retouched splinter	30—20—9	,,
29651	irregular finely retouched splinter	34—25—7	,,
29652	prismatic, but little retouched splinter	25—12—10	,,
29653	flat blade, more finely retouched	42—25—10	,,
29654	leaf-shaped flat, more finely retouched splinter..	48—47—13	,,
29655, 9	material	46—26—14	,,
29656	three-edged retouched splinter		
29657	flat sector-shaped, coarsely retouched scraber ..	44—31—11	,,
29658	flat pebble splinter, more finely retouched	41—25—5	,,
29660	flat leaf-shaped splinter, coarsely retouched ...	37—27—7	,,
29661	three-edged, more finely retouched splinter	38—17—7	,,
29662	blade-shaped three-edged point, but little retouched	46—32—11	,,
29663	flat splinter, but little and only partly retouched	47—37—15	,,
29665	irregular splinter, coarsely retouched	40—32—15	,,
29666	flat, finely retouched irregular splinter	47—39—10	,,
29667	irregular, towards the point coarsely retouched splinter	56—39—22	,,
29668	irregular, more finely retouched splinter with one edge	58—21—12	,,
29669	irregular, leaf-shaped, pointed, more finely retouched splinter	36—27—7	,,
29670	finely retouched oval scraper (three-edged)	40—23—11	,,
29672	irregular, coarsely retouched splinter	33—30—11	,,
29673	flat irregular, coarsely retouched blade	56—46, 26—10	,,
29674	flat *edged* coarsely retouched irregular splinter .	35—29—10	,,
29675	flat, blunt-edged, three-edged, coarsely retouched blade.....	44—27—10	,,
29676	irregular, coarsely retouched splinter	32—24—14	,,
29677	irregular three-edged, coarsely retouched splinter	39—20—10	,,
29678	coarsely retouched scraper	40—25—17	,,
29679	sector-shaped splinter, more finely retouched...	47—25—10	,,
29680	irregular, but little retouched splinter	29—16—9	,,
29686	irregular, but little retouched splinter	26—13—10	,,

29687	irregular more finely retouched flat splinter....	19—13—6 *mm*
29688	irregular more finely retouched edged splinter..	22—15—10 ,,
29689	irregular more finely retouched splinter.....	30—20—9 ,,
29690	nucleus	20—17—10 ,,
29691	nucleus	23—16—11 ,,
29692	coarsely retouched blade	54—28—13 ,,
29693	splinter	35—17—10 ,,
29694	flat three-edged, very coarsely retouched blade.	53—29—13 ,,
29695	irregular, but little retouched splinter	42—23—11 ,,
29696	irregular splinter, coarsely retouched on the blade	56—33—15 ,,

From this list of the artefacts found in the terrace it is evident that we have here not only a reminiscence (fictious, as we said before) of the earlier palaeolithic age, but really a much younger civilisation, younger than these palaeolithic periods and even younger than the layer in which it was found; but also that this civilisation probably represents the mixture of two different civilisations, of which the older one has very coarse and heavy implements, the other irregular and smaller ones.

To distinguish these two (?) civilisations, at least one completely separated civilisation would have to be discovered so as to identify its shapes in the mixture of the terrace. Morphologically this distinction is hitherto impossible.

For us it results that there is a difference of time between the pluvial terrace and these artefacts, though these were found in it. But this is only a secondary position acquired long after the sedimentation of the terrace had come to an end when its layers were still uncovered by other layers.

Classification des arythmies au mécanisme cardiaque anormal.

Par

KLEMENT WEBER.

Avec 25 figures et 3 planches.

Présenté le 3 décembre 1926.

Nos expériences cliniques et nos considérations théoriques, ainsi que les données nouvelles concernant la physio-pathologie du rythme cardiaque nous ont amené à une manière de voir personnelle sur la nature de quelques troubles du rythme cardiaque et, en nous basant sur cette façon de voir, nous avons établi notre classification des arythmies cliniques. Ce sont-là les deux sujets de la présente communication.

Efforts tendant à établir une classification des arythmies.

Les auteurs se sont efforcés d'introduire dans l'étude des arythmies un système qui permît d'en réunir les types apparentés en divers catégories. Or, chacun de ces systèmes a besoin d'un certain point de vue, d'un critère, d'après lequel on peut classifier les divers phénomènes et les ranger d'après leur connexité.

La première tentative importante de classification systématique a été celle de Wenckebach, publiée en 1903. Cet auteur avait choisi comme critère les quatre propriétés fondamentales bien connues du muscle cardiaque: formation d'énergie impulsive (des stimuli), conductibilité, excitabilité et contractilité. Il pensait (avec Engelmann) que toutes les arythmies pourraient s'expliquer par un trouble de l'une ou l'autre de ces propriétés fondamentales du coeur. Mais ni lui ni d'autres auteurs n'ont encore réussi à fournir, en partant de ce point de vue, une classification complète des arythmies cliniques. Car il existe beaucoup de formes d'arythmies dont on ne peut affirmer avec certitude qu'elles sont dues à un trouble que subit seulement une de ces propriétés fondamentales du muscle cardiaque. Même, dans bien des cas, on ne voit par clairement quelle est celle de ces propriétés qui doive se trouver atteinte pour qu'il en résulte une

arythmie donnée. Il n'y a que les arythmies rangées par Wenckebach dans le groupe des troubles de la conductibilité qui aient conservé leur importance et place originaires dans chacun des systèmes ultérieurs, exception faite de la plus récente classification de Vaquez et Donzelot.

Aussi Hering divisa-t-il, en 1906, les arythmies de la manière suivante: 1. Pulsus irregularis respiratorius; 2. Arythmies extrasystoliques; 3. Pulsus irregularis perpetuus; 4. Troubles de conductibilité; 5. Pulsus alternans. A cette classification, considérée pendant de longues années comme la plus convenable, on peut reprocher qu'elle n'est pas établie d'après un critère unique: d'une part, on y voit le groupe 2 fondé sur la genèse et, d'autre part, tous les autres groupes ont été formés d'après des caractères extérieurs. Et cependant on ne peut nier qu'une classification scientifique idéale ne soit celle qui serait faite d'après un critère unique, et le mieux, comme le demandait Wenckebach, d'après le critère physiologique le plus convenable. C'est pour répondre à ce desideratum évident qu'a été établie la classification ultérieure, donnée par Hering dans sa Physiologie pathologique de 1921 et celle de Rothberger (en 1922). Les arythmies y sont divisées d'après les anomalies de la formation des stimuli, de la conductibilité, de la contractibilité (et de l'excitabilité, classification de Rothberger). Mais là où l'interprétation de la dépendance génétique de quelques formes d'arythmies était douteuse, surtout dans le groupe des troubles dans la formation des stimuli, l'on n'a pas à proprement parler pris pour critérium uniquement la particularité causale (le processus de production des stimuli), mais bien plutôt la localisation, le point de départ des stimuli systoliques atypiques.

A l'encontre de la classification originaire de Wenckebach, on trouve déjà dans celle de Hering (de Rothberger) également et les extrasystoles, et les tachycardies paroxystiques et l'arythmie perpétuelle (flutter et fibrillation des oreillettes), comprises dans le système. La différence principale présentée par la classification de Hering et de Rothberger par rapport à celle de Wenckebach se recontre dans la catégorie des troubles dans la formation des stimuli. Les embarras relatifs à la question de savoir où il fallait ranger les extrasystoles, les arythmies complètes, les tachycardies paroxystiques (ou bien celle de savoir de quelle propriété fondamentale du coeur dépendaient ces troubles), cessèrent dès que le fait que l'impulsion était hétérotope suffit aux auteurs pour ranger les arythmies qu'elle causait parmi les troubles de la formation des excitations motrices.

Toutefois cette façon de voir n'est déjà plus complètement exacte aujourd'hui, si nous voulons classer les arythmies d'après les fonctions fondamentales. Car il n'est pas du tout sûr que toutes les extrasystoles soient provoquées par de „nouveaux stimuli" dans le sens qu'indique leur placement dans la catégorie des troubles de la formation des impulsions. Et il est certain que la fibrillation des oreillettes et des ventricules (et peut-être même aussi la plupart des tachycardies paroxystiques) n'appar-

tiennent pas du tout à la catégorie des troubles de la formation de l'excitation motrice, mais que c'est un phénomène tout à fait sui generis (d'après les expériences confirmées et approfondies dans les dernières années).

Il est donc plus exact, à notre avis, de ne pas prendre la propriété du muscle cardiaque comme critère pour décider si telle ou telle forme arythmique appartient à une catégorie déterminée d'arythmies.

Cependant, nous ne pouvons pas désirer que tout le système des arythmies si laborieusement construit retombe de nouveau en fragments sans connexion. Si nous passons en revue tous les matériaux comprenant les formes les plus diverses d'arythmies, nous remarquons que nous pouvons les diviser, comme l'a fait Wenckebach dans son livre, en 1914, en deux groupes:

I. *arythmies sans troubles du mécanisme cardiaque,* et

II. *arythmies dues à d'un trouble du mécanisme cardiaque.*

Le *premier* groupe est peu étendu; il concerne seulement les variations de fréquence des contractions cardiaques à genèse sinusale et dont la coordination est normale. Ce sont les arythmies dites sinusales.

Le *second* groupe est beaucoup plus vaste et plus complexe; il comprend toutes les autres formes d'arythmie.

Telle est la classification dont nous croyons le *principe* le plus juste. — On ne prend ici en considération que ce qui est déjà constaté et ce que l'on peut constater à n'importe quel moment, c'est-à-dire le mécanisme des contractions cardiaques, et l' on ne classifie pas les arythmies d'après leur dépendance, plus ou moins imaginaire, d'un trouble dont est atteint telle ou telle propriété fondamentale du muscle cardiaque.

C'est ce principe, dans lequel la particularité caractéristique du mécanisme cardiaque sert de critérium, que nous retenons nous aussi, en ce qui touche la division des arythmies entre les deux groupes principaux mentionnés. Mais nous tentons de classifier de la même façon également le second groupe complexe, en prenant comme critère des ces arythmies les *élèments* arythmiques les plus simples, possédant chacun un trait caractéristique déterminé de son mécanisme cardiaque.

Donc, dans chaque arythmie du second groupe, le trouble du rythme normal est causé par l'un (ou par plusieurs) des quatre *éléments* suivants:

a) bloc,
b) contraction extrasystolique hétérotope,
c) contraction automatique hétérotope,
d) contraction circulaire.

Ce sont-là les *quatre éléments arythmiques fondamentaux,* qui peuvent troubler le cours normal du fonctionnement rythmique du coeur, ce sont les *pierres de construction* du dit second grand groupe d'arythmies, c'est-à-dire des arythmies dues à un trouble du mécanisme cardiaque. Je les appelle

„éléments arythmiques" parce que — résultant des modifications subies ordinairement par plusieurs des propriétés fondamentales du coeur —ils constituent la dernière et seule cause apparente de certains troubles du rythme cardiaque. (Voir planche I.)

Les rapports qu'ils ont avec les propriétés fondamentales du muscle cardiaque ne sont pas simples, ni même tout à fait clairs.

Et puisque la place des quatre éléments mentionnés (extrasystole, bloc, contractions automatiques hétérotopes et ondes circulaires), en tant que causes des arythmies du second groupe, est parfaitement sûre, il vaut mieux classifier ces arythmies d'après les éléments arythmiques en question, qui constituent un fait, plutôt que d'après les propriétés fondamentales du coeur, dont le rapport causal qui les lierait aux diverses arythmies se réduit en grande partie à une supposition théorique.

Les explications ultérieures éclairciront les raisons qui motivent ce point de vue.

Tableau synoptique des arythmies.

A. Arythmies sans trouble du mécanisme cardiaque (arythmies sinusales).

1. *Arythmies respiratoires.*
2. *Autres arythmies sinusales:* neurogènes (vaguales) et myogènes.
3. *Annexe:* tachychardies et bradycardies sinusales.

B. Arythmies dues à un trouble du mécanisme cardiaque (de la coordination cardiaque).

Elles sont causées par les éléments suivants:

1. par la contraction extrasystolique hétérotope (extrasystoles),
2. par la contraction automatique hétérotope,
3. par le bloc,
4. par la contraction circulaire.

I. Arythmies causées par des extrasystoles.

a) par des extrasystoles sinusales,
b) „ „ „ auriculaires,
c) „ „ „ atrio-ventriculaires.
d) „ „ „ ventriculaires.

et cela:

1. *par des extrasystoles sporadiques;*

allorythmies extrasystoliques.

2. *par des extrasystoles périodiques:* bigéminisme extrasystolique, trigéminisme du type $2n + 1E$, polygéminisme du type $Xn + + 1E$;

3. *par des extrasystoles couplées et sommées:* bigéminisme dit permanent, trigéminisme du type $1n + 2E$, polygéminisme du type $1n + + xE$.

4. [*tachycardie extrasystolique paroxystique (tachysystolie)*].

II. Arythmies causées par des contractions automatiques hétérotopes:

1. *par extériorisation sporadique de l'automatisme hétérotope (septal)* (escaped beats):

a) dans le bloc sino-auriculaire ou atrio-ventriculaire partial,

b) après les pauses postextrasystoliques,

c) dans le simple ralentissement du rythme sinusal;

2. *par extériorisation rythmique d'un centre d'automatisme hétérotope:*

a) automatisme atrio-ventriculaire (true nodal rhythm),

[*b*) rythme idioventriculaire (dans la dissociation auriculo-ventriculaire totale)],

c) interférence de deux (ou de plurieurs) rythmes:

α) parasystolie (Kaufmann et Rothberger): interférence du rythme sinusal + du rythme du centre automatique ventriculaire,

β) dissociation interférentielle (Mobitz):

1. septale: interférence du rythme sinusal (auriculaire) + du rythme du noeud de Tawara (dans un blocage rétrograde entre le noeud de Tawara et les oreillettes),

2. sino-auriculaire: interférence du rythme sinusal + du rythme du centre auriculaire;

3. interférence de deux rythmes sinusaux.

III. Arythmies causées par le bloc:

1. *par le blocage sino-auriculaire*;

2. *par le blocage auriculo-ventriculaire:*

[*a*) 1e *degré:* simple prolongation de l'intervalle $A\,s - V\,s$, qui n'est pas par elle-même une arythmie],

b) IIe *degré:* suppression des systoles ventriculaires (intermission) alorsque les oreillettes fonctionnent rythmiquement:

α) intermissions sporadiques,

β) intermissions périodiques (périodes de Wenckebach),

γ) bradycardie rythmique provenant du bloc, 2:1, 4:1 et similaires ;
c) IIIe *degré:* dissociation auriculo-ventriculaire totale ;
[3. *par le bloc des branches de Tawara:* il n'entraîne pas par lui-même l'apparition d'arythmies cardiaques.]

IV. Arythmies causées par la contraction circulaire:

1. *par contraction circulaire dans les oreillettes*:
a) auricular flutter,
b) arhytmia perpetua,
c) fibrillation auriculaire paroxystique ;
2. *par contraction circulaire dans les ventricules:*
a) fibrillation ventriculaire („Sekundenherztod" Hering),
[*b*) tachysystolie paroxystique des ventricules.
c) extrasystoles ventriculaires couplées.]

V. Tachycardies paroxystiques.

(c'est une entité clinique, mais point physiopathologique):
a) *tachycardie paroxystique dont l'élement arythmogène est l'extrasystole:*
α) auriculaire,
β) atrio-ventriculaire,
γ) ventriculaire(?) ;
b) *tachycardie paroxystique dont l'élément arythmogène est la contraction circulaire:*
α) auricular flutter paroxystique (tachysystolie auriculaire),
β) arythmie paroxystique complète,
γ) tachycardie ventriculaire paroxystique(?)

*

Les considérations qui suivent se rapportent aux arythmies du second grand groupe, aux arythmies dues à un trouble du mécanisme cardiaque.

La question du bloc.

La théorie d'après laquelle les troubles de la conductibilité seraient la cause des arythmies appelées blocs, a été généralement considérée jusqu'à présent comme le chapitre le mieux établi de la pathologie du rythme cardiaque. Introduit dans la pathologie humaine par les recherches de His, de Wenckebach, de Chauveau et de Mackenzie, le bloc a conservé sa position pathogénique et nosologique dans tous les systèmes d'arythmies ultérieurs. Cependant dans lesddeux e rnières années, l'école de Vaquez a tenté de montrer que le bloc, en tant que cause d'arythmie dans le sens accepté jusqu'à présent, n'existait pas. La conception très intéressante de Vaquez et de Donzelot, en s'appuyant, à côté de considérations théoriques,

sur les constatations de Géraudel, s'efforce de nous persuader que le bloc atrio-ventriculaire n'est pas autre chose qu'une arythmie causée par une diminution de *l'automatisme* septal, et non point par une diminution de la conductibilité du faisceau atrio-ventriculaire ; le bloc sino-auriculaire proviendrait d'une diminution de l'automatisme sinusal (et septal).

Nous pensons que la conception de Vaquez-Donzelot, en dépit de son ingéniosité, doit soulever une très vive discussion, non pas tant à cause du conservatisme des milieux intéressés, mais parce que les preuves apportées par les deux auteurs ne sont pas hors de la portée d'objections matérielles. Il nous semble que le bloc, en tant que facteur arythmogénique, ne peut être ignoré et cela vaut la peine de consacrer à cette question de brèves considérations.

*

En pathologie cardiaque, nous entendons par bloc (blocage), dans le sens le plus large du mot, un état dans lequel l'excitation systolique, par suite de conditions anormales, ne peut parvenir dans une région déterminée du myocarde ou dans quelqu'un des étages du coeur.

En d'autres termes, lorque nous disons que „l'onde systolique d'excitation est bloquée," nous entendons par là que cette onde se détourne des parties qu'elle ne peut activer, pourvu qu'elle ait à sa disposition une autre région praticable (excitable), oubien qu'elle s'arrête, si elle n'a pas d'autre voie pour son passage.

Quelques mots encore sur la nature probable de cette gêne de la propagation de l'onde d'excitation motrice dans le myocarde et le tissu spécifique!

L'excitabilité de la cellule myocardique — spécifique et contractile — peut être définie comme l'aptitude à passer de l'état de repos à l 'état d'excitation systolique, soit sous une impulsion venue du dehors, soit sous un stimulus constitué par l'état d'excitation de la cellule voisine.

D'autre part, la conductibilité de la cellule myocardique est sa capacité de communiquer son propre état d'excitation à la cellule voisine. Naturellement, la première cellule doit préalablement se mettre en état d'excitation pour le produire par induction dans la cellule voisine et cela n'est possible que si elle est, elle même, excitable. De même, la deuxième et chaque cellule en succession ne peut „transmettre" l'excitation systolique qu'à condition d'être excitable. La conductibilité n'est donc pas autre chose que l'une des manifestations de l'excitabilité, à savoir celle qui fait que même les parties du coeur éloignées de la source du stimulus systolique sont incitées à la systole. La conduction du stimulus n'est donc possible que par l'intermédiaire d'un tissu excitable.

Mais il y a encore d'autres différences dans la façon dont se manifestent la conductibilité et l'excitabilité. Nous mesurons la conductibilité par la rapidité avec laquelle le stimulus systolique se propage par une

voie déterminée ; nous mesurons l'excitabilité par l'intensité du stimulus le plus faible capable de provoquer la réaction, c'est-à-dire par le stimulus minimum. Les modifications de la conductibilité se manifestent par conséquent par un ralentissement ou une accélération de la conduction du stimulus systolique, les modifications de l'excitabilité par un relèvement ou un abaissement du seuil d'excitabilité. Cette différence entre l'excitabilité et la conductibilité n'est, à notre avis, qu'une forme différente de la manifestation des mêmes modifications dans l'état de la cellule. La diminution d'excitabilité consiste sans doute en une instabilité amoindrie de l'équilibre dans l'état chimique et physico-chimique de la cellule. Dans ces circonstances, l'état de repos de la cellule se transforme *plus lentement* en état d'excitation, ou bien il est besoin d'un stimulus *plus fort* pourque ce changement puisse du tout se produire. Dans le premier cas, la diminution d'excitabilité se manifeste par un ralentissement dans la propagation du stimulus, car le changement d'état de la première cellule s'opère plus lentement et n'atteint que plus tard le degré où elle est à même de produire par induction le même changement dans la deuxième cellule. C'est avec la même lenteur que l'état de repos se transforme en état d'excitation dans cette deuxième cellule et dans chacune des autres cellules successives. En d'autres termes: en même temps que l'excitabilité diminue, la conductibilité devient plus mauvaise.

La conduction n'est donc possible qu'au moyen d'un tissu excitable. Nous pensons même que ces deux fonctions, la conductibilité et l'excitabilité, sont modifiées dans la même mesure par les mêmes influences, que le facteur qui diminue l'excitabilité ralentit aussi la conduction et vice versa. On trouve cependant dans les auteurs de nombreuses observations dont on a pu conclure que le même facteur (par ex. les substances du groupe digitalique) ralentit la conductibilité et, en même temps, augmente l'excitabilité. (Expériences de Rothberger et de Winterberg sur l'influence du baryum, du calcium, de la strophantine sur l'activité des ventricules du coeur des mammifères). Mais il importerait de se poser la question de savoir si cette interprétation des dites observations était justifiée. D'autant plus qu'à l'aide des mêmes substances (la digitale), de Boer a pu provoquer, par exemple, un bloc alternant de la partie apicale du ventricule de la grenouille — bloc causé par un prolongement de la phase réfractaire de la pointe du ventricule ou, en d'autres termes, un bloc causé par une diminution alternante de l'excitabilité de cette partie du myocarde.

C'est assez souvent que nous recontrons dans les auteurs l'idée que la conductibilité n'est autre chose qu'une des manifestations de l'excitabilité. Rothberger, par exemple, dit que la diminution de l'excitabilité sous l'influence du pneumogastrique se manifeste de façon chronotrope, si elle concerne le sinus, mais, si elle concerne le noeud de Tawara, elle se manifeste par un trouble de la conductibilité. Dans les derniers temps, Schellong, par des expériences sur un faisceau de myocarde isolé, a dé-

montré que la vitesse avec laquelle se propage l'excitation était déterminée par l'excitabilité.

Quant à l'importance du bloc pour la classification des arythmies, le problème du blocage présente encore plusieures faces que l'on doit prendre en considération.

Les blocs peuvent être distingués: 1⁰ d'après leur siège, 2⁰ d'après la cause de la gêne dans la propagation de l'onde systolique, 3⁰ d'après le degré de ce trouble.

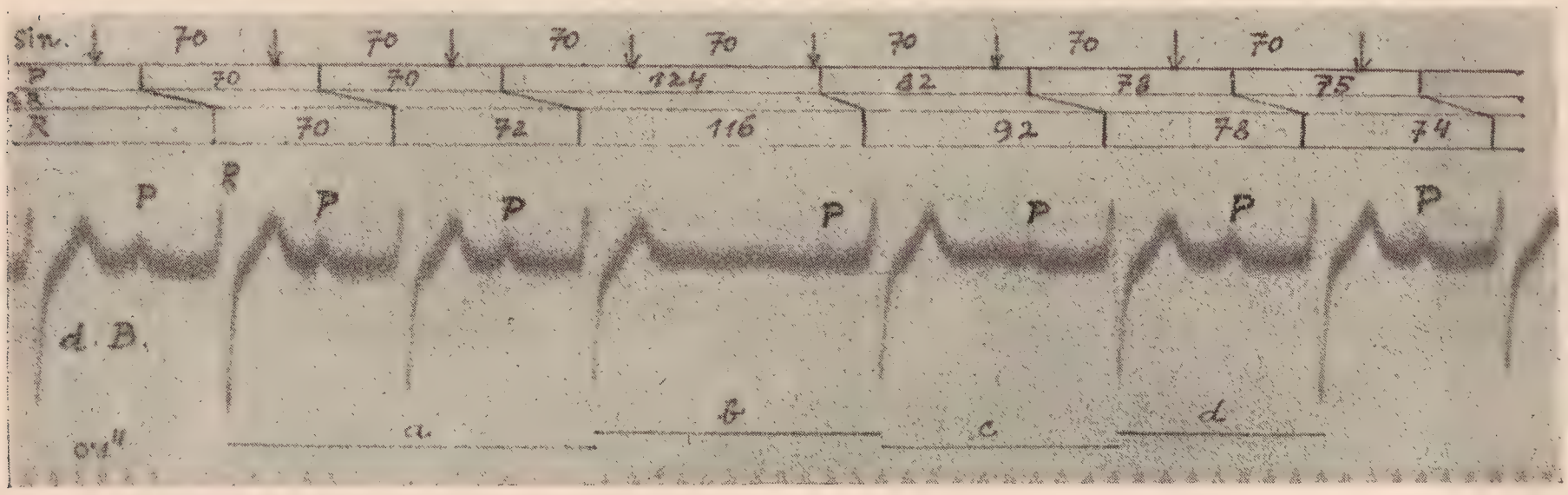


Fig. 1. Bloc sino-auriculaire.

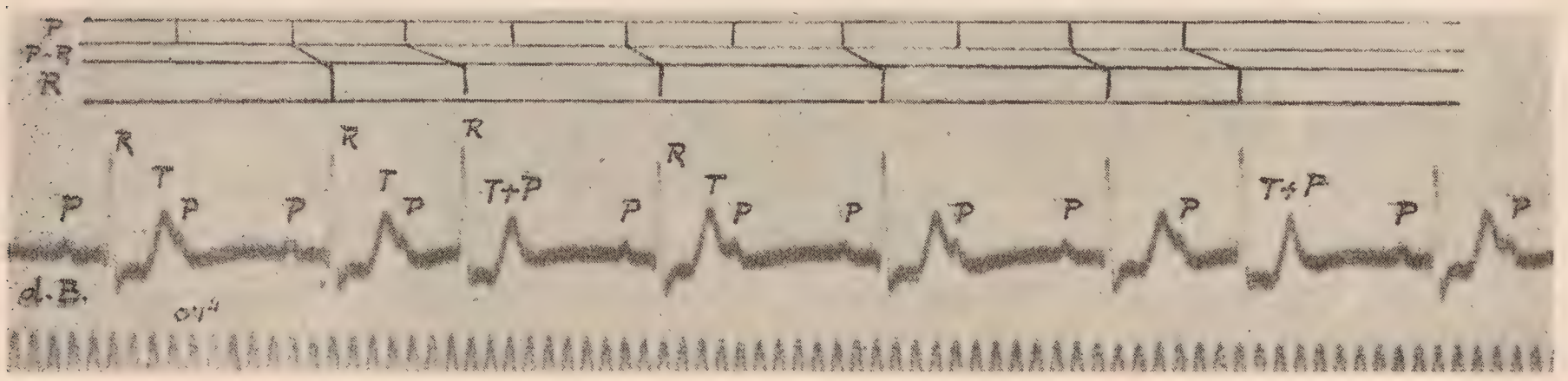


Fig. 2. Bloc auriculo-ventriculaire incomplet.

1⁰ D'après la définition du bloc que nous avons esquissé, il appert qu'il est nécessaire de distinguer — **d'après son siège** — les principales *espèces de bloc* suivantes:

a) *Bloc intramusculaire* (intramural). Dans sa marche à travers le myocarde de quelque partie du coeur (oreillettes ou ventricules), l'onde d'excitation passe à côté de quelque région (plus ou moins étendue) du myocarde, sans l'exciter. Ordinairement ce bloc est seulement fonctionnel, c'est-à-dire que l'onde évite cette région parce que sa période réfractaire n'est pas encore terminée.

b) *Bloc d'un étage du coeur.* Il se produit lorsque l'onde d'incitation ne peut passer d'un étage du coeur à l'autre. (Ici nous considérons — par une analogie justifiée avec le sinus veineux des vertébrés inférieurs — le noeud sinusal comme un étage fonctionnel.)

On parle donc de bloc sino-auriculaire, si le stimulus issu du sinus ne pénètre pas, pour quelque raison, dans l'oreillette (dans ce cas, les

ventricules, eux aussi, restent privés d'impulsion sinusale, car ils ne peuvent la recevoir que par l'intermédiaire des oreillettes, voir fig. 1.) — et de bloc atrio-ventriculaire, si l'impulsion systolique ne passe pas de l'oreillette dans le myocarde du ventricule (voir fig. 2.).

c) Une place intermédiaire (en ce qui concerne la forme et l'importance relative à la coordination cardiaque) est occupée par le *bloc des branches ventriculaires du système de conduction*, dans lequel l'incitation systolique ne passe pas par l'une des branches de Tawara ou par plusieurs branches de l'arborisation de ce système. Le segment en question de la musculature ventriculaire (muni de ramifications qui ne sont plus conductrices) n'est excité que par la propagation du stimulus systolique venant des segments voisins. Dans ce cas, bienque l'incitation systolique évite pour un temps dans sa marche une certaine région du myocarde d'une division plus grande du coeur, nous ne parlons pas ici de bloc intramusculaire. La raison en est que l'excitation systolique du segment en question a été rendue impossible seulement par une lésion de la voie menant à ce segment, et non point par son état réfractaire.

2⁰. Au point de vue de la **genèse du bloc,** il est nécessaire, comme on le sait, de distinguer le *bloc organique,* occasionné par une lésion anatomique des voies qui servent au stimulus systolique, et le *bloc fonctionnel,* où la marche de l'excitation systolique est entravée ou arrêtée par une altération de la conductibilité, respectivement de l'excitabilité, des voies en question par des influenc s nerveuses ou toxiques etc. On sait également que tant le bloc intramusculaire que le bloc de la jonction de deux étages du coeur oubien encore le blocage du faisceau de Tawara, peut être causé par une lésion organique et même par une lésion fonctionnelle et que, assez souvent, les deux facteurs (organique et fonctinnel) s'additionnent pour produire le blocage.

Un autre problème qui ce rattache à la génèse du bloc, c'est la question de savoir si certains blocages sont causés par un ralentissement de la propagation de l'onde d'excitation (= par un trouble de la conductibilité) ou par un *retard de la réaction* de l'étage correspondant du coeur à l'onde d'excitation systolique, affaiblie par le passage ou faible déjà a priori. Ce dilemme dans la question des blocages des étages du coeur n'est pas encore résolu. Nous ne nous en occuperons pas dans la présente communication, car cette face du problème du bloc n'a pas d'importance pour la question de l'existence du bloc comme cause d'un trouble du mécanisme cardiaque.

L'importance du bloc relativement à la naissance des arythmies.

Ce qu'il y a de décisif à cet égard, c'est s'il s'agit d'un bloc intramusculaire, ou d'un bloc de l'une des branches du faisceau de His, ou, enfin, d'un bloc de tout un étage du coeur. Un blocage ne peut être élément

arythmogénique, dans le sens étroit du mot, qu'à la condition qu'il constitue la seule cause (la première et la dernière) du trouble du rythme normal ou de la coordination de la systole cardiaque. Cela n'existe donc que si le passage de l'incitation systolique d'un étage du coeur à l'autre est entravé ou est rendu impossible. Peuvent par conséquent devenir éléments d'arythmie le bloc sino-auriculaire ou le bloc atrio-ventriculaire (qu'ils soient organiques ou fonctionnels).

Au contraire, le bloc intramusculaire et le bloc d'une branche du système ventriculaire de conduction ne peuvent constituer tout au plus que l'un des coefficients qui préparent à la disposition nécessaire à l'apparition des arythmies (v. pathogénie de l'extrasystole et de la contraction circulaire, ainsique les parasystolies et les dissociations interférées).

Nous voulons maintenant dire quelques mots sur les relations entre la conception de Vaquez et Donzelot sur le double automatisme cardiaque et la conception courante sur la genèse des arythmies causées par le bloc. Dans le sens de l'hypothèse du dualisme, les deux auteurs nommés affirment que les arythmies expliquées jusqu'à présent comme blocs causés par un trouble de la conductibilité, sont dues au fait que l'automatisme du noeud de Tawara (blocs auriculo — ventriculaires actuels) ou l'automatisme du sinus et du noeud de Tawara (blocs sino-auriculaires) se trouve pathologiquement diminué. Suivant le degré de ces troubles dans le noeud de Tawara, ce centre moteur des ventricules ne répond pas au „coup de pompe auriculaire", soit seulement sporadiquement, ou périodiquement ou encore de façon permanente. Une diminution de ce genre, de l'automatisme septal, serait occasionnée par une influence soit nerveuse, soit toxique, ou bien par des causes purement anatomiques (sclérose des éléments spécifiques septaux, endartérites des artères coronaires irriguant ces éléments). V. et D., et encore plus Géraudel, considèrent l'insuffisance de l'irrigation sanguine comme la cause la plus importante de cette diminution de l'automatisme septal, qui se manifeste par des arythmies appelées jusqu'à présent blocs auriculo-ventriculaires. Ces auteurs voient le principal appui de leur façon de voir dans les observations où, dans des cas de dissociation auriculo-ventriculaire totale, ils ont trouvée intacte la communication auriculo-ventriculaire, mais des modifications scléreuses dans les artères desservant cette jonction. Cependant, nous ne pensons pas que cette observation constitue une preuve contre la conception courante sur la coordination de la systole cardiaque et contre le bloc auriculo-ventriculaire dû à un trouble de la conductibilité de la jonction a.-v. Le trouble de la fonction de l'appareil septal provenant de l'ischémie peut aussi bien concerner l'automatisme septal que l'excitabilité, respectivement la conductibilité de cet appareil. Pour les deux fonctions, il manque ici les modifications anatomiques dans les éléments spécifiques.

L'importance du „coup de pompe auriculaire" en tant que seconde condition pour la coordination systolique normale, est encore plus contes-

table. De nombreuses preuves en sont données par les expériences faites sur des coeurs isolés battant de façon complètement coordonnée, bien qu'ils soient vides (coeurs de grenouille) ou bien qu'ils ne soient irrigués que par la circulation coronaire (coeurs de mammifères).

Nous n'en chercherons pas d'autres objections ; celles-ci suffisent pour nous faire persister dans la conception jusqu'à présent classique d'après laquelle le bloc des étages est la cause de troubles dans la coordination de la contraction cardiaque et constitue donc un élément arythmogénique.

Le problème des extrasystoles.

Le problème de la genèse des extrasystoles.

L'état actuel de cette question est encore bien loin de permettre de fournir une idée claire *du mécanisme de l'apparition des extrasystoles.* Il nous semble utile, avant d'entrer dans nos considérations sur la genèse des extrasystoles, d'en donner *la définition* précise et classique: Les extrasystoles sont des contractions extraordinaires du coeur qui apparaissent très précocement (au début même de la pause diastolique) et qui n'appartiennent, ni par le point de leur départ ni par leur mécanisme, aux systoles du rythme fondamental, dont elles troublent la régularité.

Tels sont les caractères des extrasystoles, et nous nous permettons de les souligner ici, quoique bien connus, parce que, à notre avis, nous n'arriverons à en avoir une compréhension exacte qu'à condition de ne jamais perdre de vue ces caractères. Ce n'est que si nous parlons d'extracontractions possédant *ces* particularités que nous serons sûrs de parler des extrasystoles.

Des expériences et des recherches cliniques inombrables, se basant, d'une part, sur l'influence que les extrasystoles exercent sur le rythme fondamental, et, d'autre part, sur leurs tracés graphiques (électrogrammes et phlébogrammes), ont suffisamment éclairé *le mécanisme* des extrasystoles et leur point de départ. Grâce à ces recherches, on a réussi à distinguer même en pathologie humaine des extrasystoles auriculaires, atrioventriculaires et ventriculaires, d'en établir les signes extérieurs qui parmettent d'en poser le diagnostic comme contractions *ectopiques en général.*

Mais quant à leur diagnostic comme contractions ectopiques *extrasystoliques*, c'est leur précocité, qui est d'une importance capitale, comme l'a souligné déjà Lewis. On ne peut considérer comme extrasystoles que les contractions ectopiques qui apparaissent au début même de la pause diastolique (voir fig. 3).

Nous croyons bon de mettre bien en relief ce caractère, car l'appellation d'extrasystole a été étendue, au cours de ces dernières années, encore à des contractions ectopiques qui, de même que les extrasystoles, ont bien un autre point de départ et un autre mécanisme que les systoles du

rythme fondamental, qu'elles viennent troubler, mais qui ont tendance à apparaître même vers la fin des pauses diastoliques; on va même jusqu'à mettre en étroite relation les extrasystoles vraies avec les escaped beats. (Pour notre façon de voir sur la parasystolie et sur le rapport existant entre les extrasystoles et la parasystolie, voir p. 28—30.) Par là on étend, aux dépens de la clarté et de la précision, les limites des extrasystoles et l'on entrave ainsi les recherches du mécanisme de leur genèse.

Nous considérons donc le fait que les extrasystoles se rencontrent immédiatement après les systoles précédentes du rythme cardinal comme un de leurs caractères les plus importants, non seulement au point de leur diagnostic comme extrasystoles vraies, mais encore quant il s'agit de l'essai d'expliquer le mécanisme intime de leur apparition. La circonstance

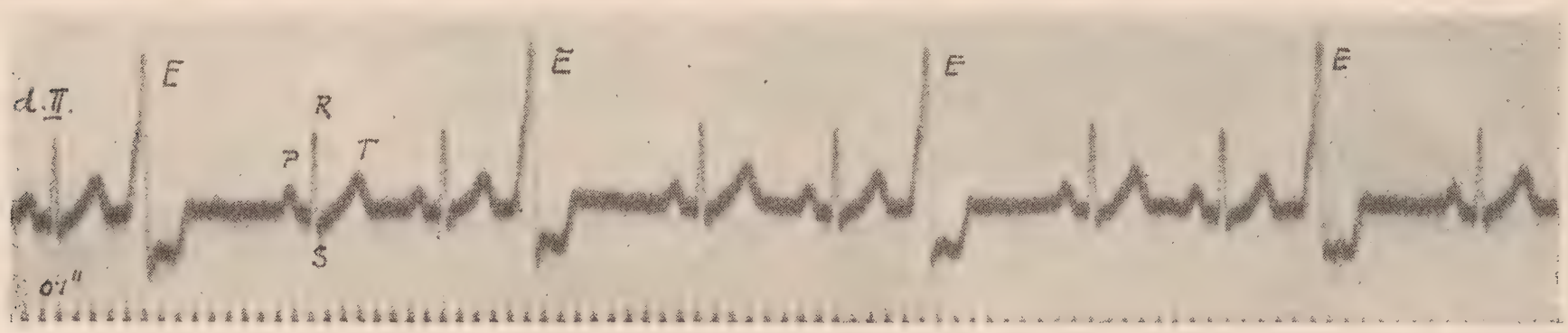


Fig. 3. Extrasystolie ventriculaire. Electrocardiogramme.

que les contractions ectopiques présentant ces particularités (extrasystoles) apparaissent chez un sujet seulement sporadiquement, chez un autre toujours après un nombre déterminé de systoles du rythme principal, d'autres fois de façon que chacune des systoles principale traîne après elle, comme une ombre, une extrasystole, ou, enfin que l'on recontre de vraies salves d'extrasystoles, tout cela, quelque caractéristique que ce soit justement pour les extrasystoles, passe au second plan quand il s'agit de considérer la genèse des extrasystoles.

Passons rapidement en revue les théories les plus remarquables sur la genèse des extrasystoles et examinons comment on explique leur précocité. Sur le sujet on peut distinguer en somme deux groupes de théories: celles du *premier* groupe partent de l'hypothèse que les extrasystoles constitueraient des réactions déclanchées par un stimulus issu de quelque „point" de la masse cardiaque. Ce stimulus serait, à en croire Hering, Ganter et Zahn, Rothberger, Vaquez, Donzelot etc., de même caractère que le stimulus physiologique et le point de départ en serait le issu-spécifique; suivant d'autres (Lewis) le stimulus produisant les exttra systoles, serait d'une autre nature que le stimulus physiologique et il n'aurait par nécessairement pour source le tissu spécifique.

Le *second* groupe regarde au moins une certaine espèce d'extrasystoles comme une sorte de manifestation de la continuation de l'activité systolique dans une cavité déterminée du coeur; l'onde de contraction

de la systole principale parcourrait encore une fois — les conditions convenables étant données par l'état du myocarde — les oreillettes ou les ventricules à la façon de l' „onde circulaire". C'est ainsi que Garrey et de Boer expliquent les extrasystoles qui se joignent, *directement* ou après une brève pause, aux systoles principales précédentes de la même cavité du coeur.

Voyons maintenant comment les auteurs des deux groupes s'efforcent d'expliquer la circonstance importante que les extrasystoles apparaissent au début même de la pause diastolique. Les auteurs comme Garrey et de Boer, auxquels s'est joint récemment Gallavardin, qui croient que l'extrasystole se produit parce que l'incitation systolique parcourt encore une fois dans la même direction la division du coeur, trouvent expliqué

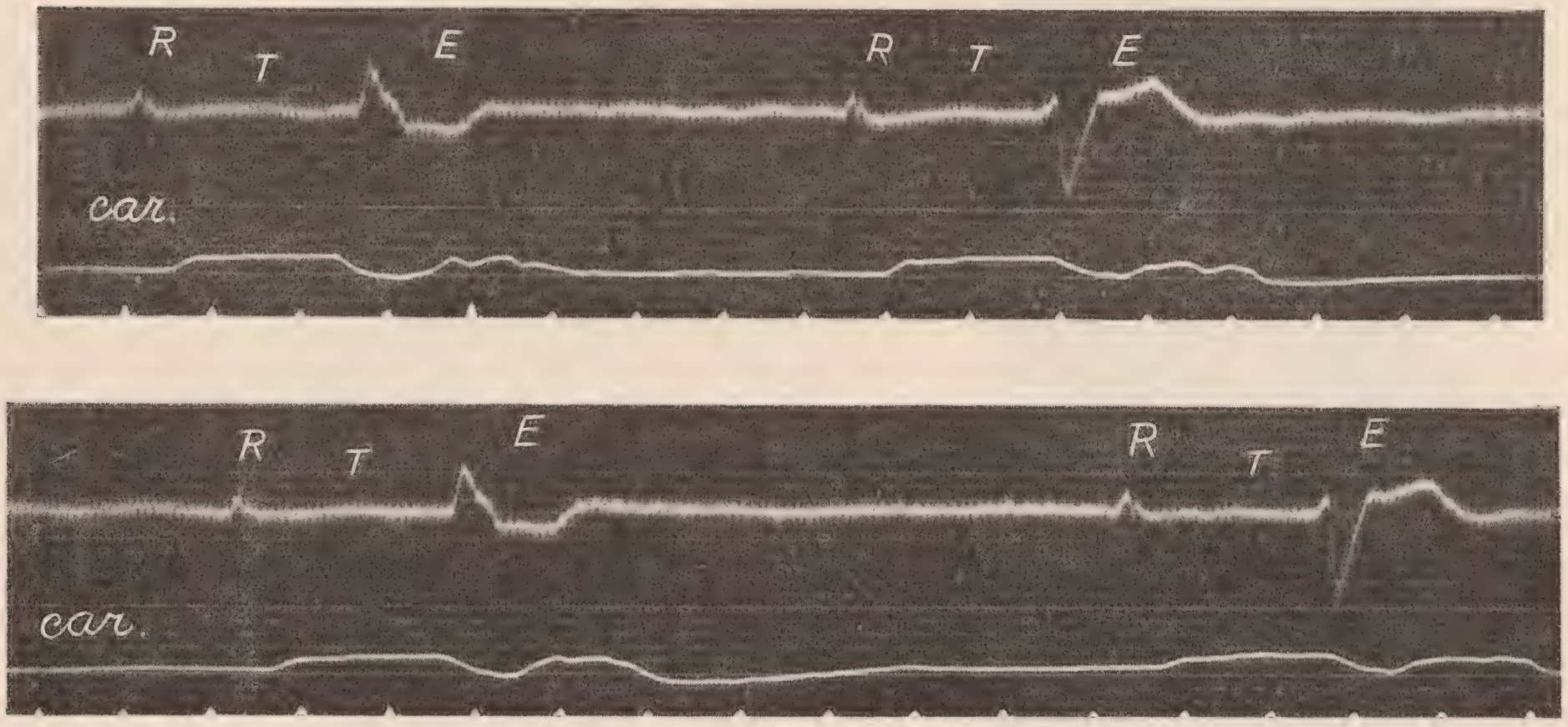


Fig. 4. Rythme couplé dû aux extrasystoles ventriculaires. Alternance dans les types des extrasystoles. (La figure inférieure est la continuation immédiate de la figure supérieure.)

par là-même la précocité des extrasystoles, ainsi que la constance de l'intervalle préextrasystolique, si caractéristique, par exemple, pour *le bigéminisme ventriculaire*. (Voir fig. 4.)

Contrairement à cela, ceux qui regardent les extrasystoles comme des réactions du coeur à un stimulus provenant d'un point déterminé du tissu cardiaque (que ce soit le tissu spécifique, les ganglions ou le myocarde) se heurtent à de grandes difficultés pour expliquer la précocité des extrasystoles. Et, pour cette question, il n'y a pas ici en somme de différence s'ils considèrent le stimulus déclanchant l'extrasystole comme une énergie de même caractère et origine que les stimulus de la systole normale, oubien comme une énergie qualitativement différente (Lewis). La question est de savoir pourquoi ce stimulus se produit si précocement et, en seconde ligne, pourquoi un stimulus si précoce est à même de provoquer une extracontraction. Si nous tournons d'abord notre attention vers cette seconde

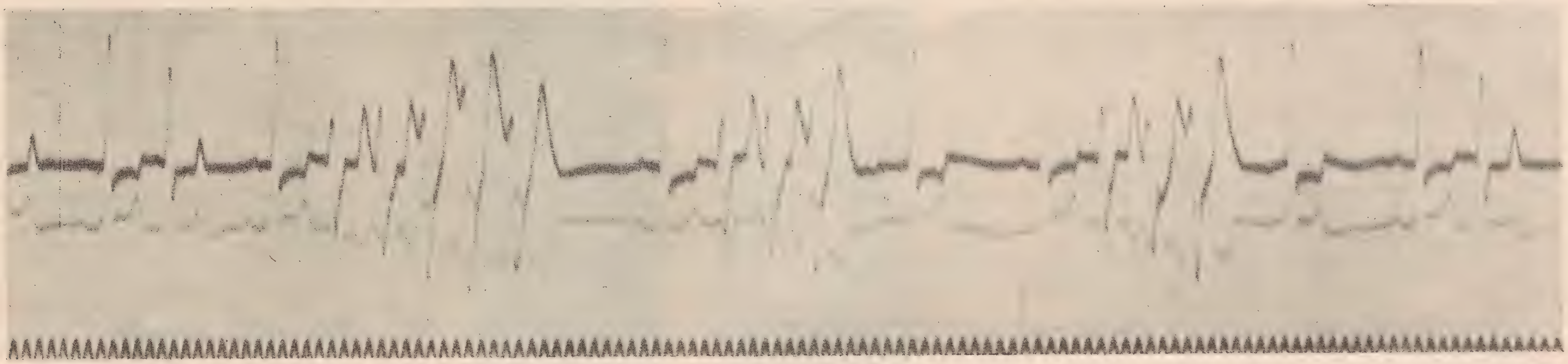


Fig. 5. Arythmie extrasystolique. Extrasystoles ventriculaires couplées et sommées. En haut, électrocard. dérivation *A*, en bas dérivation *B*. Les complexes atypiques des extrasystoles sommées présentent, dans les deux dérivations, une aberration tellement singulière que l'on a le droit d'y voir un court „flutter" ventriculaire d'origine circulaire. Dans cette observation il l'agissait d'un sujet atteint d'une endocardite maligne.

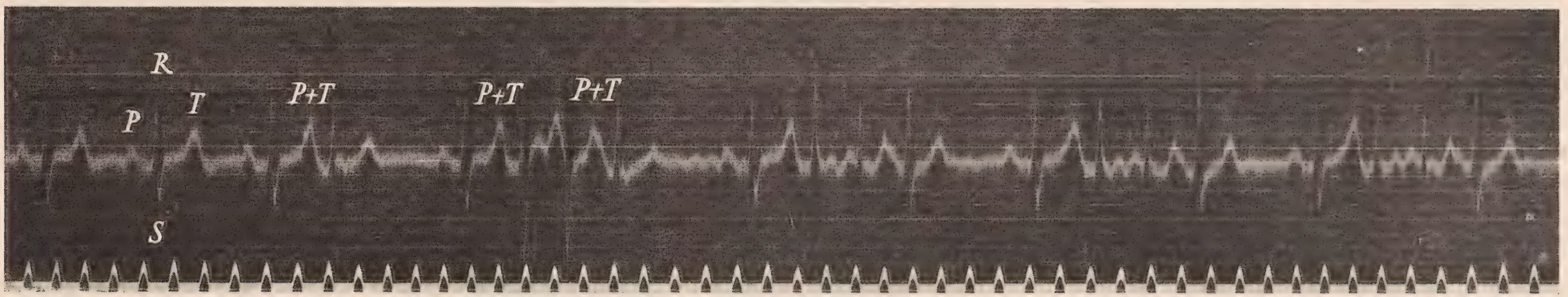


Fig. 6. Extrasystoles auriculaires sommées. (Courts accès de „flutter" auriculaire.)

question, nous nous rendrons compte que énergie du stimulus qui provoque l'extrasystole devrait être nécessairement plus forte que l'énergie du stimulus normal, puis qu'elle peut provoquer une contraction à un moment où le coeur est encore pour longtemps réfractaire à un stimulus physiologique. Mais nous ne pouvons nous occuper de ce problème tant que l'on n'aura pas fait la clarté sur la nature du stimulus physiologique — et nous sommes loin d'y être parvenu.

A la question de savoir pourquoi le stimulus de l'extrasystole se manifeste ou se produit toujours immédiatement après l'achèvement de la systole principale, les théories du premier groupe donnent des réponses différentes, d'après la façon dont elles expliquent en général la *naissance* des impulsions déclanchant les contractions physiologiques.

Théorie de l'accroissement d'excitabilité. C'est-là une supposition qui sort de la théorie d'après laquelle l'énergie impulsive ne se déchargerait pas rythmiquement ni ne se renouvellerait pas, mais se maintiendrait à la même intensité ; l'action rythmique serait due à la période réfractaire du myocarde. Dans ces circonstances, un grand raccourcissement de la phase réfractaire (c-à-d. l'augmentation d'excitabilité) peut être la cause que des extrasystoles se produisent. Mais il n'est pas possible qu'une telle augmentation d'excitabilité soit si fugace et même si stabilement fugace pour qu'on pût s'en servir pour expliquer même des extrasystoles isolées se maintenant pendant des années. Et si cette augmentation d'excitabilité n'était pas fugace, elle occasionnerait une longue série d'extrasystoles. Sont également exposées à ces objections les théories de Hering, de Cowan et de Ritchie, voire celle de Vaquez-Donzelot, voire celle de Bard.

Une augmentation locale de l'excitabilité du myocarde contractile (resp. de ses élements nerveux) ne suffit probablement pas toute seule à occasionner des stimuli ectopiques. C'est ce que nous montrent les expériences bien connues de diastoles locales causées par un réchauffement local du coeur. En effet, il ne se produit pas alors d'extrasystoles spontanées, mais seulement une accélération locale de la contraction systolique.

Toutes *les théories qui expliquent les extrasystoles comme des manifestations de l'automaticité augmentée des centres ectopiques,* se heurtent à la question de savoir pourquoi une énergie impulsive assez grande pour provoquer des extrasystoles dans une période où le seuil d'excitabilité est encore si élevé, ne produit qu'une seule systole. Aucune théorie ne répond à cette question, ni même la théorie de Kaufmann et Rothberger qui ont essayé d'en fournir une explication (v. chapitre sur la parasystolie).

Notre point de vue. L'idée de Garrey et de Boer sur la naissance des extrasystoles jointes très intimement aux systoles principales, pénètre le plus facilement le rapport existant entre l'extrasystole et la systole principale qui la précède. Les extrasystoles *ventriculaires,* tant sporadiques que périodiques et que sommées, peuvent le plus aisément s'expliquer comme un phénomène appartenant à la catégorie des mouvements circu-

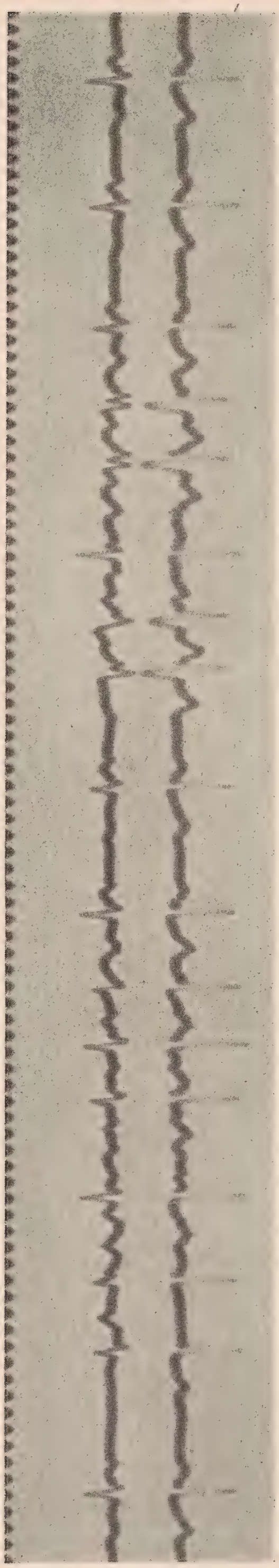


Fig. 7. Courts accès de „flutter" auriculaire.

laires, d'après l'idée que s'en font Garrey et de Boer (voir fig. 5.). Par là s'explique aussi facilement la grande précocité de ces contractions, sans qu'il soit besoin de rechercher pourquoi le stimulus franchit le seuil d'excitabilité encore si élevé dans cette phase de la diastole. Par là s'expliquent encore les autres traits caractéristiques des extrasystoles ventriculaires: la constance de leur intervalle préextrasystolique et finalement leur tendance au bigéminisme (les extrasystoles ventriculaires représentent la forme la plus fréquente du bigéminisme) et à former des groupes. Parmi les cliniciens, Gallavardin est jusqu'à présent le seul à admettre le mécanisme circulaire des extrasystoles ventriculaires et spécialement des extrasystoles ventriculaires à forme sévère, où la systole normale provoque un mouvement circulaire par suite de troubles graves de la phase réfractaire (dans les lésions ou l'épuisement des fibres du myocarde). Cela s'accorde aussi avec les constatations expérimentales de Boer.

L'origine circulaire est donc très probable dans les extrasystoles ventriculaires qui suivent immédiatement les systoles précédentes et qui ont une tendance au bigéminisme et au polygéminisme. Il en est de même pour les extrasystoles auriculaires sommées (voir fig. 6. et 7.). Mais pour les extrasystoles ventriculaires qui sont séparées des systoles précedentes par un laps de temps sensible pour si court qu'il soit, et spécialement pour les extrasystoles atrio-ventriculaires et auriculaires sporadique, il est difficile d'admettre la conception de leur origine circulaire (voir fig. 8.). En effet, dans ces deux derniers types d'extrasystoles, l'extracontraction de l'oreillette suit (d'après les constatations graphiques) beaucoup trop tard la dernière contraction de cette cavité pour qu'on puisse expliquer l'extracontraction de l'oreillette comme une continuation circulaire de la systole auriculaire principale. Le mécanisme de la naissance de ces extrasystoles continue à rester mystérieux. Mais parce qu'elles ont, elles

aussi, une tendance à se produire bientôt après la principale systole précédente du coeur entier, nous considérons la conception de Frey comme constituant, pour le moment, l'explication la plus acceptable de l'apparition de ces extrasystoles. D'après W. Frey les extrasystoles se produisent par suite d'un accroissement de la formation hétérotope des stimuli systoliques. Chaque excitation d'une région hétérotope par l'onde systolique augmente son pouvoir d'automaticité. Lorsque cette capacité est augmentée déjà *a priori* de façon pathologique, il suffit d'un surcroît normal de cette énergie hétérotope causé par les systoles du rythme principal, pour produire des extrasystoles. Mais parce que, d'après nos observations personnelles, nous considérons comme certaine l'origine circulaire des extrasystoles ventriculaires couplées et sommées, il est tout à fait vraisemblable que ces deux théories sont dans le vrai, en expliquant le mécanisme de l'apparition

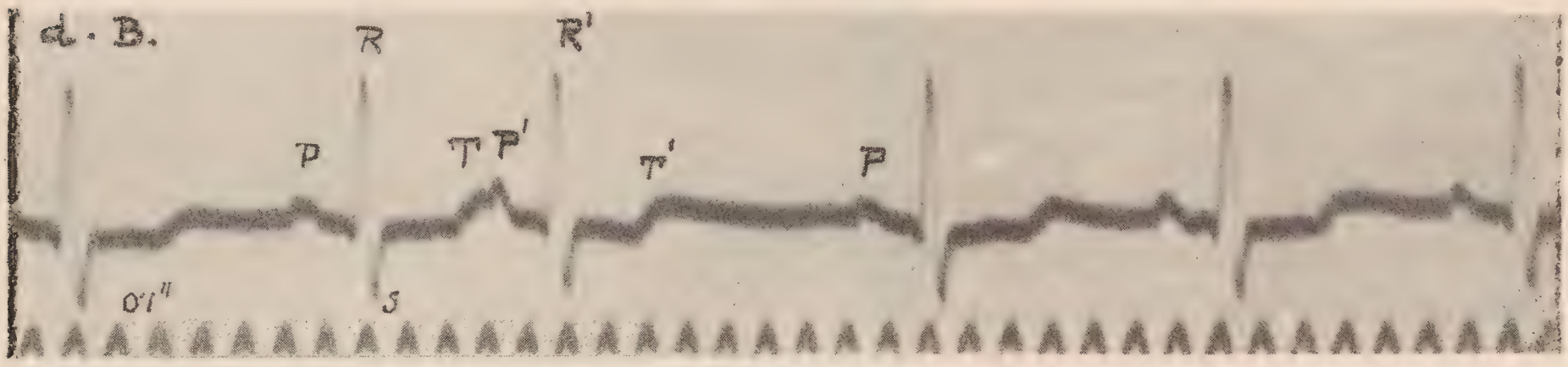


Fig. 8. Une extrasystole auriculaire ($P'\,R'\,T'$).

des extrasystoles de deux espèces différentes. S'il en était ainsi, l'extrasystole du type de Frey devrait être mise à côté de notre groupe des contractions automatiques hétérotopes et l'extrasystole du type de Boer, à côté du groupe des contractions circulaires.

La question des contractions et des rythmes automatiques hétérotopes.

Notion des contractions automatiques hétérotopes.

De même que, dans les circonstances normales, la contraction systolique du coeur entier est une réaction déclanchée par un stimulus automatique, naturel et physiologique, né dans le noeud sinusal, de même, dans des circonstances anormales, une contraction systolique de tout le coeur, ou de quelqu'une de ses divisions, peut se produire sous un stimulus automatique et naturel, né dans une autre partie du système spécifique cardiaque, dans un centre secondaire (noeud de Tawara) ou tertiaire (faisceau de His ou n'importe quelle autre partie du système conducteur ventriculaire) ou dans une partie du tissu des oreillettes.

Ces contractions issues de quelqu'un des centres subordonnés se rangent parmi les contractions hétérotopes. La circonstance que le stimulus qui leur donne naissance est probablement l'énergie impulsive naturelle

(automatisme) qui appartient déjà à l'état normal aux éléments musculaires des „centres" mentionnés s'exprime par l'épithète d'*automatiques* donnée aux contractions héterotopes. Par là ces contractions anormales se distinguent au point de vue génétique des contractions *extrasystoliques* hétérotopes et ne sont pas autre chose que les contractions *homogénétiques* de Lewis.

A première vue, il semblerait qu'il n'existe pas de raison d'examiner à part ces contractions hétérotopes chez lesquelles l'anomalie de la contraction est semblable à celle des contractions hétérotopes extrasystoliques analogues. Cette hésitation peut paraître d'autant plus justifiée que nous avons fait des contractions automatiques hétérotopes un élément arythmique, bien que nous ayons proclamé comme critérium des ces éléments la différence du mécanisme cardiaque. Malgré cela, nous maintenons cette division et *l'existence indépendante de cet élément,* parce qu'il trouble le rythme principal du coeur de façon toute différente que les extrasystoles et parce que les arythmies causées par l'existence de contractions automatiques hétérotopes ont un tout autre caractère et une autre valeur clinique que les arythmies qui ont pour élément l'extrasystole. Les différences fondamentales entre les deux espèces de contractions hétérotopes apparaîtront au cours des descriptions qui suivent.

Pathogénie des contractions automatiques héterotopes.

Les contractions automatiques hétérotopes sont des contractions déclanchées par l'énergie impulsive d'un centre secondaire ou des centres tertiaires, c-à-d. par le noeud de Tawara ou par les parties du système conducteur ventriculaire. L'énergie impulsive de ces centres subordonnés — étant relativement faible — n'a pas l'occasion, dans les conditions normales, de provoquer la contraction systolique de divisions correspondantes du coeur, parce que le centre le plus actif — le noeud sino-auriculaire — exite le coeur entier à une allure plus rapide. D'après l'expression d'Engelmann, l'onde d'excitation lancée par le sinus décharge l'énergie des centres subordonnés avant que celle-ci ait atteint l'intensité nécessaire pour exciter le myocarde. D'autres pensent que les impulsions sinusales excitent et rendent réfractaire le coeur entier toujours avant que l'excitabilité du coeur s'accroisse assez pour qu'il réagisse à l'énergie impulsive relativement faible des centres subordonnées.

Dans quelles circonstances la formation des stimuli dans les centres subordonnés doit-elle se manifester?

a) Lorsque l'énergie impulsive du centre primaire se trouve amortie. En effet, si la formation d'énergie impulsive dans le centre suprême (le noeud sino-auriculaire) est diminuée au point que son intensité est moindre que celle du noeud de Tawara, ce dernier trouve ainsi l'occasion de provoquer des systoles. Car l'accroissement de l'excitabilité n'est pas inter-

rompu par le stimulus sinusal et il continue jusqu'au moment où la faible énergie impulsive du noeud de Tawara peut déclancher les systoles.

La formation des stimuli dans le sinus peut être amoindrie:

α) *par la destruction anatomique du noeud sino-auriculaire.* L'exemple en est fourni par les expériences de Hering, dans lesquelles, après la cautérisation de la region sinusale (chez des chiens et chez des chats), il se produisit pour un temps des systoles provoquées par le noeud de Tawara;

β) *par une lésion chimique du noeud sinusal* (expériences de Lohmann);

γ) *par des influences physiques* (refroidissement du noeud sinusal — expériences de Brandenburg et de Hoffmann;

δ) *par une augmentation de l'influence chronotrope négative du pneumogastrique sur la production des stimuli dans le sinus* (ralentissement vagual du rythme sinusal). C'est-là la plus fréquente des causes des contractions automatique hétérotopes (des escaped beats) chez l'homme (par ex. dans le ralentissement respiratoire du rythme sinusal).

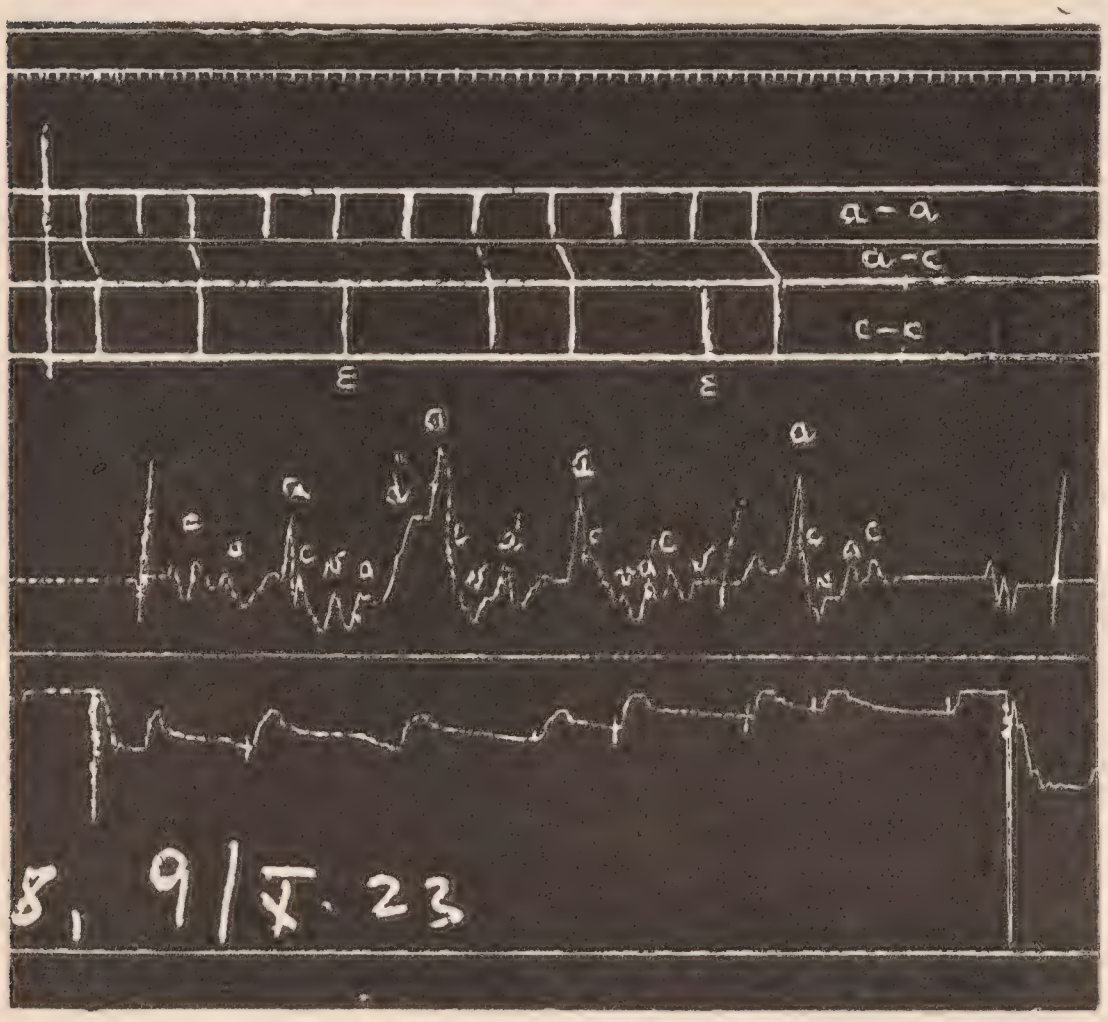


Fig. 9. Échappements ventriculaires dans une arythmie par bloc auriculoventriculaire incomplet.

b) Lorsqu'il y a interruption fonctionnelle ou anatomique de la liaison entre le centre directeur et les centres subordonnés.

α) Si l'excitation systolique provoquée par le noeud sinusal ne peut, *à cause d'un blocage sino-auriculaire,* passer (temporairement) par les oreillettes jusqu'au noeud de Tawara, celui-ci peut déclancher une contraction automatique atrio-ventriculaire. Et si le blocage sino-auriculaire est causé par un amoindrissement de l'excitabilité des oreillettes, l'impulsion partie du noeud de Tawara n'est pas non plus à même d'exciter les oreillettes et la contraction qu'il provoque se limite uniquement aux ventricules.

β) *Lorsqu'il existe un bloc auriculo-ventriculaire partiel,* les ondes d'excitation normales lancées rythmiquement par le noeud sinusal ne peuvent de temps en temps (par ex. dans un rapport de 2 : 1) passer par le noeud de Tawara (entier). Dans la pause produite par l'échouement d'une excitation systolique de la jonction spécifique (au-dessous du bloc) et des ventricules, le point le plus actif au-dessous du bloc (noeud inférieur ou faisceau de His) peut déclancher une contraction automatique indépendante (v. fig. 9.).

γ) *Lorsqu'il y a bloc auriculo-ventriculaire total.* Les ventricules en sont réduits à l'automatisme de leur propre tissu spécifique. C'est ordinairement le tissu du faisceau de His, immédiatement au-dessous du lieu d'interruption qui devient la source des impulsions systoliques ventriculaires.

δ) *Lorsqu'il y a blocage de quelque partie de l'arborisation ventriculaire.* Ce n'est-là qu'une condition hypothétique pour l'apparition des contractions automatiques hétérotopes ventriculaires. Par exemple, dans les parasystolies ventriculaires on suppose une production rythmique indépendante de stimuli dans une certaine partie du tissu spécifique ventriculaire. La parfaite rythmicité des systoles déclanchées par un centre ventriculaire de ce genre indique que les ondes sinusales d'excitation n'y pénètrent pas et ne viennent pas en troubler le rythme. Ce n'est possible que lorsqu'un centre de ce genre est protégé de quelque façon contre les exitations venues „d'en haut". On se pose la question de savoir si l'interruption de la conductibilité de quelque rameau de l'arborisation ventriculaire du système spécifique ne fonctionne pas ici comme blocage de protection (Mobitz). Ce ne peut pas être dans la branche principale, car — d'après l'électrocardigramme — le caractère des systoles ventriculaires produites par les impulsions sinusales, est tout à fait normal. (Voir planche III.)

c) *Le repos de compensation après les extrasystoles* (ventriculaires ou atrio-ventriculaires) peut fournir au noeud de Tawara ou au faisceau de His l'occasion de déclancher des systoles, lorsque le repos est trop long pour son automaticité (voir planche II, fig. *a—c*).

Dans tous les cas jusqu'à présent énumérés il s'agissait de contractions automatiques hétérotopes, provoquées par l'énergie impulsive physiologique (non augmentée) des centres subordonnés. Mais il existe encore d'autres possibilités:

d) *L'augmentation de l'énergie impulsive des centres subordonnés.* Tandisque dans les cas précédents la cause de la naissance des contractions automatiques hétérotopes était que le centre subordonné se trouvait protégé de l'influence des stimuli sinusaux, dans le présent groupe, c'est l'augmentation d'énergie impulsive des centres subordonnés qui est le phénomène primaire et la cause des contractions automatiques hétérotopes. Le point de départ de ces contractions est ordinairement le noeud de Tawara. Un exemple expérimental des contractions ayant cette origine est fourni par les systoles auriculo-ventriculaires dues à l'excitation des nerfs accélérateurs.

On doit ranger dans ce groupe également en partie les contractions atrio-ventriculaires hétérotopes observées après application d'atropine (Belski, Eckel, Rihl, Bremer). Etant donné le fait d'expérience que l'atropine paralyse les terminaisons vaguales dans le coeur, ce phénomène se trouve en contradiction apparente avec les expériences et les opinions citées sous *a*, δ). Rihl explique cet effet en apparence paradoxal de l'atropine en disant qu'il s'agit de sujets chez lesquels l'atropine a suffi à paralyser

l'influence du pneumogastrique sur l'automaticité du noeud de Tawara, mais pas du tout à paralyser l'influence tonique augmentée de ce nerf sur le noeud sinusal. Dans cet état de choses action inhibitrice du vague sur le noeud sinusal continue tandisque sur le noeud de Tawara c'est le sympathique (n. accelerans) avec son influence chronotrope positive qui domine.

Wilson et Eckel y voient une prédilection du noeud de Tawara pour l'influence de l'atropine. Dans cette question, il est nécessaire de tenir compte des expériences de Cori, d'où il résulte que le rythme auriculo-ventriculaire après l'atropine peut être causé par un affaiblissement primaire de l'automaticité du sinus. En effet, si, pendant qu'existe cette insuffisance sinusale, on paralyse par l'atropine l'influence du pneumogastrique sur le coeur entier, il se manifeste une prédominance relative du noeud de Tawara, jusque-là cachée, par un rythme atrio-ventriculaire.

La mise à part des contractions automatiques hétérotopes est donc motivée, comme nous l'avons indiqué, par les raisons suivantes: 1^0 leur genèse est tout à fait personnelle et en somme transparente; 2^0 elles se caractérisent — à l'inverse des extrasystoles — par leur apparition tardive dans la pause diastolique, respectivement par la lenteur du rythme de leur extériorisation; 3^0 nous pouvons grouper définitivement autour de cet élément arythmique une série d'arythmies intéressantes et de rythmes anormaux, qui, la plupart du temps, dans les systèmes existants étaient rangés le plus souvent dans d'autres groupes génétiques, ou bien n'étaient pas du tout classés.

Rythmes pathologiques et arythmies dus aux contractions automatiques hétérotopes.

Les contractions automatiques hétérotopes peuvent se manifester, voire troubler le rythme normal et la coordination du coeur, seulement dans les conditions que nous venons de citer. Et il dépend justement de la nature de ces conditions sous quelle forme se manifestera l'automatisme de ces centres.

a) Si l'occasion favorable pour qu'un centre de l'automatisme hétérotope puisse provoquer une excitation systolique, n'est qu'accidentelle, il se produit une *contraction automatique hétérotope sporadique* (escaped beat, échappement ventriculaire).

Il appert de l'explication précédente que les contractions automatiques hétérotopes sporadiques sont plutôt une conséquence des autres arythmies que leur cause. Nous posons donc le diagnostic de ventricular escape ex post en analysant les courbes d'arythmies que nous considérions comme simples arythmies respiratoires ou arythmie extrasystolique ou bloc partiel. C'est seulement l'analyse des courbes qui nous montre qu'à côté de ces arythmies, il y a un ventricular escape, phénomène secondaire. Un signe commun et important de ce phénomène, c'est *qu'il apparaît très*

tardivement dans le repos des ventricules, ce par quoi il se distingue des extrasystoles sporadiques. On en trouve des exemples sur les courbes *a*, *b*, *c*, planche II.

On pourrait peut être rechercher la cause de ces contractions automatiques hétérotopes sporadiques dans une disproportion de l'inervation tonique vaguale du sinus et du noeud de Tawara (dans une plus grande influence sur le sinus) ou bien dans la prédominance de l'inervation sympathique du noeud de Tawara, ou bien encore dans une diminution d'excitabilité seulement des oreillettes d'origine vaguale.

b) Mais lorsque l'état favorable à l'activité indisturbée du centre hétérotope continue à durer, cette nouvelle source manifeste son existence par une émission rythmique d'ondes systoliques ; il apparaît un *nouveau rythme (pathologique)*, qui remplace le rythme sinusal primitif (pour un temps ou de façon permante), ou bien qui existe à côté du rythme sinusal et même interfère avec lui.

Ce nouveau *rythme automatique* (anormal) — autant que nous tenons compte des expériences cliniques — se produit dans les circonstances suivantes:

α) Grâce à une diminution d'activité de lonque durée de la source sinusale des stimuli systoliques, il peut apparaître ce qu'on appelle un *automatisme atrio-ventriculaire* (rythme nodal vrai).

Lorsqu'il y a suppression complète de l'automatisme sinusal, le noeud de Tawara fait fonctionner seulement les ventricules (les oreillettes ne battent pas), ou bien en même temps les ventricules et les oreillettes (celles-ci de façon rétrograde). Si l'automatisme sinusal est seulement ralenti, il se produit un phénomène assez fréquent, que Vaquez et Donzelot ont appelé „chevauchement auriculo-ventriculaire par retard sinusal continu“ (voir planche II., fig. α—*e*).

Le rythme des contractions automatiques atrio-ventriculaires ne peut être rapide que s'il s'agit d'une augmentation primaire de l'énergie automatique du noeud de Tawara. Mais même alors le nombre des systoles ne dépasse pas ordinairement celui de 90 à la minute. Cette éventualité est appelée par Vaquez et Donzelot „chevauchement auriculo-ventriculaire par avance septale continue“.

β) Le centre subordonné peut du reste produire son rythme indépendant *à côté* du rythme du centre supérieur (du sinus), si, par suite d'une dissociation convenable, les deux centres ne se troublent pas dans leur activité (rythmique), ou plus exactement que le centre plus rapide ne fasse pas taire le centre plus lent. Une pareille *dissociation* c-à-d *un fonctionnement simultané et indépendant l'un de l'autre des deux centres* (Mobitz) est rendu possible par le blocage et cela de deux manières:

1⁰ Le bloc total par l'interruption de la jonction de deux étages (oreillettes et ventricules) sépare *complétement* le centre supérieur (sinus) du centre subordonné (faisceau de His). Par là les deux centres deviennent

les points de départ de deux rythmes automatiques indépendants: l'un sinusal, d'après lequel battent les oreillettes, l'autre ventriculaire, d'après le quel se contractent les ventricules. Chacun de ces rythmes a une fréquence différente (le sinusal est plus rapide, le ventriculaire plus lent), *mais la région où chacun des centres fait sentir son activité est limité à un étage* (aux oreillettes, aux ventricules), aucun d'eux ne vient troubler l'activité de l'autre. Les deux rythmes se déroulent l'un à côté de l'autre, mais *n'interfèrent pas* (voir fig. 10.). Le rythme du pouls artériel est ici simple, régulier; car il est une manifestation du *rythme idio-ventriculaire* simple et complétement indépendant. Un trouble du mécanisme cardiaque de ce genre est rangé par nous parmi les blocs.

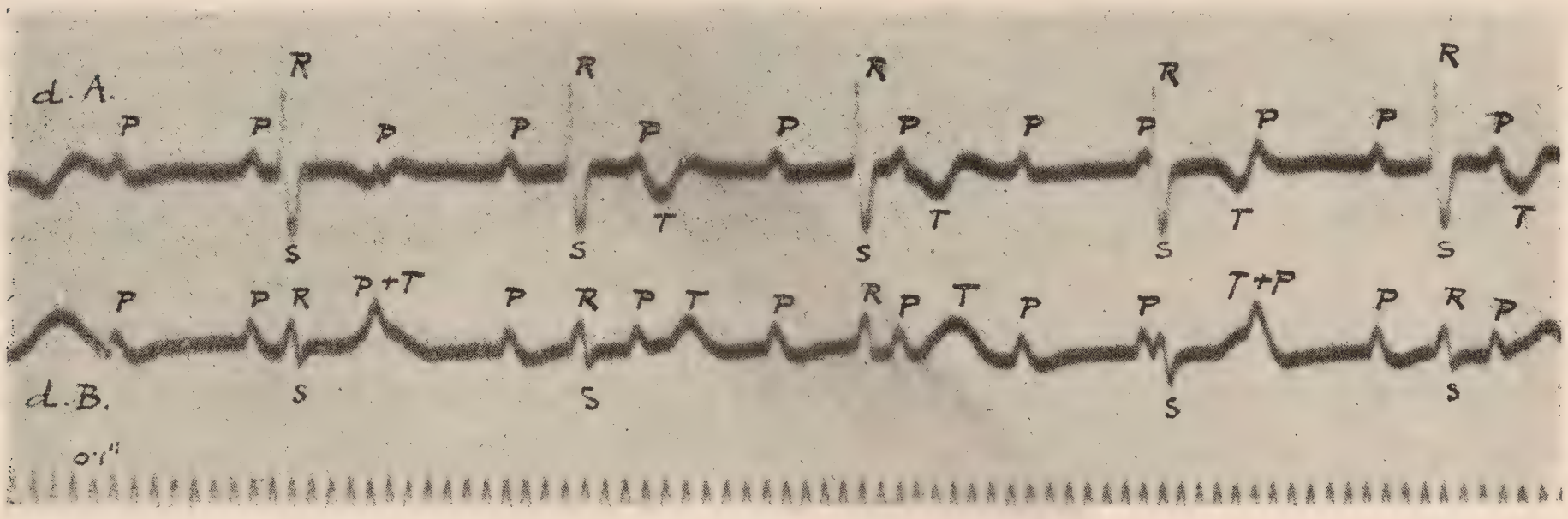


Fig. 10. Dissociation auriculo-ventriculaire totale.

2º. La seconde espèce de dissociation mène, au contraire, à une *interférence* des deux rythmes automatiques (rythme sinusal normal et rythme nouveau hétérotope subordonné), c'est-à-dire à un état où le coeur entier ou tout au moins l'un de ses étages réagit aux excitations de deux centres rythmiquement actifs. Et, de plus, il y a deux formes d'interférence des deux rythmes: *la parasystolie* et *la dissociation interférentielle*. Mobitz appelle collectivement ces formes d'allorythmie *rythmes doubles* (Doppelrhytmus), car le coeur répond ici à deux sources d'excitation rythmiquement actives. A la différence de la dissociation atrio-ventriculaire totale, où il y a aussi d'actifs deux centres simultanément (le sinus pour les oreillettes, le faisceau de His pour les ventricules), dans les arythmies interférentielles, le centre anatomique supérieur intervient toujours dans le fonctionnement de la partie du coeur dans la quelle se trouve le centre anatomique inférieur. *C'est justement en ceci que consiste le caractère de l'interférence: qu'un mêm eétage du coeur (ou le coeur entier) est mis en action par deux centres différents à fonctionnement rythmique.*

Parasystolie.

Jusqu'à prèsent on cite la parasystolie parmi les arythmies extrasystoliques, à moins qu'on ne conteste son existence. Dans les deux cas on a tort. A notre avis, la parasystolie existe sous forme d'arythmie pro-

venant d'une interférence du rythme sinusal avec le rythme plus lent du centre *ventriculaire* autonome.

La notion et l'appellation de parasystolie viennent de Kaufmann et de Rothberger. Ces derniers ont excité chez des chiens les oreillettes du coeur battant normalement et rythmiquement, à l'aide de chocs d'induction également rythmiques, mais d'une autre fréquence que celle du rythme sinusal auquel le coeur battait spontanément. Par interférence de ces deux excitations rythmiques il s'est produit les allorythmies extrasystoliques les plus diverses, dans lesquelles, lorsqu'il existait un rapport déterminé entre les fréquences des deux excitations, il apparaissait toujours une allorytmie d'un groupement caractéristique: par ex. 2 battements normaux + 1 extrasystole, ou 3 battements normaux + 2 extrasystoles etc. — par conséquent des allorythmies extrasystoliques tout à fait semblables à celles que l'on observe de temps en temps chez l'homme. Lorsque les dits auteurs, partant de ce point de vue, examinèrent les courbes obtenues avec des personnes présentant de pareilles allorythmies, ils trouvèrent en effet que parfois diverses extrasystoles sporadiques ou se répétant de façon rythmique apparaissaient à des intervalles qui pourraient témoigner de l'activité rythmique de quelque centre ectopique indépendant.

La conception que Kaufmann et Rothberger ont élaborée et publiée dans une série de travaux, sous le titre de „Beiträge zur Entstehungsweise extrasystolischer Allorythmien", est, en traits généraux, la suivante. Toutes les parties du coeur sont douées d'une capacité différemment développée de produire

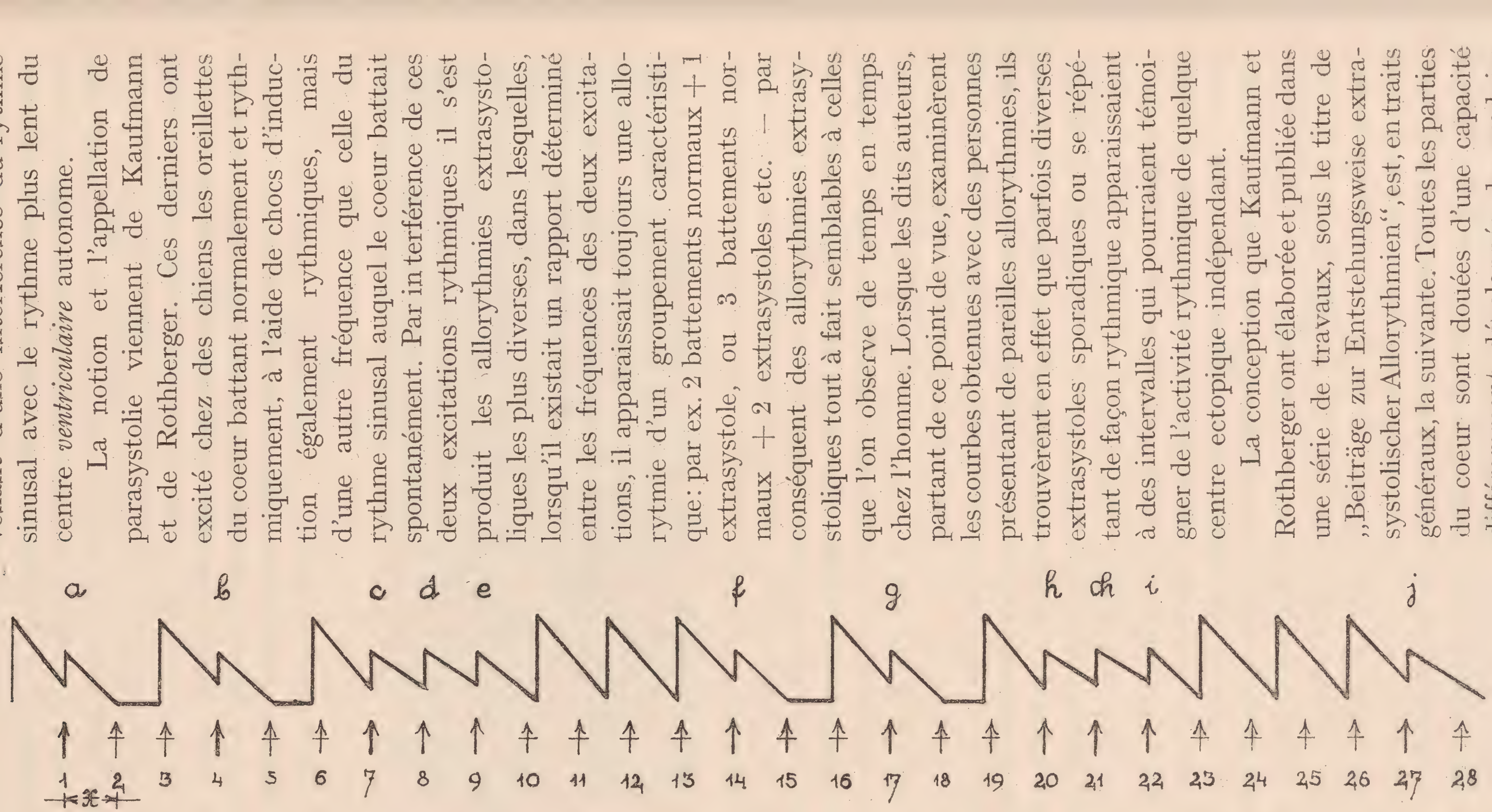


Fig. 11. Schéma du mécanisme interne de la parasystolie d'après Kaufmann et Rothberger. La rangée de flêches sous le sphygmogramme schématisé (établi d'après l'électrogramme), indique le rythme dans lequel le centre subordonné produit les stimuli parasystoliques. L'intervalle „*X*", c'est-à-dire l'intervalle entre deux stimuli suposés de ce centre (Extrareizintervall) varie entre 39 et 42 centièmes de seconde. Les flèches barrées indiquent les extrastimuli bloqués soit par la phase réfractaire du coeur, soit par un blocage de sortie; les autres flèches indiquent les extrastimuli efficaces. Les battements désignés par les lettres de *a* à *j* sont des extrasystoles (d'après Rothberger, simplifié).

automatiquement des stimuli. A l'état normal, elles ne peuvent pas manifester cette capacité, car les ondes sinusales d'excitation dans leur cours à travers le coeur en parcourent toutes les parties et anéantissent partout les matériaux d'excitation qui y sont accumulés (d'après la conception d'Engelmann). Mais si quelque partie de la musculature est protégée de quelque façon de l'influence troublante des ondes sinusales, il peut s'accumuler dans cette partie des matériaux d'excitation et se déclancher une contraction ectopique, dès que l'intensité du stimulus dépasse le seuil d'excitabilité (supposé d'ailleurs que la division du coeur dans laquelle est situé ce centre ne soit pas à l'état refractaire) (v. la fig. 11.).

Comme il résulte de ce schéma, un des traits extérieurs caractéristiques de l'arythmie ainsi produite est que les systoles hétérotopes prématurées apparaissent ici dans des phases variables des pauses diastoliques. Il ne serait donc possible d'expliquer ainsi que quelques allorythmies extrasystoliques et seulement celles dans lesquelles l'intervalle pré-extrasystolique est très variable. Nous mentionnerons encore les autres particularités.

Cette protection hypothétique du centre ectopique contre les ondes sinusales d'excitation, a été appelée par Kaufmann et Rothberger *blocage de protection* (Schutzblockierung). C'est à elle que le centre doit de pouvoir créer rythmiquement des excitations.

Kaufmann et Rothberger en sont arrivés à la conviction que l'on peut expliquer de façon analogue aussi l'apparition d'extrasystoles sommées et les tachycardies paroxystiques; ils ont même déclaré que peut-être toutes les extrasystoles, soit périodiques ou sporadiques, à intervalle pré-extrasystolique constant ou variable, avaient en principe une pareille genèse. Ils pensent, en effet, que le centre ectopique peut produire des stimuli très fréquents. Dans un pareil cas, l'intervalle qui sépare deux extrasystoles sommées se succédant immédiatement serait, à proprement parler, l'intervalle qui marque *le rythme du centre ectopique* (Extrareizintervall). D'après cela, il s'agirait donc d'un centre indépendant à automatisme très actif. Il restait cependant à expliquer pourquoi un centre qui est capable de produire des excitations avec une fréquence beaucoup plus haute que le sinus pouvait parfois ne déclancher d'extrasystoles que de temps en temps, bienque dans des pauses diastoliques relativement longues elle pût produire des extrasystoles en grand nombre.

Kaufmann et Rothberger ont cherché à expliquer cette discordance par la supposition que le stimulus né dans le centre ectopique ne pouvait à chaque fois sortir du centre, la voie du centre au myocarde environnant n'étant pas toujours également conductrice (blocage *de sortie*, Austrittsblokierung). A en croire les auteurs, si la sortie du centre ne devient libre que pour *une seule* excitation et justement au moment où la division du coeur correspondante est en diastole et par conséquent point réfractaire, l'extrasystole *sporadique* se produirait (dans le schéma de la fig. 11., les systoles

désignées par les lettres *a, b, f, g, j,* et les stimuli ectopiques désignés par les nombres 1, 4, 14, 17, 27).

Si la sortie du centre devient libre pour plusieurs stimuli par lui produits, il apparaît de l'extrasystolie en masse, du polygéminisme (dans la fig. 11. ce sont les impulsions 7, 8, 9; 20, 21, 22 et les systoles *c, d, e*; *h, ch, i*). Finalement, si la bonne conductibilité dans la communication entre le centre et ses environs se maintient pendant un temps plus long, une *longue série* d'excitations trouve la route libre et il se produit une tachycardie paroxystique. Et pour pouvoir enfin expliquer par le mécanisme parasystolique aussi l'apparition des arythmies extrasystoliques où se rencontrent des extrasystoles solidement liées même lorsque le rythme fondamental varie, Kaufmann et Rothberger ont recours à quelques hypothèses auxiliaires, qui ne servent qu'à affaiblir leur théorie de la parasystolie, certainement exacte en principe et fort ingénieuse.

Tels sont les traits principaux de la *théorie de la parasystolie* que les auteurs, Kaufmann et Rothberger, définissent succinctement comme une „gewissermassen abseits vom normalen Wege erfolgende rhythmische Reizbildung". Ils n'ont pas été les premiers à énoncer une idée de ce genre sur l'origine de l'extrasystole. Déjà en 1911, Hering et Rihl ont donné une explication des extrasystoles sporadiques et périodiques, ainsique des tachycardies paroxystiques provenant d'excitations automatiques hétérotopes. Les extrasystoles sporadiques se produiraient, d'après eux, lorsque quelques fibres du myocarde n'auraient pas été mis en activité par la systole normale et auraient conservé sans la décharger leur énergie impulsive. Mais ils n'attribuaient pas l'origine de ces phénomènes sporadiques ou périodiques à l'activité *rythmique* d'un centre ectopique.

Ajoutons encore que ces auteurs supposent l'existence de ces centres ectopiques actifs, suivant les circonstances, soit dans les ventricules, soit dans le faisceau atrio-ventriculaire, voire même dans les oreillettes.

Les principes qu'ont établi Kaufmann et Rothberger *pour le diagnostic de la parasystolie* sont:

1. Dans la parasystolie, les extrasystoles sporadiques sont éloignées l'une de l'autre par des intervalles différents, mais qui ont cependant un diviseur commun (v. fig. 11.: les intervalles entre les systoles *a—b* ou *f—g*, et aussi entre *b—c, e—f* etc. sont tous divisibles par l'intervalle *x*, c-à-d. par l'intervalle du rythme du centre ectopique).

2. L'existence d'un commun diviseur des intervalles extrasystoliques chez les extrasystoles sporadiques, ne témoigne pour la parasystolie que si les intervalles pré-extrasystoliques varient sensiblement. (Car si le rythme sinusal fondamental est complètement régulier et si, en même temps, les extrasystoles *solidement liées* aux systoles précedentes apparaissent périodiquement, leur intervalle a ordinairement un diviseur constant, sans qu'il soit nécessaire qu'il y ait production rythmique d'extrasystoles.) Malgré cela, les extrasystoles n'apparaissent que dans une zone déterminée,

au début de la pause diastolique (dans ce qu'on appelle Einfallzeit) — par conséquent point du tout à n'importe quel moment de la diastole — ce sur quoi nous attirons particulièrement l'attention.

3. L'existence d'un intervalle préextrasystolique invariable n'exclut pas la parasystolie, si les extrasystoles se produisent en salves (extrasystoles sommées) et si, en outre, l'intervalle entre deux extrasystoles d'un groupe de ce genre est le plus petit commun diviseur de tous les autres intervalles existant entre les extrasystoles séparées par les battements réguliers.

4. Le rythme du centre ectopique se modifie de façon semblable que le rythme sinusal.

5. *Le principal caractère de la parasystolie consiste en ce que l'intervalle du rythme ectopique est le plus petit commun diviseur aussi des longs intervalles existant entre les diverses extrasystoles.*

6. Si le plus petit commun diviseur des longs intervalles qui séparent l'une de l'autre les extrasystoles (sporadiques), est plus long que l'intervalle normal du rythme sinusal, il est probablement un multiple de l'intervalle réel du rythme ectopique.

La théorie de Kaufmann et de Rothberger n'a pas été accueillie avec faveur.

De Boer rejette complétement cette théorie. Mobitz ne l'admet que pour quelques extrasystolies ventriculaires. Parmi les observations de dits auteurs il ne considère qu'une seule comme exemple de l'activité rythmique simultanée de deux centres, mais il ne la conçoit pas comme parasystolie, mais comme dissociation interfférentielle sino-auriculaire (voir ci-dessous).

Les principales objections des auteurs contre la conception de Kaufman et de Rothberger sont dirigées contre la supposition du blocage de sortie. Sans elle cependant s'effondre toute la theorie de Kaufmann et de Rothberger.

Notre point de vue, qui est confirmé par les exemples typiques de parasystolie publiés par Singer et Winterberg, et par nos observations personnelles est le suivant:

1. Comme parasystolies qui satisfassent à tous les desiderata fondamentaux établis par Kaufmann et Rothberger pour le diagnostic de la parasystolie, il n'y a que les parasystolies ventriculaires. On ne peut douter de leur existence. Il existe, en effet, des arythmies dans lesquelles le rythme sinusal régulier du coeur est troublé par des contractions *ventriculaires* particulières qui, même sur l'électrocardiagramme, ont tout à fait l'aspect d'extrasystoles ventriculaires, *mais qui sont le produit de l'activité automatique rythmique de quelque centre ventriculaire indépendant* (voir aussi fig. 12. et la planche III.).

2. Ces contractions se distinguent des extrasystoles en ce qu'elles ne sont pas du tout liées solidement aux systoles normales des ventricules, mais qu'elles se recontrent dans les *phases les plus différentes de la diastole*

ventriculaire; elles apparaissent même si tard que l'incitation systolique provoquée par le centre automatique ectopique coïncide assez souvent avec l'excitation systolique sinusale des ventricules. Par là se produit sur l'électrocardiogramme un complexe ventriculaire que l'on ne peut expliquer que par la sommation algébrique (interférence) des ondes d'excitation mettant en activité les ventricules en même temps de deux côtés différents (v. tab. III. et légende correspondante). Il n'y a donc là aucune „Einfallzeit" dont la justification dans les parasystoles rapides de Kaufmann et de Rothberger n'est pas aisé.

3. Les systoles provenant de la source ectopique ne troublent pas le rythme sinusal.

4. *Le rythme provenant de l'activité d'un centre ventriculaire ectopique de ce genre est tout à fait régulier, il n'est pas troublé par les ondes sinusales.* On peut l'expliquer seulement par le fait que le centre ectopique est constitué par une partie déterminée du système conducteur ventriculaire, protégée par une lésion des voies afférentes contre la décharge que lui feraient subir les ondes systoliques sinusales régulières.

5. *Le rythme d'un centre automatique de ce genre dans les ventricules est sensiblement plus lent que le rythme sinusal,* ce qui est d'accord avec le fait physiologique bien connu que l'automatisme ventriculaire est en général plus lent que celui du sinus.

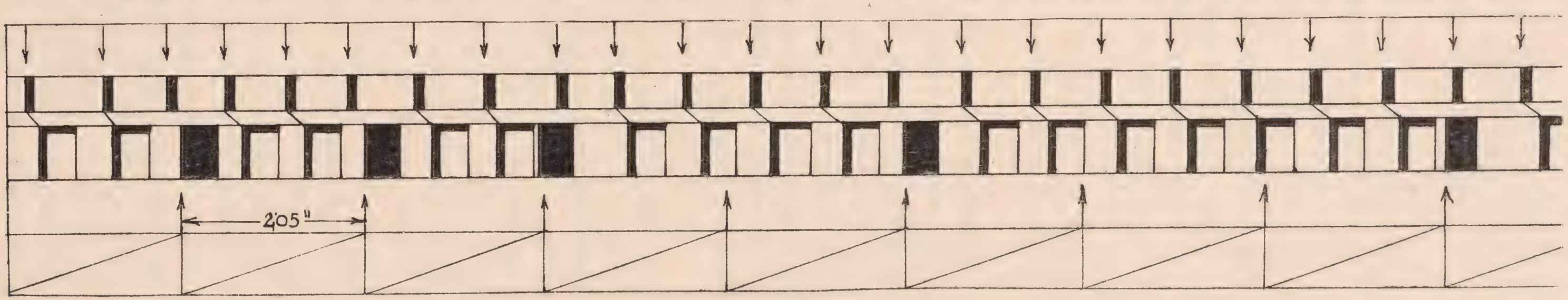


Fig. 12. Diagramme en escalier pour l'interprétation de la parasystolie ventriculaire (correspond à la courbe *c*, tab. III.). De haut en bas: ligne de flèches indiquant le rythme des excitation sinusales; au-dessous, schéma à degrés avec une série de systoles auriculaires, la conduction atrio-ventriculaire et une série de systoles ventriculaires. (Les rectangles noirs dans cette série ventriculaire indiquent les contractions automatiques idioventriculaires. En bas, une série de triangles qui représentent le rythme d'après lequel le centre idioventriculaire (parasystolique) produit les impulsions hétérotopes (automatiques). Ces impulsions (flèches tournées vers le haut) déclanchent la contraction automatique hétérotope (ventriculaire) seulement si elles n'arrivent pas aux ventricules dans leur phase réfractaire. Le rythme du centre ventriculaire est tout à fait régulier et très lent.

Notre point de vue se sépare donc de celui de Kaufmann et de Rothberger sur les points suivants:

a) La parasystolie vraie, c-à-d. l'activité rythmique d'un centre ectopique qui n'est pas troublée par le rythme sinusal communiqué au coeur entier, est uniquement une parasystolie ventriculaire.

b) Le rythme de la parasystolie ventriculaire est très lent, sûrement plus lent que le rythme sinusal simultané.

c) L'intervalle qui sépare les contractions ectopiques des systoles normales précedentes dans la parasystolie ventriculaire varie toujours.

Comment déterminons-nous le rythme d'après lequel ce centre ventriculaire automatique déclanche les contractions automatiques ventriculaires interférant avec les systoles ventriculaires fondamentales du rythme directeur?

D'abord il est nécessaire de savoir que la parasystolie ventriculaire peut le plus facilement et le plus sûrement se reconnaître au moyen de l'électrocardiogramme. Car souvent la contraction ventriculaire automatique remplace la contraction normale attendue, oubien elle coïncide et interfère avec elle (voir 2ème systole de la courbe *b*, planche III) et, sur les tracés mécaniques ordinaires, on la prendrait pour une systole normale.

Dans une longue série de pulsations sur l'électrocardiogramme, dans un série autant que possible non interrompue, nous recherchons les diverses contractions atypiques des ventricules. Nous constatons les distances qui les séparent et nous essayons de diviser par la plus courte de ces distances tous les autres intervalles plus longs existant entre les contractions atypiques. Lorsque nous avons trouvé le petit intervalle exact (il mesure ordinairement entre 1 et 2″), nous voyons que nous pouvons nous en servir pour diviser tous les autres intervalles plus longs. Puis si nous fabriquons un schéma linéaire (v. fig. 12) et que nous déterminions dans quelles phases du rythme sinusal des ventricules se placent les impulsions automatiques comptées, nous trouverons que les longs intervalles entre les contractions atypiques se sont produits par le fait que quelques excitations automatiques ectopiques sont arrivées à un moment où les ventricules étaient déjà contractés sous le stimulus sinusal. (Voir aussi fig. *e*, planche III.)

De ce que nous avons expliqué il résulte presque certainement qu'il se manifeste ici d'une façon à première vue arythmique un centre ectopique, fonctionnant rythmiquement. Mais ce qui est hypothétique c'est le blocage de protection contre les ondes sinusales et qui rend possible le rythme non-troublé du centre ectopique. De même, c'est aussi une hypothèse que ledit blocage de protection soit causé par un trouble de la conductibilité des voies afférentes menant au centre ectopique ventriculaire (Mobitz).

Nous pensons que le *principe* de la théorie de Kaufmann et de Rothberger ne convient que pour expliquer les contractions ventriculaires

hétérotopes *automatiques*. Nous soulignons le mot *automatiques*. Nous ne partageons donc pas la façon de voir de Kaufmann, Rothberger, Winterberg, Frey et Mobitz, d'après lesquels même dans la parasystolie ventriculaire nommée lente par nous il s'agirait des *extrasystoles* ordinaires sur les caractères particuliers desquelles nous avons mis plus haut tant d'accent. Aussi la tentative faite par Kaufmann et Rothberger pour expliquer et les extrasystoles banales typiques, et les extrasystoles en masse, et les tachycardies paroxystiques, par l'activité *automatique* d'un centre ectopique, capable de produire des impulsions avec une énorme fréquence, telle qu'elle est parfois présentée par ces phénomènes arythmiques, nous laisse dans le doute. Les extrasystoles spontanées et les tachycardies paroxystiques ne semblent pas avoir leur origine dans un vrai automatisme hétérotope qui, spontanément (chez l'homme), ne peut jamais dépasser l'intensité que possède l'automatisme sinusal. Car même la fréquence la plus rapide des impulsions sinusales (vers 160 à la minute) reste bien enarrière de la fréquence des contractions ectopiques dans les tachycardies paroxysmales ou dans les extrasystoles en masse. La dénomination de „parasystolie" (d'ailleurs très heureusement choisie) restera à l'avenir réservée, nous le pensons, uniquement aux arythmies dans lesquelles le rythme sinusal régulier des ventricules est troublé par des contractions automatiques hétérotopes dues à l'activité rythmique *lente* d'un centre ventriculaire automatique ectopique indépendant.

Interférence de deux rythmes supraventriculaires.

Dans ce sous-groupe se rangent d'autres formes d'arythmies qui résultent de l'activité rythmique simultanée de deux sources d'excitations, dont l'une est le noeud sinusal, l'autre, soit le noeud de Tawara, soit quelque point des oreillettes, soit, enfin, une autre partie du noeud sino-auriculaire que le pacemaker physiologique proprement dit.

Ce groupe d'arythmies a été, il est vrai, constitué par Mobitz, qui a également donné une explication convenable de leur „mécanisme" physio-pathologique et de leur genèse probable, mais l'existence de quelques-unes d'entre elles était connue depuis déjà longtemps (par ex. Wenckebach, interférence de deux rythmes auriculaires, en 1906). Le caractère de ces arythmies apparaîtra de leur courte description. En concluant, nous dirons les raisons qui nous les a fait ranger parmi les arythmies et rythmes pathologiques qui ont pour élément une contraction automatique hétérotope.

a) *Interférence du rythme sinusal avec le rythme nodal* (dissociation interférentielle de Mobitz).

La courbe de la fig. 13 et le schéma qui y est joint (tous deux tirés de la publication de Mobitz — le schéma quelque peu modifié) montrent les traits principaux de cette arythmie:

α) Les complexes auriculaires se suivent tout à fait rytmiquement; ils sont positifs et de forme typique. Cela prouve leur origine sinusale; leur

régularité témoigne ensuite que le rythme de la fonction excitatrice du sinus n'est pas troublé.

β) Les complexes ventriculaires sont également typiques, ce qui indique l'origine supraventriculaire de ces systoles ventriculaires. Mais leur rythme n'est pas absolument régulier ; il y a des groupes allorythmiques de pulsations, dans lesquels un certain nombre de systoles ventriculaires complètement rythmiques est toujours terminé par une systole ventriculaire prématurée (sur la fig. la période *R* 2—3 et *R* 7—8).

Par une analyse rigoureuse de ces courbes, Mobitz a montré que les contractions ventriculaires périodiquement avancées ne sont que les réactions à certaines contractions auriculaires.

γ) Le rythme des contractions auriculaires (rythme sinusal) est ici plus lent, le rythme des contractions ventriculaires est plus rapide.

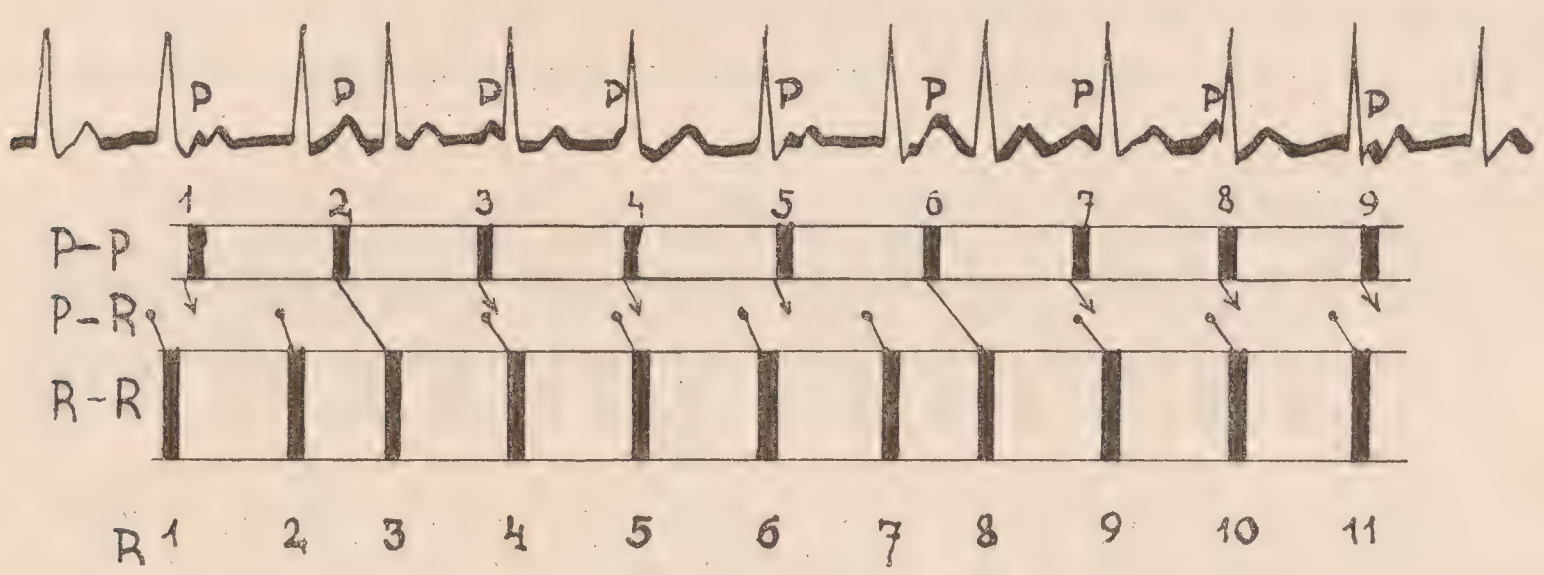


Fig. 13. Dissociation interférentielle de Mobitz. Electrocardiogramme (en haut) et schéma d'interprétation. D'après Mobitz (modifié).

δ) Puisque la fréquence des contractions auriculaires, bien que rythmique, est autre que la fréquence des contractions ventriculaires, le complexe auriculaire se déplace constamment vers le complexe ventriculaire et il se produit même une superposition des deux complexes. Un rapport semblable entre le fonctionnement des oreillettes et celui des ventricules se rencontre, comme nous le savons, dans la dissociation auriculo-ventriculaire totale, alors que les ventricules battent d'après leur propre rythme et indépendamment de celui des oreillettes. Aussi des arythmies de ce genre ont-elles été publiées comme exemple de bloc atrio-ventriculaire total, étranges cependant en ce que, à l'encontre de l'ordinaire, les ventricules battent ici plus vite que les oreillettes. L'activité des ventricules dans ces arythmies n'est cependant pas, comme nous allons le voir, complétement libérée de l'influence du rythme des oreillettes (c-à-d. du rythme sinusal).

Et parce que, à première vue, l'activité des ventricules est tout à fait independante du rythme des oreillettes (comme cela se passe dans la dissociation atrio-ventriculaire totale), mais que cependant le rythme sinusal intervient de temps en temps dans le rythme nodal des ventricules, Mobitz appelle cette arythmie *dissociation interférentielle.*

L'exemple de dissociation interférentielle cité n'est qu'un spécimen des arythmies de cette espèce. L'explication de leur mécanisme, telle que nous l'avons exposée à grands traits d'après Mobitz, a été justement rendue possible par l'électrocardiographie qui a montré que les contractions rythmiques des oreillettes sont provoquées probablement du sinus et que les contractions périodiques et prématurées des ventricules, qui viennent troubler le rythme nodal régulier des ventricules, dépendent des contractions auriculaires d'origine sinusale

b) Interférence du rythme sinusal et auriculaire. (Dissociation interférentielle sino-auriculaire.)

De façon tout à fait analogue à celle dont naissent les arythmies provenant d'une interférence du rythme sinusal et du rythme nodal, se produisent, d'après Mobitz, d'autres arythmies par l'interférence de deux rythmes, dont la source de l'un (le plus lent) est le sinus, et celle de l'autre (le plus rapide), un nouveau centre ectopique dans les oreillettes.

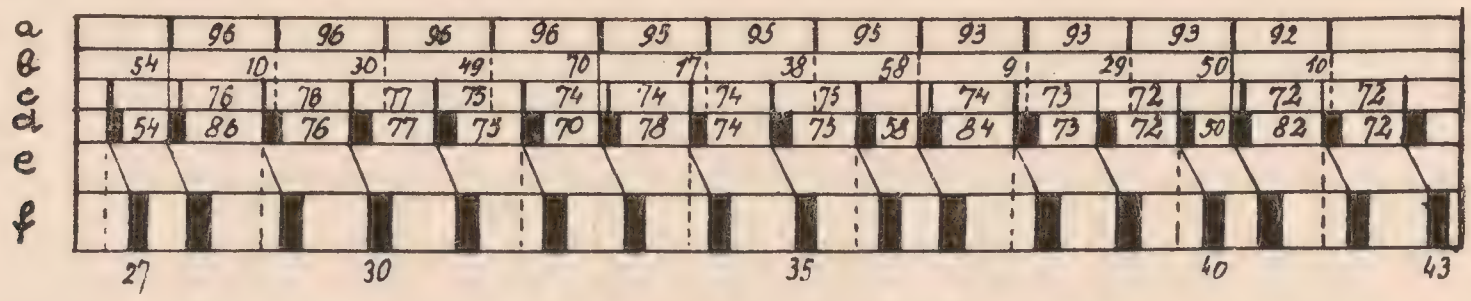


Fig. 14. Schéma de dissociation interférentielle sino-auriculaire d'après Mobitz. Rangée *a:* rythme des impulsions sinusales ; rangée *b:* chiffres indiquant au bout de combien de centièmes de secondes après la systole auriculaire précédente (hétérotope) arrive (réellement ou d'après le calcul) l'impulsion sinusale la plus prochaine ; la rangée *c* indique le rythme des impulsions auriculaires hétérotopes ; la rangée *d* montre la suite des contractions réelles des oreillettes ; la rangée *e:* la conduction $A_s - V_s$; la rangée *f:* la suite des contractions ventriculaires. — Parmi les systoles (auriculaires et ventriculaires) il n'y a que les systoles 28, 33, 37, 41 (voir au-dessous de la rangée inférieure du schéma les nombres qui servent à l'orientation dans l'ordre des périodes de pulsation) qui soient d'origine sinusale.

Dans les groupes de pulsations allorythmiques, les ventricules battent de manière très semblable à ce que nous venons de décrire dans la forme précédente. Chaque groupe se termine par une systole prématurée des ventricules, sans que celle-ci soit suivie d'une pause de compensation (voir fig. 14). Les oreillettes battent en harmonie avec les ventricules avec l'intervalle habituel $A_s - V_s$, mais elles sont mises en activité par un centre ectopique rythmique auriculaire. — En outre, le sinus lui aussi ne cesse de fonctionner de façon ininterrompue, protégé qu'il est par un bloc fonctionnel contre l'influence disturbante du centre ectopique auriculaire plus rapide. De temps en temps, quelque impulsion sinusale pénètre dans les oreillettes au moment où elles ne sont pas réfractaires et déclanche une systole auriculaire prématurée, ainsi qu'une systole ventriculaire prématurée. La pénétration de l'onde sinusale d'excitation dans les oreillettes trouble l'action rythmique de leur centre ectopique qui, à cause

de cela, commence au même moment une nouvelle série de ses impulsions rythmiques.

Le schéma de la fig. 14 montre comment Mobitz se représente le *mécanisme de ces arythmies*. Ajoutons que Mobitz explique ainsi les arythmies que Kaufmann et Rothberger proclament des parasystoles auriculaires. La différence dans la conception de ces arythmies chez Mobitz, d'un côté, et chez Kaufmann et Rothberger, de l'autre, ne concerne pas tant la cause supposée des arythmies que l'idée qu'ils se font de leur mécanisme. Des deux parts l'on suppose une augmentation d'activité du centre ectopique auriculaire. Nous avons déjà dit comment Mobitz voit la chose réalisée. Mais Kaufmann et Rothberger enseignent que les contractions périodiques prématurées des oreillettes et des ventricules sont des extrasystoles auriculaires, produites par ledit centre ectopique auriculaire par suite d'un défaut momentané du blocage de sortie ; les autres contractions rythmiques du coeur appartiennent, selon eux, au rythme sinusal.

Nous sommes d'avis que la conception de Mobitz répond mieux à la réalité, cas elle ne suppose pas, comme la conception parasystolique de Kaufmann et Rothberger, une activité si rapide du centre ectopique et elle rend inutile la suppositions d'un blocage le sortie autour du centre ectopique.

Il faut ranger, d'après nous, dans la catégorie des arythmies provenant d'une dissociation interférentielle sino-auriculaire celles qui ont été décrites par Wenckebach (et plus tard par Klewitz, Schrumf), comme des *arythmies provenant de l'interférence de deux rythmes sinusaux,* dont l'un a sa source dans le pacemaker physiologique et le second dans une autre partie du noeud sinusal.

Je clos ce chapitre sur les „rythmes doubles" par ces paroles de Mobitz (Zeitschr. f. d. ges. exp. Med. vol. 34,505)*) „Dans toutes les interférences que nous avons apprises à connaître jusqu'à présent, le rythme le plus lent est celui qui se manifeste seulement par des contractions isolées (sporadiques) . . . *Dans la dissociations interférentielle* c'est toujours le *rythme sinusal.* Il est superposé au rythme fondamental (plus rapide, hétérotope) de la courbe et s'il pénètre dans la partie du coeur subordonnée, il occasionne un déplacement du rythme hétérotope. Le blocage de protection du centre subordonné se produit ici uniquement parce que la division du coeur, étant refractaire pendant le temps de sa propre excitation et pendant le bref moment qui la suit, elle s'oppose à la propagation du stimulus sinusal. Cette sorte de blocage de protection découle donc, sans aucune autre supposition, d'un principe universellement admis en physiologie cardiaque. Dans la *parasystolie* dans le sens de Kaufmann et Rothberger, le rythme hétérotope se manifeste par des extrasystoles. Celui-ci

*) Les mots entre parenthèses ne se trouvent pas dans l'original, nous les intercalons pour faciliter la compréhension de ces lignes séparées de leur contexte. Cela s'applique aussi à la mise en relief de certains mots.

(le rythme hétérotope) n'a pas d'influence sur le rythme fondamental de la courbe, il lui est coordonné. On ne peut, pour le moment, se représenter la parasystolie que dans les extrasystoles ventriculaires. A la différence de la dissociation interférentielle, il s'agit dans la parasystolie d'une interruption du système de conduction, d'un bloc localisé dans quelqu'une de ces petites branches, d'un bloc qui fonctionne comme blocage de protection du centre hétérotope."

* * *

Il nous reste encore à justifier *pourquoi nous avons rangé, non seulement la parasystolie ventriculaire, mais encore la dissociation interférentielle de Mobitz, parmi les arythmies dont l'élément arythmique est constitué par les contractions automatiques hétérotopes et non pas parmi les arythmies extrasystoliques.*

En ce qui touche la *parasystolie* ventriculaire, nous avons donné en leur place les raisons qui motivent cette façon de voir: l'activité rythmique et lente du centre ventriculaire, probablement isolé — par un blocage de la voie de conduction — de l'influence disturbante des ondes sinusales d'excitation, montre qu'il y a ici analogie évidente avec les conditions dans lesquelles le faisceau de His manifeste son automatisme naturel dans la dissociation atrioventriculaire totale. Dans les deux cas, il s'agit d'un rythme homogénétique et les contractions extraordinaires dans la parasystolie ventriculaire — si nous les considérons du point de vue génétique — ne sont pas des extrasystoles, mais des contractions automatiques hétérotopes.

Il n'en est pas certainement autrement dans les *dissociations interférentielles.* Celles-ci non plus, on ne peut les ranger parmi les arythmies extrasystoliques. Car Mobitz a montré que les contractions cardiaques qui, par leur précocité interrompent la rythmicité du rythme fondamental et que quelques auteurs ont interprétées comme extrasystoles, sont, à proprement parler, des contractions d'origine normotope, appartenant au rythme sinusal physiologique. Ce sont donc des contractions homogénétiques, automatiques. Les contractions appartenant au second rythme, qui existe dans les dissociations interférentielles, ne peuvent être comprises autrement que comme des manifestations de l'activité automatique rythmique du centre ectopique qui, chez les unes, est le centre auriculaire, chez les autrès, le noeud de Tawara. Mobitz lui-même déclare que les secondes constituent une forme des *rythmes* atrio-ventriculaires plus fréquente que celle où le noeud de Tawara met en activité également les oreillettes et les ventricules. Il est vrai que l'on suppose que, dans les dissociations interférentielles sino-auriculaires, le centre ectopique est situé dans les oreillettes, mais il est plus que probable qu'il est constitué par quelque partie plus périphérique du noeud relativement long du sinus. Ce qui en témoigne,

c'est, d'une part, la forme typique des complexes auriculaires électrocardiographiques correspondants, et, d'autre part, la circonstance que la fréquence du centre ectopique n'est ici qu'un peu plus élevée que la fréquence du rythme sinusal.

Contractions circulaires.

Définition. On entend par contraction circulaire une onde systolique qui, sous certaines conditions, n'envahit pas le myocarde de toute une division du coeur (oreillettes ou ventricules) de façon coordonnée, de toute part et en une fois, comme cela se passe normalement, mais qui y pénètre seulement par une région (une voie) délimitée, s'y propage ensuite dans une seule direction et ne met en activité toutes les parties que successivement. Ayant ainsi parcouru cette division (entière), elle revient à la région (à la voie) d'où elle était partie et refait ce même chemin à nouveau, trouvant toujours réunies à son retour ces mêmes conditions pour le trajet anormal que nous venons de décrire.

Tel est le principe du phénomène que l'on appelle contraction circulaire *(circus contraction* Garrey, *circulating rythm* Mines, *circus motion, circus movement)* et par lequel quelques auteurs expliquent actuellement les extrasystoles sommées, les tachycardies paroxystiques et la fibrillation des divisions du coeur (avec ses différentes formes: le flutter et la fibrillation). L'onde d'excitation systolique court en cercle d'une autre façon pour chacune des arythmies citées.

D'après les expériences, connues sous le terme de „ring-experiment", de Mines, de Garrey et d'autres auteurs, nous pouvons dire que *la contraction circulaire de l'anneau musculaire est rendu possible* 1. *par le blocage local qui oblige le stimulus à s'engager dans* ***un*** *sens seulement,* 2. *par la diminution de la conductibilité de l'anneau,* 3. *par le raccourcissement de la phase réfractaire de la contraction systolique déclenchée par l'onde tournant en cercle.*

Formes de la contraction circulaire.

Nous avons cité la contraction circulaire comme élément arythmique. Est-ce à bon droit? Il semblerait à première vue que ce phénomène, originairement observé sur des anneaux musculaires isolés et artificiellement préparés ne pût être utilisé en aucune façon dans la pathologie du coeur de l'homme. Et pourtant il en est ainsi! La contraction circulaire est véritablement la cause de certains troubles de la rythmicité cardiaque Garrey, Mines et de Boer sont les principaux défenseurs de la théorie qui voit dans la contraction circulaire la cause de quelques extrasystoles, des extrasystoles sommées, des tachycardies paroxystiques, du flutter et de la fibrillation des oreillettes et des ventricules. Garrey et Mines (et Lewis) d'un côté, de Boer de l'autre, s'accordent à dire que les diverses formes nommées de troubles de la rythmicité cardiaque sont causées par

différentes variétés des „circus motions", mais ils ne sont par d'accord sur la manière dont tourne en cercle le stimulus systolique dans les arythmies citées.

1e *forme: Mouvement circulaire en masse.*

Nous appelons cette forme „mouvement circulaire en masse", parce que le stimulus et la contraction systoliques mobilisent dans leur marche toute la musculature de la division du coeur en question pour ainsi dire d'un trait.

Ce que nous appelons „mouvement circulaire en masse" se fait, d'après l'idée de Boer, de deux façons: sans interruption et par étapes.

α) *Sans interruption:* En partant de la région la plus tôt excitable (région où l'impulsion fait son entrée) le stimulus systolique parcourt la paroi de la cavité en quelque sorte péristaltiquement, mobilise les

Fig. 15. Schéma de la contraction circulaire („mouvement circulaire en masse").

diverses parties successivement jusqu'à ce qu'il arrive par un autre côté à la région de départ, devenue entre temps de nouveau excitable. (V. la fig. 15.) C'est par cette espèce de mouvement circulaire que de Boer explique le mécanisme des extrasystoles sommées, des tachycardies paroxystiques et du flutter auriculaire.

β) *Par étapes (systoles fractionnées,* fibrillation d'après de Boer). L'état du myocarde au moment de l'excitation est tel, que seule la région *A* est excitable (v. la fig. 16.). L'excitation causée au point *E* ne peut donc se propager que dans la région *A*. Lorsque le stimulus atteint la limite *a—b*, il ne peut immédiatement pénétrer dans la région *B* qui est encore dans la période relativement réfractaire. Mais en suite cette région *B* redevient excitable avant que ne soit terminée la contraction (et l'état d'excitation) de la région *A*. Le stimulus peut donc pénétrer dans la région *B* et jusqu'à la ligne *a—c*, après laquelle le tissu (région *C*) est encore réfractaire. Mais là aussi la phase réfractaire s'achève avant que soit achevée l'excitation systolique de la région *B* et c'est pourquoi le stimulus passe à la région *C*, d'où ensuite (si la phase réfractaire, dans la quelle le stimulus a laissé la région *A*, est suffisamment brève) il peut pénétrer de nouveau dans la région *A*, puis dans la région *B* etc. C'est ainsi que de Boer explique la *fibrillation* (Garrey seulement *l'ondulation*) du coeur des poecilothermes.

La systole fractionnée se produit, d'après de Boer, si l'onde d'excitation, en arrivant à son point de départ — dans le schéma, la région *A* — trouve cette région encore absolument réfractaire et s'y arrête définitivement.

2e *forme: Mouvement circulaire sur une voie délimitée dans la paroi auriculaire.*

Ici le stimulus est, dans certaines conditions, obligé de parcourir une voie circulaire relativement étroite de l'oreillette (car cette espèce du circus motion n'a été encore prouvée que pour l'oreillette). Les autres parties de l'oreillette (des oreillettes) sont mises en action seulement par les excitations qui leur sont envoyées de la zone de cette onde circulaire centrale (flutter) (voir la fig. 17.).

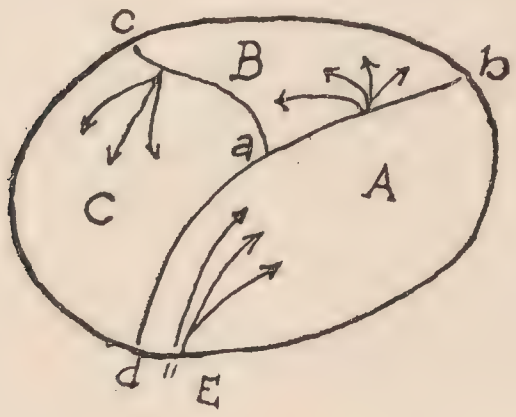


Fig. 16. Mouvement circulaire par étapes (systole fractionnée). D'après de Boer.

Fig. 17. Schéma du mouvement circulaire d'après Lewis.

L'expérience de Garrey sur un coeur de sélacien (oreillette) a montré réellement l'existence de ce mouvement circulaire du stimulus systolique dans une route circulaire limitée, bien que cette route ne soit par anatomiquement délimitée par rapport au myocarde environnant. La délimitation est fonctionnelle. Elle est bloqué de deux côtés parce que sa phase réfractaire et la période de son excitabilité ne coïncident pas chronologiquement avec la phase réfractaire et la période d'excitabilité des autres parties du myocarde.

Lewis a montré que l'impulsion systolique se mouvait en cercle de la même façon sur une voie circulaire limitée même dans les oreillettes des coeurs de mammifères et il pense que cette voie circulaire est ici le plus souvent l'anneau musculaire qui entoure l'embouchure des veines caves.

Erlanger (cit. Garrey) a confirmé par une expérience très simple cette circulation importantce du stimulus dans un cercle étroit de l'oreillette. Il a, en effet, réussi à arrêter expérimentalement le flutter des oreillettes en introduisant la branche d'une pince par la veine cave dans l'oreillette et en serrant un point de l'anneau musculaire qui entoure l'embouchure des veines caves. Le flutter des oreillettes cessa tout d'un coup, car la pression avait fait obstacle à la marche de l'onde circulaire.

3e *forme: Mouvement circulaire irrégulier dans une région limitée du myocarde.*

Garrey ainsique Lewis ont montré que l'impulsion circulaire peut choisir sa route en cercle indépendamment de la place qui à été excitée (par faradisation) dans un essai de provoquer le flutter.

Garrey ajoute que l'existence de cercles musculaires naturels n'est par une condition indispensable pour que l'impulsion se maintienne dans la même voie circulaire.

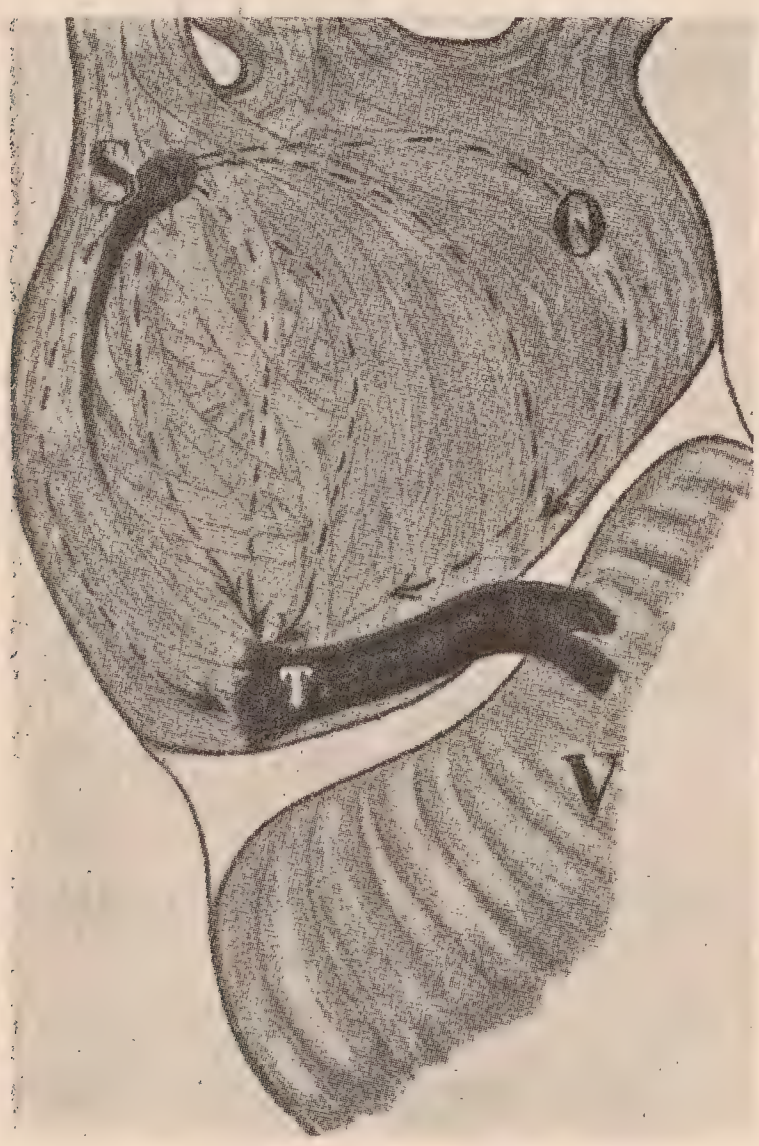


Fig. 18a. Propagation normale de l'excitation systolique dans les oreillettes.

Fig. 18 b. Propagation de l'excitation systolique dans les oreillettes pendant la fibrillation des oreillettes. (Fibres myocardiques en noir représentent les fibres passés par l'excitation et par là devenues refractaires, fibres grises reprèsentent les fibres en état d'inexcitabilité presque disparue, fibres blanches représentent les fibres excitables). D'après Lutembacher.

C'est cette forme de mouvement circulaire que Garrey croit la cause du flutter irrégulier des oreillettes et qui se rapproche déjà de la dernière forme compliquée de contraction circulaire. Il s'agit ici, d'après Garrey des „irregularly shuttling impulses, circulating within the localized region of fibrillation".

4e *forme: Dispersion du stimulus systolique en de nombreuses ondes „circulaires" distinctes.* Celles-ci, séparées entre elles par des parties temporairement inexcitables, elles sont contraintes par ces blocages fugaces et variables de changer sans cesse de direction et, tantôt ici, tantôt là, de compléter des cercles irréguliers (voir la fig. 18.).

Ici donc le stimulus ne parcourt pas toute la largeur de la paroi auriculaire, mais trouvant ici des fibres excitables dont il se sert pour

continuer son chemin, là des fibres inexcitables (à causes d'un blocage local) qu'il évite, il se décompose en plusieres ondes distinctes. C'est ainsi que chacune de ces ondes d'excitation „oscille" d'un côté et d'autre, traverse le myocarde auriculaire dans les directions les plus diverses, en beaucoup d'endroits à la fois, revient aux places qu'elle a traversées un moment auparavant et qui entre temps sont redevenues conductrices. Leur voie se modifie sans cesse, car les blocages locaux que l'excitation a dû éviter il y a un moment, ont depuis disparu et d'autres se sont formés. La structure en réseau des parois des oreillettes constitue justement le terrain le plus favorable pour les processus fibrillaires.

D'après cette conception de Garrey, la fibrillation consiste en de très nombreux mouvements circulaires irréguliers, mais qui, loin de rester sans cesse à la même place, changent de route et de place dans les oreillettes. Par là cette conception diffère radicalement de celle de Lewis, d'après lequel la fibrillation serait causée par des excitations très irrégulières des oreillettes par des stimuli qui quittent à des intervalles très différents une route circulaire centrale irrégulière, la route mère, la „Motherwave" (voir la fig. 17.). Et elle diffère encore plus de la conception de Boer, d'après lequel la fibrillation est causée par le fait que la systole auriculaire avance lentement et par étapes tout autour des oreillettes, mobilisant l'une après l'autre les parties de leurs parois, s'arrêtant pour un instant devant les régions encore réfractaires, mais continuant par là son chemin dès que la phase réfractaire s'y est achevée.

Pathogénie des contractions circulaires.

Le mouvement circulaire des stimulus systolique dans une division donnée du coeur peut se produire, si les conditions suivantes sont réunies:

a) *une différence (voire seulement relative) dans l'état physiologique des parties connexes du myocarde au moment où le stimulus pénètre dans la partie du coeur en question* (Garrey); cela a lieu:

α) lorsque le myocarde est en mauvais état (de Boer);

β) lorsque l'état fonctionnel du myocarde, sous l'influence de facteurs chimiques ou physiques ou sous l'influence des nerfs du coeur, est porté en diverses parties à un différent degré de rendement (conditions surtout expérimentale);

γ) un facteur nullement nécessaire mais favorable est que la propagation du stimulus ne soit rendue posible, à cause d'une lésion anatomique, que dans un sens ou dans une voie limités.

b) *Une diminution de la conductibilité du myocarde en général* (Garrey, Mines, de Boer); cela a lieu:

α) lorsque l'état du myocarde est mauvais;

β) lorsque le stimulus est très prématuré, c-à-d. lorsque le stimulus prématuré atteint la cavité du coeur tout de suite après la terminaison

de la phase réfractaire de sa systole normale, alors que la conductibilité du myocarde ne c'est pas encore rétablie.

c) *Un raccourcissement de la phase réfractaire causé par de circonstances suivantes* (Garrey, Mines, de Boer, Lewis):

α) la contraction provoquée de suite après la terminaison de la phase réfractaire de quelque systole normale, notamment si l'état du myocarde est mauvais, est accompagnée d'un raccourcissement de la phase réfractaire, et peut *commencer* à circuler.

β) la contraction circulaire, activant le myocarde de suite après qu'il est devenu excitable, et, en surplus étant très faible, elle est suivie par une période réfractaire très raccourcie, ce qui favorise la *continuation* du mouvement circulaire.

γ) l'accélération de la production des stimuli systoliques dans le sinus permet avec une facilité particulière que l'onde d'excitation puisse pénétrer dans la division du coeur en question immédiatement après que la phase réfractaire de quelqu'une de ses systoles s'est achevée.

Rythmes pathologiques et arythmies causées par la contraction circulaire.

A la question de savoir comment la contraction circulaire, en tant qu'élément arythmique, participe à l'apparition des rythmes pathologiques et des arythmies, nous répondons:

1. Il sera nécessaire à l'avenir de ne pas oublier le mouvement circulaire du stimulus systolique lorsqu'il s'agira de résoudre le probléme relatif à la génèse et à la nature des extrasystoles auriculaires et spécialement ventriculaires, ainsi que des extrasystoles sommées et des tachycardies paroxystiques auriculaires simples (tachycardies paroxystiques dites totales), ventriculaires et peut-être aussi atrio-ventriculaires.

2. On peut considérer le mouvement circulaire comme l'hypothèse la mieux étayée relativement au mécanisme de l'activité des oreillettes

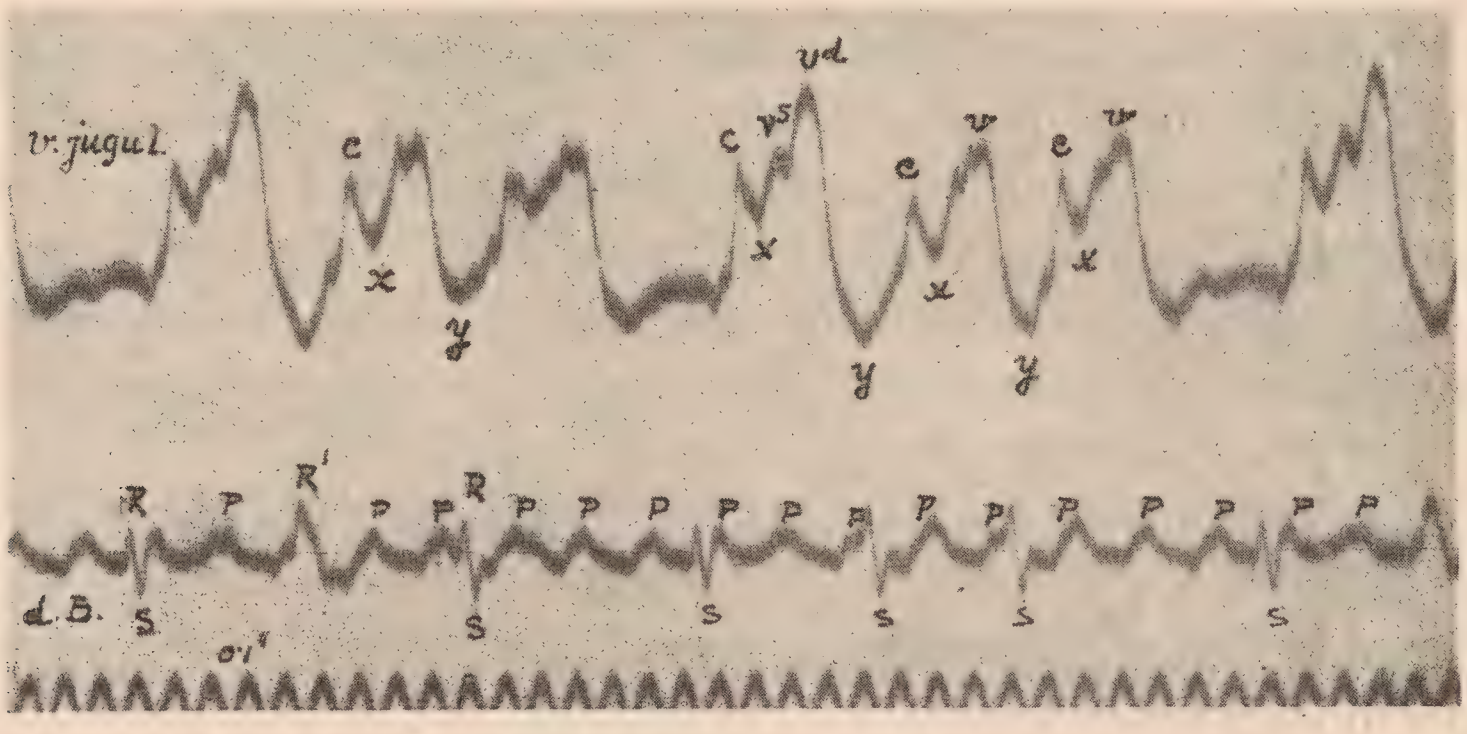


Fig. 19. „Flutter" auriculaire. Electrocardiogramme en bas.

ou des ventricules dans le flutter ou la fibrillation (trémulation) de ces cavités cardiaques.

A la déclaration ci-dessus et d'accord avec elle, il est encore nécessaire d'ajouter ces quelques mots. Tant que les rapports existant entre les extrasystoles et les contractions circulaires ne seront pas définitivement éclaircis,

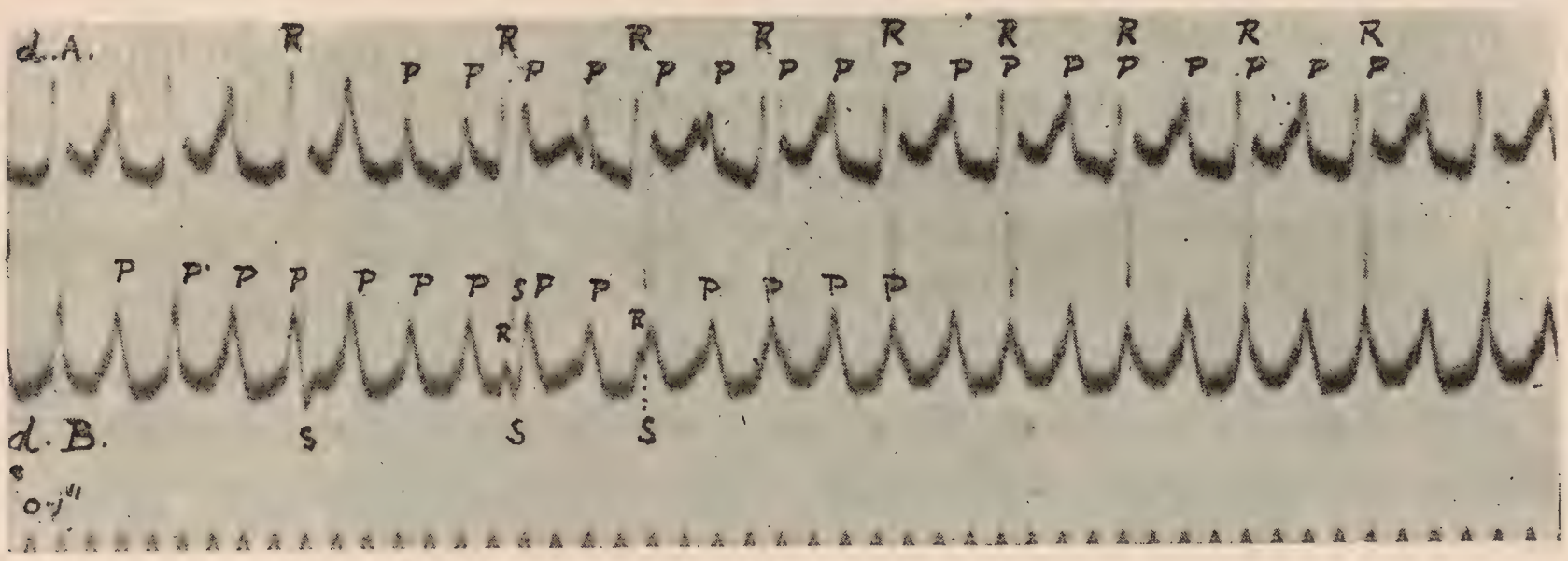


Fig. 20. „Flutter" auriculaire. En haut Ekg en dérivation *A* (pectorale), en bas dérivation *B*.

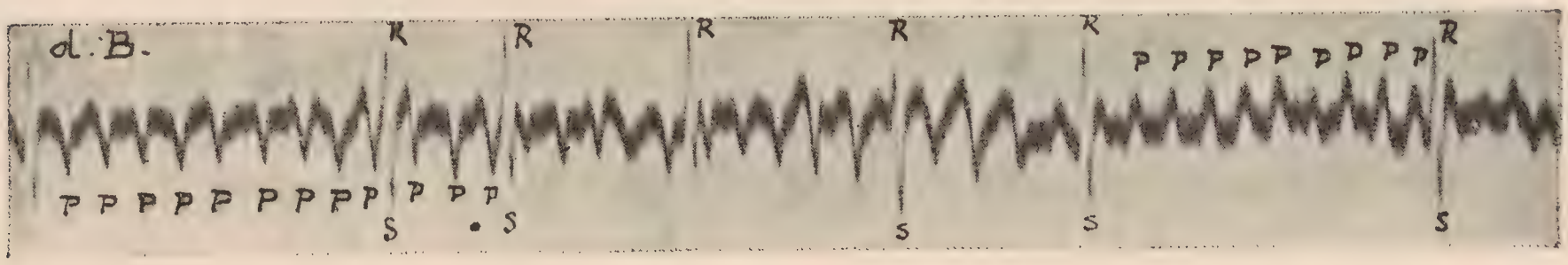


Fig. 21. „Impure flutter" auriculaire avec un changement dans la direction des ondes *P* (probablement un changement du sens du mouvement circulaire).

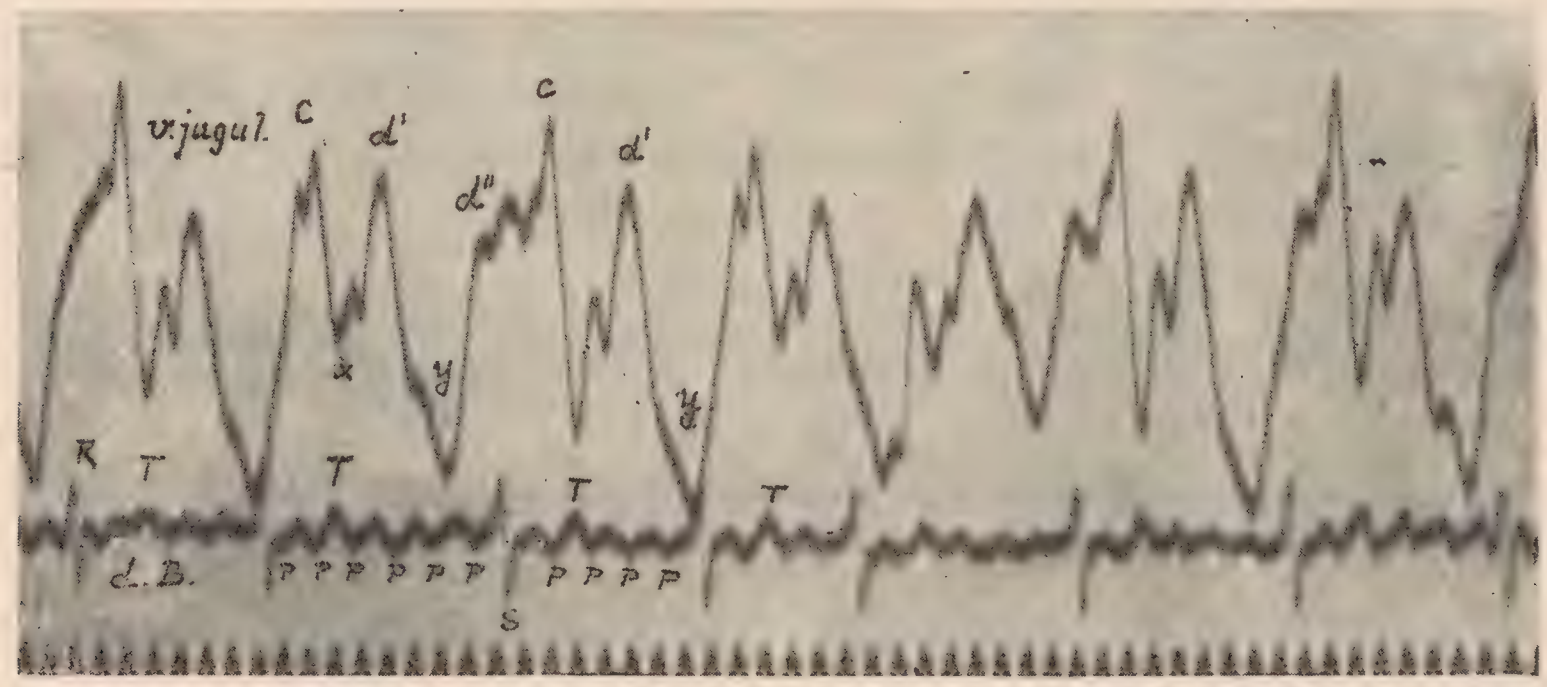


Fig. 22. Arythmie complète. (Fibrillation auriculaire.) Tracé double: Électrocardiogramme en bas.

nous croyons faire pour le mieux en nous contentant d'exprimer la sympathie que nous portons à l'hypothèse de Garrey et de Boer, mais, pour le moment, nous conservons les extrasystoles comme élément arythmique particulier indépendant. Ainsi les extrasystoles couplées et sommées aussi bien que certaines tachycardies paroxystiques restent, dans le système des

arythmies, en dehors de la catégorie des rythmes pathologiques dues à la contraction circulaire oubien on ne les y range qu'avec un point d'interrogation.

Nous résumons:

I. *Les mouvements circulaires en masse* donnent peut-être naissance:

a) aux extrasystoles ventriculaires sporadiques à intervalle pré-extrasystolique très court et constant;

b) aux extrasystoles ventriculaires couplées et sommées (voir fig. 4, 5);

c) à la tachycardie paroxystique ventriculaire (voir fig. 25).

II. *Le mouvement circulaire dans un cercle préformé* donne naissance à l'auricular flutter et à sa forme paroxystique (la tachysystolie auriculaire paroxystique) (voir fig. 19 et 20).

III. *Le mouvement circulaire de l'onde d'excitation émiettée en de nombreux cercles irréguliers et variables* produit la fibrillation auriculaire (arythmie complète) (voir fig. 21 a 22) et ventriculaire.

Tachycardies paroxystiques.

Définition. Nous appelons tachycardies paroxystiques les tachycardies dans lesquelles les contractions cardiaques atteignent tout d'un coup la fréquence de 160 à 240, voire même 300 à la minute, se maintiennent pendant quelque temps à ce niveau et retombent soudainement au chiffre originaire normal.

Le mécanisme, la coordination des contractions cardiaques est en général normale dans les intervalles de calme, mais le paroxysme tachycardique lui-même est constitué par une série de contractions anormales. C'est pourquoi l'appellation de tachycardie paroxystique ne pénètre qu'en partie la réalité: elle ne montre que les traits extérieurs de l'activité anormale du coeur et n'indique aucunement sa nature physio-pathologique.

La place des tachycardies paroxystiques parmi les arythmies, leur nature et le mécanisme de leur apparition.

Le terme de tachycardie paroxystique est un terme collectif qui, comme nous l'avons dit, n'indique de la nature de ces troubles de l'activité cardiaque pas autre chose que leur caractère transitoire et périodique et la grande fréquence du pouls.

Le terme tachycardie paroxystique et le maintien de ce groupe de troubles du rythme cardiaque dans la classification générale des arythmies, ont été consacrés par la tradition et sont justifiés par l'importance clinique de ces „arythmies". Car, dans leurs traits généraux, il y a de commun à toutes les tachycardies paroxystiques quelques symptômes, qui donnent à tout le groupe un caractère particulier.

Toutefois, l'isolement de ce groupe arytmique n'est pas suffisamment justifié au point de vue physio-pathologique. En effet, nous éveillons

par là l'idée que le caractère de l'activité cardiaque dans les accès de tachycardie paroxystique ne trouve aucune analogie dans les autres formes de troubles du rythme. Mais ce serait une erreur de le croire, comme le montre l'aperçu que nous donnons plus tard.

Les façons de voir sur la nature des diverses formes de tachycardies paroxystiques ne sont pas jusqu'à présent concordantes et, par conséquent, même le rapport qu'elles peuvent avoir avec les autres arythmies n'est pas clair. Il y a en tout trois camps, dont chacun défend un autre mécanisme de production et, en partie, un autre mécanisme des contractions dans le paroxysme tachycardique.

1. Commençons par l'opinion qui jusqu'à tout récemment était acceptée notamment par les écoles allemandes. Hering dit que „peut-être dans toutes les tachycardies paroxystiques il s'agit *d'extrasystoles, par conséquent de tachycardie hétérotope ou de tachysystolie.*" La tachycardie paroxytique serait donc une *manifestation de l'accroissement de la formation des excitations motrices (tachyéréthisme)* dans les centres hétérotopes.

D'après l'opinion de Kaufmann et de Rothberger, il faut considérer les diverses contractions cardiaques dans le paroxysme tachycardique comme une *manifestation de la formation rythmique des stimuli dans les centres cardiomoteurs subordonnés.* K. et R. attribuent une origine semblable aussi aux extrasystoles, les plaçant ainsi à côté des contractions automatiques hétérotopes (tel que l'escaped beat ou les contractions idio-ventriculaires). La formation rythmique d'impulsions dans les centres cardiomoteurs subordonnés ne serait au fond, d'après ces auteurs, que *l'automatisme naturel de ces centres,* il serait cependant *augmenté* et, dans le laps de temps en dehors des accès il serait protégé par un blocage de protection (Schutzblockierung) contre l'éventualité „d'être déchargé" et, en même temps, marqué par un blocage de sortie (Austrittsblockierung) (v. théorie de la parasystolie). Supposons cependant qu'à un certain moment fasse défaut, pour une cause quelconque, le blocage de sortie: en ce moment le centre ectopique, dont l'énergie impulsive est pathologiquement accrue, excite la division du coeur où il est situé et lui fait produire des contractions rythmiques très rapides: l'accès de tachycardie paroxystique apparaît.

2. A l'encontre de Rothberger, Lewis est convaincu que les *contractions dans l'accès de tachycardie paroxystique sont de caractère hétérogénétique,* de même que les extrasystoles sporadiques. Les stimuli qui éveillent ces contractions anormales n'ont rien de commun avec la formation naturelle d'impulsions dans les régions inférieures du tissu spécifique. Lewis — comme déjà depuis longtemps Hoffmann et Hering — voit dans la tachycardie paroxystique une série d'extrasystoles.

D'après Lewis, ni les extrasystoles, ni les tachycardies paroxystiques ne sont par leur origine nécessairement associées avec le tissu spécifique, comme le croient Rothberger, Hoffmann et d'autres („extrasystole cannot be associated exclusively with one or other class of tissue").

Nous voyons qu'entre la théorie de Lewis et celle des écoles allemandes il n'y a pas de différence en ce qui touche l'hétérotopie des contractions dans le paroxysme et le mécanisme cardiaque dans les accès. La différence consiste uniquement dans le processus biologique supposé, dont le résultat est le stimulus déclenchant les contractions anormales de l'accès tachycardique.

Vaquez et son école, notamment Donzelot, sont également d'accord avec l'opinion d'après laquelle il s'agit dans la tachycardie paroxystique d'une hétérotopie (déplacement de l'excitation initiale de contraction), laissant complètement de côté la question de savoir s'il s'agit d'un processus de nature homogénétique ou hétérogénétique.

Les deux conceptions de la tachycardie paroxystique citées sub 1 et 2 ont un trait commun. D'après toutes les deux, la tachycardie paroxystique serait une série de contractions hétérotopes, homogénétiques d'après l'une, hétérogénétiques d'après l'autre, mais toujours des contractions dont les impulsions naîtraient dans un centre déterminé unique, voire ectopique.

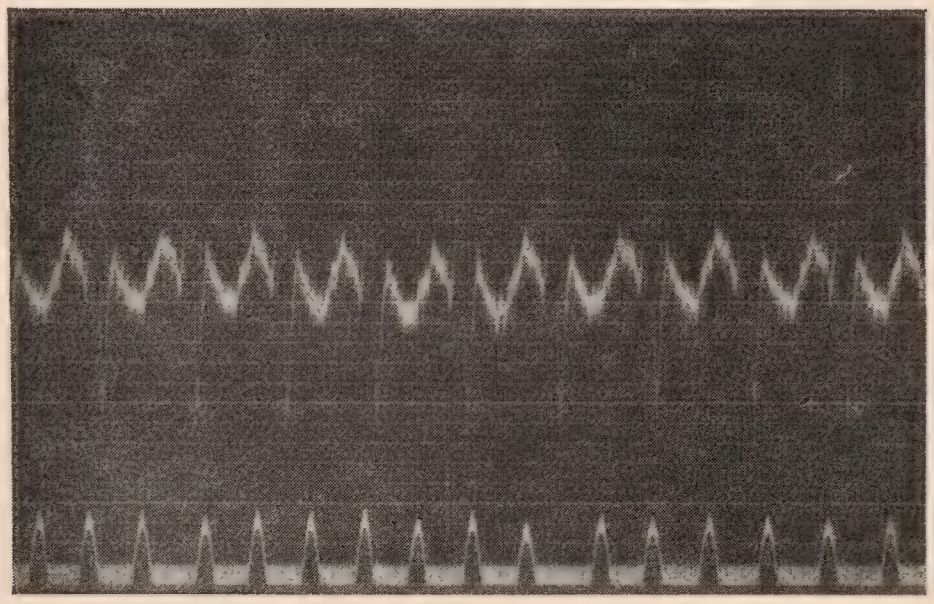


Fig. 23. Tachycardie paroxystique par „flutter" des oreilletes.

3. Un troisième groupe d'auteurs défend *la nature circulaire de toutes les tachycardies paroxystiques* (Mines, Garrey, de Boer). Nous connaissons déjà le principe de cette façon de voir.

a) La contraction circulaire dans les oreillettes peut être la cause des tachycardies paroxystiques auriculaires (à savoir de ces formes qu' on appelle auricular flutter, tachysystolie auriculaire). Cette anomalie de l'action auriculaire peut, en effet, se rencontrer non seulement comme état définitif, mais aussi comme un épisode plus ou moins long, qui ne trouble que temporairement le rythme normal du coeur.

Ici donc les impulsions rapides à l'activité tachycardique du coeur ne partent pas de quelque „point" ectopique des oreillettes, mais d'un cercle central, dans lequel circule l'onde d'excitation. Chaque trajet de l'onde déclanche dans les oreillettes une contraction coordonnée. Et parce que

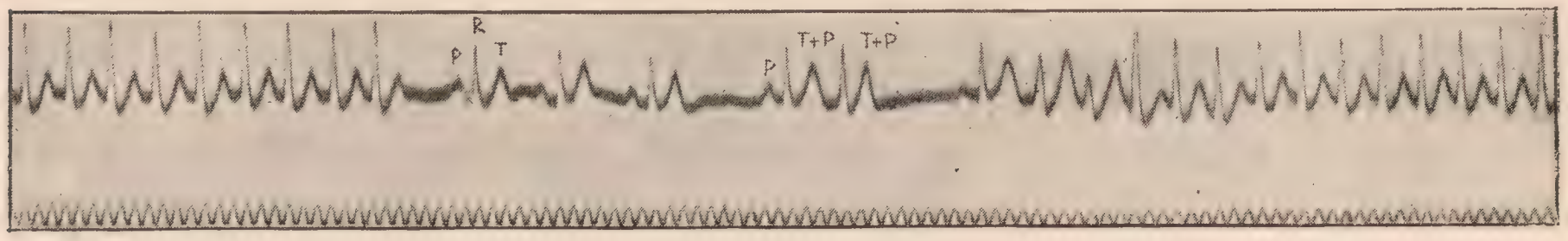


Fig. 24. Tachycardie paroxystique totale d'origine auriculaire. Fin d'un accès et début d'un autre accès. (T+P: Extrasystoles auriculaires bloquées.)

ces contractions auriculaires dépassent ordinairement le chiffre de 200 et vont même à 300, l'appellation de tachycardie est pleinement justifiée. La tachycardie paroxystique ayant cette genèse est soît seulement *partielle* — c-à-d. que seulement les oreillettes présentent une grande fréquence — soit *totale,* si toutes les oscillation auriculaires se transmettent dans les ventricules. (Voir les fig. 23 et 24.)

b) *La contraction circulaire dans les ventricules* peut d'après Boer, donner naissance à des tachycardies paroxystiques ventriculaires. De Boer (et Garrey) explique l'apparition des extrasystoles ventriculaires simples par le fait qu'après la systole normale une partie du muscle ventriculaire reste en état d'activité plus longtemps que le reste de ce muscle et il devient le point de départ d'une nouvelle onde de contraction qui parcourt les ventricules encore une fois et prématur ément. Si en même temps l'état du muscle ventriculaire est aggravé dans la mesure favorable à la naissance des contractions circulaires (voir pag. 40), cette extrasystole peut servir de début à une tachycardie paroxystique ventriculaire ou à une extrasystolie en masse, ce qui est à proprement parler la même chose. (Voir fig. 5 et 25.)

Ici le caractère du mouvement circulaire est semblable à celui que de Boer suppose dans la fibrillation; seulement, dans la *tachysystolie et le flutter* l'onde de contraction s'arrête un mo-

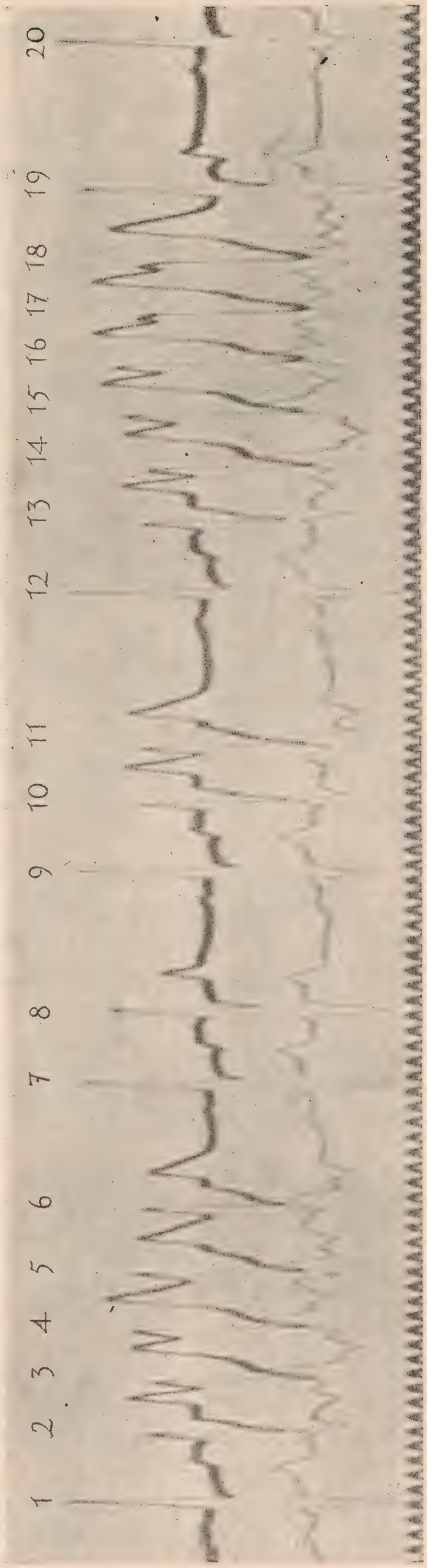


Fig. 25. „Flutter" des ventricules. (Extrasystoles ventriculaires sommées?) Tracé double (dérivations A et B thoracales) du même sujet que la fig. 5.

ment à chaque fois qu'elle a accompli un tour *complet* de la cavité du coeur.

La théorie de Boer, fondée sur des expériences faites sur le coeur de la grenouille, ne perd pas toute signification pour le coeur des mammifères. Le fait que chez ces derniers on peut facilement déclencher une tachycardie paroxystique ventriculaire typique en faisant une ligature de quelques ramifications d'une des artères coronaires et que l'on peut, par la même intervention, provoquer quelquefois la trémulation des ventricules, montre que le mécanisme de ces deux troubles du rythme pourrait bien être en principe le même, c'est-à-dire la contraction circulaire. De Boer a vu sa théorie confirmée aussi par des observations cliniques.

Que la conception de Boer s'applique aussi à la pathologie humaine, j'en ai la preuve frappante dans des observations non encore publiées, où, dans un bloc atrio-ventriculaire total, on pouvait directement suivre le passage du bigéminisme ventriculaire au polygéminisme et la transformation imperceptible de ce dernier en fibrillation ventriculaire, passant à son tour à la tachysystolie ventriculaire rythmique.

c) Il convient d'ajouter que de Boer fait aussi découler la tachycardie paroxystique atrio-ventriculaire de la contraction circulaire.

Une circonstance plaide sans contredit en faveur de la conception de Boer sur la nature circulaire des tachycardies paroxystiques en général et spécialement des tachysystolies paroxystiques ventriculaires, à savoir le passage brusque de l'allure précipitée dans le paroxysme à l'allure lente normale.

Si — en s'appuyant sur les cas concrets présentés par la clinique et l'expérience — nous voulons examiner la valeur de toutes les hypothèses ci-dessus citées sur l'origine et la nature des tachycardies paroxystiques, nous voyons que l'état actuel de la science en ce qui concerne la physiologie du rythme du coeur des mammifères nous impose une certaine réserve dans leur classification. Nous pensons cependant que, pour le moment, on ne peut, du point de vue de la physiologie pathologique, classer les tachycardies paroxystiques autrement que nous le faisons ci-après:

Notre classification des tachycardies paroxystiques.

1. Tachycardies paroxystiques dont l'élément génétique est la contraction extrasystolique hétérotope:

a) *tachycardies paroxystiques totales d'origine supraventriculaire* (Lewis). Il s'agit ici des tachycardies du coeur entier (oreillettes et ventricules). D'après le point de départ supposé des impulsions systoliques, nous distinguons:

α) la forme *auriculaire,* dans laquelle le point de départ des stimuli est probablement la partie auriculaire (postérieure) du noeud de Tawara;

β) la forme *nodale,* dans laquelle les stimuli qui déclanchent les contractions du paroxysme tachycardique du coeur entier sortent de la partie antérieure du noeud de Tawara ;

b) *tachycardies paroxystiques partielles*:

tachysystolie ventriculaire paroxystique(?) avec activité sinusale des oreillettes ou avec activation rétrograde des oreillettes.

2. Tachycardies paroxystiques dont l'élément génétique est la contraction circulaire.

a) *Contraction circulaire auriculaire*:

α) *auricular flutter* (paroxystique), et cela soit *avec une réaction régulière des ventricules* dans un rapport de 1 : 1 ou 2 : 1 ou 3 : 1, soit avec action irrégulière des ventricules.

β) *fibrillation auriculaire paroxystique (arythmie paroxystique complète)*.

b) *Contraction circulaire ventriculaire (?)* (Tachysystolie ventriculaire paroxystique).

Arythmies au mécanisme cardiaque anormal

causées par le

I. bloc:

a) anatomique, b) fonctionnel

1. *Sino-auriculaire:*
   α) *sporadique;*
   β) *périodique;*
   γ) *total temporaire.*

2. *Auriculo-ventriculaire:*
   α) *partiel (incomplet)*
   sporadique,
   périodique
   (2 : 1, 3 : 1, 4 : 1;
   3 : 2, 4 : 3, 7 : 3 etc.);
   β) *total (complet).*

[3. α) *de branches de Tawara;*
   β) *de l'arborisation;*
   γ) *intramusculaire;*
   tous coefficients favorables pour production des arythmies suivantes
   parasystolie ventriculaire lente,
   fibrillation, flutter.]

II. l'extrasystole:

a) auriculaire, b) nodale, c) ventricul.

1. *Sporadique;*

2. *périodique:*
   α) *bigéminisme;*
   β) *trigéminisme:*
   à type $2n + 1E$,
   à type $1n + 2E$;

3. *sommée (polygéminisme);*

4. *tachycardies paroxystiques:*
   α) auriculaires totales;
   β) nodales;
   [γ) ventriculaires?-]

III. la contraction hétérotope automatique:

a) auriculaire

1. Dissociation interférentielle sino-auriculaire (Wenckebach, Mobitz)

b) nodale,

1. Escaped beat.
2. Rythme nodal.
3. Dissociation interférentielle septale (Mobitz).

c) ventriculaire.

Parasystolie ventriculaire (lente).

IV. la contraction circulaire:

a) en masse:

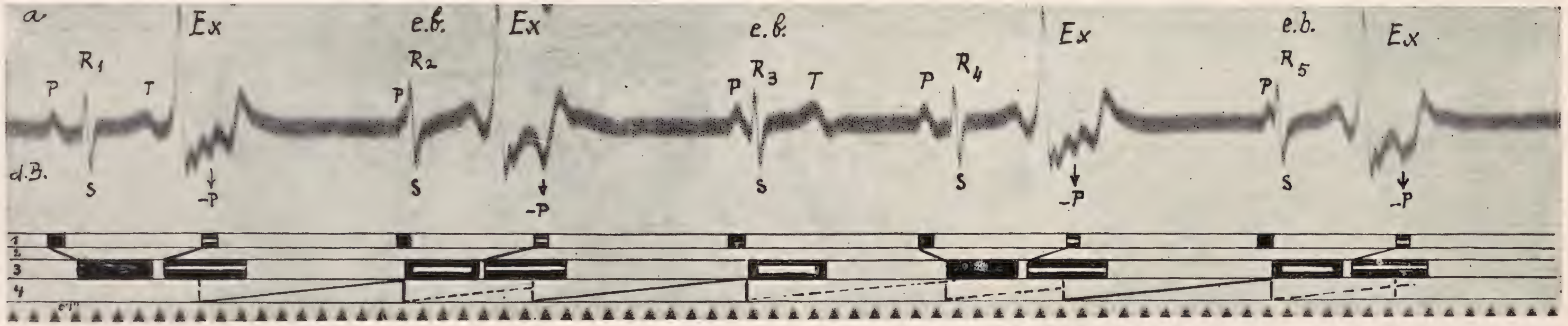
1. Bigéminisme ventriculaire.
2. Extrasyst. ventr. sommées.
3. Flutter ventriculaire.
[4. Tachysystolie parox. ventr.?]

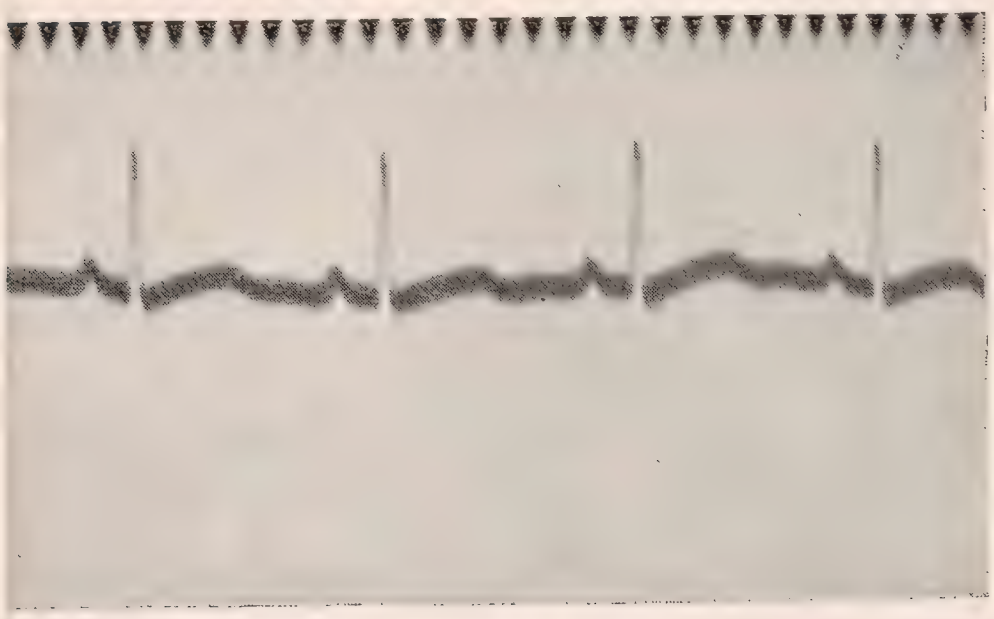
b) dans cercle préformé:

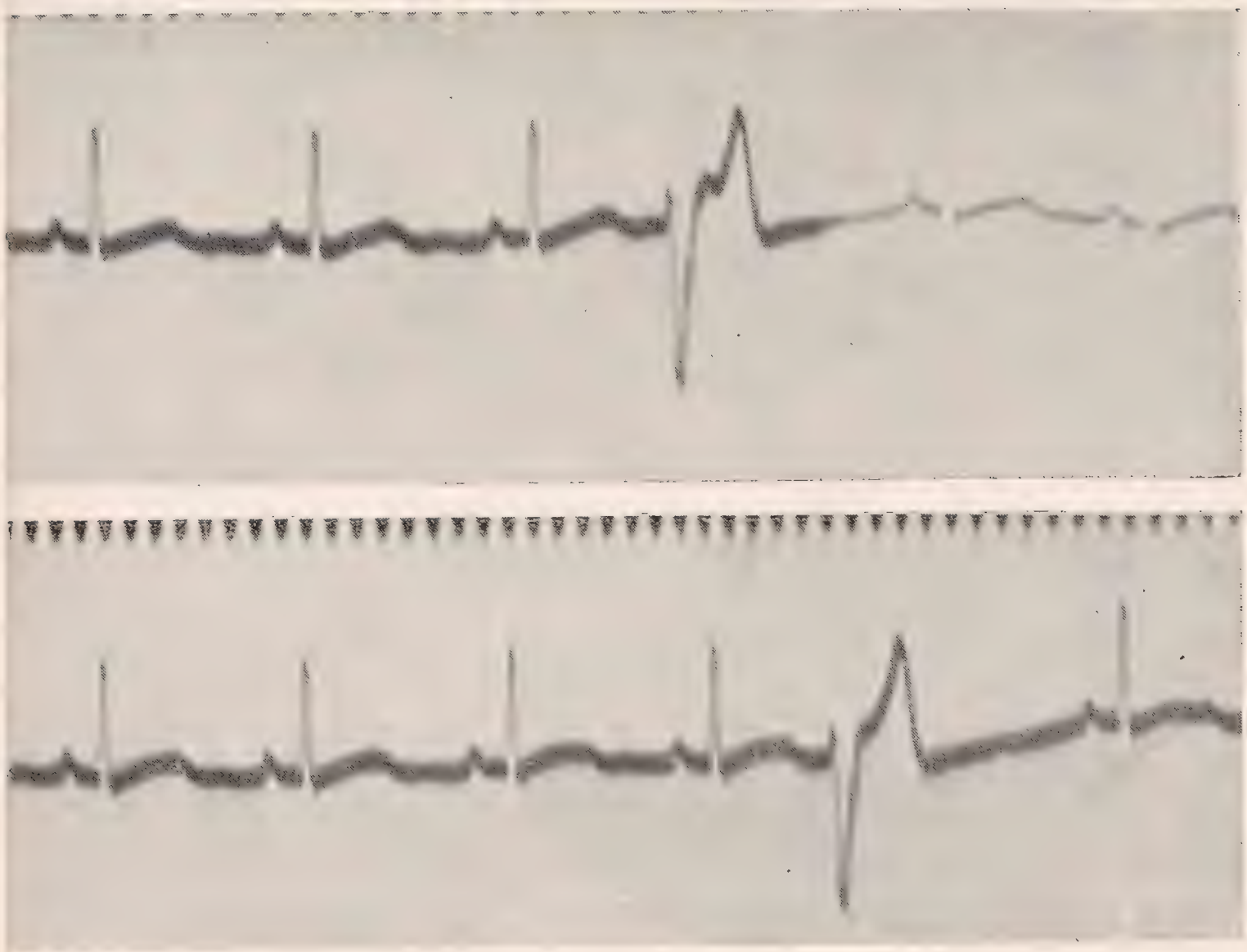
1. Flutter auriculaire.
2. Tachycardie auricul. paroxystique totale et partielle.

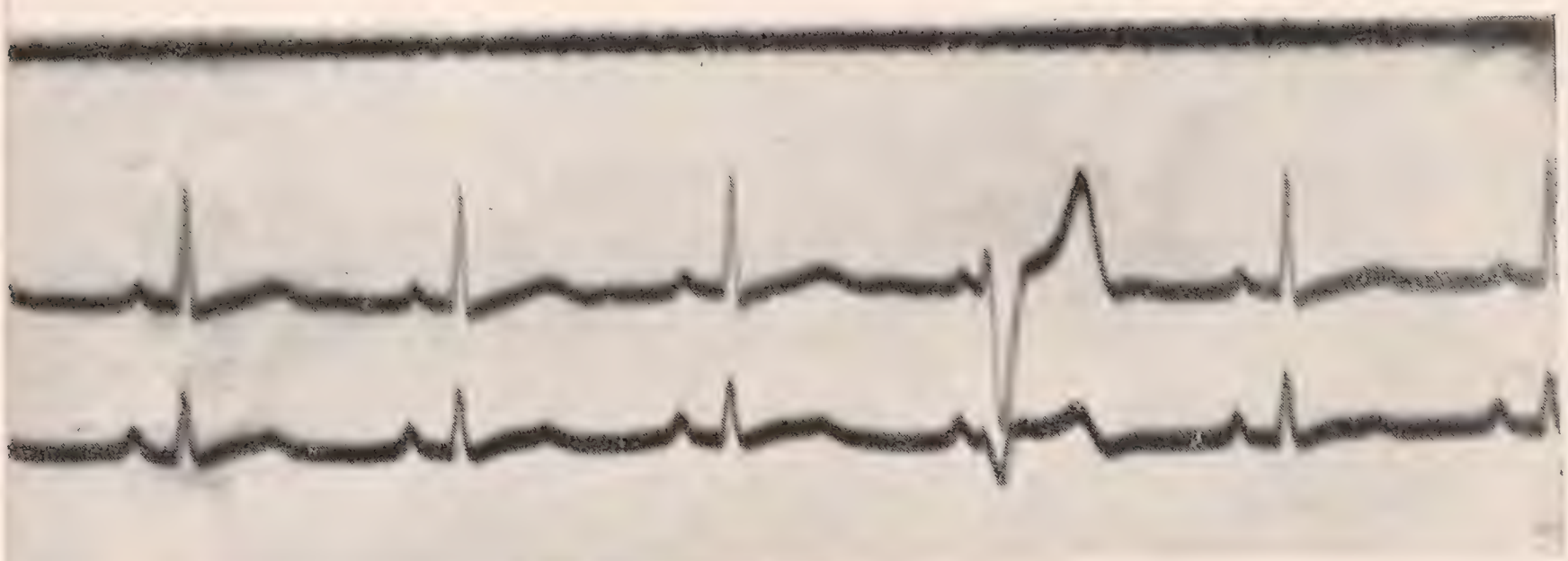
c) émiettée:

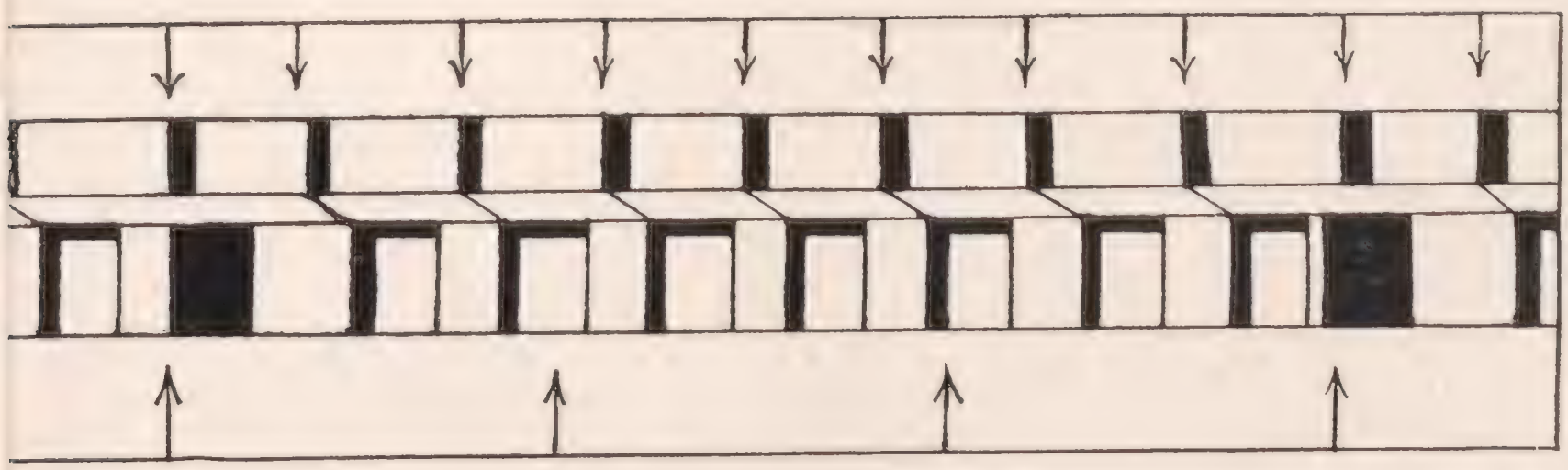
1. Fibrillation auriculaire.
2. Fibrillation ventriculaire.


a
Ex
e.b.
R1
R2
R3
R4
R5
P
T
S
-P
d.B.
1
2
3
4
b
R
e
d
e

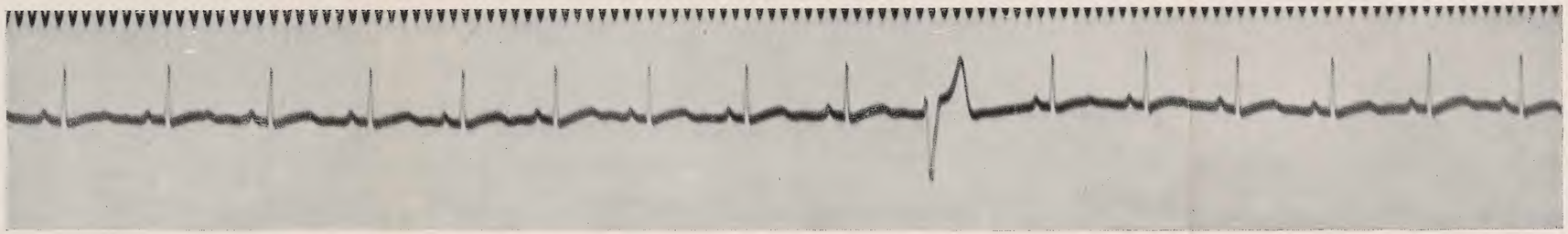




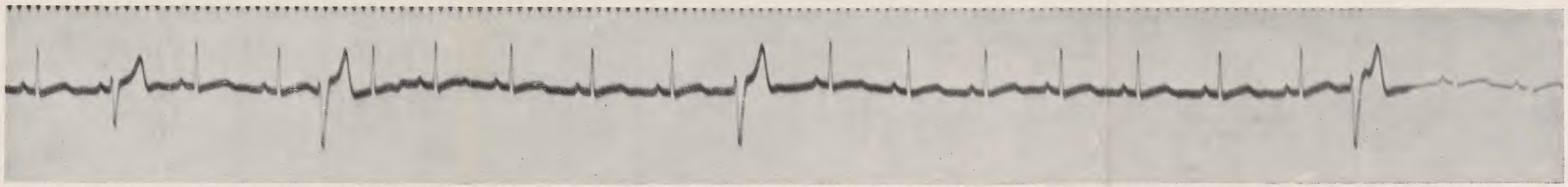




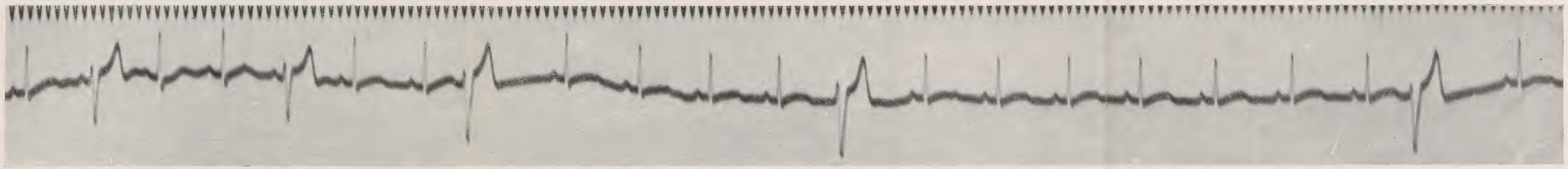
a)



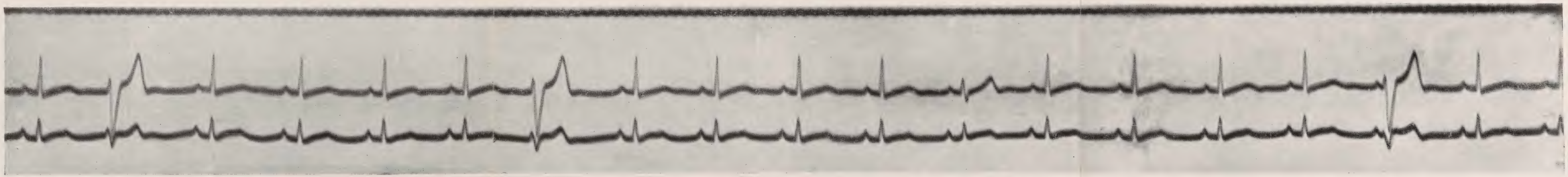
b)



c)



d)



e)

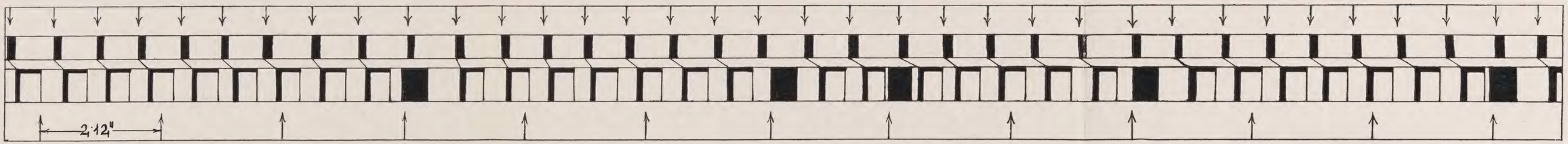


Planche II.

Fig. *a: Escaped beats et extrasystoles ventriculaires rétrogrades.* Electrocardiogramme, dérivation *B*; en bas, schéma d'interprétation en escalier. — Les systoles $P - R_1$ et $P - R_4$ sont des systoles sinusales coordonnées du rythme fondamental. *Ex* sont quatre extrasystoles ventriculaires rétrogrades. Les systoles R_2, R_3 et R_5 sont des *escaped beats* (e. *b*), qui proviennent probablement de la partie ventriculaire du noeud de Tawara, car les complexes électriques correspondants sont du type supraventriculaire, comme dans les systoles normotopes (R_1 et R_4). Les petites ondulations *P*, accolées au bras ascendant des soulèvements R_2, R_3, R_5, sont positives et de même forme que celles précedant R_1 et R_4; elles sont donc d'origine sinusales et coïncident seulement avec les escaped beats des ventricules. Les ventricular escapes apparaissent chaque fois que,à partir de la dernière „décharge" du tissu spécifique atrio-ventriculaire, il s'écoule plus de 0·98 de seconde. Le rythme sinusal présente un intervale de 0·86; l'automatisme septal ne se manifeste donc que si le rythme sinusal est troublé par l'extrasystole ventriculaire rétrograde et si par là, une impulsion sinusale régulière se trouve refoulée.

Schéma correspondant: 1⁰ La rangée des contraction auriculaires, 2⁰ conduction auriculo-ventriculaire, 3⁰ la rangée des contractions ventriculaires, 4⁰ diagramme de l'automatisme septal latent et manifeste.

Fig. *b, c: Escaped beats et extrasystoles ventriculaires rétrogrades:* du même sujet que dans la fig. *a.*

Fig. *d, e:* Rythme normal (sinusal) (fig. *d*) et *rythme nodal,* fig. *e*; les complexes ventriculaires sont ici du type supraventriculaire, de même que dans la période du rythme sinusal; leur fréquence est moindre; ils ne sont pas précédés par l'onde *P* par intervalle habituel chez ce sujet. Les ondes *P* dans les périodes 2, 3 et 4 sont d'origine sinusale et présentent avec les systoles ventriculaires correspondantes un rapport analogue que dans l'escaped beat. — Cette courbe est un exemple d'arythmie par avance septale de Vaquez et Donzelot.

Planche III.

Parasystolie ventriculaire lente. Fig. *a* et *b:* Electrocardiogramme, dérivation *A*. La courbe *b* est la continuation directe de la courbe *a*. Remarquer la variabilité visible de la „liaison" des contractions hétérotopes, leur forme concordante avec les extrasystoles du type *B* (comp. avec fig. 4 dans le texte), la circonstance que les repos après les systoles hétérotopes sont entièrement compensateurs (preuve que le rythme sinusal n'est pas troublé), la contraction hétérotope interpolée (la seconde dans la courbe *b*) et l'irrégularité apparente dans l'apparition des systoles idioventriculaires.

Fig. *c:* Autre courbe du même sujet. Remarquer que les deux premiers complexes atypiques apparaissent ici à la fin même de la pause des *ventricules*, de sorte qu'ils sont précédés d'une onde auriculaire régulière (de même que pour le premier complexe atypique de la courbe *b*); l'intervalle auriculo-ventriculaire est ici visiblement plus court que dans les systoles régulières. Ces complexes atypiques se distinguent des autres complexes atyiques de ces courbes en ce que la branche descendante de leur phase initiale est visiblement plus courte et la lageur de cette oscillation est moindre que dans les autres contractions idioventriculaires. Il n'y a donc pas pour les deux complexes en question une si grande différence de temps entre l'excitation des deux ventricules et cela parceque l'onde sinusale d'excitation a mis encore en action au moins une partie d'un ventricule de suite après que le stimulus hétérotope a commencé à se faire sentir dans l'autre ventricule. Il y a donc une petite différence entre ces deux complexes atypiques (par rapport aux autres complexes atypiques) causée par *l'interférence de deux ondes d'excitation dans les ventricules.*

Fig. *d:* Autre courbe du même sujet. Electrocardiogramme double (dérivation *A* et *B*). A l'encontre des courbes précédentes, les complexes atypiques apparaissent ici périodiquement (toujours après quatre systoles normales). Mais même ici la „liaison" des contractions hétérotopes est tout à fait libre et aussi il se produit dans les ventricules une interférence de l'onde sinusale d'excitation régulière avec l'onde d'excitation d'origine hétérotope, et cela lorsque le stimulus automatique ventriculaire „devient mûr" au moment où le stimulus sinusal doit pénétrer dans les ventricules; voir le 3e complexe atypique, plus atypique dans la courbe supérieure que dans la courbe inférieure. Si nous comparons ce complexe interférentiel avec les complexes interférentiels des courbes précédentes, ainsi que ses rapports chronologiques avec l'onde auriculaire, nous remarquons que l'onde d'excitation hétérotope marque d'autant moins son caractère de complexe interférentiel qu'est plus grande la partie du myocarde ventriculaire que l'onde d'excitation sinusale, qui s'avance par les voies ventriculaires ordinaires, pourrait saisir.

Fig. *e: Schéma en escalier de parasystolie ventriculaire lente* d'après les courbes des fig. *a* et *b*. De haut en bas: rangée de flèches indiquant les stimuli sinusaux (la 9e flèche à partir de la fin est fautive, trop à gauche); rangée des contractions auriculaires; les lignes obliques, reliant la rangée des contractions auriculaires avec les symboles correspodants des contractions ventriculaires, indiquent le temps de conduction atrio-ventriculaire; rangée des systoles ventriculaires (les rectangles blancs indiquent les systoles régulières, d'origine sinusale; les noirs indiquent les contractions idioventriculaires déclanchées par le centre hétérotope); en bas, rangée de flèches indiquant le rythme du foyer hétérotope ventriculaire (rythme automatique, très lent).

Une contribution à l'étude de l'adsorption sur les particules colloïdales du charbon.

Par le
Dr. R. N. **V. PODROUŽEK.**

(2 figures.)

(Présenté le 3 décembre 1926.)

L'étude de l'adsorption des solutions très diluées des matières superficiellement actives sur la surface adsorptive d'une grandeur constante était l'objet du travail présenté. Nous avons étudié l'adsorption des premiers termes des alcools aliphitaques sur les particules colloïdales du charbon.

La préparation d'adsorbens.

Dans tous les cas, dans la littérature dittés, on a employée pour l'étude d'adsorption le charbon du sang. Par rapport à la grandeur inconnue de la superficielle active des diverses sortes de ce matérial, j'ai tenté à employer des solutions colloïdales de charbon élémentair. Dans la littérature on trouve plusieurs remarques sur la préparation des solutions colloïdales du carbon. Les procédés mécaniques, décrits par Acheson et Sabattani, donnent des sols, contenants des particules trop grandes ; des solutions, obtenues par cette méthode, sont très labiles et on doit, pour les stabiliser, employer des diverses matières étrangères. La dispersion par l'arc électrique, décrit par Bredig, Svedberg, Degen, donne facilement des solutions très fines. Les produits sont malheureusement trèssouillés par les produits des réactions comme des électrodes avec le medium, aussi d'une décomposition du solvent. On peut obtenir des produits plus pures par la dispersion electrolytique des anodes charboneuses, décrit par Bartoli et Papasogli. Par electrolyse des solutions des carbonates et des chlorures des alcalis on obtient des produits d'oxydation du charbon et une solution colloidale du carbon élémentair. Les mêmes résultats ont obtenus Coehn, Vogel et Thomae ; ce dernier a préparé une solution colloidale impure du carbon par l'electrolyse d'une solution diluée de sodiumhydroxyde, en employant des anodes charboneuses. Ces résultats correspondent avec ces de Vanzetti et Thomae. Tous ces auteurs remarquent que ces solutions obtenues par ce procédé contiennent toujours des quantités considérables des produits d'oxydation du charbon, principallement l'acide mellitique et des

matières humiques. Ces résultats documentent aussi que pour la peptisation et la stabilisation du carbon colloidale est une réaction alcaline nécessaire. Parceque aucun des ces procédés ne donne pas des produits qui pourraient servir aux mesurements exactes j'ai éprouvé modifier la dispersion électrolytique de cette manière, afinque j'obtienne des solutions colloidales de carbon pures et homogènes et d'une haute dispersion. Les matiêres qui servaient à la stabilisation du sol devaient être facilement controlables pour pouvoir standartiser facilement les diverses solutions. Dans ce but j'ai électrolysé des solutions équimoleculaires des carbonates et bicarbonates des alcalis et d'ammonium. J'ai observé que la solution des carbonates d'ammonium donne dans les mêmes conditions comme en employant des solutions d'autres sels, une solution colloidale plus concentrée. On peut supposer que les produits d'oxydation d'ammonium, principalement l'hydroxylamine, fonctionnent comme des peptisateurs. Cette supposition affermit l'observation que l'abaissement de l'oxydation des anodes par l'augmentation artificielle de la pressure d'anhydre hydrocarbonique en entretenant la réaction de la solution par emploi des „buffres" sur une valeur constante, n'a pas une influence sur la quantité de la solution colloidale, produite par la réaction. La solution, obtenue par l'électrolyse d'une solution d'ammoniumcarbonate avec les anodes charboneuses, j'ai purifiée par la dialyse en employant des membranes animales. Pendant la dialyse, une partie de la solution passa par la membrane. L'eau, en dehors de la membrane, prit une couleur brune et on pouvait identifier la présence de l'acide mellitique; à la fin de la dialyse le sol s'était coagulé. Puis, on centrifugeait le précipité et on le peptisait ensuite en l'agitant avec une solution 1/100 n de sodiumhydroxyde. Ensuite on le dialysait et ce procédé s'était tant fois répété, jusque le liquide en dehors de la membrane restait incolore. Le temps de la dialyse était très grand et les essais de le diminuer en se servant de l'électrostenolyse étaient sans effet. Mais la preuve faisait très bien les applications de la combination de l'électrodialyse avec l'ultrafiltration par des membranes de collodium. Ainsi, on pouvait diminuer le temps de la dialyse des 30 jours à 2—4 jours. Après la fin de la dialyse, on filtrait le précipité par un creuset de Gooche, contenant une plaque de la porcelaine poreuse. Le precipité fut après séché dans le vide à la température des 20° C. Le sol sec était grenaillé, brillant cristallin, facilement soluble sans residu dans une solution 1/1000 n de sodium hydroxyde.

Brullé, il donnait seulement des traces du cendre. Calciné dans le vide et puis immédiatement analysé il contenait 99·542 % du carbon. A la préparation des anodes charboneuses j'ai employé du charbon obtenu par la combustion de la saccharose. Le charbon obtenue était calciné dans un courant du chlor pur, refroidi dans le courant d'enhydre carbonique sec. Le produit fut écrasé dans un mortier d'agate et la poudre obtenue fut cémentée par une solution de saccharose, préparée par dissolution d'une

saccharose, purifiée par la cristalisation fractionnée. La pate obtenue j'ai façonnée dans des moules de porcelaine. Après la dessiccation dans une étuve j'ai calciné les baguettes obtenues dans un courant du chlor pure et je les ai refroidies dans le courant d'anhydre carbonique sec. Pendant l'électrolyse les anodes charboneuses étaient fixées par un régulateur électromagnétique. Ainsi, les electrodes étaient immergées dans la solution par une surface constante et suffisement petite afinque la densité du courant électrique fût 5 A/cm^2. Une plaque de fer formait la cathode! La solution contenait 10% d'ammoniumcarbonate „pro analysi" durant l'électrolyse le bain fut refroidi par un courant d'eau; la température restait sous des 25°. Pour pouvoir exactement mesurer les procédés adsorbtives on devait obtenir des solutions colloidales homogènes. Les produits de la préparation électrolytique contenaient toujours des particules des toutes les grandeurs, de la grandeur microscopique jusqu'à la grandeur des 15 $\mu\mu$. J'ai préparé une solution homogène de la solution obtenue par cette mode. J'ai préparé une série des ultrafiltres de collodium. J'ai évité l'application des filtres de papier et j'ai pris des plaques de porcelaine poreuse. Les plaques étaient impregnées par une solution de collodium éthéro-alcoolique et après la dessiccation elles étaient employées comme des plaques de filtration pour un creuset de Gooche, modifié par Zaccharias. Suivant le procédé d'impregnation, la durrée et la mode de la denaturation j'ai préparé une série de 50 ultrafiltres avancemantes d'une grandeur des pores de 15 $\mu\mu$ jusqu'à 265 $\mu\mu$ dans des intervalles de 5 $\mu\mu$. La préparation des ultrafiltres calibrées était très difficile. La calibration des ultrafiltres était réalisée par la méthode de la vitesse de passage de l'eau par les filtres et par la calibration en utilisant des solutions d'un degré de la dispersion connue (des solutions de matières colorantes etc.) Le mode de la homogénation fut le suivant. Par un filtre avec des pores d'une grandeur connue j'ai séparé les particules les plus grandes. Puis le filtratum était centrifugé par une centrifigeuse de hauts tours. Les vases était calibrées et tout de suite après la fin du turbinage j'ai aspiré au moyen d'une pipette la solution toujours du même niveau de la colonne du liquide. Par une série des turbinages on a obtenue une solution des particules homogènes. La différence de leur grandeur n'était plus grande que 5 $\mu\mu$. Par cette méthode on a préparé une grande série des solutions colloidales desquelles on a éprouvé leur manière de se comporter vis à vis les matières, lesquelles on devait étudier dans le procédé d'adsorption. Par cette manière j'ai déterminé le degré de la dispersion et la concentration de la solution, durant lequel le sol restait intact. J'ai determiné aussi la concentration des solutions alcooliques jusqu'à laquelle on pouvait procédér sans coaguler les particules colloidales. Dans ce but je devait employer des solutions colloidales très diluées avec des particules de 25 $\mu\mu$; aussi la concentration des alcools devait rester très petite. La concentration des solutions appliquées correspondait à de 0·015% du carbon. On devait standartiser encore

la solution par rapport des proportions ioniques. J'ai analysé les solutions avant la calibration. On a déterminer aussi par le mesurement potenciometrique la concentration des ions de hydrogène; pour ce mesurement on a employé une électrode à hydrogène. Par l'addition d'une solution 1/1000 *n* HCl on a abaissé l'alcalinité de la solution jusqu'à $c_4 = 2 . 6 \cdot 10$, la valeur la plus faible, quand les ions l'oxhydryles fonctionnent comme des stabilisateurs. Par la méthode de Vollhardt on a déterminer la concentration des chiorures et leur manque fut corrigé par l'addition d'une solution 1/1000 *n* de sodium chlorure. La détermination du titre des solutions calibrées fut pratiquée par deux procédés parallèles. On a prélevé un volume connu de la solution colloidale. Par l'addition d'une solution saturée d'ammoniumchlorure le sol fut coagulé. Le précipité fut filtré par un creuset de Gooche sur une plaque de porcelaine poreuse, lavée par la trompe par une so'ution d'ammoniumnitrate. Après la disparition des chlorures on a séché le creuset dans un courant d'anhydre carbonique sec. L'anhydre carbonique appliqué fut lavé par un système des laveurs, remplis d'une solution de sodiumhydrosulphite, après par les laveurs remplis d' une solution de sodiumcarbonate, enfin après le passage par les laveurs remplis de l'acide sulphurique il passait un tube, contenant des tamis en cuivre, portés au rouge. Les tamis étaient avant l'emploi réduits dans un courant d'hydrogène. Après la dessiccation du creuset j'ai élévé la température jusqu'à 500°. Quand le creuset fut refroidi, j'ai pesait dans des flacons, remplis d'anhydre carbonique sec. L'autre volume, prélevé de la même solution colloidale, j'ai placé dans un flacon à l'émeri, lequel traversaient deux tubes, et un entonnoir à décantation, fermé par un robinet. Les tubes servaient à amener et à abducter de l'air. Durant deux heures on faisait passer à travers le flacon un courant d'air, délivré d'anhydre carbonique. Pendant ce temps j'al chauffé le flacon à la température de 60°. Après, j'ai rattaché un appareil absorbeur, rempli d'une solution de potassiumhydroxyde. Par l'entonnoir à décantation j'ai versé un mélange d'acide sulphurique et de potassiumbichromate. Le carbon fut oxydé, l'anhydre carbonique, produit par cette réaction, fut entrainé par le courant d'air et absorbé dans l'appareil absorbeur. Sa quantité fut déterminée de l'augmentation du poid de l'appareil absorptiv. Toute les deux méthodes donnaient des résultats correspondents.

Les matières, utilisées à la détermination de l'adsorption, étaient employées en état pur. On a employé l'alcool methylique, ethylique et *n*-propylique, fabriqué par Merck, Darmstadt. Les alcools furent destilés plusieurs fois. La dernière rectification était réalisée par la préparation des alcoolates et après leur saponification. Par une destilation fractionnée à l'abri de l'humidité directement dans les burettes fermées par les tubes à phosphorpentoxyde. Le robinet des burettes fut modifié de cette mode qu'il fut remplacé par deux robinet fermant un tube calibré, communicant avec l'atmosphère par un tube à phosphorpentoxyde, qui fut fermé par un

robinet à petite section et fut seulement ouvert pendant le mesurement. Par l'ouverture du premier robinet on a prelevé une quantité mesurée dans le tube fermé par le second robinet. Cette quantité fut un peu plus grande qu'on devait employer pour le mesurement. Le tube fut calibré, il fonctionnait comme une microburette et par l'ouverture du second robinet on pouvait enlevé la quantité desirée. Après avoir enlevé la quantité nécessaire on a aspiré le residu dans le tube de la microburette par une trompe à eau; après quelque temps la burette fut préparée pour les mesurements d'autres quantités des alcools.

Pour la détermination de l'adsorption j'ai procédé par la méthode de l'évaluation de la tension superficielle des liquides expérimentées. La tension superficielle fut déterminée par la détermination du poid d'un certain nombre de gouttes, qui se formaient quand on laissait tomber la solution mesurée goutte à goutte par un tube parfaitement pur. Après le théorème de Gibbs l'adsorption provoque une variation de la tension superficielle. Cette variation est pour les matières superficiellement actives une diminution, pour les matières superficiellement inactives une augmentation de la tension superficielle. Cette variation est formulée par la relation suivante:

$$a = -\frac{c}{RT} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial c},$$

(a la quantité adsorbée, c la la concentration de la matière adsorbée dans la solution, λ la tension superficielle).

Par la détermination de la tension superficielle de la solution avant et après l'adsorption on peut alors de la différence des tensions superficielles déterminer le degré de l'adsorption. Cette détermination élimine encore les erreurs expérimentales. Pour le mesurement on a employé l'apparail de la construction suivante. Le liquide tombait goutte à goutte par un tube de platine. La fin du tube fut en forme de cloche avec des parois renforcés. Le bord de cette cloche fut taillé perpendiculairement et poli. Le tube fut lavé par le mélange d'acide sulphurique et de potassiumbichromate, par l'alcool, éther-alcool et enfin par l'eau redistilée. Le tube fut placé dans un manchon en verrex à double paroi. Une extrémité fut fermée, l'autre rattachée à une cloche de verre. La cloche contenait des flacons à tare, posés sur une plaque de verre. Cette plaque fut posée de cette manière, qu'on pouvait remplacer les flacons les uns à l'autres sans devoir ouvrir la cloche. Au tube de platine fut soudé un entonnoir de décantation fermé par un robinet. L'appareil fut placé dans un thermostat et instalé dans un cave pour eliminer les erreurs par les vibrations du sol. C'est aussi pourquoi on a mesuré pendant la nuit. Le procédé fut suivant.

Dans l'entonnoir on a placé le liquide dont on devait déterminer la tension superficielle. La vitesse de la formation des gouttes fut régulée par le robinet de l'entonnoir. Les gouttes tombaient dans un intervalle de 15 secondes. Puis on laissait tomber dans chaque flacon 50 gouttes; on

mesurait à la fois 10 flacons. On pesait les flacons par la méthode d'oscillation. En utilisant comme contrepoids un flacon de la même mesure et du même poids. Les solutions pour les mesurements furent préparées par le procédé. Une quantité mesurée d'alcool fut ajoutée à la solution colloidale du carbon. Puis, on l'a laissée en tranquillité pendant plusieurs heures. Par cette méthode on a eliminé les différences dues à la vitesse d'adsorption. La concentration des alcools fut relevée successivement de 0·1%. Par des expériments préliminaires j'ai déterminé la forme de l'isotherme et pour les mesurements exacts j'ai pris les matières correspondantes aux isothermes analysables. Chaque point des courves fut déterminé 10 ×10 fois. Les tables suivantes contiennent les résultats.

$C_2H_5OH + H_2O$

$C_{C_2H_5OH}$%	le poids d'une goutte	log p
0·05	0·03026	5348
0·1	0·03399	2314
0·15	0·03376	5284
0·2	0·03317	5208
0·3	0·03283	5163
0·4	0·03249	5118
0·5	0·03216	5073
0·6	0·03185	5031
0·7	0·03151	4384
0%	*0·03479*	*5410*

$C_2H_5OH + H_2O + C$

C_C	$C_{C_2H_5OH}$%	p	log p
0·015%	0·1	0·03459	5390
0·015%	0·2	0·03443	5370
0·015%	0·25	0·03436	5360
0·015%	0·3	0·03430	5339
0·015%	0·4	0·03381	5290
0·015%	0·5	0·03346	5244
0·015%	0·6	0·03336	5232
0·015%	0·7	0·03328	5222
0·015%	0·8	0·03293	5176
0·015%	0·9	0·03258	5130
0·015%	1·0	0·03221	5080
0·015%	1·1	0·03212	5068
0·015%	1·2	0·03203	5056
0·015%	1·3	0·03194	5044
0·015%	1·4	0·03185	5032
0·015%	1·5	0·03177	5020
0·015%	*0*	*0·03479*	*5410*

$CH_3OH + H_2O + C$

C_C	C_{CH_3OH}%	p	log p
0·015%	0·1	0·03468	5409
0·015%	0·2	0·03468	5408
0·015%	0·3	0·03468	5406
0·015%	0·4	0·03468	5405
0·015%	0·5	0·03468	5404
0·015%	0·6	0·03468	5403
0·015%	0·7	0·03468	5402
0·015%	0·8	0·0348	5402
0·015%	0·9	0·03467	5401
0·015%	1·0	0·03467	5400
0·015%	1·1	0·03458	5388
0·015%	1·2	0·03448	5376
0·015%	1·3	0·03439	5364
0·015%	1·4	0·03429	5352
0·015%	1·5	0·03420	5340
0·015%	1·6	0·03410	5328
0·015%	1·7	0·03401	5316
0·015%	1·8	0·03392	5304
0·15%	*0*	*0·03479*	*5410*

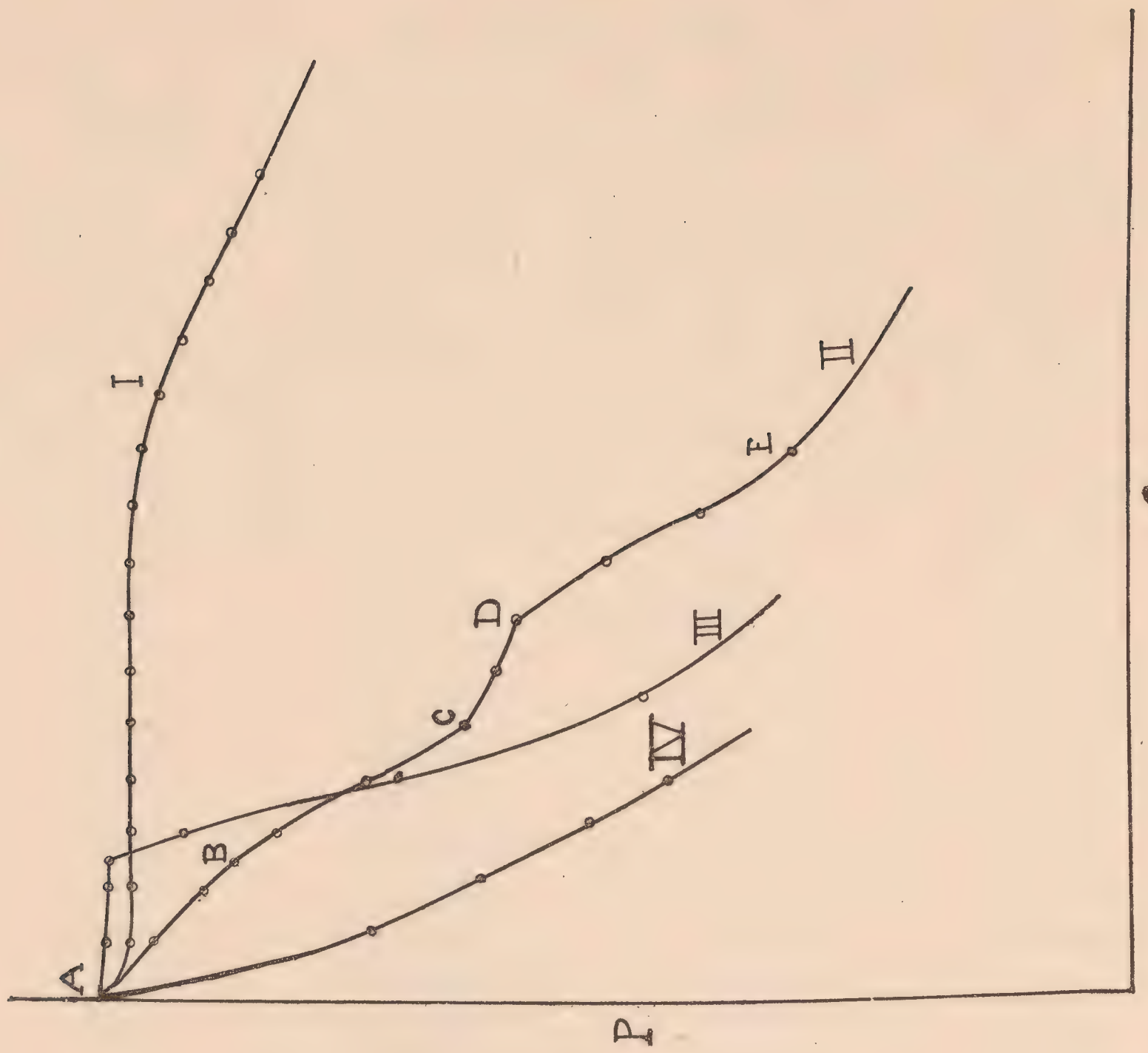
$C_3H_7OH + H_2O + C$

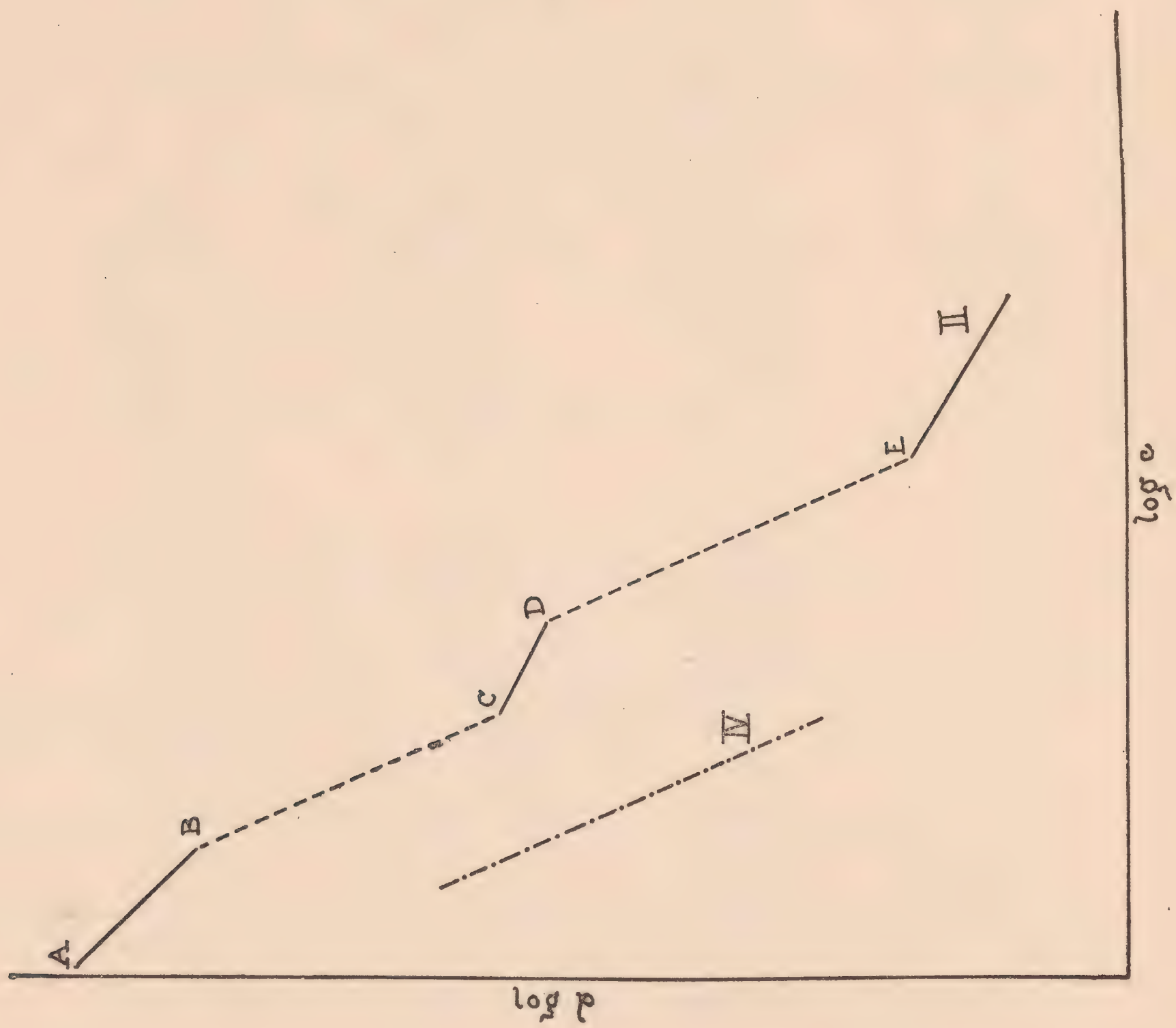
C_C	$C_{C_3H_7OH}$%		
0·015%	0·25	0·03476	5411
0·015%	0·5	0·03301	5187
0·015%	0·75	0·03238	5089
0·015%	1·0	0·03055	4850
0·15%		*0·03479*	*5410*

Discussion des résultats (fig. 1).

Les courves du diagramme représentent:

I. L'isotherme d'alcool methylique dans la solution colloidale de carbon,
II. L'isotherme d'alcoole ethylique dans la solution colloidale de carbon,
III. L'isotherme d'alcoole *n*-propylique dans la solution colloidale de carbon,
IV. L'isotherme d'alcoole ethylique dans l'eau distillée


I
II
III
IV
A
B
C
D
E
p
c


I
II
III
IV
A
B
C
D
E
log p
log c

L'isotherme adsorbtive d'alcool methylique manifeste une faible inclination et on ne peut pas observer des anomalies dans les valeurs observées, parcequ' elles sont masquées par les erreurs expérimentales. Au contraire l'isotherme d'alcool *n*-propylique manifeste une inclination si forte, que sa forme s'approche à la forme de l'isotherme de la solution aqueuse.

L'isotherme de l'adsorption d'alcool ethylique sur les particules du carbon colloïdal montre une singularité remarquable. On observe que l'adsorption est un procédé discontinué. Les segments A—B, C—D, E—F, sont les parties correspondantes à l'isotherme d'adsorption d'alcool ethylique sui les particules charboneuses. Les segments B—C, D—E, sont les parties correspondantes à l'isotherme de la solution aqueuse d'alcool ethylique; leur cours est prèsque parallèle avec le cours de l'isotherme de la solution aqueuse. On le peut observer le plus facilement en menant des tangentes dans les points correspondants; aussi l'expression logarithmique peut servir à cette considération. Les droites, correspondantes à l'isotherme d'adsorption dans l'expression logarithmique sont presque réciproquement parallèles, un peu ouvertes en éventail. Les droites, correspondantes aux segments B—C, D—E, sont parallèles et leur cours est identique avec le cours de la droite, correspondante a l'isotherme de la solution aqueuse. L'acte ayant pour expression l'isotherme demonstrée, on peut s'imaginer dans la manière suivante. Les molécules d'alcool ethylique sont attiédites par les particules du carbon colloidal. Aux environs, sur la surface des particules, se forme une couche moleculaire. Les particules du carbon colloïdal gardent leurs propriétés intactes jusqu'à la fin de la formation de la couche moléculaire. Après la fin de la formation de la couche moléculaire les particules prennent des propriétés nouvelles. Cette variation des propriétés des particules est due à la variation de l'orientation des molécules sur la surface de la particule et à l'inclination de concentration entre la surface et le medium. Avec la fin de la formation de la couche moléculaire cesse l'adsorption. Les particules, attirées aux particules d'adsorbens, sont maintenant repoussées par la pression de la diffusion, produite par la différence entre la concentration de la matière dans la solution et de la matière déjà adsorbée. Durant l'équilibre de la force d'attraction et de la force de répulsion l'adsorbens ne peut pas former des autres couches moléculaires. Dans l'équilibre l'isotherme doit correspondre à l'isotherme de la solution aqueuse de la matière adsorbée, et son cours est faiblement incliné du cours de l'isotherme de la solution aqueuse à cause de l'action des molécules déjà adsorbées. Quand la concentration des molécules dans la solution atteint cette valeur, qui est un peu plus elevée de la concentration sur la surface d'adsorbtive, commence la formation de l'autre couche moléculaire. Avec la fin de sa formation le procédé d'adsorption cesse et commence dans les mêmes conditions, comme nous avons démontré. Après la fin de la formation de la troisième couche moléculaire le

cours de l'isotherme corresponde à l'isotherme définie par la loi de Freundlich. Mais on peut supposer que le cours est toujours discontinué mais que les variations sont déjà si faibles qu'elles sont masquées par les erreurs expérimentales. Quand nous observons les résultats des mesurements, le point de la première inflexion de l'isotherme d'alcool ethylique sur les particules colloïdales du carbon correspond à la valeur de 0·055 : 0·2%, le point de la deuxième inflexion, alors le point de la suite de l'isotherme d'adsorption, est déplacé à une valeur augmentée de 0·2%. La concentration d'alcool dans la solution devait atteindre la même hauteur qui correspond à la concentration des molécules d'alcool sur la surface d'adsorptive.

Résumé.

Dans le travail présenté fut étudié l'isotherme d'adsorption des premiers termes des alcools aliphatiques sur une solution colloidale du carbon. Dans l'isotherme d'adsorption d'alcool éthylique on a observé des particularités, documentantes que l'acte de l'adsorption n'est pas un acte continu, comme on pourrait supposer de la loi de Freundlich. La discontinuité fut expliquée par la variation des propriétés des particules adsorptives, due à la variation de l'orientation des molécules pendant la formation des couches moléculaires particulières.

Tiskem Aloisa Wiesnera v Praze, knihtiskaře České akademie věd a umění a Českého vysokého učení technického v Praze.

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01298 3813